

# ИЗВЕСТИЯ МГТУ «МАМИ»

ТРАНСПОРТНЫЕ МАШИНЫ, ТРАНСПОРТНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА И ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ УСТАНОВКИ

VEHICLES AND POWER PLANTS

№ 4 (46) 2020

Выходит 4 раза в год

ISSN 2074-0530

DOI: 10.31992/2074-0530-2020-46-4

## В номере

2	<b>Горелов В.А., Евсеев К.Б., Чудаков О.И., Балковский К.С.</b> Оценка показателей криволинейного движения автопоезда с помощью имитационного математического моделирования	<b>Gorelov V.A., Yevseyev K.B., Chudakov O.I., Balkovskiy K.S.</b> Evaluation of indicators of curvilinear movement of a road train using mathematical simulation
16	<b>Гришин А.И.</b> Повышение эффективности эксплуатации перистальтического насоса линейного типа	<b>Grishin A.I.</b> Improving the operational efficiency of the linear type peristaltic pump
25	<b>Есаков А.Е., Кретов А.В., Красавин П.А.</b> К предварительному синтезу алгоритмов автоматического управления автомобильными бесступенчатыми передачами с гибкими звенями	<b>Yesakov A.E., Kretov A.V., Krasavin P.A.</b> Preliminary synthesis of algorithms for automatic control of automobile continuously variable transmissions with flexible links
38	<b>Журавлева Л.А., Тхuan Н.В.</b> Уменьшение колеообразования широкозахватных дождевальных машин	<b>Zhuravleva L.A., Tkuan N.V.</b> Reduced rutting of wide-grip sprayers
46	<b>Косицын Б.Б.</b> Модель динамики колесной машины для комплекса натурно-математического моделирования	<b>Kositsyn B.B.</b> Model of the dynamics of a wheeled vehicle for a complex of full-scale-mathematical modeling
61	<b>Пильгунов В.Н., Ефремова К.Д.</b> Объемный гидропривод с последовательным подключением исполнительных гидродвигателей	<b>Pil'gunov V.N., Yefremova K.D.</b> Volumetric hydraulic drive with series connection of hydraulic actuators
70	<b>Сенькевич С.Е., Ильченко Е.Н., Годжаев З.А., Дурягина В.В.</b> Результаты проведения полевых исследований трактора класса тяги 1,4 с упруго-демпфирующим механизмом в силовом приводе	<b>Sen'kevich S.E., Il'chenko YE.N., Godzhayev Z.A., Duryagina V.V.</b> Results of field studies of a tractor of traction class 1,4 with an elastic damping mechanism in a power drive
80	<b>Стадухин А.А.</b> Исследование взаимосвязи между теоретическим и фактическим радиусами поворота гусеничной машины с помощью математического моделирования	<b>Stadukhin A.A.</b> Investigation of the relationship between theoretical and actual turning radii of a tracked vehicle using mathematical modeling
92	<b>Шаболин М.Л.</b> Оптимизация конструкции и экспериментальное исследование напряженно-деформированного состояния балансира задней подвески вездеходного транспортного средства	<b>Shabolin M.L.</b> Optimization of the design and experimental study of the stress-strain state of the rear suspension balancer of an all-terrain vehicle

# ОЦЕНКА ПОКАЗАТЕЛЕЙ КРИВОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ АВТОПОЕЗДА С ПОМОЩЬЮ ИМИТАЦИОННОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

д.т.н. Горелов В.А., к.т.н. Евсеев К.Б., к.т.н. Чудаков О.И., Балковский К.С.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

konstantin-balkovsky@ya.ru

**Введение:** широко распространенным подходом к перевозке крупногабаритных и тяжеловесных неделимых грузов по дорогам и местности является применение многоосных колесных транспортных комплексов, представляющих собой автопоезда. При этом в следствии значительных габаритных размеров одним из важнейших свойств таких машин является поворотливость, то есть возможность двигаться по траектории большой кривизны на ограниченной площади, что особенно актуально в зонах погрузки / разгрузки.

**Предмет исследования:** в статье представлен подход к прогнозированию показателей криволинейного движения многоосных колесных автопоездов, основанный на применении метода математического моделирования динамики систем тел.

**Методология и методы:** суть метода заключается в создании математической модели движения автопоезда, представленного системой твердых тел, которые объединены между собой кинематическими и силовыми связями. Разработанная в рамках исследования имитационная модель позволяет с высокой точностью учитывать особенности взаимодействия колесного движителя с опорной поверхностью, перераспределение нормальных реакций между опорноходовыми модулями, а также силовые факторы, возникающие в сцепном устройстве и обеспечивающие взаимодействие между тягачом и прицепным звеном. Математическое описание взаимодействия движителя с грунтом основывается на понятии об «эллипсе трения». С применением представленной модели проведена оценка поворотливости колесного автопоезда, оснащенного прицепным звеном с поворотными и неповоротными колесами. В качестве критерия оценки использовалась потребная ширина коридора по следам наружного (забегающего) и внутреннего (отстающего) колес. Для оценки целесообразности применения прицепного звена с полноуправляемыми колесами и, соответственно, усложнения конструкции машины дополнительно проведена оценка потребной мощности привода рулевого управления.

**Результаты и научная новизна:** разработана математическая модель динамики автопоезда, позволяющая с высокой точностью прогнозировать показатели криволинейного движения колесных транспортных средств, а также оценивать потребную мощность привода рулевого управления.

**Практическая значимость:** разработана математическая модель движения автопоезда, позволяющая проводить широкий круг испытаний по оценке не только показателей криволинейного движения, но и подвижности в целом колесных транспортных средств любой конфигурации.

**Ключевые слова:** колесная машина, автопоезд, математическая модель динамики, рулевое управление, поворотливость.

**Для цитирования:** Горелов В.А., Евсеев К.Б., Чудаков О.И., Балковский К.С. Оценка показателей криволинейного движения автопоезда с помощью имитационного математического моделирования // Известия МГТУ «МАМИ». 2020. № 4 (46). С. 2–15. DOI: 10.31992/2074-0530-2020-46-4-2-15.

## Введение

Широко распространенным способом перевозки крупногабаритных и тяжеловесных неделимых грузов по дорогам и местности является применение многоосных колесных транспортных комплексов, представляющих собой автопоезда. При этом вследствие значительных габаритных размеров одним из важнейших свойств таких машин является поворотливость, то есть возможность двигаться по тра-

ектории большой кривизны на ограниченной площади, что особенно актуально при проведении погрузочно-разгрузочных работ.

Закономерным решением, призванным повысить маневренность автопоездов, является применение поворотных колес на прицепном звене. Тем не менее реализация подобных систем влечет за собой усложнение и удорожание конструкции, а также дополнительные затраты мощности на привод поворота колес.

В связи с этим оценка эффективности применения всеколесного рулевого управления пристенного звена автопоезда на этапе проектирования является актуальной задачей.

Для оценки поворотливости автопоездов рациональным подходом является метод математического моделирования, позволяющий учитывать особенности взаимодействия колесного движителя с опорной поверхностью, перераспределение нормальных реакций между опорно-ходовыми модулями, а также силовые факторы, возникающие в сцепном устройстве и обеспечивающие взаимодействие между тягачом и пристенным звеном.

Таким образом, для решения поставленной задачи необходимо создать математическую модель движения многоосного колесного автопоезда, позволяющую учитывать перечисленные особенности взаимодействия машины с внешней средой. Транспортное средство при этом целесообразно рассматривать в виде совокупности твердых тел, движущихся в пространстве под действием внешних возмущений и объединенных шарнирными и силовыми связями [1, 2, 3].

В общем случае в зависимости от конфигурации машины и требуемой точности имитации движения, для описания автопоезда может использоваться различное количество тел и связей, что потребует составлять каждый раз новую систему дифференциальных уравнений. В связи с этим, для автоматизации синтеза указанной системы уравнений при создании модели целесообразно применять обобщенный подход к моделированию динамики систем тел, реализованный в таких программных комплексах как: ADAMS [4], Euler [5], Универсальный механизм [6], ФРУНД [7], MATLAB Simscape/Multibody [8, 9]. Указанный подход является распространенным при решении задач динамики автопоездов [10]. При этом важнейшим вопросом остается создание математической модели взаимодействия движителя с опорной поверхностью (ОП), позволяющей учитывать пространственное движение транспортного средства как системы твердых тел.

### **Математическая модель взаимодействия колесного движителя с опорной поверхностью**

В рамках данной работы предполагается исследование поворотливости колесного автопоезда, в связи с этим считается, что транспорт-

ное средство движется по опорной поверхности типа «плотный грунт». Под ОП такого типа понимается поверхность, малодеформируемая по нормали и в касательной плоскости, а бульдозерный и экскавационный эффекты при взаимодействии движителя с ОП отсутствуют.

Представленное в данном разделе математическое описание взаимодействия колесного движителя с опорной поверхностью типа «плотный грунт» предназначено для обеспечения возможности исследования прямолинейного и криволинейного движения колесных машин как по плоской опорной поверхности, так и (в случае необходимости) по гладким неровностям рельефа, габаритные размеры которых превышают диаметр колеса.

