

РАЗДЕЛ 2. ТЕХНОЛОГИЯ МАШИНОСТРОЕНИЯ И МАТЕРИАЛЫ

**Приближенная математическая модель процесса ориентирования
профильных соединений с применением пассивной адаптации и
низкочастотных колебаний**

д.т.н. проф. Божкова Л.В., д.т.н. проф. Вартанов М.В., Бакена Мбуа Ж.К.
МГТУ «МАМИ»
8 (916) 731-46-16, batjec@mail.ru

Аннотация. Представлена приближенная математическая модель динамики движения центра масс устанавливаемой детали по отношению к базовой детали.

Ключевые слова: автоматизация сборочных операций, промышленные роботы с программным управлением, пассивная адаптация

При использовании в сборочных операциях промышленных роботов с программным управлением и пассивной адаптацией зачастую не удается достичь величины погрешности позиционирования, удовлетворяющей условиям собираемости. В этом случае целесообразным является использование дополнительных устройств, уменьшающих первоначальную погрешность позиционирования промышленного робота.

В работе [1] предлагается кинематическая схема такого устройства, представляющего собой трехзвенный манипулятор, каждое звено которого приводится в движение от отдельного привода (рисунок 1).

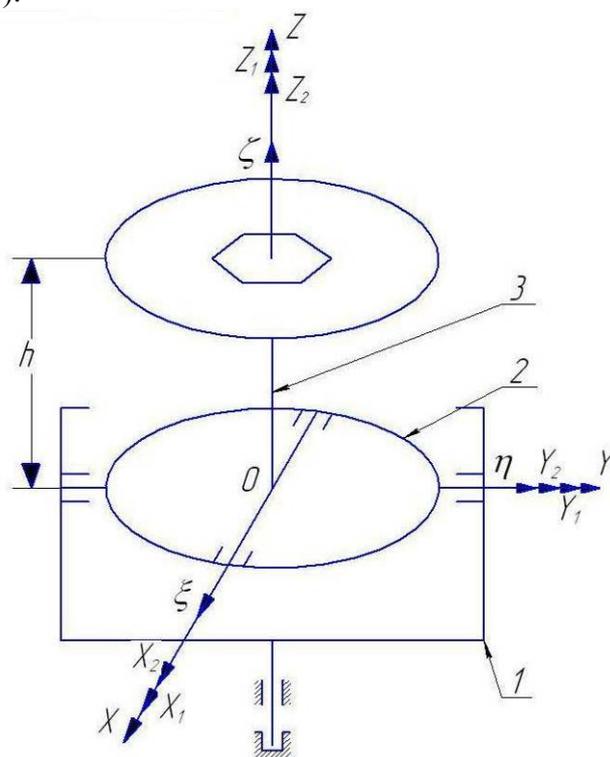


Рисунок 1 – Кинематическая схема механизма сборочного устройства

Для определённости введём ряд систем координат с общим началом в точке 0:

XYZ – неподвижная система координат;

$X_i Y_i Z_i$ ($i=1, 2$) – системы координат, жёстко связанные соответственно с первым и вторым звеньями вибрационного устройства;

$\xi \eta \zeta$ – система координат, жёстко связанная с третьим звеном устройства.

С третьим звеном устройства жёстко связан вибрирующий диск, в центре которого находится приспособление с жёстко закреплённой в нем втулкой.

Первое звено совершает вращательное движение с постоянной угловой скоростью ω вокруг неподвижной оси OZ . При этом система координат $(X_1Y_1Z_1)$, связанная с первым звеном, в текущий момент времени t займет относительно неподвижной системы координат XYZ положение, показанное на рисунке 2, где угол $\theta = \omega t$.

