

Пунктиром на рисунке 5 выделена зависимость, относящаяся к рассмотренному выше случаю однородной плоскости. Кривые 1, 2, 3, 5, 6, 7 на рис. 5 получены при задании значений параметров $E^{(2)}/E^{(1)}$, $\nu^{(1)}$, $\nu^{(2)}$ в виде (10; 0,1; 0,45), (2; 0,1; 0,45), (10; 0,45; 0,1), (2, 0,45; 0,1), (0,1; 0,1; 0,45), (0,1; 0,45; 0,1), соответственно. Как видно, в случае $E^{(2)}/E^{(1)} = 0,1$; $\nu^{(1)} = 0,45$; $\nu^{(2)} = 0,1$ наблюдается снижение уровня напряжений на кромке отверстия в 1,6 раза по сравнению со случаем однородной плоскости. При $E^{(2)}/E^{(1)} = 0,1$ наблюдается, кроме того, ситуация, когда изменения параметров $\nu^{(1)}$ и $\nu^{(2)}$ в широком диапазоне значений (см. кривые 6 и 7) не приводят к выходу уровня напряжений на кромке отверстия за пределы того, что имеет место в случае однородной плоскости (кривая 4). Наконец, даже в ситуации, когда $E^{(2)}/E^{(1)} = 2$, выбрав $\nu^{(1)} = 0,45$ и $\nu^{(2)} = 0,1$ (кривая 5), можно также снизить уровень напряжений на кромке отверстия по сравнению со случаем однородной плоскости.

В качестве общего вывода по выполненному исследованию отметим, что проведенный анализ позволил дать оценку влияния слоистой структуры продольно растягиваемой плоскости на характер распределения напряжений вокруг имеющихся в ней двух одинаковых круговых отверстий. Более того, установлена возможность существенного снижения уровня указанных напряжений при надлежащем выборе характеристик слоев.

Литература

1. Савин Г.Н. Распределение напряжений около отверстий. Киев: Наукова думка, 1968. 888с.
2. Ефимов В.В., Кривой А.Ф., Попов Г.Я. Задачи о концентрации напряжений возле кругового дефекта в составной упругой среде // Изв. РАН. МГТ. 1998. № 2. с. 42-58.
3. Члингарян Г.С. Напряженное состояние составной упругой плоскости с включениями на границе раздела материалов // Изв. НАН Армении. Механика. 2009. Т.62. № 3. с. 52-58.
4. Мазин В.А., Михайлова В.Л., Сухомлинов Л.Г. Вариационно-разностная процедура численного решения плоской задачи теории упругости для прямоугольной области с включениями и отверстиями // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества (ЧЭС). 2010. № 2. с. 53 – 62.

Математическое моделирование циклического деформирования

д.т.н., проф. Темис Ю.М., к.т.н. Азметов Х.Х.

«ЦИАМ им. П.И. Баранова»

tejoum@ciam.ru

Аннотация. На основе модели поведения конструкционного материала при циклическом упругопластическом деформировании и оценки ресурса малоцикло-вой усталости создана система математического моделирования циклического нагружения конструкций методом конечных элементов. Приведены примеры решения тестовых задач и реальных конструкций.

Ключевые слова: циклическое нагружение, малоцикловая усталость, метод конечных элементов

Математическое моделирование циклического деформирования и оценка ресурса малоцикло-вой усталости актуально для высоконагруженных машин и установок энергетического машиностроения, авиационных двигателей и других конструкций, работающих при циклическом нагружении. Явление малоцикло-вой усталости непосредственно связано с процессами пластического деформирования в зонах концентрации напряжений в деталях конструкции: отверстиях, галтелях, выточках, сварных швах, шпоночных и шлицевых соединени-

ях, технологических дефектах и дефектах материала, включениях и неоднородностях на границах между матрицей и волокном в композиционном материале. Основными факторами, вызывающими разрушение, являются высокие циклические напряжения и деформации материала детали, который работает в этих зонах в условиях знакопеременного нагружения по циклу, близкому к жесткому. Отметим, что в ряде случаев процесс нагружения в этих зонах близок к простому при условии, что действующие силы и температуры изменяются синхронно, а эффектами ползучести можно пренебречь. Для таких условий в инженерных приложениях возможно применение теории малых упругопластических деформаций [1], обобщенной на случай циклического нагружения [2].

