

вании реакций автомобиля на поворот руля. – Автомобильная промышленность, 1979, № 3, с.18 – 19.

8. Основы инженерной психологии. Учеб. пособие. /Под ред. Б.Ф.Ломова. – М.: Высшая школа, 1977. – 335с.
9. Чаки Ф. Современная теория управления. Нелинейные, оптимальные и адаптивные системы. – Перевод с английского. – М.: Мир.: 1975. – 424с.

Совершенные и несовершенные неголономные кинематические связи автомобильного колеса с опорой

д.т.н. проф. Катанаев Н.Т.
МГМУ (МАМИ)
(495) 223-05-23, доб. 1277

Аннотация. В работе приводятся различные виды уравнений неголономных кинематических связей автомобильного колеса с опорной поверхностью, решаются проблемы доказательства их адекватности результатам экспериментальных исследований, а также даются обоснования областей использования каждого из видов уравнений связей.

Ключевые слова: шина, неголономная связь, испытания, фазовые характеристики, увод, автомобильное колесо, экспериментальные исследования.

В процессе неустановившегося движения из-за наличия сил инерции и внешних возмущений автомобильное колесо отклоняется от заданного направления. Появляется так называемое “псевдоскольжение” (упругое скольжение), приводящее к появлению боковой составляющей движения – уводу [1-6]. При этом возникает реакция связей эластичного в боковом направлении колеса.

Чаще всего, в работах [2,3], построенных на гипотезе установившегося увода, боковую реакцию определяют как линейную функцию или боковой деформации шины, или угла увода автомобильного колеса. В первом случае в качестве коэффициента пропорциональности принимают боковую жесткость шины, во втором – коэффициент сопротивления уводу.

При описании движения автомобиля широкое распространение получили уравнения связей М.В. Келдыша [1], полученные для условий полного отсутствия проскальзывания контактного пятна относительно опоры с учетом предположений:

1. касательная к линии качения пневматика совпадает с осью поверхности контакта;
2. кривизна линии качения пневматика однозначно определяется параметрами деформации h_y, ψ, h_k (h_y – боковая деформация, ψ - угловая деформация, h_k – деформация, вызванная наклоном колеса относительно опорной поверхности).

На основании этих предположений была записана функциональная зависимость:

$$\frac{1}{\rho} = -\frac{d(\theta + \psi)}{dx} = f(h_y, \psi, h_k), \quad (1)$$

где: ρ - кривизна линии качения пневматика;

x – координата продольного движения;

θ - угол поворота плоскости колеса относительно первоначального положения ($\theta \leq 0,2$).

После разложения (1) в ряд Макларена для линейной части было получено:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{(\dot{\theta} - \dot{\psi})}{V} = c_1 h_y + c_2 \psi + c_3 h_k, \quad (2)$$

где: V – скорость продольного движения колеса;

$c_1 = \left(\frac{\partial f_0}{\partial h_y} \right)_0$, $c_2 = \left(\frac{\partial f_0}{\partial \psi} \right)_0$, $c_3 = \left(\frac{\partial f_0}{\partial h_k} \right)_0$ - постоянные коэффициенты, для определения

которых М.В. Келдыш в работе [1] предложил следующие эмпирические формулы

$$c_1 = \frac{2}{r^2}; \quad c_2 = \frac{2}{r}; \quad c_3 = \frac{1}{r}, \quad (3)$$

где: r – радиус колеса.

Для центра колеса было записано уравнение скоростей

$$\dot{y} = V\theta + V\psi + \dot{h}_y, \quad (4)$$

где: \dot{y} - абсолютная скорость бокового движения центра колеса;

$V\theta$ - боковая составляющая скорости “чистого” качения колеса;

$V\psi$ - поправка к скорости бокового “чистого” качения за счет увода автомобильного колеса;

\dot{h}_y - скорость изменения боковой деформации шины.

Выражения (2) и (4) являются уравнениями кинематических связей эластичного колеса с опорной поверхностью.

В работе [1] М.В. Келдыш предложил способ экспериментального определения коэффициентов c_1 и c_2 , по которому Я.М. Певзнер (см.[4]), используя экспериментальные данные, опубликованные в [6], получил значения c_1 и c_2 для трех типов шин с различными вертикальными нагрузками. Оказалось, что экспериментальные значения отличались в 2 – 3 раза от значений, полученных по формулам (3). Кроме того, Я.М. Певзнер провел сопоставление результатов расчетов по описаниям, включающим в одном случае уравнения М.В. Келдыша, а в другом – уравнения установившегося увода. Амплитудно-частотные характеристики автомобиля, рассчитанные по обоим видам описаний, в диапазоне $0 \div 2,5$ Гц имели мало отличающиеся результаты.