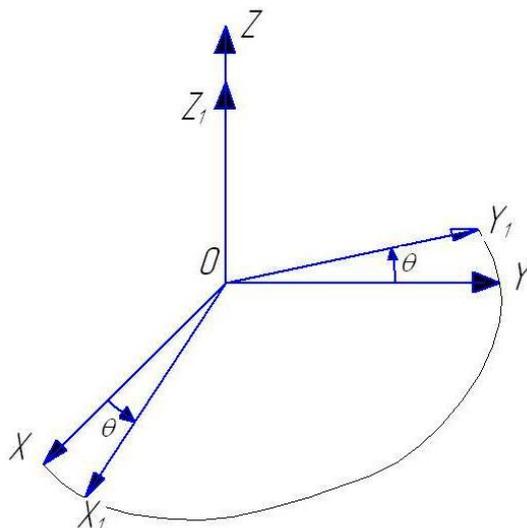


Рисунок 2 – Положение системы координат, связанной с первым звеном, относительно неподвижной системы координат

Второе звено совершает малые вибрационные колебания вокруг горизонтальной оси Oy_1 . При этом система координат $(X_2Y_2Z_2)$, связанная со вторым звеном, в текущий момент времени t займет положение, показанное на рисунке 3.

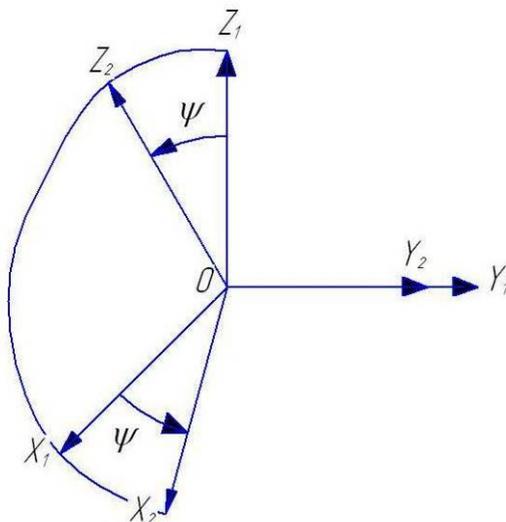


Рисунок 3 – Положение системы координат, связанной со вторым звеном, относительно системы координат $(X_1Y_1Z_1)$

Третье звено вместе с жестко связанным с ним ориентирующим диском (втулкой) совершает малые вибрационные колебания вокруг оси Ox_2 . При этом система координат $(\xi\eta\zeta)$, связанная с третьим звеном, в текущий момент времени t займет относительно системы координат, связанной со вторым звеном $(X_2Y_2Z_2)$, положение, показанное на рисунке 4.

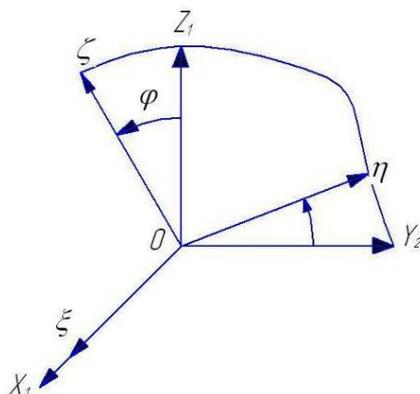


Рисунок 4 – Положение системы координат, связанной с третьим звеном $\xi\eta\zeta$, относительно системы координат $(X_2Y_2Z_2)$

При этом вибрационные колебания вокруг взаимно перпендикулярных осей Oy_1, Ox_2 происходят соответственно по законам:

$$\begin{aligned} \psi &= A \sin kt; \\ \varphi &= A \cos kt, \end{aligned} \quad (1)$$

где: A – амплитуда колебаний; k – круговая частота.

Задачей данной работы является изучение влияния вибрационных колебаний и вращения диска на характер движения центра масс цилиндрической профильной детали (а также первоначальной точки контакта собираемых деталей) по отношению к втулке (то есть по отношению к подвижной системе координат $\xi\eta\zeta$). Необходимо также определить влияние на характер движения центра масс устанавливаемой детали ряда параметров, а именно: конструктивных параметров вибрационного устройства; коэффициентов жесткости упругих элементов схвата; коэффициента трения между деталями; амплитуды и круговой частоты, вибрационных колебаний звеньев устройства, а также величины угловой скорости вращения устройства.