Анализ большинства аналитических зависимостей, описывающих поведение конструкционного материала при циклическом упругопластическом деформировании, показывает, что они не всегда учитывают экспериментально установленные факты изменения модуля упругости, эффекта Баушингера и масштаба преобразования нелинейного участка кривой деформирования. При этом авторы в качестве параметра, ответственного за кинетику упругопластических свойств конструкционного материала, выбирают номер полуцикла нагружения и либо амплитуду напряжений в мягком цикле, либо амплитуду деформаций в жестком цикле. К сожалению, перенести модели, основанные на таких параметрах, в практику расчета реальных конструкций весьма затруднительно.

В настоящей работе, в отличие от работы [2], рассматривается вариант модели поведения конструкционного материала, в которой модуль упругой разгрузки E_χ , размер упругой зоны при разгрузке и масштаб преобразования нелинейного участка кривой деформирования в каждой ветви кривой циклического деформирования зависят от накопленной пластической деформации $\chi = \sum_{n=0}^{n_f} |\Delta \varepsilon_p^n|$, а сама ветвь определяется направлением нагружения (рисунок 1) в

виде [3-6]

$$\sigma^* = \begin{cases} E_\chi \varepsilon^* & \varepsilon^* \leq \varepsilon_{s\chi}^* \\ E_\chi \varepsilon_{s\chi}^* + b_\chi \left[f \left(\varepsilon_s + \frac{\varepsilon^* - \varepsilon_{s\chi}^*}{b_\chi} \right) \right] & \varepsilon^* > \varepsilon_{s\chi}^* \end{cases} \quad (1)$$

Испытания, проведенные для различных конструкционных материалов, показали [5, 7], что при программах нагружения с постоянным размахом напряжений, постоянным размахом деформаций или случайными размахами напряжений число полуциклов n_f до разрушения при знакопеременном пластическом деформировании связано с предельной величиной накопленной пластической деформации χ_{\max} степенной зависимостью

$$n_f = (\chi_{\max} / \delta)^\gamma, \quad (2)$$

где: δ - постоянная, зависящая от величины остаточной пластической деформации,

γ - параметр, характеризующий свойство материала «залечивать» повреждения при циклическом нагружении.

Накопленная пластическая деформация при этом может быть представлена на плоскости (χ, n_f) графиком изменения $\ln(\chi)$ от $\ln(n_f)$ (рисунок 2).

Если в качестве меры повреждения рассматривать величину $D = \chi(n) / \chi_{\max}(n)$, то момент равенства ее единице определит величину полуциклов нагружения, при котором имеет место начало разрушения малоциклового усталости.

Под программным нагружением будем понимать процесс приложения нагрузок и температур, который можно разбить на ряд этапов, считая, что нагрузки и температуры изменяются на $k+1$ этапе на величины $\{\Delta F_{k+1}\}$ и $\{\Delta T_{k+1}\}$ соответственно. Обозначим в качестве продолжительности этапа изменения $\{F\}$ и $\{T\}$ от $\{F_k\}$ и $\{T_k\}$ до $\{F_{k+1}\}$ и $\{T_{k+1}\}$ время Δt_{k+1} .

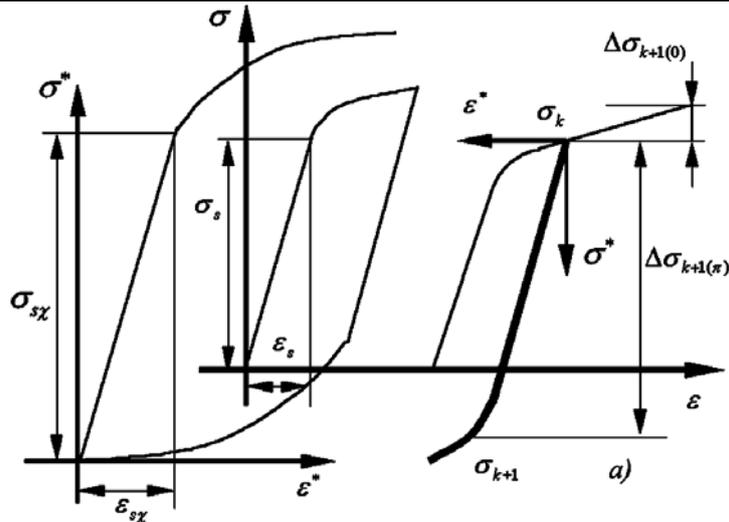


Рисунок 1 – Формирование кривой деформирования для $k + 1$ полуцикла: а) ветви кривой в зависимости от направления нагружения