В работах [2, 3] были получены уравнения кинематических связей

$$\dot{y} = V\theta + V\psi + \dot{h}_y; \quad (5.1)$$

$$\frac{\dot{\theta} + \dot{\psi}}{V} = \frac{h_y}{l_k(\chi - l_k)} - \frac{\chi}{l_k(\chi - l_k)}\psi, \quad (5.2)$$

коэффициенты c_1 и c_2 которых были связаны с важными характеристиками шин

$$c_1 = \frac{1}{q}; \quad c_2 = \frac{\chi}{q}; \quad q = l_k(\chi - l_k); \quad \chi = k_y / c_y, \quad (6)$$

где: l_k - полудлина контактного пятна шины;

c_y – боковая жесткость шины;

k_y - коэффициент сопротивления уводу;

χ - линеаризованная зона распространения боковых деформаций шины.

В ряде случаев можно использовать упрощенный вариант уравнений связей, в которых кривизна средней линии контактного пятна принимается за бесконечно малую величину. Тогда система уравнений (5), сводится к уравнению

$$\dot{y} = V\theta + \frac{Vc_y}{k_y}h_y + \dot{h}_y \dots \quad (7)$$

Если пренебречь скоростью \dot{h}_y изменения боковой деформации шины, то получим уравнение установившегося увода

$$\dot{y} = V\theta + \frac{Vc_y}{k_y}h_y. \quad (8)$$

Вопрос об адекватности и областях применения различных уравнений связей исследовался не только теоретически, но и экспериментально. С этой целью еще в 1972 году [2,3] в лаборатории кафедры “Автомобили” МАМИ на стенде с беговым барабаном был проведен специально разработанный эксперимент. Испытанию подвергалась шина 5.45 - 13 модели М – 130 при номинальной нагрузке на колесо. Плоскость колеса во время эксперимента поворачивалась по гармоническому закону. В процессе обработки осциллограмм определялся фа-

зависимости от путевого сдвига между боковой силой и углом поворота плоскости колеса. В качестве аргумента принималась путевая частота $\nu = \dot{\theta}/V, м^{-1}$. Результаты эксперимента представлены на рис.1. (ряд - «экспериментальные данные»).

Для проверки адекватности описаний эксперименту записывались соответственно уравнения связей (8), (7) и (5) в операторной форме, учитывая, что на стенде следует принять $\dot{y} = 0$:

$$h_y = -\chi\theta; \tag{9}$$

$$\left(\frac{\chi}{V}p + 1\right)h_y = -\chi\theta; \tag{10}$$

$$\left(\frac{p^2}{V^2c_1} + \frac{c_2p}{c_1V}\right)h_y = -\chi\theta. \tag{11}$$

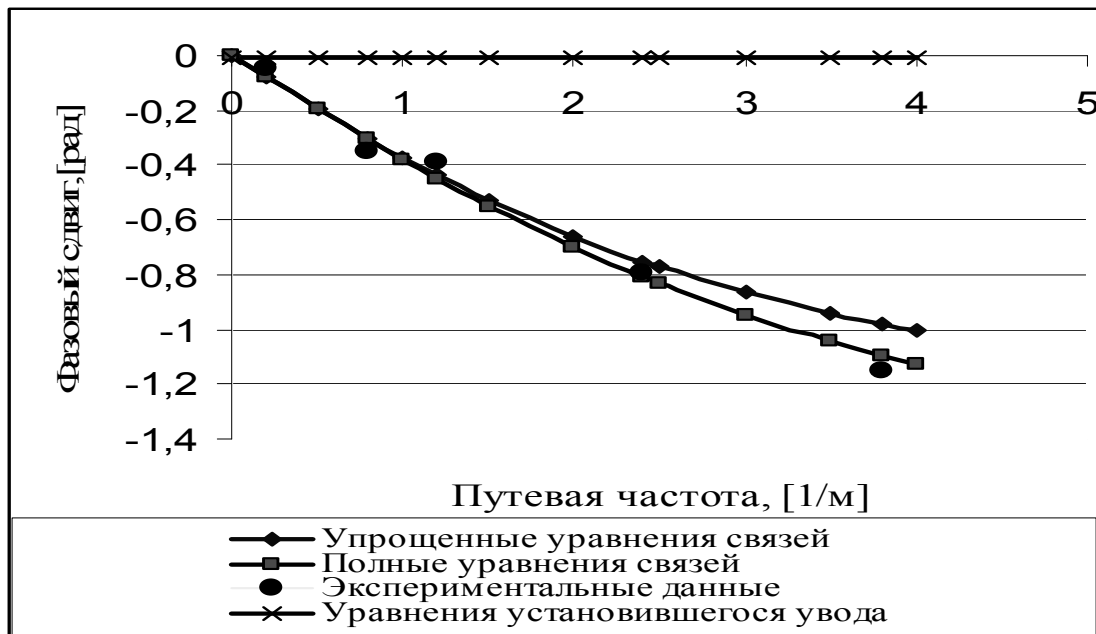


Рисунок 1 – Фазовый сдвиг между боковой силой и углом поворота плоскости колеса в зависимости от путевой частоты

