

определение долговечности узлов и деталей трансмиссии представленный способ может дать достаточно точные исходные данные для проведения такого рода расчетов.

### Выводы

Разработан и реализован способ проведения режимометрирования нагруженности трансмиссии с использованием данных с электронной системы управления двигателем (ЭСУД). Проведены экспериментальные заезды автомобиля в городских условиях эксплуатации в двух режимах.

Определены некоторые статистические данные, а также показана плотность распределения крутящего момента на первичном валу при движении автомобиля в городских условиях, что может быть применено при проведении квазистатических расчетов на долговечность, а также для создания методик испытаний трансмиссий на долговечность.

## Метод моделирования динамики механических трансмиссий автомобилей с фрикционными сцеплениями

к.т.н. проф. Селифонов В.В., Нгуен Хак Туан  
МГТУ «МАМИ»  
[tuannkcn@yahoo.com](mailto:tuannkcn@yahoo.com)

**Аннотация.** В данной статье представлен метод моделирования динамики механических трансмиссий автомобилей с учетом двух фаз буксования и замыкания фрикционного сцепления.

**Ключевые слова:** механические трансмиссии автомобилей, фрикционные сцепления, метод моделирования динамики

Работа фрикционных сцеплений (ФС) тяговых и транспортных машин характеризуется повторными включениями и выключениями с чередующимися паузами. От динамических процессов в трансмиссии при включении ФС зависит передаваемый ею момент. Момент двигателя, передаваемый на трансмиссию, и предельный момент трения определяют два возможных режима работы ведущих и ведомых частей ФС: их относительное проскальзывание, если момент, передаваемый на трансмиссию, равен моменту трения в ФС; или их относительный покой, если момент, передаваемый на трансмиссию, меньше предельного в ФС момента трения. В данной статье представлен метод моделирования динамики механических трансмиссий автомобилей с фрикционными сцеплениями для этих двух случаев.

Исследования показывают, что определение динамических нагрузок в трансмиссии автомобиля 4×2 с ФС можно выполнять по расчетной схеме, изображенной на рисунке 1.

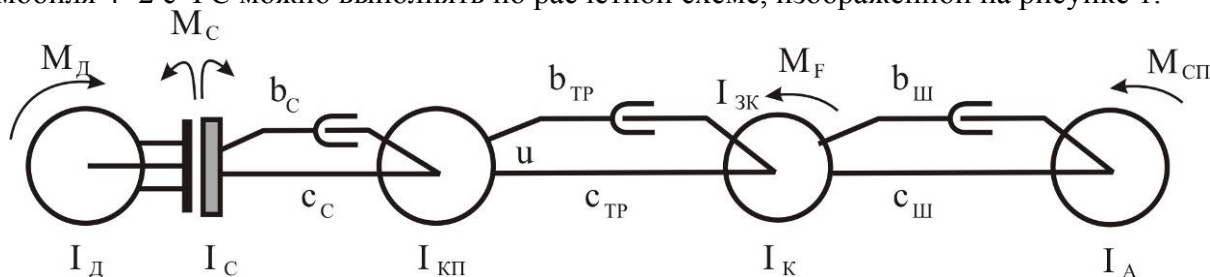


Рисунок 1 – Динамическая модель трансмиссии автомобиля с ФС

На рисунке 1 приняты следующие обозначения:

- моменты инерции:  $I_Д$  – вращающиеся части двигателя, маховика и кожуха ФС,  $I_С$  – сцепления,  $I_{КП}$  – коробки передач,  $I_К$  – колес с шинами,  $I_А$  – поступательно движущаяся масса автомобиля;
- жесткости:  $c_С$  – валов и зубьев зубчатых колес коробки передач,  $c_{Тр}$  – остальных узлов трансмиссии,  $c_Ш$  – шины;
- $b_С$ ,  $b_{Тр}$ ,  $b_Ш$  – коэффициенты демпфирования сцепления, остальных узлов трансмиссии и шин соответственно;



- $u$  – передаточное число трансмиссии;
- $\varphi_d, \varphi_c, \varphi_{kp}, \varphi_k, \varphi_a$  – углы поворота масс, определяющих  $I_d, I_c, I_{kp}, I_k, I_a$  соответственно.