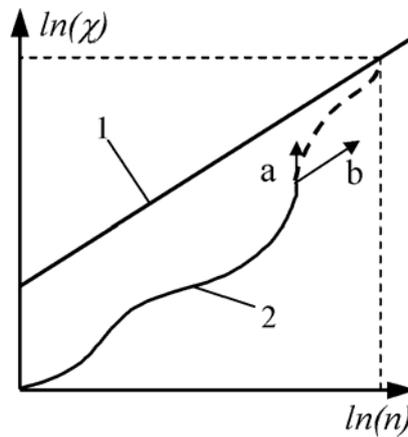


Рисунок 2 – Процесс исчерпания ресурса МЦУ: 1 - предельная кривая $\chi_{\max}(nt)$; 2 - характер изменения $\chi(n)$; а, б – направления изменения $\chi(n)$ в зависимости от программы нагружения

Пусть векторы деформаций и напряжений в точке тела $\{\varepsilon\}_k$ и $\{\sigma\}_k$ соответствуют концу k -го временного этапа, а $\{\varepsilon\}_{k+1}$ и $\{\sigma\}_{k+1}$ – концу $k+1$ этапа. Для каждого этапа выполняется вариационное соотношение [6]:

$$\int_{\Omega} \{\sigma\}_q^T \{\delta\varepsilon\} d\Omega - \int_{\Omega} \{F_{\Omega}\}_q^T \{\delta u\} d\Omega - \int_S \{F_S\}_q^T \{\delta u\} dS = 0, \quad (3)$$

где: $q=k, k+1$ – номер этапа.

Вычитая из соотношения (3) при $q=k+1$, аналогичное при $q=k$, получим, что задача моделирования НДС при переходе от этапа к этапу сведется к решению следующей задачи:

$$\int_{\Omega} \{\Delta\sigma\}_{k+1}^T \{\delta\varepsilon\} d\Omega - \int_{\Omega} \{\Delta F_{\Omega}\}_{k+1}^T \{\delta u\} d\Omega - \int_S \{\Delta F_S\}_{k+1}^T \{\delta u\} dS = 0. \quad (4)$$

Будем считать, что при циклическом деформировании этапы соответствуют полуциклам нагрузки или разгрузки. Полуциклы нагрузки задаются приращениями сил ΔF_{Ω} и ΔF_S , а также кинематическими граничными условиями Δu_S , прикладываемые к начальному состоянию нагрузок F_{Ω}^0, F_S^0 и кинематическим условиям $L(u_S)=0$. Полуцикл разгрузки задается векторами $-F_{\Omega}$ и $-\Delta F_S$ и кинематическими условиями $-\Delta u_S$. Таким образом, если рассматривать упругую деформацию, то линейная система, следующая из (4), за один цикл нагрузки и разгрузки должна вернуться в исходное состояние. Однако, если рассматривать каждый по-

луцикл нагрузки или разгрузки для каждой расчетной точки конструкции как этап движения по соответствующей части кривой циклического деформирования, то на этапе с номером k можно рассматривать зависимости деформационной теории пластичности в локальной системе координат $(\sigma_i^{*(k)}, \varepsilon_i^{*(k)})$. При этом получим, что напряжения и деформации связаны известной зависимостью

$$\Delta\sigma_{ij}^{*(k)} = C_{ijmn}\Delta\varepsilon_{mn}^{*(k)} + \Delta\varepsilon_{ij(k)}^{*0}. \quad (5)$$

Значения компонент тензора C_{ijmn} определяются итерационным методом при решении задачи для k -го этапа. Из вариационного соотношения (4) известным способом можно получить систему уравнений МКЭ

$$[K]_{k+1} \cdot \{\Delta U_{k+1}\} = \{\Delta F_{k+1}\}, \quad (6)$$

где: $[K]_{k+1}$ – матрица жесткости $k+1$ этапа, определяемая последовательными приближениями;

$\{\Delta U_{k+1}\}$ и $\{\Delta F_{k+1}\}$ – векторы приращений перемещений и нагрузок на $k+1$ этапе соответственно.