В связи с этим при создании математической модели взаимодействия колеса с опорной поверхностью (ОП) приняты следующие допущения:

- пятно контакта шины с ОП представляет собой прямоугольную площадку постоянных габаритных размеров;
- эпюра нормальных напряжений распределена равномерно по площади пятна контакта;
- взаимодействие колеса с опорным основанием в направлении нормали к опорной поверхности описывается упруго-демпфирующей неудерживающей силовой связью;
- касательная сила взаимодействия в каждом элементе пятна контакта с опорным основанием направлена против скорости скольжения этого элемента;
- проекция центра колеса по нормали к опорной поверхности совпадает с центром пятна контакта;
- опорная поверхность задается функциональной зависимостью вертикальной координаты макропрофиля  $z_{\text{оп}}$  от продольной  $x_{\text{оп}}$  и поперечной  $y_{\text{оп}}$  координат рассматриваемого участка местности в неподвижной системе координат XYZ;
- вектор нормали к опорной поверхности в каждом элементе пятна контакта незначительно отличается от вектора нормали, соответствующего точке опорной поверхности, расположенной под центром колеса вдоль вертикальной оси.

Перейдем к описанию взаимодействия колеса с опорным основанием. В связи с тем, что взаимодействие колеса с ОП в направлении нормали к опорной поверхности описывается упруго-демпфирующей связью, для вы-

числения значения сил необходимо определить деформацию шины, а также скорость ее изменения. Так, величина деформации шины может быть вычислена как:

$$f_{\text{ш}} = r_{\text{св}} - r_d, \quad (2)$$

где  $f_{\text{ш}}$  – деформация шины;  $r_{\text{св}}$  – свободный радиус колеса;  $r_d$  – динамический радиус колеса.

Так как динамический радиус представляет собой расстояние от оси колеса до опорной поверхности, то при принятых допущениях он может быть вычислен как проекция вектора, направленного из центра колеса к опорной поверхности вдоль оси  $Z$  на нормаль  $n_{\text{оп}}(x_k, y_k)$  в центре пятна контакта (принято допущение, что нормаль в каждой точке контакта и непосредственно под центром колеса в направлении оси  $Z$  отличаются слабо, рис. 1):

$$r_d = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ z_k - z_{\text{оп}}(x_k, y_k) \end{pmatrix} \cdot \overrightarrow{n_{\text{оп}}(x_k, y_k)}, \quad (3)$$

где  $x_k, y_k, z_k$  – координаты центра колеса в глобальной системе координат  $XYZ$  (определяются в результате интегрирования уравнений динамики машины в каждый момент времени).

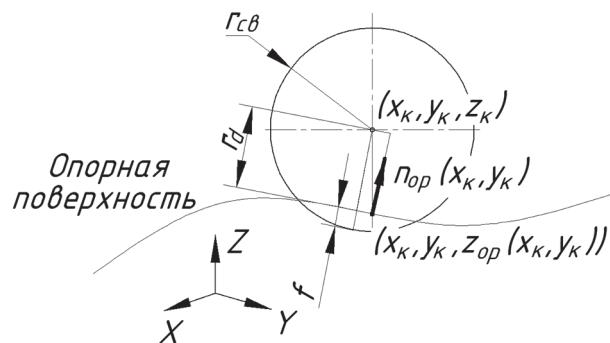


Рис. 1. Расчетная схема определения деформации шины

Fig. 1. Design scheme for determining tire deformation

Взаимодействие колеса с ОП носит неудерживающий характер, в связи с этим если  $f_{\text{ш}} < 0$ , то величины всех силовых факторов, возникающих в пятне контакта, принимаются равными 0 и дальнейших вычислений не производится.

Скорость деформации шины есть абсолютная скорость центра колеса в направлении нормали к опорной поверхности, то есть:

$$\dot{f}_{\text{ш}} = \vec{v}_k \cdot \overrightarrow{n_{\text{оп}}(x_k, y_k)}, \quad (4)$$

где  $v_k$  – скорость колеса в глобальной системе координат (определяется в результате интегрирования уравнений динамики машины в каждый момент времени).

В связи с тем, что эпюра нормальных напряжений распределена равномерно по пятну контакта, величину суммарной нормальной реакции, действующей на колесо, можно определить как:

$$|\overrightarrow{R_z}| = c_{\text{ш}} f_{\text{ш}} - b_{\text{ш}} \dot{f}_{\text{ш}}, \quad (5)$$

где  $|\overrightarrow{R_z}|$  – величина суммарной нормальной реакции, действующей на колесо;  $c_{\text{ш}}$  – жесткость шины;  $b_{\text{ш}}$  – коэффициент демпфирования шины.

Для анализа режимов нагружения рулевого привода необходимо определить момент сопротивления повороту колеса, возникающий вследствие скольжения элементов контакта шины по опорной поверхности. В связи с этим пятно контакта разбивается на конечное число элементарных площадок  $n_s$ , тогда

$$|\overrightarrow{R_{3z}}| = |\overrightarrow{R_z}| / n_s, \quad (6)$$

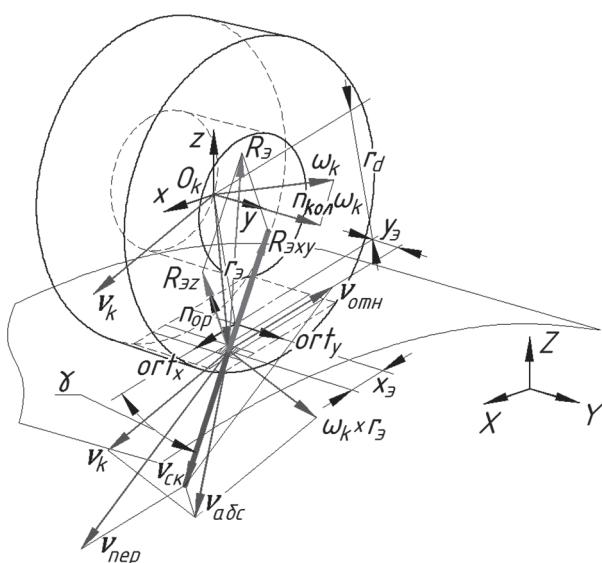
где  $|\overrightarrow{R_{3z}}|$  – составляющая нормальной реакции, действующая на каждую элементарную площадку пятна контакта;

За счет того, что эпюра нормальных напряжений распределена равномерно по пятну контакта, в рамках исследования движения машины будет получена гарантированная оценка режимов нагружения рулевого привода.

Подход к определению касательной составляющей силы взаимодействия каждой элементарной площадки пятна контакта с опорной поверхностью основывается на представлении об «эллипсе трения». Считается, что вектор касательной реакции каждой элементарной площадки направлен против скорости скольжения центра этой площадки (рис. 2) [11].

Для определения величины и направления скорости скольжения каждой элементарной площадки необходимо из абсолютной скорости ее центра в глобальной системе координат вычесть составляющую, направленную по нормали к опорной поверхности (рис. 2):

$$\vec{v}_{\text{абс}i} = \vec{v}_k + \vec{\omega}_k \cdot \vec{r}_{3i};$$



**Рис. 2. Расчетная схема взаимодействия колеса с опорным основанием**

*Fig. 2. Design scheme of interaction of the wheel with the support base*

$$\vec{v}_{\text{ск}i} = \vec{v}_{\text{абс}i} - \left( \vec{v}_{\text{абс}i} \cdot \overrightarrow{n_{\text{оп}}(x_k, y_k)} \right) \overrightarrow{n_{\text{оп}}(x_k, y_k)}, \quad (7)$$

где  $\vec{v}_{\text{абс}i}$  – вектор абсолютной скорости центра  $i$ -ой элементарной площадки в глобальной системе координат;  $\vec{\omega}_k$  – вектор угловой скорости поворота колеса в глобальной системе координат (определяется в результате интегрирования уравнений динамики машины в каждый момент времени);  $\vec{r}_{\text{и}}$  – радиус-вектор расположения центра  $i$ -ой элементарной площадки относительно центра колеса (в компонентах проекций на оси глобальной системы координат);  $\vec{v}_{\text{абс}i} \cdot \overrightarrow{n_{\text{оп}}(x_k, y_k)}$  – проекция вектора абсолютной скорости центра элементарной площадки на вектор нормали к опорной поверхности;  $\vec{v}_{\text{ск}i}$  – вектор скорости скольжения центра  $i$ -ой элементарной площадки.

Компоненты вектора  $\vec{r}_{\text{и}}$  вычисляются следующим образом. В связи с тем, что геометрические размеры пятна контакта приняты постоянными, координаты каждой элементарной площадки относительно его центра известны (рис. 2):  $x_{\text{и}i}$ ,  $y_{\text{и}i}$ .

Далее определяется ориентация рассматриваемого пятна контакта в пространстве. Очевидно, что продольная его ось (пятна контакта) должна быть перпендикулярна вектору нормали к опорной поверхности в точке контакта, а также оси вращения колеса, тогда:

$$\overrightarrow{ort_x} = \overrightarrow{n_{\text{кол}}} \cdot \overrightarrow{n_{\text{оп}}(x_k, y_k)}, \quad (8)$$

где  $\overrightarrow{ort_x}$  – орт, определяющий продольную ось пятна контакта;  $\overrightarrow{n_{\text{кол}}}$  – нормаль к плоскости вращения колеса (ось вращения колеса).

Поперечная ось пятна контакта определяется аналогичным образом:

$$\overrightarrow{ort_y} = \overrightarrow{n_{\text{оп}}(x_k, y_k)} \cdot \overrightarrow{ort_x}, \quad (9)$$

где  $\overrightarrow{ort_y}$  – орт, определяющий поперечную ось пятна контакта.