Момент двигателя  $M_d$  действует по координате  $\varphi_1$ , момент трения сцепления  $M_c$  действует по координате  $\varphi_c$ , момент сопротивления качению на ведущих колесах  $M_f$  действует по координате  $\varphi_k$ , момент сопротивления  $M_{сп}$  (включает моменты: момент сопротивления подъему, момент аэродинамического сопротивления и момент сопротивления качению на ведомых колесах) действует по координате  $\varphi_a$ .

При буксовании ФС момент трения в сцеплении определяется по формуле:

$$M_c = f_T P_{пж} R_T \text{sign}(\dot{\varphi}_d - \dot{\varphi}_c), \quad (1)$$

где:  $f_T$  – коэффициент трения скольжения;  $P_{пж}$  – усилие, развиваемое на поверхностях трения пружинами нажимного устройства,  $R_T$  – радиус трения.

Дифференциальные уравнения движения для системы (рисунок 1) можно записать в следующем виде:

$$\begin{cases} I_d \ddot{\varphi}_d = M_d - M_c \\ I_c \ddot{\varphi}_c = M_c - b_c(\dot{\varphi}_c - \dot{\varphi}_{kp}) - c_c(\varphi_c - \varphi_{kp}) \\ I_{kp} \ddot{\varphi}_{kp} = b_c(\dot{\varphi}_c - \dot{\varphi}_{kp}) + c_c(\varphi_c - \varphi_{kp}) \\ \quad - i.b_{TP}(i.\dot{\varphi}_{kp} - \dot{\varphi}_k) - i.c_{TP}(i.\varphi_{kp} - \varphi_k) \\ I_k \ddot{\varphi}_k = b_{TP}(i.\dot{\varphi}_{kp} - \dot{\varphi}_k) + c_{TP}(i.\varphi_{kp} - \varphi_k) \\ \quad - b_{ш}(\dot{\varphi}_k - \dot{\varphi}_a) - c_{ш}(i.\varphi_k - \varphi_a) - M_f \\ I_a \ddot{\varphi}_a = b_{ш}(\dot{\varphi}_k - \dot{\varphi}_a) + c_{ш}(u.\varphi_k - \varphi_a) - M_{сп} \end{cases} \quad (2)$$

Систему уравнения (2) можно описать по-разному. Каждое описание стремится объединять буксование и замыкание системы в единую систему уравнения. Трудность, которая возникает при этом, это очевидное изменение числа степеней свободы. При фазе замыкания, момент инерции  $I_d$  и  $I_c$  может быть описан одной координатой  $I = I_d + I_c$  вместо двух в фазе буксования. Эта особенность усложняет описание системы математически. Ниже представлены две возможные формы этого описания.

- Описание системы на рисунке 1 в пространстве состояний.

Система уравнения (2) может быть описана в форме пространства состояний в следующем виде:

$$\dot{x} = Ax + Bi,$$

где:  $x$  – вектор состояния,  $A$  – матрица системы,  $B$  – матрица управления,  $i$  – вектор управления.

При описании динамики трансмиссии автомобиля с учетом фазы буксования и замыкания сцепления в модели используем параметр переключения  $\kappa_{п}$

$$\kappa_{п} = \begin{cases} 0, & \text{если } \dot{\varphi}_d - \dot{\varphi}_c = 0 \\ 1, & \text{если } |\dot{\varphi}_d - \dot{\varphi}_c| > 0 \end{cases}.$$

Таким образом, математически движение системы на рисунке 1 в пространстве состояний описывается следующим соотношением:

$$\dot{x} = \kappa_{п}.A_6.x + \kappa_{п}.B_6.u + (1 - \kappa_{п}).A_3.x + (1 - \kappa_{п}).B_3.u + F(t), \quad (3)$$

где вектор состояния  $x$  и вектор  $u$  имеют вид:

$$x = (\dot{\varphi}_d \ \varphi_d \ \dot{\varphi}_c \ \varphi_c \ \dot{\varphi}_{kp} \ \varphi_{kp} \ \dot{\varphi}_k \ \varphi_k \ \dot{\varphi}_a \ \varphi_a)^T; \quad u = (M_d \ M_c \ M_f \ M_{сп})^T,$$

$A_6, B_6, A_3, B_3$  – матрицы соответствуют фазе буксования и замыкания.