Тогда для всех векторов в конце $k+1$ этапа справедливо

$$\begin{aligned} u_{k+1} &= u_k + \Delta u_{k+1}, \\ \varepsilon_{k+1} &= \varepsilon_k + \Delta \varepsilon_{k+1}, \\ \sigma_{k+1} &= \sigma_k + \Delta \sigma_{k+1}. \end{aligned} \quad (7)$$

Воспользуемся обобщением понятия единой кривой деформирования. На $k+1$ этапе точка, отображающая процесс деформирования, должна находиться на одной из ветвей кривой циклического деформирования, представленных на рисунке 1а линиями, выходящими из точки σ_k .

На основе полученных соотношений МКЭ и модели материала при циклическом деформировании (1) создана программа «Cycle2D». Программа предназначена для определения упругопластического напряженно-деформированного состояния деталей методом конечных элементов при циклическом нагружении. Процесс расчета является шаговым. Каждый шаг нагружения соответствует этапу изменения нагрузок.

Для проверки работы программы «Cycle2D» и оценки точности предложенной методики было проведено решение тестовых задач по моделированию кинетики напряженно-деформированного состояния и кривых усталостной долговечности гладких образцов.

Рассмотрены образцы из никелевого сплава ЭИ698ВД и титанового сплава ВТ-9, широко применяемые в авиадвигателестроении. Эти материалы при циклическом нагружении проявляют различный характер изменения свойств: первый материал упрочняющийся, а второй – разупрочняющийся. По экспериментальным данным были определены параметры кривых циклического деформирования (1) и параметры модели малоциклового усталости (2) для сплавов ЭИ698ВД и ВТ-9.

На рисунке 3 показаны расчетная схема и сетка конечных элементов для модели гладкого цилиндрического образца. Рассматривались осесимметричные задачи циклического деформирования при мягком (силовом) и жестком (кинематическом) нагружении. Прикладывалась симметричная циклическая нагрузка с постоянной величиной амплитуды напряжений или деформаций.

На рис. 4 показаны расчетные кривые циклического деформирования при жестком и мягком нагружении для одного из уровней нагрузок образцов из материалов ЭИ698ВД и ВТ-9 соответственно.

На рисунке 5 показан характер изменения величины накопленной пластической деформации χ в зависимости от числа полуциклов при жестком нагружении образца из сплава ЭИ698ВД для различных значений амплитуды деформации ε_a . Пересечение кривых $\chi(n)$ с предельной линией $\chi_{\max}(n)$, построенной по зависимости (2), позволяет перейти к построе-

нию усталостной диаграммы в координатах $(\varepsilon_a, N=n/2)$. Для рассматриваемого примера расчетная усталостная диаграмма приведена на рисунке ба.

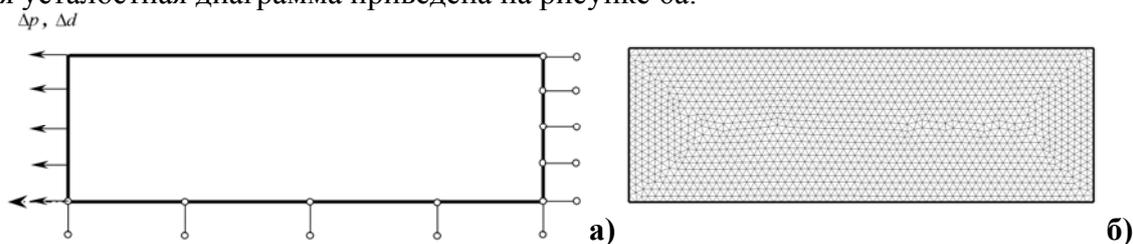


Рисунок 3 – Модель гладкого образца: а) расчетная схема; б) сетка конечных элементов