Из уравнения (9) с учетом выражений (6) можно получить коэффициент сопротивления уводу k_y

$$k_y = c_y h_y / \theta = F_y / \theta, \tag{12}$$

где: F_y - определяемая в эксперименте боковая сила в зависимости от угла поворота плоскости колеса θ .

По каждому типу уравнений кинематических связей были составлены передаточные функции преобразования: угол поворота плоскости колеса – боковая деформация шины. Затем были получены частотные передаточные функции, из которых выделены частотные фазовые характеристики:

$$\Phi_0 = 0; \tag{13}$$

$$\Phi_1 = -\arctg v\chi; \tag{14}$$

$$\Phi_2 = -\arctg(v\chi/(1+v^2/c_1)) \tag{15}$$

Полученные в эксперименте значения фазовых сдвигов Φ_i явились исходными данными для определения характеристик шин по формулам:

$$c_y = k_y v / \tg\Phi_1 \tag{16}$$

$$q = (1/v - k_y / c_y \tg\Phi_2) / v. \tag{17}$$

Обрабатывая результаты экспериментальных частотных фазовых характеристик для

шины М – 130 А с использованием выражений (6), (12), (16) и (17) были получены следующие значения параметров: $k_y=33500$ н/рад; $\chi =0,39$ м; $c_y=85750$ н/м; $c_1=46,7$ м⁻²; $c_2=18,4$ м⁻¹.

Достаточно полное совпадение с экспериментальной частотной фазовой характеристикой во всем диапазоне путевых частот наблюдается для фазовых сдвигов, полученных по выражению (15) и построенных с использованием полных уравнений связей (5). Фазовые характеристики, построенные по выражению (14) и полученные из упрощенных уравнений связей (7) имеют существенные расхождения при путевых частотах, больших 2 [1/м], наблюдаемых при таких явлениях, как шимми. Однако до указанного значения выражения (14) и (15) дают практически одинаковые результаты и для описания управляемого движения, включая процесс виляния автоприцепов, возможно использование упрощенных уравнений связей (7). Уравнения установившегося увода (8) с фазовой характеристикой (13) не описывает динамику процесса и может быть использовано лишь при путевых частотах, не превышающих 0,2 [1/м].

Напомним, что М.В. Келдыш [1] при выводе уравнений связей предполагал полное отсутствие проскальзывания элементов контактного пятна. На самом же деле при качении колеса с уводом всегда имеет место скольжение части элементов контакта. Но означает ли это, что даже при $0 < \delta \leq 0,2$ рад, когда наступает частичное проскальзывание, уравнения связей перестают работать? Ясность в этом вопросе способствовала бы решению проблемы подготовки математического описания движения автомобильного колеса с фрикционным проскальзыванием относительно опорной поверхности.

Рассмотрим более подробно процесс проскальзывания шины относительно опоры. В качестве иллюстрации к изучаемому процессу на рисунке 2 приведены результаты экспериментальных исследований шины 165 – 13 модели М – 145 с различной степенью проскальзывания. С ростом боковой деформации (или боковой силы) увеличивается процент проскальзывания шины. В первую очередь нарушается связь на передней и задней границах контактного пятна, находящегося в зацеплении с дорогой.