Найденные матрицы управления  $B_6, B_3$  в данном случае имеют следующий вид:



$$B_{\delta} = \begin{pmatrix} 1/I_{\mathcal{D}} & -1/I_{\mathcal{D}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/I_{\mathcal{C}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/I_{\mathcal{K}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1/I_{\mathcal{A}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad B_{\delta} = \begin{pmatrix} 1/(I_{\mathcal{D}} + I_{\mathcal{C}}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/I_{\mathcal{K}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1/I_{\mathcal{A}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найденные матрицы системы  $A_{\delta}$ ,  $A_3$  имеют следующий вид:

$$A_{\delta} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-b_c}{I_c} & \frac{-c_c}{I_c} & \frac{b_c}{I_c} & \frac{-c_c}{I_c} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{b_c}{I_c} & \frac{c_c}{I_c} & \frac{-b_c - u^2 b_{mp}}{I_c} & \frac{-c_c - u^2 c_{mp}}{I_c} & \frac{ub_{mp}}{I_c} & \frac{uc_{mp}}{I_c} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{b_{mp}}{I_K} & \frac{c_{mp}}{I_K} & \frac{-b_{mp} - b_u}{I_K} & \frac{-c_{mp} - c_u}{I_K} & \frac{b_u}{I_K} & \frac{c_u}{I_K} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{b_u}{I_A} & \frac{c_u}{I_A} & \frac{b_u}{I_A} & \frac{c_u}{I_A} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$A_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{-b_c}{I_{\mathcal{D}} + I_{\mathcal{C}}} & \frac{-c_c}{I_{\mathcal{D}} + I_{\mathcal{C}}} & \frac{b_c}{I_{\mathcal{D}} + I_{\mathcal{C}}} & \frac{c_c}{I_{\mathcal{D}} + I_{\mathcal{C}}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{b_c}{I_c} & \frac{c_c}{I_c} & \frac{-b_c - u^2 b_{mp}}{I_c} & \frac{-c_c - u^2 c_{mp}}{I_c} & \frac{ub_{mp}}{I_c} & \frac{uc_{mp}}{I_c} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{b_{mp}}{I_K} & \frac{c_{mp}}{I_K} & \frac{-b_{mp} - b_u}{I_K} & \frac{-c_{mp} - c_u}{I_K} & \frac{b_u}{I_K} & \frac{c_u}{I_K} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{b_u}{I_A} & \frac{c_u}{I_A} & \frac{b_u}{I_A} & \frac{c_u}{I_A} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

- Описание динамики трансмиссии автомобиля с ФС по единому уравнению системы.

Следует отметить, что, когда сцепление замыкается, увеличение силы  $P_{пж}$  не влияет на



момент  $M_c$ , переданный через сцепление.

При этом моменты инерции  $I_d$  и  $I_c$  соединятся в один момент инерции и момент, переданный по координате  $I_d$  и  $I_c$ , нужно заменить на  $M_{сц}$  (4). Момент  $M_{сц}$  может быть найден из первого и второго уравнений системы уравнений (1).