С этой целью была разработана математическая модель динамики движения центра масс присоединяемой детали по отношению к системе координат, связанной с базовой деталью [1], которая при наличии одноточечного ее контакта с плоскостью ориентирующего диска представлена в следующем виде:

$$\begin{aligned} \ddot{\xi}_c &= \frac{p}{m} \sin \psi - \frac{c}{m} (\xi_c + Z_{c4} \sin \psi) - f \cdot \frac{N}{m} \cdot \frac{\dot{\xi}_k}{\sqrt{\dot{\xi}_k^2 + \dot{\eta}_k^2}} + (\xi_c \dot{\psi}^2 - \eta_c \ddot{\psi} \sin \varphi - 2\eta_c \dot{\varphi} \dot{\psi} \cos \varphi - \\ &- 2\eta_c \omega \dot{\varphi} \sin \varphi - \zeta_c \ddot{\psi} \cos \varphi + 2\zeta_c \dot{\varphi} \dot{\psi} \sin \varphi - 2\zeta_c \omega \dot{\varphi} \cos \varphi \cos \psi + \xi_c \omega^2 \cos^2 \varphi + \\ &+ \eta_c \omega^2 \sin \psi \sin \varphi \cos \psi + \zeta_c \omega^2 \sin \psi \cos \varphi \cos \psi) - 2\dot{\zeta}_c (\dot{\psi} \cos \varphi + \omega \cos \psi \sin \varphi) + \\ &+ 2\dot{\eta}_c (-\dot{\psi} \sin \varphi + \omega \cos \psi \cos \varphi); \\ \ddot{\eta}_c &= -\frac{p}{m} \cos \psi \sin \varphi - \frac{c}{m} (\eta_c - Z_{c4} \cos \psi \sin \varphi) - f \cdot \frac{N}{m} \cdot \frac{\dot{\eta}_k}{\sqrt{\dot{\xi}_k^2 + \dot{\eta}_k^2}} + (\xi_c \ddot{\psi} \sin \varphi + \eta_c \dot{\psi}^2 \sin^2 \varphi + \\ &+ \eta_c \varphi^2 - 2\eta_c \omega \dot{\varphi} \sin \psi + \zeta_c \dot{\psi}^2 \cos \varphi \sin \varphi + \xi_c \omega^2 \sin \psi \cos \psi \sin \varphi + \zeta_c \ddot{\varphi} + \\ &+ \eta_c \omega^2 \sin^2 \varphi \sin^2 \psi + \zeta_c \omega^2 \sin^2 \psi \sin \varphi \cos \varphi + 2\xi_c \omega \dot{\psi} \sin \psi \cos \varphi - \\ &- 2\eta_c \omega \dot{\psi} \cos \psi \sin \varphi \cos \varphi - 2\zeta_c \omega \dot{\psi} \cos \psi \cos^2 \varphi + \eta_c \omega^2 \cos^2 \varphi - \zeta_c \omega^2 \sin \varphi \cos \varphi) - \\ &- 2\dot{\xi}_c (-\dot{\psi} \sin \varphi + \omega \cos \psi \cos \varphi) + 2\dot{\zeta}_c (\dot{\varphi} - \omega \sin \psi); \\ \xi_{c'} &= h - r(\sin \theta \sin \psi \cos \varphi - \cos \theta \sin \varphi) + l \cos \psi \cos \varphi. \end{aligned} \quad (2)$$