Ось вращения колеса  $\overrightarrow{n_{\text{кол}}}$  (нормаль к плоскости вращения колеса) изменяется в процессе движения машины, в связи с чем может быть найдена при помощи матрицы поворота  $R_k$ , осуществляющей переход из локальной системы координат, связанной с центром колеса, в глобальную систему координат  $XYZ$ .

$$\overrightarrow{n_{\text{кол}}} = R_k^T \cdot \overrightarrow{n_{\text{кол}0}}, \quad (10)$$

где  $R_k$  – матрица поворота из локальной системы координат, связанной с центром колеса, в глобальную систему координат  $XYZ$  (определяется в ходе интегрирования уравнений динамики машины в каждый момент времени);  $\overrightarrow{n_{\text{кол}0}}$  – положение нормали к плоскости вращения колеса в первый момент времени (если оси локальной системы координат колеса в начальный момент времени были сонаправлены с осями  $XYZ$ , то  $\overrightarrow{n_{\text{кол}0}} = (0 \ 1 \ 0)^T$ ).

Таким образом, получены направляющие орты, позволяющие определить ориентацию площадки контакта в глобальной системе координат и определить вектор  $\vec{r}_{\text{и}}$ .

$$\vec{r}_{\text{и}} = x_{\text{и}i} \cdot \overrightarrow{ort_x} + y_{\text{и}i} \cdot \overrightarrow{ort_y} + (-r_d) \cdot \overrightarrow{n_{\text{оп}}(x_k, y_k)}. \quad (11)$$

Знак «минус» необходим для изменения направления вектора нормали – от центра колеса к опорной поверхности.

Известно [11, 12, 13], что величина касательной, составляющей силы взаимодействия колеса с опорным основанием, определяется произведением коэффициента взаимодействия колеса с ОП на нормальную реакцию. Распространим указанное допущение на каждую элементарную площадку пятна контакта, тогда:

$$|\overrightarrow{R_{\text{з}xy}}| = \mu_i \cdot |\overrightarrow{R_{\text{з}z}}|, \quad (12)$$

где  $|\overrightarrow{R_{\text{з}xy}}|$  – касательная составляющая силы взаимодействия с опорным основанием  $i$ -ой элементарной площадки пятна контакта;  $\mu_i$  –

коэффициент взаимодействия  $i$ -ой элементарной площадки с опорным основанием.

Величина коэффициента  $\mu$  зависит от большого количества факторов, наиболее значимыми из которых являются коэффициент скольжения  $s$  и тип опорной поверхности. Так, зависимость  $\mu$  от указанных факторов в случае несвязных грунтов описывается следующей экспоненциальной зависимостью [14]:

$$\mu_i = \mu_{\max i} \left( 1 - e^{-\frac{|s_i|}{s_0}} \right). \quad (13)$$

где  $\mu_{\max i}$  – максимальный коэффициент взаимодействия  $i$ -ой элементарной площадки с опорным основанием при  $s_i \rightarrow \infty$ ;  $s_i$  – коэффициент скольжения центра  $i$ -ой элементарной площадки;  $s_0$  – коэффициент, определяющий форму кривой  $\mu(s)$ .

Для вычисления коэффициента скольжения центра каждой элементарной площадки помимо скорости скольжения  $\vec{v}_{\text{ск}i}$  необходимо определить величину ее переносной и относительной скорости (рис. 2). Относительная скорость движения центра каждой элементарной площадки соответствует окружной скорости вращения колеса:

$$\vec{v}_{\text{отн}i} = \omega_{k_y} \overrightarrow{n_{\text{кол}}} (-r_0) \overrightarrow{n_{\text{оп}}(x_k, y_k)}, \quad (14)$$

где  $\vec{v}_{\text{отн}i}$  – относительная скорость центра  $i$ -ой элементарной площадки;  $\omega_{k_y}$  – величина угловой скорости колеса относительно оси вращения;  $r_0$  – радиус качения колеса без скольжения (в свободном режиме).

В случае, если величина  $r_0$  неизвестна, ее можно приблизенно оценить через свободный радиус колеса [15]:

$$r_0 = 0,97 r_{\text{св}}. \quad (15)$$

Переносная скорость центра каждой элементарной площадки может быть определена как разность между скоростью скольжения  $\vec{v}_{\text{ск}i}$  и относительной скоростью  $\vec{v}_{\text{отн}i}$ :

$$\vec{v}_{\text{пер}i} = \vec{v}_{\text{ск}i} - \vec{v}_{\text{отн}i}, \quad (16)$$

где  $\vec{v}_{\text{пер}i}$  – переносная скорость центра  $i$ -ой элементарной площадки.

Теперь величина коэффициента скольжения  $i$ -ой элементарной площадки  $s_i$  может быть найдена по формуле:

$$s_i = \frac{|\vec{v}_{\text{ск}i}|}{\max(|\vec{v}_{\text{отн}i}|, |\vec{v}_{\text{пер}i}|)}, \quad (17)$$

В общем случае взаимодействие колеса с опорным основанием не изотропно, что связано с геометрией контактной поверхности колеса, например, наличием грунтозацепов. В связи с этим для определения коэффициента  $\mu_{\max i}$  для текущего направления скорости скольжения используется эллиптическая зависимость (рис. 3) [16].

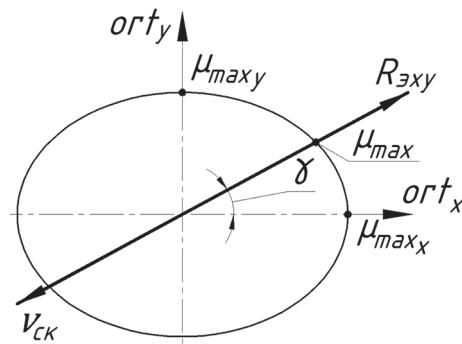


Рис. 3. Эллипс трения

Fig. 3. Friction ellipse

Примем допущение, что максимальный коэффициент взаимодействия каждой элементарной площадки с опорным основанием описывается эллипсом с параметрами  $\mu_{\max x}$  и  $\mu_{\max y}$  такими же, как и для пятна контакта в целом, тогда:

$$\mu_{\max i} = \frac{\mu_{\max x} \mu_{\max y}}{\sqrt{\mu_{\max x}^2 \sin^2 \gamma_i + \mu_{\max y}^2 \cos^2 \gamma_i}}, \quad (18)$$

где  $\mu_{\max x}$ ,  $\mu_{\max y}$  – максимальные коэффициенты взаимодействия колеса с опорным основанием в продольном и поперечном направлениях;  $\gamma_i$  – угол между продольной осью пятна контакта и направлением скорости скольжения  $i$ -ой элементарной площадки.

Величины косинуса и синуса угла направления скорости скольжения  $\gamma_i$  определяются с помощью проекций скорости скольжения на продольную  $v_{\text{ск}xi}$  и поперечную  $v_{\text{ск}yi}$  оси пятна контакта:

$$\cos(\gamma_i) = \frac{v_{\text{ск}xi}}{\overline{|v_{\text{ск}i}|}} = \frac{\overrightarrow{v_{\text{ск}i}} \cdot \overrightarrow{ort_x}}{\overline{|v_{\text{ск}i}|}}, \quad (19)$$

$$\sin(\gamma_i) = \frac{v_{\text{ск}yi}}{\overline{|v_{\text{ск}i}|}} = \frac{\overrightarrow{v_{\text{ск}i}} \cdot \overrightarrow{ort_y}}{\overline{|v_{\text{ск}i}|}}.$$

Таким образом, на основании вышеизложенного вектор силы взаимодействия  $i$ -ой элементарной площадки с опорным основанием  $\vec{R}_{\alpha i}$  определяется как (рисунок рисунок 3):

$$\vec{R}_{\alpha i} = -\mu_i \left| \vec{R}_{\alpha z} \right| \cdot \frac{\vec{v}_{\text{сKİ}}}{\left| \vec{v}_{\text{сKİ}} \right|} + \left| \vec{R}_{\alpha z} \right| \cdot \overrightarrow{n_{\text{оп}}(x_k, y_k)}. \quad (20)$$

Далее, вектор суммарной силы взаимодействия колеса с опорным основанием  $\vec{R}_{\Sigma}$  вычисляется по формуле:

$$\vec{R}_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{n_3} \vec{R}_{\alpha i}. \quad (21)$$

Проекции суммарной силы взаимодействия на оси пятна контакта определяются как:

$$\left| \vec{R}_x \right| = \vec{R}_{\Sigma} \cdot \overrightarrow{ort_x}, \quad \left| \vec{R}_y \right| = \vec{R}_{\Sigma} \cdot \overrightarrow{ort_y}, \quad (22)$$

где  $\left| \vec{R}_x \right|, \left| \vec{R}_y \right|$  – продольная и поперечная составляющие касательной реакции в контакте колеса с опорной поверхностью.

Известно, что мощность, подводимая к колесу машины через трансмиссию, расходуется на совершение полезной работы – создание тяги, а также на гистерезисные потери в эластичной шине. В связи с этим момент сопротивления вращению колеса  $M_k^f$ , нагружающий трансмиссию машины, вычисляется следующим образом:

$$M_k^f = \left( \left| \vec{R}_x \right| + f_{\text{рp}} \left| \vec{R}_z \right| \right) \cdot r_0, \quad (23)$$

где  $f_{\text{рp}}$  – коэффициент сопротивления качению колеса в ведомом режиме.