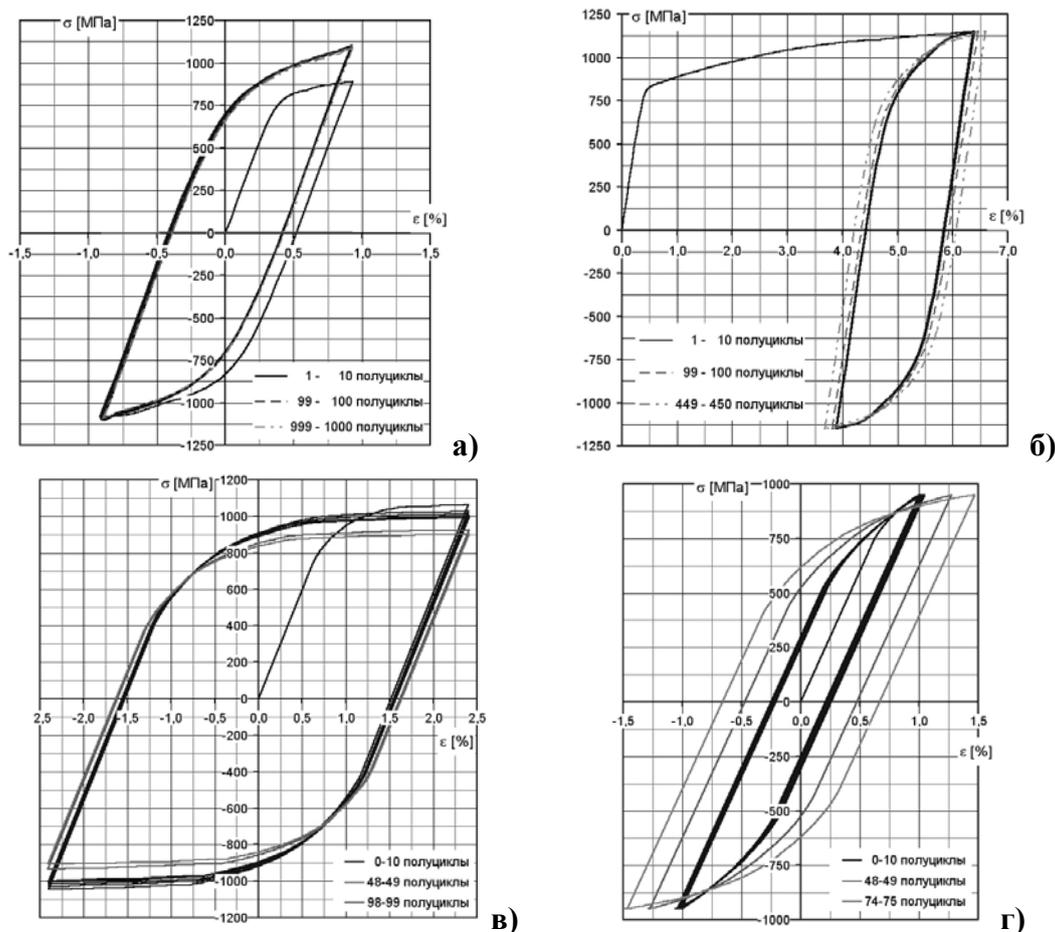


Рисунок 4 – Расчетные кривые циклического деформирования образца из сплава ЭИ698ВД при жестком $\Delta\varepsilon_a = 1,0\%$ (а) и мягком $\Delta P_a = 1150$ МПа (б) нагружении и из сплава ВТ-9 при жестком $\Delta\varepsilon_a = 2,5\%$ (в) и мягком $\Delta P_a = 950$ МПа (г) нагружении

Усталостные диаграммы для сплава ЭИ698ВД при мягком нагружении и сплава ВТ-9 при жестком и мягком нагружении представлены на рисунках бб-бг, соответственно.

Сравнивая данные эксперимента и расчета, можно сделать вывод, что для гладких образцов модель поведения материала при циклическом деформировании и модель прогноза ресурса приводят к результатам, хорошо согласующихся с экспериментом. Расхождение результатов при жестком нагружении в области большой долговечности связано с тем, что модель (2) не учитывает упругую составляющую повреждаемости, вклад которой в этом диапазоне становится существенен. На рисунках ба и бв показаны усталостные диаграммы при жестком нагружении, полученные с помощью часто используемой для оценки ресурса модели Мэнсона [8]. Из графиков видно, что данная модель дает хорошее соответствие только в области большой долговечности. Это связано с тем, что она не учитывает изменение свойств

материала при циклическом деформировании, которое существенно при больших пластических деформациях.