Когда сцепление замыкается, скорость буксования становится равным нулю, то есть  $\ddot{\varphi}_d = \ddot{\varphi}_c$ , в результате из (1) получим:

$$\frac{1}{I_d}(M_d - M_c) = \frac{1}{I_c}[M_c - c_c(\varphi_c - \varphi_{кп}) - b_c(\dot{\varphi}_c - \dot{\varphi}_{кп})]$$

Момент трения  $M_c$ , переданный через сцепление в состоянии его замыкания:

$$\Rightarrow M_c = \frac{I_d[c_c(\varphi_c - \varphi_{кп}) + b_c(\dot{\varphi}_c - \dot{\varphi}_{кп})] + I_c M_d}{I_d + I_c} \quad (4)$$

При этом сцепление остается заблокированным, если момент сопротивления  $M_c$  не превышает статический момент трения  $M_T$ :

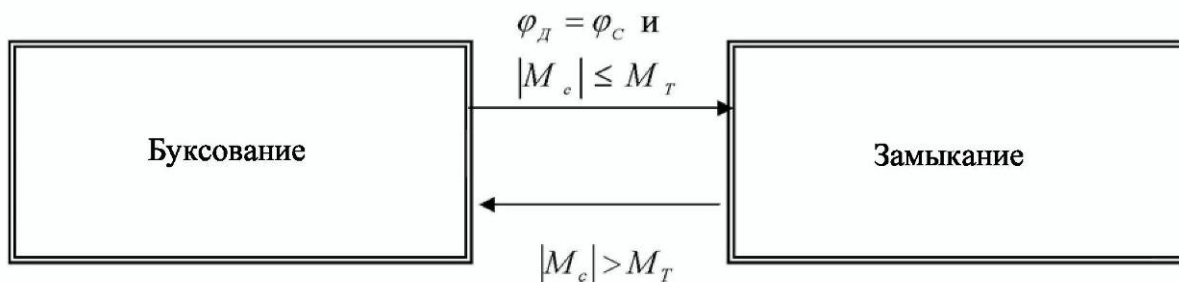
$$M_c \leq M_T = f_{ТП} P_{пж} R_T,$$

где:  $f_{ТП}$  – коэффициент трения покоя.

Таким образом, из (1), (2) и (4) дифференциальных уравнений движения рассматриваемой системы можно составить следующую систему уравнений в виде:

$$\begin{cases} I_d \ddot{\varphi}_d = M_d - M_c \\ I_c \ddot{\varphi}_c = M_c - b_c(\dot{\varphi}_c - \dot{\varphi}_{кп}) - c_c(\varphi_c - \varphi_{кп}) \\ M_c = \begin{cases} f_{ТП} P_{пж} R_T \text{sign}(\dot{\varphi}_d - \dot{\varphi}_c), & \text{при } \varphi_d - \varphi_c \neq 0 \\ \frac{I_d[c_c(\varphi_c - \varphi_{кп}) + b_c(\dot{\varphi}_c - \dot{\varphi}_{кп})] + I_c M_d}{I_d + I_c}, & \text{при } \varphi_d - \varphi_c = 0 \end{cases} \\ I_{кп} \ddot{\varphi}_{кп} = b_c(\dot{\varphi}_c - \dot{\varphi}_{кп}) + c_c(\varphi_c - \varphi_{кп}) - u b_{тp}(u \dot{\varphi}_{кп} - \dot{\varphi}_k) - u c_{тp}(u \varphi_{кп} - \varphi_k) \\ I_k \ddot{\varphi}_k = b_{тp}(u \dot{\varphi}_{кп} - \dot{\varphi}_k) + c_{тp}(u \varphi_{кп} - \varphi_k) - b_{ш}(\dot{\varphi}_k - \dot{\varphi}_A) - c_{ш}(u \varphi_k - \varphi_A) - M_f \\ I_A \ddot{\varphi}_A = b_{ш}(\dot{\varphi}_k - \dot{\varphi}_A) + c_{ш}(u \varphi_k - \varphi_A) - M_{сц} \end{cases} \quad (5)$$

Преимущество в использовании этой формулы состоит в том, что та же самая система уравнений используется для двух состояний работы сцепления: буксования и замыкания. Очевидно, что в системе уравнении (5) отсутствует параметр переключения  $k_n$  и только момент  $M_c$  характеризует работу сцепления (рисунок 2).