Тогда, очевидно, что момент  $M_k^f$  должен соответствовать проекции момента взаимодействия колеса с опорным основанием в направлении его оси вращения. Таким образом, общий вектор момента взаимодействия колеса с опорным основанием представляет собой момент от силы, реализуемой в элементарных площадках  $\vec{R}_{\alpha i}$ , с учетом гистерезисных потерь вшине, и может быть определен как:

$$\vec{M}_k = \sum_{i=1}^{n_3} \vec{r}_{\alpha i} \times \vec{R}_{\alpha i} - (\overrightarrow{n_{\text{кол}}} \cdot \sum_{i=1}^{n_3} \vec{r}_{\alpha i} \times \vec{R}_{\alpha i}) - M_k^f \overrightarrow{n_{\text{кол}}}, \quad (24)$$

Знак «минус» перед  $M_k^f$  обусловлен тем, что положительная величина силы  $\left| \vec{R}_x \right|$  создает отрицательный момент относительно оси вращения колеса.

Представленный подход к описанию взаимодействия колеса с опорным основанием

был реализован в программном комплексе MATLAB Simulink.

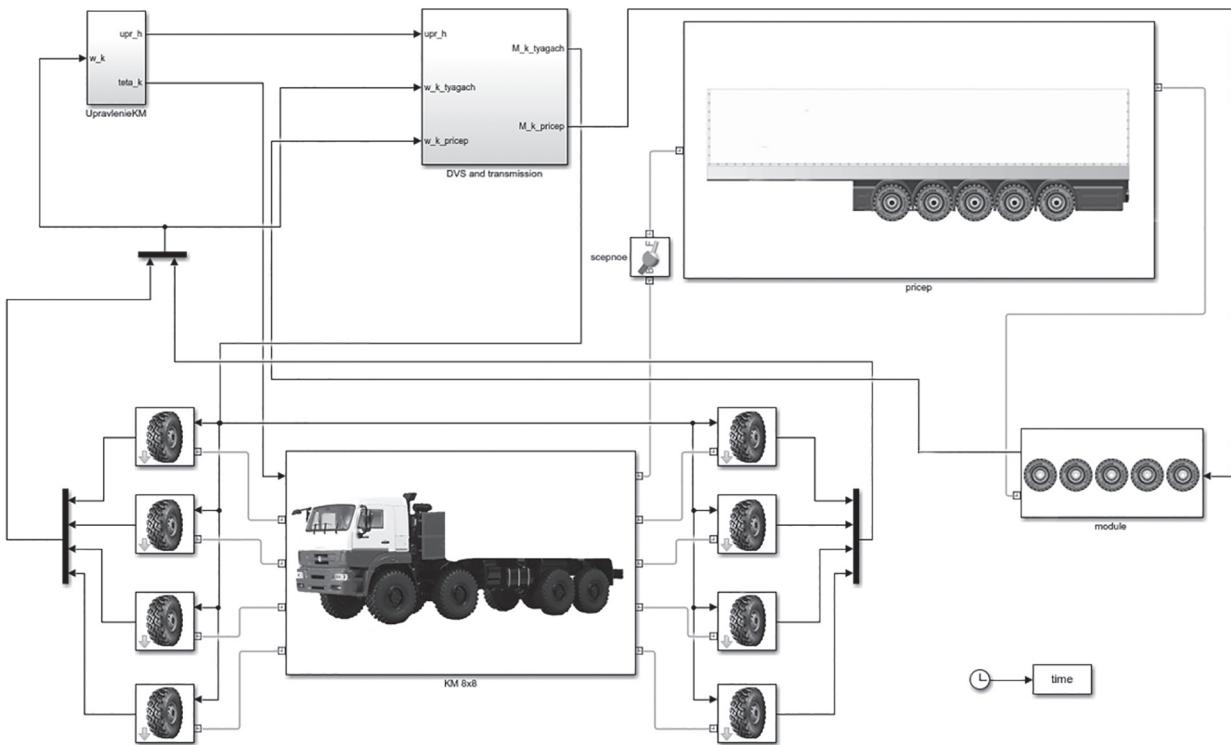
## **Математическая модель динамики автопоезда**

Для исследования поворотливости колесного автопоезда была создана имитационная математическая модель, структурная схема которой показана на рис. 4. Модель выполнена на базе программного комплекса MATLAB, с использованием стандартных блоков библиотек Simulink и Simscape/MultiBody.

Разработанная модель была разбита на функциональные блоки, соответствующие узлам транспортной машины. Так, корпус тягача и прицеп представляют собой твердые тела, обладающее соответствующими массо-инерционными характеристиками. Поворотные кулаки колес также представляются твердыми телами и связаны с корпусом при помощи инструмента создания вращательного шарнира Revolute Joint, обеспечивающего возможность поворота вокруг вертикальной оси. Координаты точек связи поворотных кулаков с корпусом машины соответствуют геометрическим параметрам рассматриваемого объекта исследования. Поскольку в данной работе исследуется поворотливость, то на первом этапе движение колесной машины осуществляется по ровной горизонтальной опорной поверхности, в связи с чем система подрессоривания транспортного средства не моделируется.

Колеса тягача и прицепного звена также представлены твердыми телами и связаны с поворотными кулаками при помощи вращательных шарниров Revolute Joint, обеспечивающих возможность их поворота относительно осей вращения. Тягач связан с прицепным звеном через седельно-цепное устройство, которое в разрабатываемой модели представлено в виде сферического шарнира Spherical Joint, имеющего три вращательные степени свободы.

Разработанная имитационная модель позволяет исследовать движение автопоезда в пространстве с учетом кинематики поворота колес, а также взаимного влияния тягача и прицепа в процессе движения. При этом для проведения вычислительных экспериментов по оценке поворотливости транспортного средства модель дополнена блоком рулевого управления, согласующим углы поворота управляемых колес с задающим воздействием.



**Рис. 4. Пользовательский интерфейс модели, выполненной в программном комплексе автоматизированного анализа динамики систем твердых тел**

*Fig. 4. User interface of the model made in the software for automated analysis of the dynamics of rigid body systems*

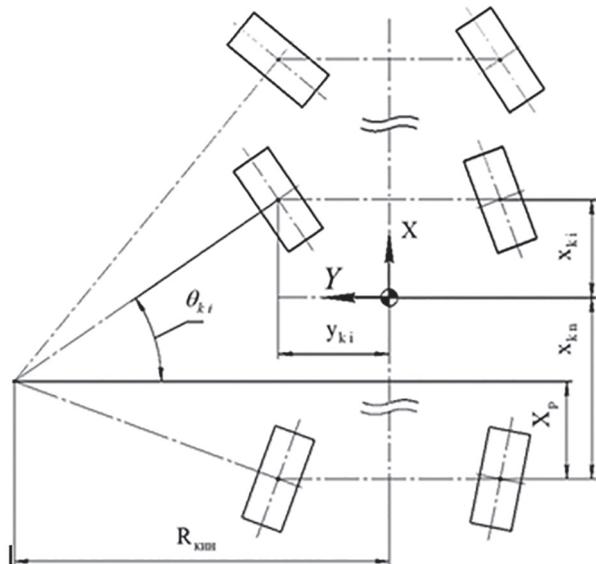
### Рулевое управление

Кривизна траектории движения задается водителем транспортного средства с помощью рулевого колеса. Взаимосвязь между задаваемой кривизной траектории  $k_b$  и углами поворота управляемых колес описывается при помощи геометрии «Аккермана» [17].

Так, при традиционной схеме рулевого управления (рис. 5) уравнение связи теоретической кривизны траектории  $k_b$  и угла поворота  $i$ -го колеса в общем виде имеет вид:

$$\begin{aligned} \theta_{k_i}^{\text{треб}} &= \text{atan} \left( \frac{x_{k_i} - x_{k_n} - X_p}{R_{\text{кин}} - y_{k_i}} \right) = \\ &= \text{atan} \left( \frac{(x_{k_i} - x_{k_n} - X_p) k_b}{1 - y_{k_i} \cdot k_b} \right), \end{aligned} \quad (25)$$

где  $\theta_{k_i}^{\text{треб}}$  – требуемый угол поворота  $i$ -го колеса;  $x_{k_i}$  – продольная координата  $i$ -го колеса относительно центра масс машины;  $x_{k_n}$  – продольная координата последнего колеса (последней оси) относительно центра



**Рис. 5. Схема поворота согласно геометрии «Аккермана»**

*Fig. 5. Turning scheme according to the Ackermann steering geometry*

масс машины;  $X_p$  – координата полюса поворота, отсчитываемая относительно последней оси машины;  $R_{\text{кин}}$  – кинематический радиус поворота транспортного средства ( $R_{\text{кин}} = 1/k_b$ );  $y_{ki}$  – поперечная координата  $i$ -го колеса относительно центра масс машины.

В зависимости от формулы рулевого управления часть осей может являться неповоротными, в этом случае углы поворота соответствующих колес  $\theta_{ki}^{\text{треб}}$  принимаются равными нулю.

Для оценки нагруженности элементов рулевого привода управление поворотом колес осуществляется силовым методом. Система управлений построена на основе пропорционально-интегрально-дифференциального (ПИД) регулятора с использованием обратной связи по углу поворота колеса. Ошибка регулирования  $e_\theta$  определяется как разница между требуемым углом поворота колеса и текущим, который в данный момент времени реализован в имитационной модели:

$$e_\theta = \theta_k^{\text{треб}} - \theta_k, \quad (26)$$

где  $\theta_k^{\text{треб}}$  – требуемый угол поворота колеса;  $\theta_k$  – текущий угол поворота колеса.