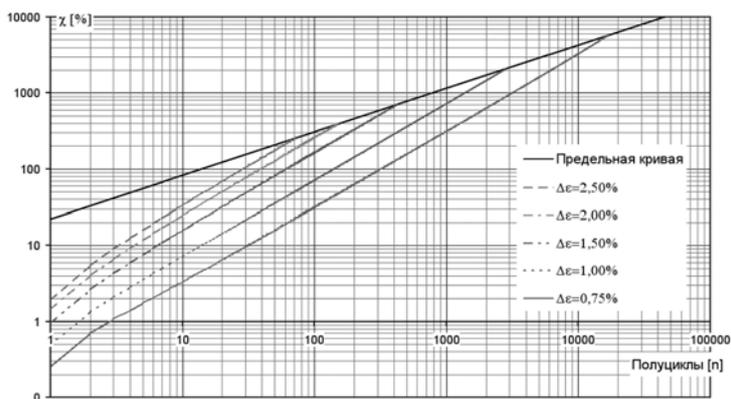


Рисунок 5 – Изменение накопленной пластической деформации χ сплава ЭИ698ВД при жестком нагружении для различных значений амплитуды деформации

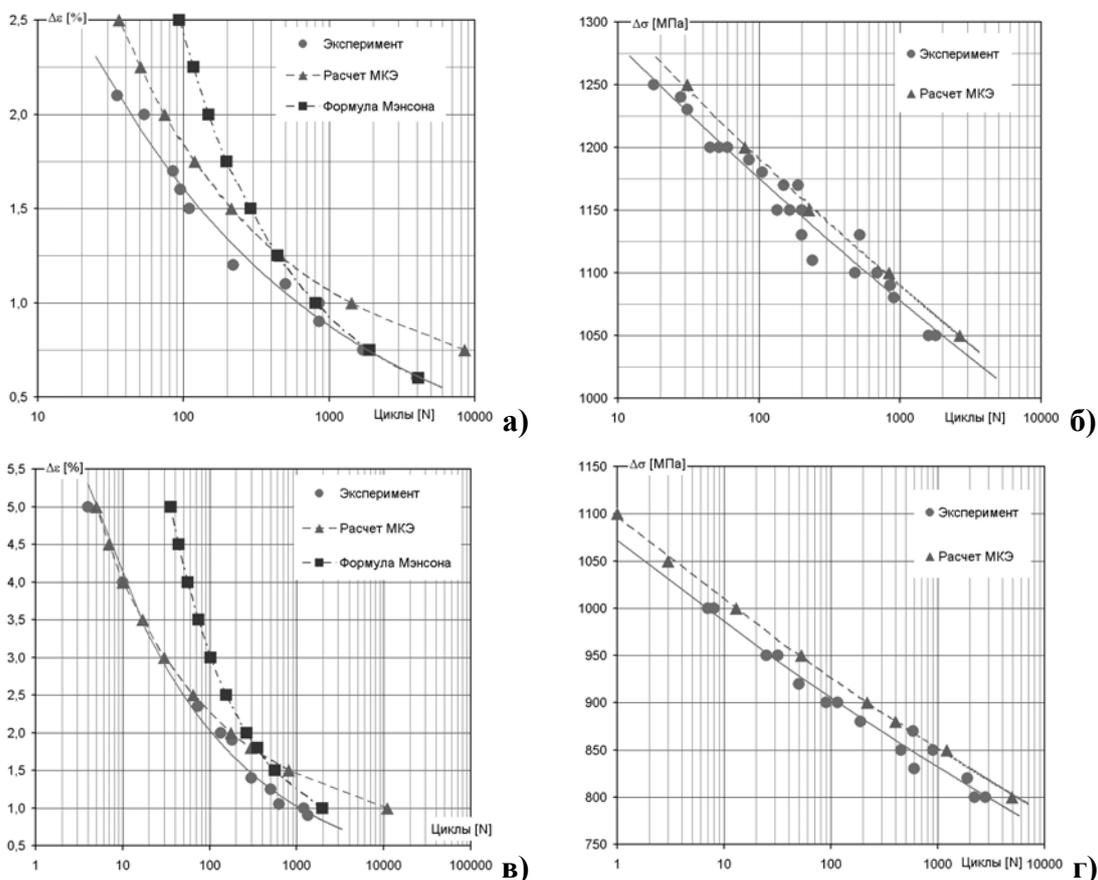


Рисунок 6 – Диаграммы МСУ сплава ЭИ698ВД при жестком (а) и мягком (б) нагружении и сплава ВТ-9 при жестком (в) и мягком (г) нагружении