При этом отношение нормальной реакции N плоскости ориентирующего диска к массе вала m определяется по формуле:

$$\begin{aligned} \frac{N}{m} = & \ddot{\xi}_c + \frac{c}{m} (\zeta_c - z_{c4} \cos \psi \cos \varphi) - (\xi_c \omega^2 \cos \psi \sin \psi \cos \varphi + \\ & + \eta_c \omega^2 \sin^2 \psi \sin \varphi \cos \varphi - \eta_c \omega^2 \sin \varphi \cos \varphi + \zeta_c \omega^2 \sin^2 \psi \cos^2 \varphi + \\ & + \zeta_c \omega^2 \sin^2 \varphi - 2\zeta_c \omega \dot{\varphi} \sin \psi + \xi_c \ddot{\psi} \cos \varphi + \eta_c \dot{\psi}^2 \sin \varphi \cos \varphi - \\ & - \eta_c \ddot{\varphi} + \zeta_c \dot{\psi}^2 \cos^2 \varphi + \zeta_c \dot{\varphi}^2 - 2\xi_c \omega \dot{\psi} \sin \psi \sin \varphi + \\ & + 2\eta_c \omega \dot{\psi} \cos \psi \sin^2 \varphi + 2\zeta_c \omega \dot{\psi} \cos \psi \sin \varphi \cos \varphi) + 2\dot{\eta}_c (\dot{\varphi} - \omega \sin \psi) - \\ & - 2\dot{\xi}_c (\dot{\psi} \cos \varphi + \omega \cos \psi \sin \varphi) + \frac{p}{m} \cos \psi \cos \varphi, \end{aligned} \quad (3)$$

где: ξ_c, η_c, ζ_c - координаты центра масс устанавливаемой детали в подвижной системе координат $\xi\eta\zeta$,

p - сборочное усилие,

c - коэффициент жесткости упругих элементов,

ξ_k, η_k - соответствующие координаты точки контакта устанавливаемой детали с плоскостью ориентирующего диска в системе координат $\xi\eta\zeta$.

Координаты точки контакта определяются по формулам:

$$\begin{aligned} \xi_k &= r \sin \theta \cos \psi + l \sin \psi + \xi_c, \\ \eta_k &= r(\sin \theta \sin \psi \sin \varphi + \cos \theta \cos \varphi) - l \cos \psi \sin \varphi + \eta_c \\ \zeta_k &= r(\sin \theta \sin \psi \cos \varphi - \cos \theta \sin \varphi) - l \cos \psi \cos \varphi + \zeta_c. \end{aligned} \quad (4)$$

В момент отрыва цилиндрической профильной детали от плоскости вибрационного диска нормальная реакция плоскости и сила трения равны нулю. В этом случае дифференциальные уравнения относительного движения центра масс вала имеют вид:

$$\begin{aligned} m\ddot{\xi}_c = & -c(\xi_c + Z_{c4} \sin \psi) + m[\xi_c \dot{\psi}^2 - \eta_c \ddot{\psi} \sin \varphi - 2\eta_c \dot{\varphi} \dot{\psi} \cos \varphi - \\ & - 2\eta_c \omega \dot{\varphi} \sin \varphi - \zeta_c \ddot{\psi} \cos \varphi + 2\zeta_c \dot{\varphi} \dot{\psi} \sin \varphi - 2\zeta_c \omega \dot{\varphi} \cos \varphi \cos \psi + \\ & + \xi_c \omega^2 \cos^2 \psi + \eta_c \omega^2 \sin \psi \sin \varphi \cos \varphi + \zeta_c \omega^2 \sin \psi \cos \varphi \cos \psi] - \\ & - 2m\dot{\xi}_c (\dot{\psi} \cos \varphi + \omega \cos \psi \sin \varphi) + 2m\dot{\eta}_c (-\dot{\psi} \sin \varphi + \omega \cos \psi \cos \varphi) + p \sin \psi; \\ m\ddot{\eta}_c = & -c(\eta_c + Z_{c4} \cos \psi \sin \varphi) + m[\xi_c \ddot{\psi} \sin \varphi + \eta_c \dot{\psi}^2 \sin^2 \varphi + \eta_c \dot{\varphi}^2 - \\ & - 2\eta_c \omega \dot{\varphi} \sin \varphi + \zeta_c \dot{\psi}^2 \cos \varphi \sin \varphi + \zeta_c \omega^2 \sin \psi \cos \psi \sin \varphi + \\ & + \zeta_c \ddot{\varphi} + \eta_c \omega^2 \sin^2 \psi \sin^2 \varphi + \zeta_c \omega^2 \sin^2 \psi \sin \varphi \cos \varphi + 2\xi_c \omega \dot{\psi} \sin \psi \cos \varphi - \\ & - 2\eta_c \omega \dot{\psi} \cos \psi \sin \varphi \cos \varphi - 2\zeta_c \omega \dot{\psi} \cos \psi \cos^2 \varphi) + \eta_c \omega^2 \cos^2 \varphi - \\ & - \zeta_c \omega^2 \sin^2 \varphi \cos \varphi] - 2m\dot{\xi}_c (-\dot{\psi} \sin \varphi + \omega \cos \psi \cos \varphi) + 2m\dot{\zeta}_c (\dot{\varphi} - \omega \sin \psi) - \\ & - p \cos \psi \sin \varphi; \\ m\ddot{\zeta}_c = & -c(\zeta_c - Z_{c4} \cos \psi \cos \varphi) + m[\xi_c \omega^2 \cos \psi \sin \psi \cos \varphi + \eta_c \omega^2 \sin^2 \psi \sin \varphi \cos \varphi - \\ & - \eta_c \omega^2 \sin \varphi \cos \varphi + \zeta_c \omega^2 \sin^2 \psi \cos^2 \varphi + \zeta_c \omega^2 \sin^2 \varphi - 2\zeta_c \omega \dot{\varphi} \sin \psi + \\ & + \xi_c \ddot{\psi} \cos \varphi + \eta_c \dot{\psi}^2 \sin \varphi \cos \varphi - \eta_c \ddot{\varphi} + \zeta_c \dot{\psi}^2 \cos^2 \varphi + \zeta_c \dot{\varphi}^2 - 2\xi_c \omega \dot{\psi} \sin \psi \sin \varphi + \\ & + 2\eta_c \omega \dot{\psi} \cos \psi \sin^2 \varphi + 2\zeta_c \omega \dot{\psi} \cos \psi \sin \varphi \cos \varphi] - 2m\dot{\eta}_c (\dot{\varphi} - \omega \sin \psi) + \\ & + 2m\dot{\xi}_c (\dot{\psi} \cos \varphi + \omega \cos \psi \sin \varphi) - p \cos \psi \cos \varphi. \end{aligned} \quad (5)$$

Вибрационные колебания происходят с малыми по величине амплитудами, то есть углы ψ и φ , определяемые по формулам (1), являются малыми. Таким образом, можно приближенно считать, что;

$$\begin{aligned} \sin \psi &\approx \psi, & \sin \varphi &\approx \varphi, \\ \cos \psi &= 1, & \cos \varphi &= 1. \end{aligned} \quad (6)$$