**Рисунок 2 – Схема переключения состояния работы сцепления**

Далее рассмотрим моделирование динамики механических трансмиссий автомобилей с ФС в среде программирования Matlab-Simulink.

Систему уравнений (5) можно решить разными методами. Здесь проводится моделирование динамических нагрузок в трансмиссии автомобиля с ФС при трогании автомобиля с быстрым включением сцепления в среде программирования Matlab-Simulink.

На рисунке 3 показана модель, имитирующая динамику механических трансмиссий автомобилей с ФС по системе уравнений (5). В качестве модельного образца взята трансмиссия автомобиля со следующими параметрами:  $I_d=0.156$ ;  $I_c=0.5$ ;  $I_{кп}=0.2$ ;  $I_k=13$ ;  $I_A=115$  (кг.м<sup>2</sup>);



$c_C=1200$ ;  $c_{TP}=6000$ ;  $c_{Ш}=5700$  (Нм/рад);  $b_C=200$ ;  $b_{TP}=0$ ;  $b_{Ш}=800$  (Нмс/рад).

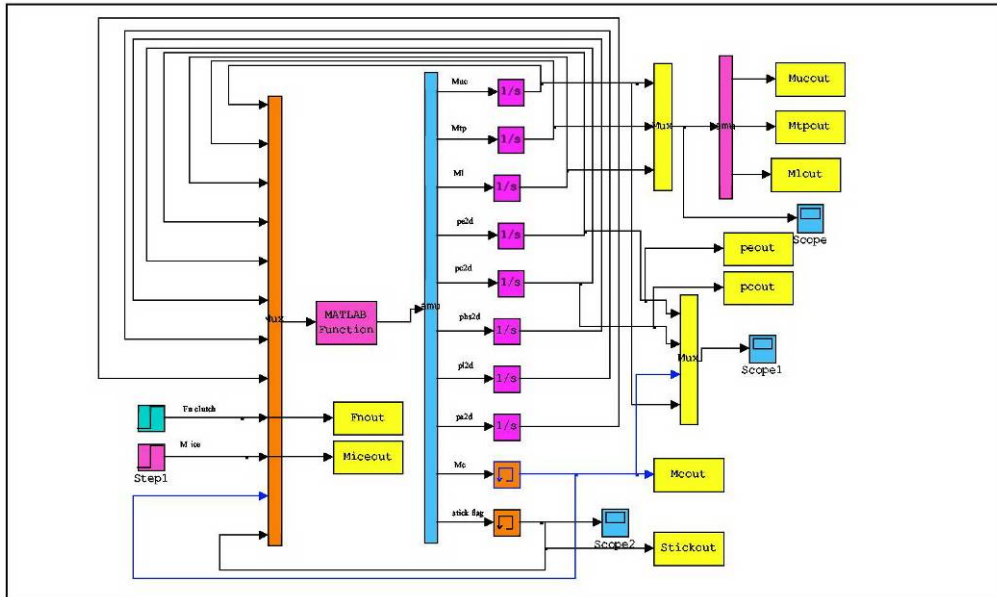


Рисунок 3 – Блок-схема, имитирующая математическую модель динамики механических трансмиссий автомобилей с ФС