Величина параметра управления привода механизма поворота колеса, необходимая для реализации  $\theta_k^{\text{треб}}$ , определяется при помощи ПИД регулятора:

$$h_{\text{мех}} = k_{p\theta} e_\theta(t) + k_{i\theta} \int e_\theta(t) dt + k_{d\theta} \frac{de_\theta(t)}{dt}, \quad (27)$$

где  $h_{\text{мех}}$  – параметр управления привода механизма поворота;  $k_{p\theta}$ ,  $k_{i\theta}$ ,  $k_{d\theta}$  – пропорциональный, интегральный и дифференциальный коэффициенты ПИД регулятора.

Полученный параметр управления привода механизма поворота позволяет осуществлять регулирование крутящего момента (например, в долях от заданной максимальной величины), обеспечивающего вращение поворотного кулака на заданный угол, а также удержание его в заданном положении.

## Результаты исследования

Для проведения исследования выбран автопоезд полной массой 110 тонн, геометрические параметры которого приведены на рис. 66.

В качестве оценочного параметра поворотливости автопоезда выбрана потребная ширина коридора по следам наружного (забегающего) и внутреннего (отстающего) колес. Для проведения сравнительных исследований виртуальные эксперименты проводились для двух вариантов рулевого управления автопоезда:

- колеса прицепа неповоротные (формула рулевого управления 1-2-0-4 – 0-0-0-0-0);
- все колеса прицепа поворотные (управляемые, формула рулевого управления 1-2-0-4 – 1-2-3-4-5).

Полюс рулевого управления тягача расположен в центре третьей оси. Расположение полюса рулевого управления прицепа получено путем многократных вычислительных экспериментов с применением разработанной модели. Установлено, что его рациональное расположение находится на расстоянии порядка 7,5 м от центра седельно-сцепного устройства.

Полученная в ходе виртуальных испытаний зависимость потребной ширины коридора от радиуса поворота автопоезда в случае поворотных и неповоротных колес прицепа представлена на рис. 7.

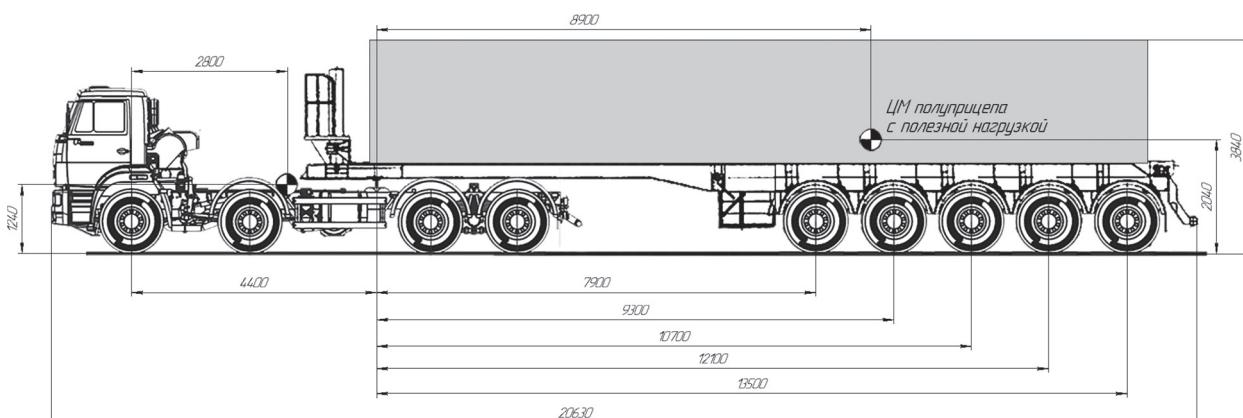


Рис. 6. Геометрические параметры объекта исследования

Fig. 6. Geometric parameters of the research object

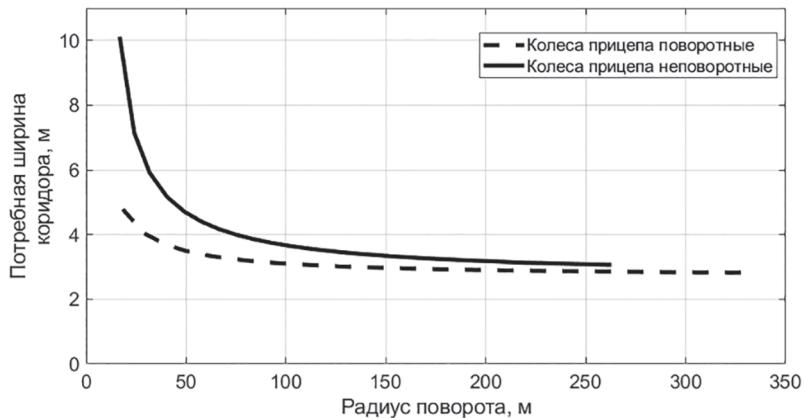


Рис. 7. Зависимость требуемой ширины коридора от радиуса поворота

Fig. 7. Dependence of the required width of the corridor on the turning radius

При моделировании считалось, что транспортное средство движется по опорной поверхности «грунтовая дорога» (коэффициент сопротивления качению – 0,03, максимальный коэффициент взаимодействия движущегося с опорной поверхностью – 0,5 [18]). Скорость движения поддерживалась постоянной на уровне 5 км/ч.

В таблицах 1 и 2 представлены результаты моделирования для ряда расчетных теоретических радиусов поворота.

Из полученных данных видно, что применение прицепа, оснащенного всеми поворотными колесами, позволит существенно уменьшить потребную ширину коридора для осуществления поворота малого радиуса (до двух раз). При этом задаваемый радиус поворота (теоретический) в случае прицепа с управляемыми колесами близок к фактическому, что говорит о меньшем скольжении колес, а значит меньших потерях энергии на движение.

Таблица 1

#### Результаты моделирования автопоезда с неповоротными колесами прицепа

Table 1. Simulation results of a road train with non-swivel trailer wheels

Радиус поворота (теоретический), м	Радиус поворота тягача (фактический), м	Радиус поворота прицепа (фактический), м	Радиус траектории движения забегающего колеса, м	Радиус траектории движения отстающего колеса, м	Потребная ширина коридора (по колесам), м
25	21,6	16,38	23,23	15,08	8,15
30	25,09	20,96	26,64	19,66	6,98
40	32,42	29,36	33,9	28,05	5,85
50	40,65	38,27	42,11	36,95	5,16
80	65,05	63,59	66,47	62,26	4,21

Таблица 2

#### Результаты моделирования автопоезда с поворотными колесами прицепа

Table 2. Simulation results of a road train with swivel trailer wheels

Радиус поворота (теоретический), м	Радиус поворота тягача (фактический), м	Радиус поворота прицепа (фактический), м	Радиус траектории движения забегающего колеса, м	Радиус траектории движения отстающего колеса, м	Потребная ширина коридора (по колесам), м
25	25,44	24,27	27,32	23,03	4,29
30	30,53	29,6	32,33	28,34	3,99
40	40,7	40,02	42,4	38,73	3,67
50	50,88	50,33	52,51	49,04	3,48
80	81,4	81,06	82,94	79,75	3,19

Следующим этапом является оценка потребной мощности привода для обеспечения поворота колес прицепного звена. Для проведения вычислительного эксперимента были выбраны наиболее тяжелые условия работы рулевого управления – резкий поворот руля при стоянке машины на опорной поверхности с высокими сцепными свойствами. Исходные данные для проведения вычислительного эксперимента представлены в таблице 3.

Результаты моделирования представлены в таблице 4 и на рис. 8–10. Оценка потребного

крутящего момента и мощности проводилась для наиболее нагруженной оси прицепного звена – последней. Результаты моделирования позволяют выбрать максимальную мощность привода поворота колеса на уровне 6,2 кВт, то есть для рассматриваемого пятиосного прицепного звена суммарная потребная мощность рулевого привода составит 62 кВт.

Проведенное исследование позволяет сформировать требования к приводу поворота колес прицепного звена. В данном случае исследовались наиболее простые случаи, когда

*Таблица 3*

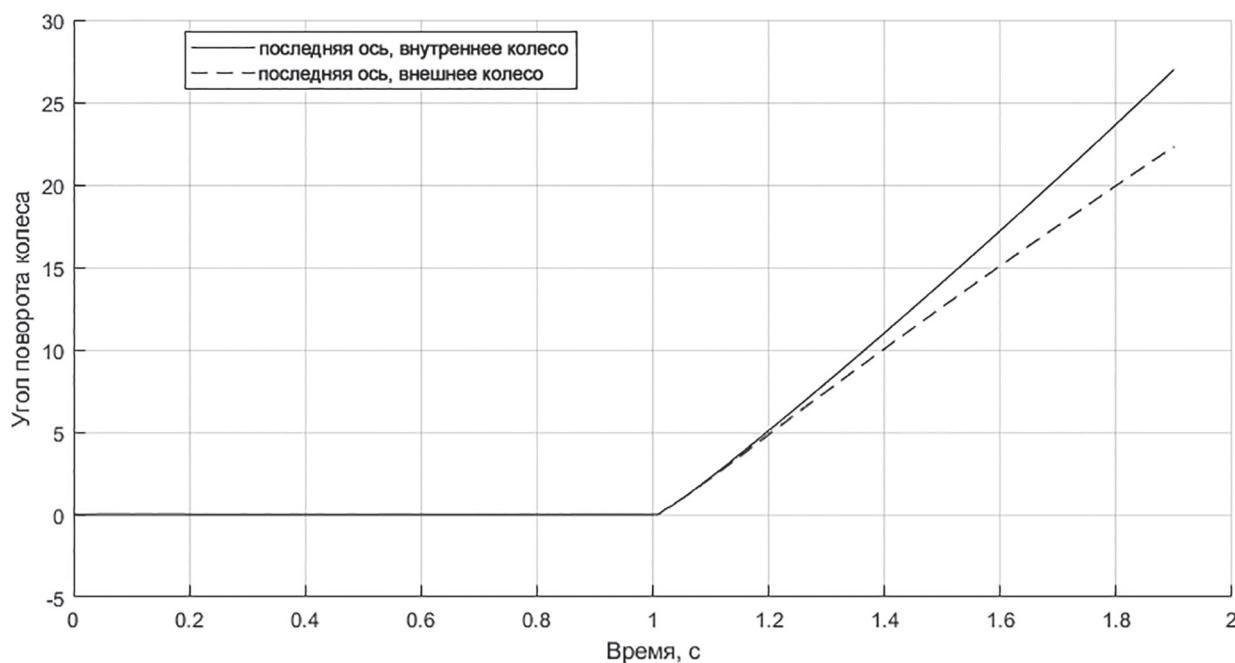
**Исходные данные для оценки потребной мощности привода поворота колес**  
*Table 3. Initial data for assessing the required power of the wheel steering drive*