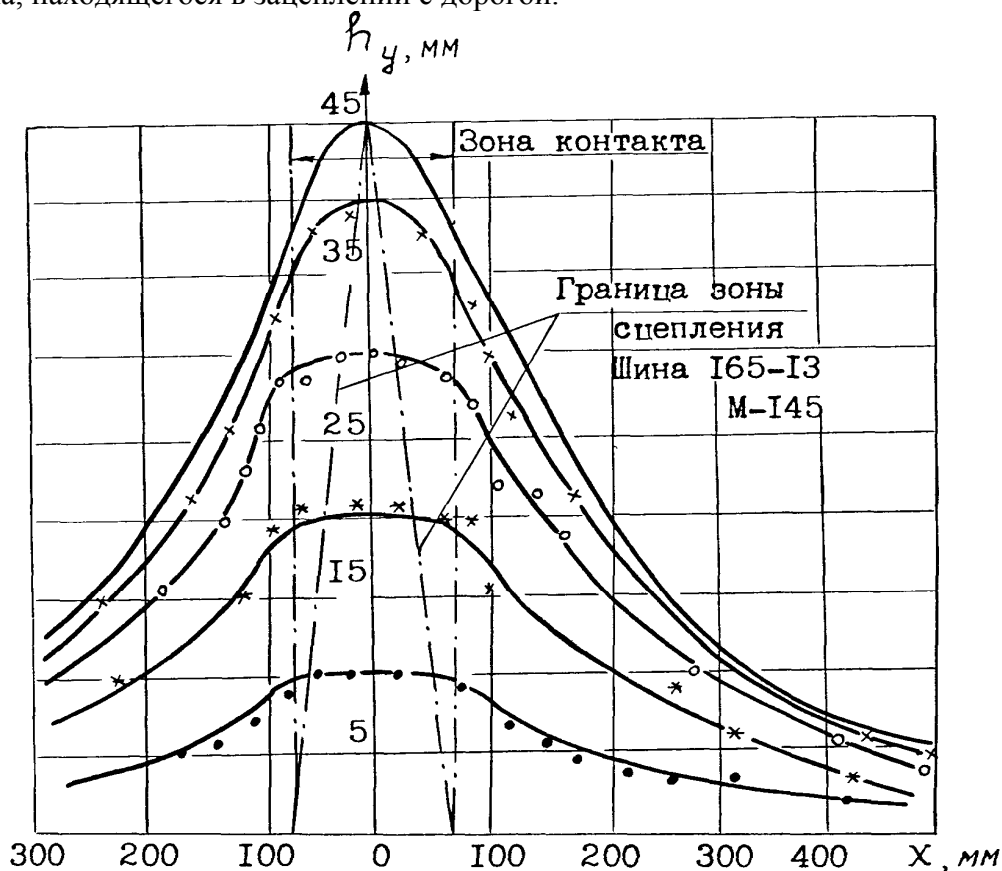


Рисунок 2 – Распределение деформации в зоне контакта и за его пределами: сплошные линии – расчет, точки – эксперимент

В общем случае зависимость полудлины контактного пятна, находящегося в данный момент времени в зацеплении с опорой, может быть аппроксимирована линейным уравнением

$$l_k = l_0(1 - (h_y / h_y^{ck})), \quad (18)$$

где: l_0 - находящееся в постоянном зацеплении начальное значение полудлины контактного пятна при $h_y=0$;

h_y^{ck} - смещение центра контактного пятна при полном скольжении шины.

Значение h_y^{ck} существенно зависит от вертикальной нагрузки на колесо и коэффициента сцепления φ_y и может быть представлено выражением:

$$h_y^{ck} = f(R_z; \varphi_y). \quad (19)$$

Текущее же значение боковой деформации ограничено неравенством

$$h_y \leq h_y^{ck}. \quad (20)$$

Теперь уравнения связей (5), с учетом (18), (19) и (20) примут вид

$$\dot{y} = V\theta + V\psi + \dot{h}_y; \quad (21.1)$$

$$\frac{\dot{\theta} + \dot{\psi}}{V} = \frac{c_y}{l_k(k_y - c_y l_k)} h_y - \frac{k}{l_k(k_y - c_y l_k)} \psi; \quad (21.2)$$

$$l_k = l_0(1 - h_y / h_y^{ck}); \quad (21.3)$$

$$h_y^{ck} = f(R_z; P_y); \quad (21.4)$$

$$h_y \leq h_y^{ck}. \quad (21.5)$$

Рассмотрим случай, когда $h_y \rightarrow h_y^{ck}$. При этом из (18) следует $l_k \rightarrow 0$. Тогда кинематический коэффициент c_l в соответствии с (6) стремится к бесконечности. При этом $\Phi_2 \rightarrow \Phi_1$ и выражения (14) и (15) дают одинаковый результат.

Заметим, что уравнения кинематических связей колеса с дорогой чаще всего описываются в предположении об отсутствии проскальзывания шины относительно опоры. Неголономные связи в этом случае рассматриваются как совершенные. К сожалению, влияние проскальзывания на структуру геометрических и совершенных кинематических связей трудно объяснить и описать с помощью уравнений типа (2) и (4). Поэтому для этих целей разработаны уравнения (21), дающие возможность рассматривать неголономные кинематические связи автомобильного колеса с опорной поверхностью как несовершенные (неидеальные).