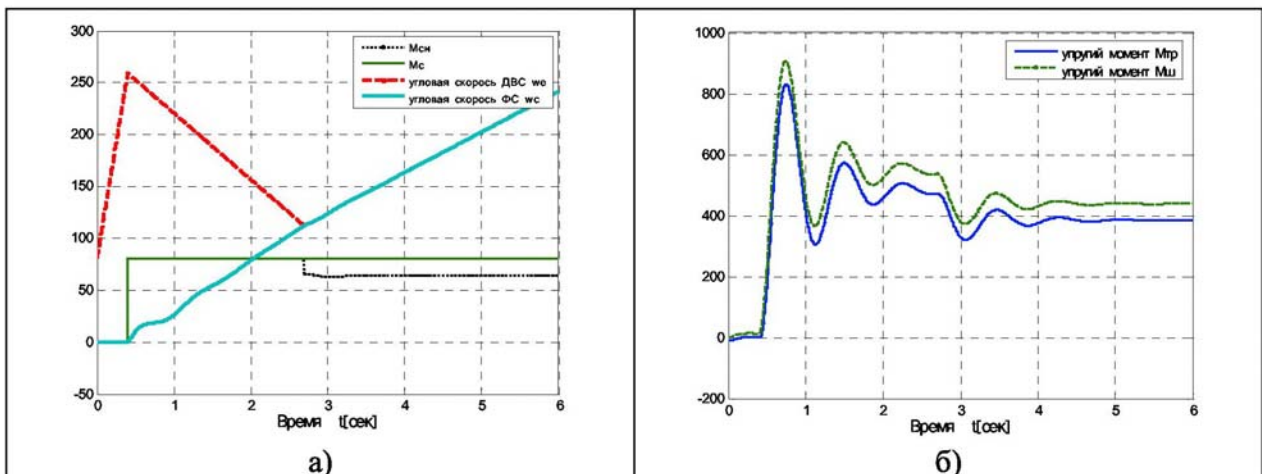


Рисунок 4 – Зависимости угловых скоростей  $\omega_e$ ,  $\omega_c$ , момент трения сцепления (4.а) и упругих моментов  $M_{TP}$ ,  $M_{Ш}$  от времени (4.б) при  $M_{c \max}=80$ Нм

Начальные условия: при  $t=0$ ;  $M_d=70$ Нм; угловая скорость ДВС  $\omega_{d0}=80$  рад/с; угловая скорость вала сцепления  $\omega_c=0$  рад/с;  $V_A=0$  км/ч, момент трения сцепления  $M_c$  представляется в виде скачкообразной зависимости (рисунки 4а и 5а):

$$M_c = \begin{cases} 0, & \text{при } t < t_c \\ M_{c \max}, & \text{при } t \geq t_c \end{cases}$$

где:  $t_c$  – время включения сцепления;  $M_{c \max}$  – максимальный момент трения сцепления.

Стоит отметить, что упругие моменты соответственно в сцеплении  $M_{UC}$ , в приводах моста  $M_{TP}$  и в шинах  $M_{Ш}$  определяются следующими формулами:

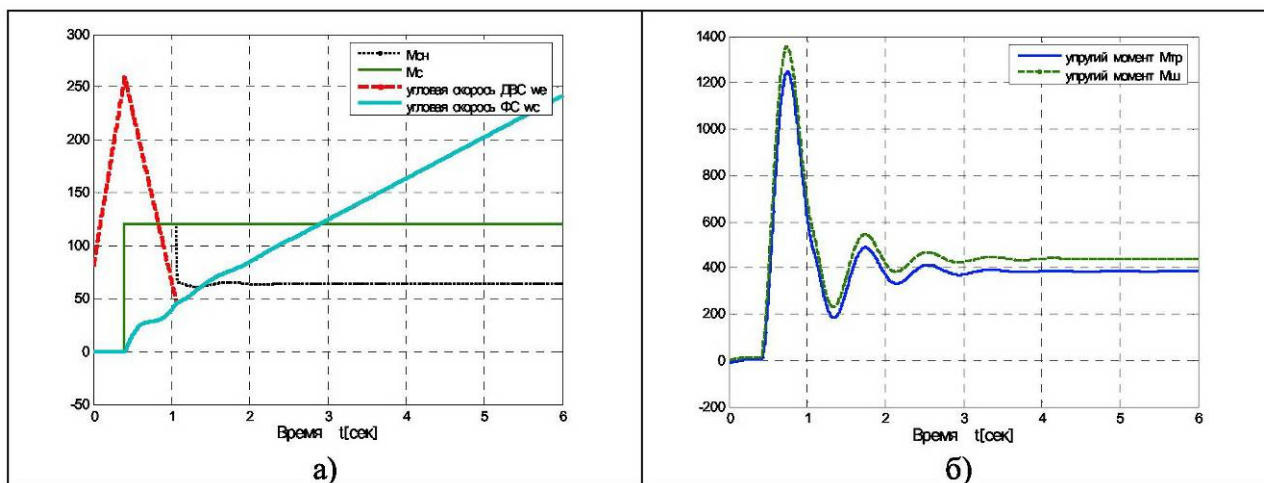
$$\begin{aligned} M_{uc} &= b_c (\dot{\varphi}_c - \dot{\varphi}_{кп}) + c_c (\varphi_c - \varphi_{кп}); \\ M_{TP} &= b_{TP} (u \cdot \dot{\varphi}_{кп} - \dot{\varphi}_K) + c_{TP} (u \cdot \varphi_{кп} - \varphi_K); \\ M_{Ш} &= b_{Ш} (\dot{\varphi}_K - \dot{\varphi}_A) + c_{Ш} (u \cdot \varphi_K - \varphi_A); \end{aligned}$$