Параметр	Значение
Максимальный угол поворота рулевого колеса, град	$\pm 360$
Максимальный угол поворота колеса, град	27
Скорость поворота руля, рад/с	7
Время поворота руля, с	0,898
Максимальный коэффициент взаимодействия движителя с грунтом	0,7

*Таблица 4*

**Результаты моделирования нагруженности привода рулевого управления**  
*Table 4. Simulation results of the steering drive load*

Параметр	Значение
Максимальный крутящий момент относительно центра пятна контакта, Нм	10800
Максимальная мощность, необходимая для поворота колеса, кВт	6,2



**Рис. 8. Заданное изменение угла поворота колес последней оси прицепного звена**

*Fig. 8. The specified change in the angle of rotation of the wheels of the last axle of the trailer link*

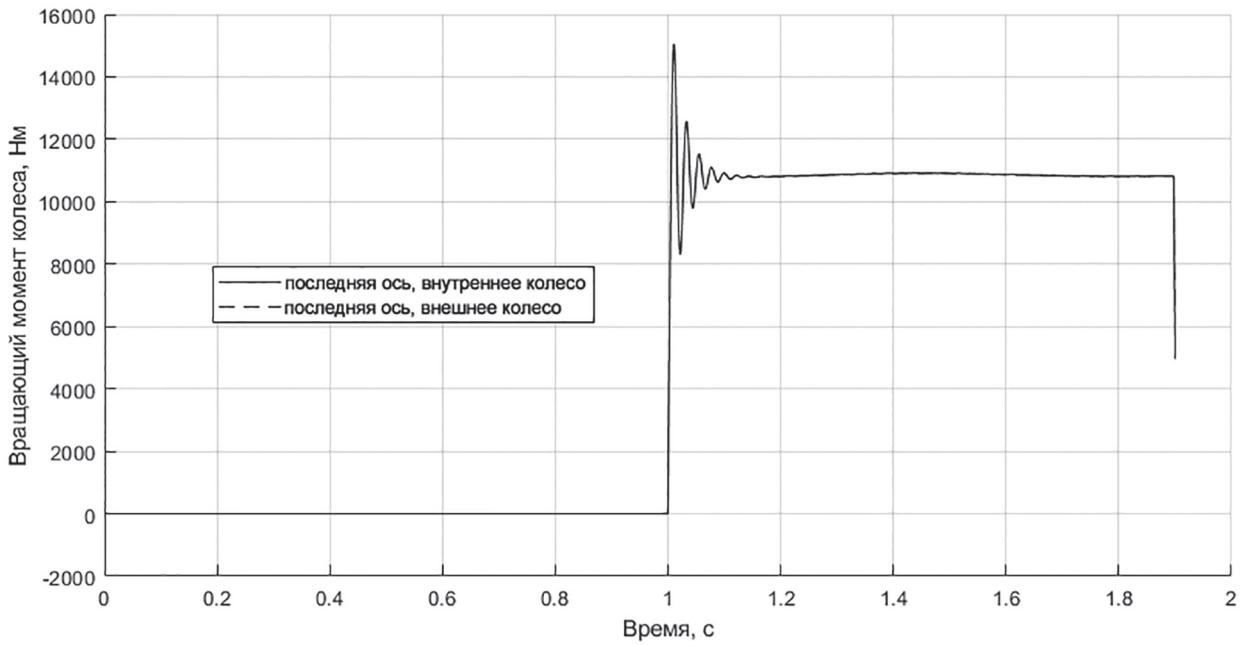


Рис. 9. Вращающий момент, приложенный к колесам для поворота

Fig. 9. The torque applied to the wheels for turning

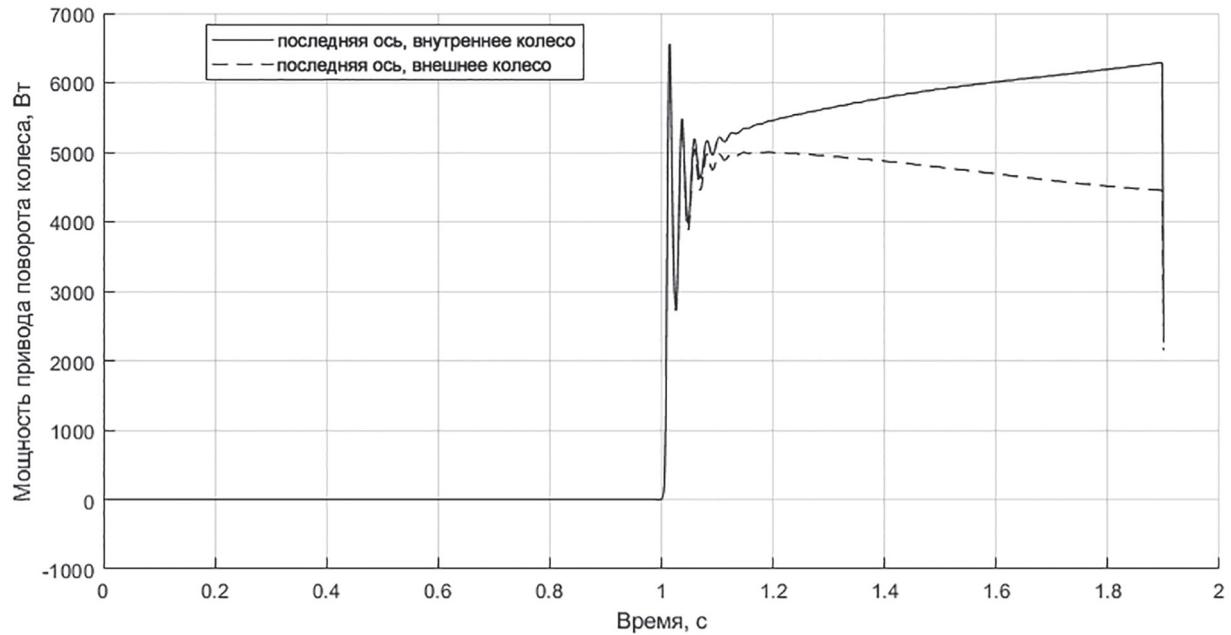


Рис. 10. Мощность привода необходимая для поворота колес

Fig. 10. Drive power required to turn the wheels

все колеса либо управляемые, либо неуправляемые, а положение полюса поворота фиксировано. Очевидно, что описанный в статье подход справедлив и для исследования более сложных алгоритмов поворота колес автопоезда, например, с переменным положением полюса поворота [19], отключением привода поворота некоторых колес и т.д. Подобные алгоритмы наиболее легко реализуются при организации

всеколесного привода рулевого управления. В случае, если такой подход к повороту колес организован с помощью электрических машин, то полученный выше уровень мощности привода можно считать соответствующим кратковременному режиму работы. Определение длительных режимов работы системы является задачей отдельного исследования и требует анализа условий эксплуатации машины.

## Выводы

На основании исследования можно сделать заключение, что применение метода компьютерного моделирования с использованием динамики систем твердых тел является эффективным средством для прогнозирования поворотливости автопоездов, а также формирования требований к приводу поворота управляемых колес.

Исследование позволило оценить преимущества применения всеколесного рулевого управления на прицепном звене, получить рациональное положение полюса рулевого управления, определить потребную ширину коридора при различных радиусах поворота, а также сформировать требования к приводу поворота колес.

Кроме того, в ходе исследования разработана математическая модель динамики автопоезда, позволяющая проводить широкий круг исследований по оценке подвижности колесных машин различной конфигурации.