Описанная методика применена для анализа циклической долговечности диска компрессора авиационного ГТД, на ресурс малоциклового усталости которого основное влияние оказывает замковое соединение. Расчет показал, что в галтели замкового соединения диска возникают опасные точки, в которых возможно возникновение трещин малоциклового усталости (рисунок 7). На рисунке 8а приведены кривые циклического деформирования для опасной точки галтели замкового соединения диска, показывающей характер изменения напряжений и деформаций. Из графика видно, что из-за изменения свойств материала и перераспределения напряжений и деформаций в окрестности опасной точки размах напряжений

падает, а размах деформаций растет. На рисунке 8б приведены экспериментальные и расчетные точки долговечности замкового соединения. Расчетные точки построены для различных свойств материала: номинальных, минимальных и максимальных из возможного набора реализаций кривых деформирования, – что позволяет получить разброс циклической долговечности диска для заданного уровня нагружения. Из диаграммы видно хорошее соответствие расчетных и экспериментальных данных.

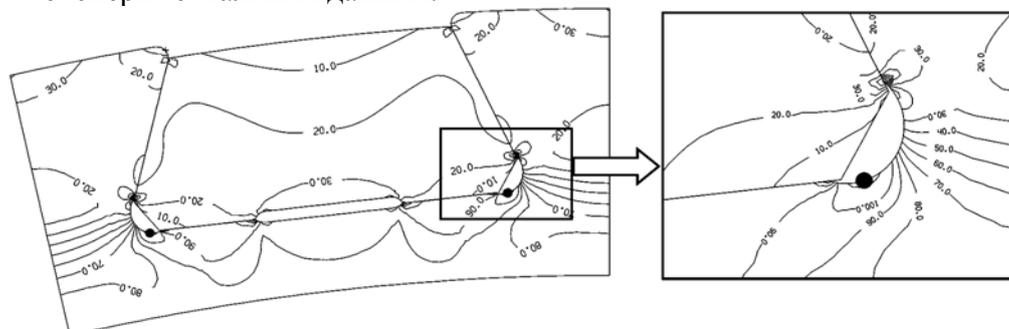


Рисунок 7 – Распределение интенсивности напряжений в замковом соединении диска и положение опасных точек

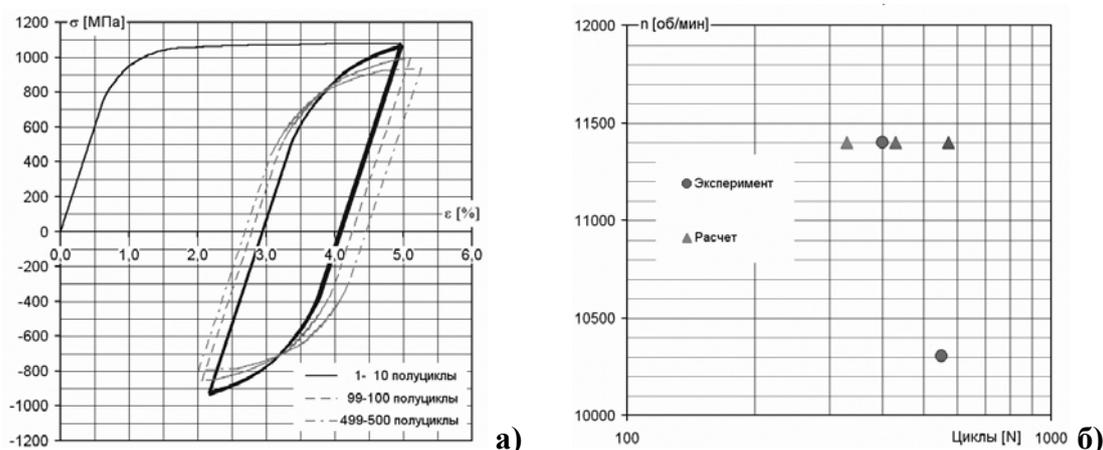


Рисунок 8 – Расчетные кривые циклического деформирования в опасной точке (а) и диаграмма малоциклового усталости диска (б)

Выводы

На основе модели поведения конструкционного материала при циклическом упруго-пластическом деформировании и оценки ресурса МЦУ создан программный комплекс метода конечных элементов "Cycle2D", позволяющий проводить математическое моделирование циклического нагружения конструкций. Решение ряда тестовых задач и численный анализ реальных конструкций показали хорошее соответствие полученных результатов экспериментальным данным.