Таким образом, решая системы уравнений (5), можно определить моменты в упругих звеньях трансмиссии, а также углы поворота масс  $I_d$ ,  $I_c$ ,  $I_{кп}$ ,  $I_K$ ,  $I_A$ .

На рисунках 4 и 5 представлены результаты расчёта, соответствующие значениям



$M_{с\max}=80$  и  $M_{с\max}=120$  Н·м, при времени включения ФС  $t_c=0.4$  сек. На рисунках 4а и 5а представлены зависимости угловых скоростей ДВС  $\omega_d$ , сцепления  $\omega_c$  и момента трения сцепления от времени. На рисунках 4б и 5б представлены результаты расчета упругих моментов в приводах моста и в шинах.



**Рисунок 5 – Зависимости угловых скоростей  $\omega_e$ ,  $\omega_c$ , момент трения сцепления (5.а) и упругих моментов  $M_{тр}$ ,  $M_{ш}$  от времени (5.б) при  $M_{с\max}=120$ Нм**

Результаты расчетов показали, что если при включении сцепления при трогании автомобиля максимальный момент трения сцепления  $M_{с\max}$  больше, чем динамические моменты, возникающие в ветвях трансмиссии автомобиля, то при этом меньше буксование сцепления. Результаты расчетов также показали, что с момент окончания буксования ( $t \approx 2,7$  с на рисунке 4а и  $t \approx 1,07$  с на рисунке 5б) необходимый момент трения  $M_{сн}$ , сохраняющий сцепление заблокированным, приблизительно равен крутящему моменту ДВС и не зависит от максимального момента трения сцепления  $M_{с\max}$ .

### Заключение

Систему дифференциальных уравнений, описывающую динамику трансмиссии автомобиля с учетом фазы буксования и блокирования сцепления, можно записать в разных видах. При этом метод моделирования в виде (5) наиболее прост и позволяет получить более быстрое решение с помощью известного программного обеспечения. Данный метод дает возможность подробно исследовать динамические процессы в сцеплении и их влияние на динамические нагрузки в трансмиссии автомобиля.

### Литературы

1. Барский И.Б., Шарипов В.М и др Сцепление транспортных и тяговых машин –М.: Машиностроение, 1989 – 344с.
2. Альгин В.Б, Павловский В.А. Динамика трансмиссии автомобиля и трактора – Мн.: Наука и техника, 1986 – 216 с.
3. Селифонов В.В. Автоматическое управление сцепления – М. МАМИ, 1988 – 27с.
4. Карпоров D.C. System Dynamic: A Unified Aproach (1990), Wiley-Interscience, New York 1990.

### **О размещении демпфера крутильных колебаний в трансмиссии автомобиля**

к.т.н. доц. Соломатин Н.С., Зотов Е.М., Симонов Д.В.  
Тольяттинский государственный университет  
+7-8482-53-92-59, sns@tltsu.ru

*Аннотация.* В статье приведены результаты исследования влияния на собственные частоты трансмиссии расположения демпфера крутильных колебаний. Показано, что целесообразно устанавливать демпфер крутильных колебаний в маховике двигателя.