В результате дифференциальные уравнения движения центра масс цилиндрической профильной детали при наличии ее контакта с плоскостью ориентирующего диска (2) можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} \ddot{\xi}_c &= \frac{P}{m} \cdot \psi - \frac{c}{m} (\xi_c + Z_{c4} \cdot \psi) - f \cdot \frac{N}{m} \cdot \frac{\dot{\xi}_k}{\sqrt{\dot{\xi}_k^2 + \dot{\eta}_k^2}} + (\xi_c \dot{\psi}^2 - \eta_c \ddot{\psi} \cdot \varphi - 2\eta_c \dot{\varphi} \dot{\psi} - \\ &- 2\dot{\eta}_c \omega \dot{\varphi} - \zeta_c \ddot{\psi} + 2\zeta_c \dot{\varphi} \dot{\psi} - 2\zeta_c \omega \dot{\varphi} + \xi_c \omega^2 + \\ &+ \zeta_c \omega^2 \psi) - 2m\dot{\xi}_c (\dot{\psi} + \omega \varphi) + 2\dot{\eta}_c (-\dot{\psi} \varphi + \omega); \\ \ddot{\eta}_c &= -\frac{P}{m} \psi - \frac{c}{m} (\eta_c - Z_{c4} \varphi) - f \cdot \frac{N}{m} \cdot \frac{\dot{\eta}_k}{\sqrt{\dot{\xi}_k^2 + \dot{\eta}_k^2}} + (\xi_c \ddot{\psi} \varphi + \\ &+ \eta_c \dot{\varphi}^2 - 2\eta_c \omega \dot{\varphi} \psi + \zeta_c \dot{\psi}^2 \varphi + \xi_c \ddot{\varphi} + 2\zeta_c \omega \dot{\psi} \varphi - \\ &- 2\eta_c \omega \dot{\psi} \varphi - 2\zeta_c \omega \dot{\psi} + \eta_c \omega^2 - \zeta_c \omega^2 \varphi) - 2\dot{\xi}_c (-\dot{\psi} \varphi + \omega) + 2\dot{\zeta}_c (\dot{\varphi} - \omega \psi); \\ \zeta_c &= h - r(\sin \theta \cdot \psi - \cos \theta \cdot \varphi) + l\varphi. \end{aligned} \quad (7)$$

При этом нормальная реакция плоскости ориентирующего диска N будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \frac{N}{m} &= \ddot{\zeta}_c + \frac{c}{m} (\zeta_c - Z_{c4}) - (\xi_c \omega^2 \psi - \eta_c \omega^2 \varphi - 2\zeta_c \omega \dot{\varphi} \cdot \varphi + \xi_c \ddot{\psi} + \\ &+ \eta_c \dot{\psi}^2 \varphi - \eta_c \ddot{\varphi} + \zeta_c \dot{\psi}^2 + \zeta_c \dot{\varphi}^2 + 2\zeta_c \omega \dot{\psi} \varphi) + 2\dot{\eta}_c (\dot{\varphi} - \omega \psi) - \\ &- 2\dot{\xi}_c (\dot{\psi} + \omega \varphi) + P. \end{aligned} \quad (8)$$

Приближенные выражения, определяющие закон движения точки контакта по плоскости ориентирующего диска, с учетом соотношений (1) могут быть представлены в виде:

$$\left. \begin{aligned} \xi_k &= r \sin \theta + \xi_c + lA \sin kt \\ \eta_k &= r \cos \theta + \eta_c - lA \cos kt \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Исключая из (9) параметр t , получим уравнение траектории точки контакта собираемых деталей относительно плоскости ориентирующего диска:

$$[\xi_k - (\xi_c + r \sin \theta)]^2 + [\eta_k - (\eta_c + r \cos \theta)]^2 = A^2 \cdot l^2 \quad (10)$$

Как следует из (10), траекторией точки контакта по плоскости ориентирующего диска будет окружность с центром в точке, имеющей координаты $(\xi_c + r \sin \theta, \eta_c + r \cos \theta)$. При этом радиус этой окружности определится выражением:

$$R = A \cdot l \quad (11)$$

Так как координаты центра масс детали ξ_c , η_c и угол θ непрерывно меняются, то непрерывно будет изменяться положение центра окружности, описываемой точкой контакта.

В силу того, что амплитуда вибрационных колебаний « A » является малой величиной, радиус этой окружности, определяемый по (11), тоже будет малой величиной.