Следует все же учесть и другое – представление кинематических связей как несовершенных влечет за собой значительное усложнение собственно уравнения движения колеса, что требует внесения соответствующих коррекций в теорию качения колеса с учетом фрикционного срыва контактного пятна относительно опоры. Однако учет именно этого фактора дает возможность существенно приблизить математическую или полунатурную модель к реальным условиям движения объекта, что обеспечит благоприятные условия для создания автомобильных тренажеров и полунатурных комплексов для исследования проблем взаимной адаптации человеко-машинной системы «Автомобиль-среда-водитель». В решении этих проблем значительный вклад может внести воссозданный уникальный стенд с беговым барабаном в лаборатории кафедры «Автомобили» МГМУ (МАМИ).

Выводы

1. Предложенный аппарат фазовых частотных характеристик позволяет эффективно провести идентификацию уравнений связей результатам экспериментальных исследований и получить достаточно полный набор коэффициентов уравнений движения автомобильного колеса.
2. При проскальзывании шины отпадает необходимость использования уравнений типа (2) и (4) или (5). Для описания процесса неустановившегося увода с проскальзыванием можно

использовать упрощенный вариант уравнений связей типа (7).

3. Предложенное описание (21) дает возможность повысить достоверность модели движения автомобильного колеса за счет перехода к несовершенным неголономным кинематическим связям автомобильного колеса с опорной поверхностью.

Литература

1. Келдыш М.В. Шимми переднего колеса трехколесного шасси. – Тр. ЦАГИ, 1945, № 564, с.1 – 33.
2. Катанаев Н.Т. Автомобильное колесо как неголономный элемент с несовершенными связями. – М., Моск. автомех. ин-т, 1984, 156с.: Монография деп. в НИИавтопром 26.1.84, № 998 ап – Д.84.
3. Морозов Б.И., Катанаев Н.Т., Шишацкий А.И., Брылев В.В. Математическое выражение движения автомобильного колеса с неустановившемся уводом. – Автомобильная промышленность, 1972, №12, с.28 – 29.
4. Певзнер Я.М. О качении автомобильных шин при быстро меняющихся режимах увода. - Автомобильная промышленность, 1968, № 6, с.15 – 19.
5. Семенов В.М., Кондрашкин С.И., Константинов С.П. О динамике автомобиля как колебательной системы со многими степенями свободы. – Автомобильная промышленность, 1976, № 4, с.21 – 23.
6. Freudenstein G. Luftreifen bei Schrag und Kurvenlauf (Experimentalle und theoretische Untersuchung an LKW – Reifen). “Deutsche Kraftfahrtforschung”, Hett 152, 1961. – 63p.

Оптимизация конструктивных параметров прицепа из условия обеспечения устойчивости и управляемости автопоезда

к.т.н. Кисуленко Б.В.

Аннотация. Рассмотрен способ повышения устойчивости и управляемости двухзвенного автопоезда оптимизацией его конструктивных параметров методом минимакса. Критериями оптимальности являются скорость поворота руля автомобиля-тягача при прямолинейном движении и боковое ускорение прицепа для криволинейного движения. Расчеты проведены с помощью пространственной схемы, факторами являются коэффициенты сопротивления уводу колес и длина дышла прицепа, соотношение масс прицепа и автомобиля, расположение груза в прицепе.

Ключевые слова: автопоезд, параметры прицепа, устойчивость и управляемость.

Анализ дорожно-транспортных происшествий показывает, что наиболее тяжелые последствия имеют аварии с участием прицепных автопоездов. Причиной этого является практическая невозможность для водителя устранить начавшееся неуправляемое движение прицепа, которое обусловлено наличием дополнительных степеней свободы прицепа. В работе [1] показан способ повышения устойчивости прицепа применением системы принудительного поворота колес в сторону, противоположную уводу колес. Для поиска решений, позволяющих на стадии проектирования без применения дополнительных устройств повысить характеристики устойчивости прицепа и автопоезда в целом, рассмотрим расчетную схему (рисунков 1) и математическую модель двухзвенного прицепного автопоезда как общего случая движения автотранспортного средства.

Входной координатой является параметр намеченной траектории, по которой водитель стремится осуществить движение, выходной – параметр фактической траектории характерной или характерных точек прицепа. Шины представлены коэффициентами сопротивления уводу, боковой и угловой жесткостью. Коэффициенты сопротивления уводу изменяются в функции нагрузки по экспериментально получаемой характеристике, аппроксимируемой полиномом третьей степени и корректируются по тангенциальной силе в контакте шины с дорогой по формуле, предложенной Д.Эллисом [2]. Коэффициенты полинома вычисляются на