## Литература

1. ADAMS – The Multibody Dynamics Simulation Solution [URL: <https://www.mscsoftware.com/product/adams>] (дата обращения: 17.07.2020)
2. EULER – Software Complex for Automated Dynamic Analysis of Multibody Mechanical Systems [URL: <http://www.euler.ru/index.php/euler>] (дата обращения: 17.07.2020)
3. Универсальный механизм – программный комплекс для моделирования динамики механических систем. [URL: <http://www.umlabs.ru/pages/index.php>] (дата обращения: 17.07.2020)
4. ФРУНД – программная система формирования решений уравнений нелинейной динамики. [URL: <http://www.frund.vstu.ru>] (дата обращения: 17.07.2020)
5. MATLAB Simscape/Multibody – Model and simulate multibody mechanical systems. [URL: <https://www.mathworks.com/products/simmechanics.html>] (дата обращения: 17.07.2020)
6. Simscape™ Multibody™ Getting Started Guide. The MathWorks, Inc. 2017 [https://www.mathworks.com/help/releases/R2017b/pdf\\_doc/physmod/sm/mech\\_gs.pdf](https://www.mathworks.com/help/releases/R2017b/pdf_doc/physmod/sm/mech_gs.pdf) (дата обращения 8.07.2020)
7. Рождественский Ю.Л., Машков К.Ю. О формировании реакций при качении упругого колеса по недеформируемому основанию // Труды МВТУ. 1982. № 390. С. 56–64.
8. Ларин В.В. Теория движения полноприводных колесных машин: учебник. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010. 391 с.
9. Смирнов Г.А. Теория движения колесных машин: Учебник для студентов машиностроительных специальностей вузов. 2-е изд., доп. и перераб. М.: Машиностроение. 1990. 352 с.
10. Janosi Z. Hanamoto B. The analytical determination of drawbar pull as a function of slip for tracked vehicles in deformable soil // Intern. Conf. on the mechanics of soil-vehicles. Tyrrin. 1961. Report 44. P. 331–359.
11. Проектирование полноприводных колесных машин: Учебник для вузов: П79 В 3 т. Т. 2 / Б.А. Афанасьев, Л.Ф. Жеглов, В.Н. Зузов и др.; Под ред. А.А. Полунгяна. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008. 528 с.
12. Олейко Ф.А. Экспериментальное исследование анизотропного трения // МИМЭСХ: Сб. научно-технических трудов. М.: Советская наука. 1952. С. 57–64
13. Раймпель Й. Шасси автомобиля. Рулевое управление. М.: Машиностроение. 1987. 232 с.
14. Платонов В.Ф., Леишвили Г.Р. Гусеничные и колесные транспортно-тяговые машины. М.: Машиностроение. 1986. 296 с.
15. Горелов В.А. Научные методы повышения безопасности и энергоэффективности движения многоосных колесных транспортных комплексов: дис. ... д-ра техн. наук: 05.05.03. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012. 336 с.
16. Gorelov, V.A., Komissarov, A.I., Miroshnichenko, A.V. 848 wheeled vehicle modeling in a multibody dynamics simulation software. International Conference on Industrial Engineering, ICIE 2015; South Ural State UniversityChelyabinsk; Russian Federation; 22 October 2015 до 23 October 2015, Volume 129, 2015, Pages 300–307.
17. Gorelov, V., Komissarov, A., Vozmishcheva, I. Analysis of the cornering stiffness uncertainty impact on the steering sensitivity of a two-axle automobile. 2019 Conference on Design Technologies for Wheeled and Tracked Vehicles, MMBC 2019; Bauman Moscow State Technical UniversityMoscow; Russian Federation, Volume 820, Issue 1, 27 May 2020.
18. Vdovin, D.S., Chichekin, I.V., Levenkov, Y.Y., Shabolin, M.L. Automation of wheeled vehicles load bearing frames finite-element models loading procedure by using inertia relief method and vehicle multi-body dynamics model. International Automobile Scientific Forum: Intelligent Transport System Technologies and Components, IASF 2018; Moscow; Russian Federation; Volume 534, Issue 1, 12 June 2019.

19. Eric Lucet, Alain Micaelli. Stabilization of a road-train of articulated vehicles. *Robotics and Autonomous Systems*, Volume 114, 2019, Pages 106-123, ISSN 0921-8890, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.robot.2019.01.016>.

### References

1. ADAMS – The Multibody Dynamics Simulation Solution [URL: <https://www.mscsoftware.com/product/adams>] (accessed: 17.07.2020)
2. EULER – Software Complex for Automated Dynamic Analysis of Multibody Mechanical Systems [URL: <http://www.euler.ru/index.php/euler>] (accessed: 17.07.2020)
3. Universal'nyy mekhanizm – programmnyy kompleks dlya modelirovaniya dinamiki mekhanicheskikh sistem. [URL: <http://www.umlabs.ru/pages/index.php>] (accessed: 17.07.2020)
4. FRUND – programmnaya sistema formirovaniya resheniy uravneniy nelineynoy dinamiki. [URL: <http://www.frund.vstu.ru>] (accessed: 17.07.2020)
5. MATLAB Simscape/Multibody – Model and simulate multibody mechanical systems. [URL: <https://www.mathworks.com/products/simmechanics.html>] (accessed: 17.07.2020)
6. Simscape™ Multibody™ Getting Started Guide. The MathWorks, Inc. 2017 [https://www.mathworks.com/help/releases/R2017b/pdf\\_doc/physmod/sm/mech\\_gs.pdf](https://www.mathworks.com/help/releases/R2017b/pdf_doc/physmod/sm/mech_gs.pdf) (accessed: 8.07.2020)
7. Rozhdestvenskiy YU.L., Mashkov K.YU. The formation of reactions when an elastic wheel rolls on a non-deformable base. *Trudy MVTU*. 1982. No 390, pp. 56–64 (in Russ.).
8. Larin V.V. *Teoriya dvizheniya polnoprivodnykh kolesnykh mashin: uchebnik* [Theory of motion of all-wheel drive vehicles: textbook]. Moscow: Izd-vo MGTU im. N.E. Baumana Publ., 2010. 391 p.
9. Smirnov G.A. *Teoriya dvizheniya kolesnykh mashin: Uchebnik dlya studentov mashinosstroitel'nykh spetsial'nostey vuzov* [The theory of motion of wheeled vehicles: a textbook for university students of mechanical engineering specialties]. 2-e izd., dop. i pererab. Moscow: Mashinostroyeniye Publ. 1990. 352 p.
10. Janosi Z. Hanamoto B. The analytical determination of drawbar pull as a function of slip for tracked vehicles in deformable soil // Intern. Conf. on the mechanics of soil-vehicles. Tyrin. 1961. Report 44. P. 331–359.
11. *Proyektirovaniye polnoprivodnykh kolesnykh mashin* [Design of all-wheel drive vehicles]: Uchebnik dlya vuzov: P79 V 3 t. Vol. 2 / B.A. Afanas'yev, L.F. Zhuglov, V.N. Zuzov i dr.; Pod red. A.A. Polungyana. Moscow: Izd-vo MGTU im. N.E. Baumana Publ., 2008. 528 p.
12. Opeyko F.A. Experimental study of anisotropic friction. *MIM-ESKH: Sb. nauchno-tehnicheskikh trudov* [Moscow Institute of Agricultural Mechanization and Electrification: the collection of scientific and technical works]. Moscow: Sovetskaya nauka Publ. 1952, pp. 57–64 (in Russ.).
13. Raympel' Y. *Shassi avtomobiliya. Rulevoye upravleniye* [Vehicle chassis. Steering system]. Moscow: Mashinostroyeniye Publ. 1987. 232 p.
14. Platonov V.F., Leishvili G.R. *Gusenichnyye i kolesnyye transportno-tyagovyye mashiny* [Tracked and wheeled transport and traction vehicles]. Moscow: Mashinostroyeniye Publ. 1986. 296 p.
15. Gorelov V.A. *Nauchnyye metody povysheniya bezopasnosti i energoeffektivnosti dvizheniya mnogoosnykh kolesnykh transportnykh kompl-eksov*: dis. ...d-ra tekhn. nauk [Scientific methods of increasing the safety and energy efficiency of the movement of multi-axle wheeled transport complexes: Dissertation for degree of DSc in Engineering]: 05.05.03. Moscow: MGTU im. N.E. Baumana Publ., 2012. 336 p.
16. Gorelov V.A., Komissarov A.I., Miroshnichenko A.V. 848 wheeled vehicle modeling in a multibody dynamics simulation software. International Conference on Industrial Engineering, ICIE 2015; South Ural State University-Chelyabinsk; Russian Federation; 22 October 2015 do 23 October 2015, Volume 129, 2015, Pages 300-307.
17. Gorelov V., Komissarov A., Vozmishcheva I. Analysis of the cornering stiffness uncertainty impact on the steering sensitivity of a two-axle automobile. 2019 Conference on Design Technologies for Wheeled and Tracked Vehicles, MMBC 2019; Bauman Moscow State Technical University Moscow; Russian Federation, Volume 820, Issue 1, 27 May 2020.
18. Vdovin D.S., Chichekin I.V., Levenkov Y.Y., Shabolin M.L. Automation of wheeled vehicles load bearing frames finite-element models loading procedure by using inertia relief method and vehicle multi-body dynamics model. International Automobile Scientific Forum: Intelligent Transport System Technologies and Components, IASF 2018; Moscow; Russian Federation; Volume 534, Issue 1, 12 June 2019.
19. Eric Lucet, Alain Micaelli. Stabilization of a road-train of articulated vehicles. *Robotics and Autonomous Systems*, Volume 114, 2019, Pages 106-123, ISSN 0921-8890, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.robot.2019.01.016>.

## EVALUATION OF INDICATORS OF CURVILINEAR MOVEMENT OF A ROAD TRAIN USING MATHEMATICAL SIMULATION

DSc in Engineering **V.A. Gorelov**, PhD in Engineering **K.B. Yevseyev**, PhD in Engineering **O.I. Chudakov, K.S. Balkovskiy**  
Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia  
konstantin-balkovsky@ya.ru

**Introduction:** a widespread approach to the transportation of large-sized and heavy-weight indivisible cargo on roads and terrain is the use of multi-axle wheeled transport complexes, which are road trains. At the same time, due to the significant overall dimensions, one of the most important properties of such machines is agility, that is, the ability to move along a trajectory of large curvature in a limited area, which is especially important in loading/unloading zones.