Приближенные дифференциальные уравнения движения центра масс цилиндрической профильной детали после ее отрыва от плоскости ориентирующего диска имеют вид:

$$\begin{aligned}
 \ddot{\xi}_c &= -\frac{c}{m}(\xi_c + Z_{c4} \cdot \psi) + [\xi_c \dot{\psi}^2 - \eta_c \ddot{\psi} \cdot \varphi - 2\eta_c \dot{\varphi} \dot{\psi} - 2\eta_c \omega \dot{\varphi} \varphi - \zeta_c \ddot{\psi} \\
 &\quad + 2\zeta_c \dot{\varphi} \dot{\psi} \varphi - 2\zeta_c \omega \dot{\varphi} + \xi_c \omega^2 + \zeta_c \omega^2 \psi] - 2\dot{\zeta}_c (\dot{\psi} + \omega \varphi) + \\
 &\quad + 2\dot{\eta}_c (-\dot{\psi} \varphi + \omega) + \frac{P}{m} \psi; \\
 \ddot{\eta}_c &= -\frac{c}{m}(\eta_c - Z_{c4} \cdot \varphi) + [\xi_c \ddot{\psi} \varphi + \eta_c \varphi^2 - 2\eta_c \omega \dot{\varphi} \psi + \zeta_c \dot{\psi}^2 \varphi + \zeta_c \ddot{\varphi} \\
 &\quad + 2\xi_c \omega \dot{\varphi} \psi - 2\eta_c \omega \dot{\psi} \varphi - 2\xi_c \omega \dot{\psi} + \eta_c \omega^2] - 2\dot{\xi}_c (-\dot{\psi} \varphi + \omega) + \\
 &\quad + 2\dot{\zeta}_c (\dot{\varphi} - \omega \psi) - \frac{P}{m} \varphi; \\
 \ddot{\zeta}_c &= -\frac{c}{m}(\zeta_c - Z_{c4}) + [\xi_c \omega^2 \psi - \eta_c \omega^2 \varphi - 2\zeta_c \omega \dot{\varphi} \psi + \xi_c \ddot{\psi} + \eta_c \dot{\psi}^2 \varphi - \\
 &\quad - \eta_c \ddot{\varphi} + \zeta_c \psi^2 + \zeta_c \dot{\varphi}^2 + 2\zeta_c \omega \dot{\psi} \varphi] - 2\dot{\eta}_c (\dot{\varphi} - \omega \psi) + \\
 &\quad + 2\dot{\xi}_c (\dot{\psi} + \omega \varphi) - \frac{P}{m}.
 \end{aligned} \tag{12}$$

Вывод

Полученные результаты показывают, что в случае, когда законы движения звеньев сборочного вибрационного устройства обеспечивают асимптотически перемещение центра масс устанавливаемой детали к оси базовой детали, точка первоначального контакта детали с плоскостью ориентирующего диска также асимптотически приближается к отверстию базовой детали. Такой характер движения устанавливаемой детали по отношению к базовой позволяет обеспечить условия собираемости.

Данная публикация подготовлена по результатам работ, выполненных при реализации Госконтракта № П-879 в рамках ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России 2009-2013 г.г.».

Литература

1. Божкова Л.В., Варганов М.В., Бакена Мбуа Ж.К. Совершенствование технологии сборки цилиндрических профильных деталей с применением вибрационных колебаний и пассивной адаптации// «Сборка в машиностроении, приборостроении», 2010, № 7, с. 26 – 31.
2. Коловский М.З., Слоущ А.В. Основы динамики промышленных роботов. – М.: Наука, 1988. - 240 с.

Выбор наиболее рациональной схемы холодного профильного накатывания зубьев

Буянов А. С., к.т.н. проф. Виноградов В.М., к.т.н. доц. Черепяхин А.А.
МГТУ «МАМИ»

(495) 223-05-23 доб. 1387, 1377; tkm1410@yandex.ru

Аннотация. Рассмотрены схемы холодного профильного накатывания одним, двумя и тремя гладкими роликами с поперечным или продольным движением подачи. Показано, что продольное движение подачи обеспечивает меньшие погрешности обработки, чем поперечное движение подачи.

Ключевые слова: зубчатое колесо, накатывание, спираль, движение подачи, погрешность профиля.