Литература

1. Ильюшин А.А. Пластичность. – М.: ОГИЗ, 1948. – 376 с.
2. Москвитин В.В. Циклические нагружения элементов конструкций. М.: Наука, 1981. 344 с.
3. Темис Ю.М. Пластичность и ползучесть деталей ГТД при циклическом нагружении // В сб.: Проблемы прочности и динамики авиадвигателей. Вып.2. – Тр. ЦИАМ №1237, 1989. – с. 32-50.
4. Темис Ю.М. Моделирование процессов неизотермического упругопластического деформирования в деталях энергосиловых установок // В кн.: Машиностроение. Энциклопедия / Ред. совет: К.В. Фролов (пред.) и др. - Динамика и прочность машин. Теория Механизмов и машин. Т. 1-3 в 2-х книгах. Кн. 1. Под общ. ред. К.С. Колесникова. - М.: Машиностроение, 1994. - С. 263-268.

5. Темис Ю.М., Пучков И.В. Характеристики упругопластического деформирования и повреждаемости конструкционных материалов при циклическом нагружении // Межвуз. сборник «Прикладные проблемы прочности и пластичности. Методы решения». – Изд-во Нижегородского университета, 1992. – с.82-89.
6. Темис Ю.М. Пластичность и ползучесть в инженерных расчетах. Аналитические и численные методы в решении граничных задач пластичности и вязкоупругости. Свердловск, АН СССР, 1986. – С. 100-106.
7. I.V. Putchkov, J.M. Temis, A.L. Dowson, D. Damri: Development of a finite element based strain accumulation model for the prediction of fatigue lives in highly stressed Ti components // *Int.J. Fatigue*. Vol.17, No 6, 1995. – pp. 385-398.
8. Мэнсон С. Температурные напряжения и малоцикловая усталость. / Пер. с англ. - М.: Машиностроение, 1974. – 344 с.

Моделирование кривых деформирования и ресурса конструкционного материала при циклическом неизотермическом нагружении

д.т.н., проф. Темис Ю.М., Факеев А.И.
МГТУ «МАМИ»

(495) 223-05-23, доб. 1318, tm@mami.ru

Аннотация: Предложена модель упругопластического материала при циклическом неизотермическом нагружении. Проведено сравнение рассчитанных по модели петель циклического упругопластического деформирования и экспериментальных результатов стали X18H9 при жестком нагружении и действии высоких температур. Проведено сравнение модели малоцикловой усталости, основанной на накопленной пластической деформации с формулой Мэнсона при повышенных температурах.

Ключевые слова: пластичность, циклическое нагружение, неизотермические условия.

Трехпараметрическая модель [1], предназначенная для расчета пластических деформаций при циклическом нагружении в изотермических условиях, обобщена на случай неизотермического нагружения. Это позволило описывать кривые циклического деформирования, учитывая эффект Баушингера, изменение модуля разгрузки и различные масштабы преобразования линейного и нелинейного участков первоначальных кривых деформирования, полученных при разных температурах. Показано, что существует зависимость, связывающая число циклов до разрушения образца с накопленной при высоких температурах пластической деформацией. На основе этой зависимости произведена оценка усталостной долговечности образцов.

1. Моделирование кривых циклического деформирования. Подход, основанный на описании кривых циклического деформирования в зависимости от структурного параметра, в качестве которого принят параметр Одквиста $\chi = \sum_i^n |\Delta \varepsilon_i^p|$, получил экспериментальное подтверждение при постоянной температуре для ряда конструкционных материалов [2]. В работе [3] предложено использовать понятие о термомеханической поверхности - поверхности неизотермического пластического деформирования

$$\sigma = F(\varepsilon_p, T). \quad (1)$$

Однако термомеханическая поверхность, построенная по изотермическим кривым деформирования, полученным при постоянных температурах испытаний, справедлива только для процессов, при которых не происходит изменение направления деформирования. При