**Subject of research:** the article presents an approach to predicting the indicators of curvilinear movement of multi-axle wheeled road trains, based on the application of the method of mathematical modeling of the dynamics of body systems.

**Methodology and methods:** the essence of the method is to create a mathematical model of the movement of a road train, represented by a system of rigid bodies, which are interconnected by kinematic and power connections. The simulation model developed within the framework of the study makes it possible to take into account with high accuracy the peculiarities of the interaction of the wheel propeller with the supporting surface, the redistribution of normal reactions between the support modules, as well as the force factors arising in the coupling device and ensuring the interaction between the tractive vehicle and the trailer link. The mathematical description of the interaction of the propeller with the ground is based on the concept of "friction ellipse". Using the presented model, an assessment of the turnability of a wheeled road train equipped with a trailed link with swivel and non-swivel wheels was carried out. The required width along the tracks of the outer (running in) and inner (lagging) wheels was used as an assessment criterion. To assess the feasibility of using a trailed link with fully steered wheels and, accordingly, complicating the design of the machine, an additional assessment of the required power of the steering drive was carried out.

**Results and scientific novelty:** a mathematical model of the dynamics of a road train was developed. It makes possible to predict with high accuracy the indicators of curvilinear movement of wheeled vehicles, as well as to estimate the required power of the steering drive.

**Practical significance:** a mathematical model of road train movement was developed, which allows a wide range of tests to be carried out to assess not only the indicators of curved-linear movement, but also the mobility of wheeled vehicles of any configuration as a whole.

**Keywords:** wheeled vehicle, road train, mathematical model of dynamics, steering system, turnability.

**Cite as:** V.A. Gorelov, K.B. Yevseyev, O.I. Chudakov, K.S. Balkovskiy Evaluation of indicators of curvilinear movement of a road train using mathematical simulation. Izvestiya MGTU «MAMI». 2020. No 4 (46), pp. 2–15 (in Russ.). DOI: 10.31992/2074-0530-2020-46-4-2-15.

# ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ЭКСПЛУАТАЦИИ ПЕРИСТАЛЬТИЧЕСКОГО НАСОСА ЛИНЕЙНОГО ТИПА

Гришин А.И.

Московский политехнический университет, Москва, Россия  
foxmcccloud@rambler.ru

В работе проведено исследование влияния на работу перистальтического насоса линейного типа свойств материала его упругой трубы, алгоритма срабатывания выжимных элементов, а также наличия у входного и выходного сечений насоса неровностей в виде чередующихся конфузоров и внезапных расширений. Для исследования влияния перечисленных факторов была проведена серия численных экспериментов с использованием универсального программного обеспечения STAR-CCM+, в котором моделирование работы насоса выполнялось совместным расчетом течения жидкости и упругих деформаций его трубы. В результате проведенных численных экспериментов для ряда значений коэффициента Пуассона было установлено, что для получения наибольшей эффективности материала трубы насоса необходимо подбирать с как можно меньшим коэффициентом Пуассона. Исследование возможных алгоритмов срабатывания выжимных элементов насоса показало, что для получения наибольшего коэффициента полезного действия режим работы насоса следует выбирать в соответствии с конструкцией привода. Для привода, в котором энергия затрачивается только на перемещение выжимных элементов, предпочтителен режим, в котором первые выжимные элементы дольшедерживают трубку в сжатом состоянии, что обеспечивает большее значение подачи. Для привода, в котором энергия тратится на поддержание трубы в сжатом состоянии, предпочтителен режим, в котором задержка возвращения выжимного элемента в исходное состояние минимальна. В результате изучения влияния участков с неровностями было получено, что применение высоты и шага неровностей, при которых отношение сопротивлений этих участков при прямом и обратном течении оптимально, приводит к уменьшению подачи и давления насоса.

**Ключевые слова:** перистальтический насос, ламинарное течение, вычислительная гидродинамика, нестационарное течение.

**Для цитирования:** Гришин А.И. Повышение эффективности эксплуатации перистальтического насоса линейного типа // Известия МГТУ «МАМИ». 2020. № 4 (46). С. 16–24. DOI: 10.31992/2074-0530-2020-46-4-16-24.

## Введение

Насосы перистальтического принципа действия являются объемными гидравлическими машинами, применяемыми для транспортировки и дозирования самых разнообразных жидкостей. Основными элементами таких насосов являются упругий рабочий орган и выжимные элементы [1], которые периодически сжимают рабочий орган по тому или иному алгоритму. В качестве упругого рабочего органа, как правило, используют трубку, изготовленную из эластичных материалов. Реже в конструкции перистальтического насоса вместо трубы применяют мембранные [2], причем возможна даже конструкция всего с одной мембраной и одним выжимным элементом [3], где положительная подача обеспечивается специ-

альной формой проточной части. Следует заметить, что в отличие от мембранных насосов, в перистальтическом насосе с мембраной не используются клапаны.

В крупногабаритных перистальтических насосах с трубкой внутреннего диаметра от 10 до 125 мм, рассчитанных на подачи вплоть до 80 м<sup>3</sup>/ч, в качестве выжимных элементов используют ролики (такие насосы могут работать с давлением до 1,2 МПа) или башмаки (давление до 1,6 МПа). Такие насосы нашли применение в химической промышленности для перекачки кислот и других агрессивных жидкостей, в пищевой промышленности для транспортировки продуктов и дозирования специй, в канализационном оборудовании для отвода сточных вод и др.

Малогабаритные перистальтические насосы с трубкой внутреннего диаметра от 0,15 до 10 мм, рассчитанные на подачи от 0,3 до 2000 мкл/мин и на рабочее давление до 0,2 МПа, используют в медицине для переливания крови и дозировки лекарств, в струйных принтерах для транспортировки чернил, в компьютерном оборудовании для охлаждения интегральных схем. Такие миниатюрные перистальтические насосы применяют также и в других областях, где требуется стерильность, герметичность, компактность и точность подачи. В них в качестве выжимных элементов могут использовать не только ролики, но и толкатели, приводимые в движение электромагнитами или миниатюрным двигателем с эксцентриком, пьезоэлектрические кристаллы. По сравнению с другими герметичными гидравлическими машинами, перистальтические насосы имеют гораздо более простую конструкцию, у них отсутствуют движущиеся детали в проточной части. Кроме того, многие твердотельные модели деталей, необходимых для сборки миниатюрного перистальтического насоса, находятся в свободном доступе и могут быть применены для изготовления насоса с использованием 3D-принтера [4], что делает такие насосы значительно дешевле других аналогичных гидравлических машин. Как показывают проведенные в работе [5] исследования, миниатюрный перистальтический насос линейного типа повреждает в перекачиваемой среде меньшее количество протеинов, чем рассчитанные на ту же подачу (около 10 мл/мин) перистальтический насос с и-образно расположенной трубкой и поршневой насос.

Недостатком перистальтических насосов является низкий коэффициент полезного действия. Если для крупногабаритных перистальтических насосов он достигает 0,45 [6], то у миниатюрных насосов с и-образно расположенной трубкой и роликами он, как правило, не превышает  $3 \cdot 10^{-3}$  [7]. Очевидно, что у насоса с линейно расположенной трубкой КПД будет еще меньше.

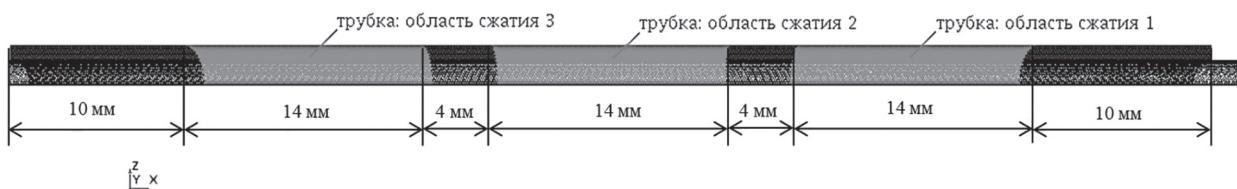
В настоящей работе целью исследования является изучение влияния разнообразных факторов на эффективность работы миниатюрного перистальтического насоса с линейно расположенной трубкой и тремя выжимными элементами, в качестве которых используются толкатели, сжимающие трубку насоса в поперечном направлении.

### **Методика исследования**

Для исследования влияния различных факторов на эффективность работы перистальтического насоса линейного типа был использован универсальный программный комплекс STAR-CCM+, в котором уравнения Навье-Стокса и уравнение неразрывности решаются с использованием метода контрольного объема [8]. Для моделирования работы насоса использовался совместный расчет ламинарного нестационарного течения жидкости и упругих деформаций трубы. В качестве перекачиваемой жидкости было взято медицинское масло с плотностью 855 кг/м<sup>3</sup> и динамической вязкостью 88 мПа·с.

Используемая модель насоса показана на рис. 1. Выжимные элементы насоса по очереди сжимают упругий рабочий элемент насоса – трубку с внутренним диаметром 3 мм. Для моделирования действия выжимных элементов в модели были заданы области, на которые действует сжимающая трубку сила, задаваемая как функция от времени. Для моделирования различной полезной нагрузки, на которую работает насос, в конце трубы был построен дополнительный участок меньшего диаметра. Изменение длины этого участка, таким образом, меняет сопротивление трубопровода нагнетания.

Во время сжатия перекачиваемая жидкость частично выталкивается к входному сечению насоса, а частично – к выходному сечению. Аналогично во время возвращения выжимного элемента в исходное положение происходит всасывания жидкости из трубопровода нагне-



**Рис. 1. Используемая для исследования модель насоса**

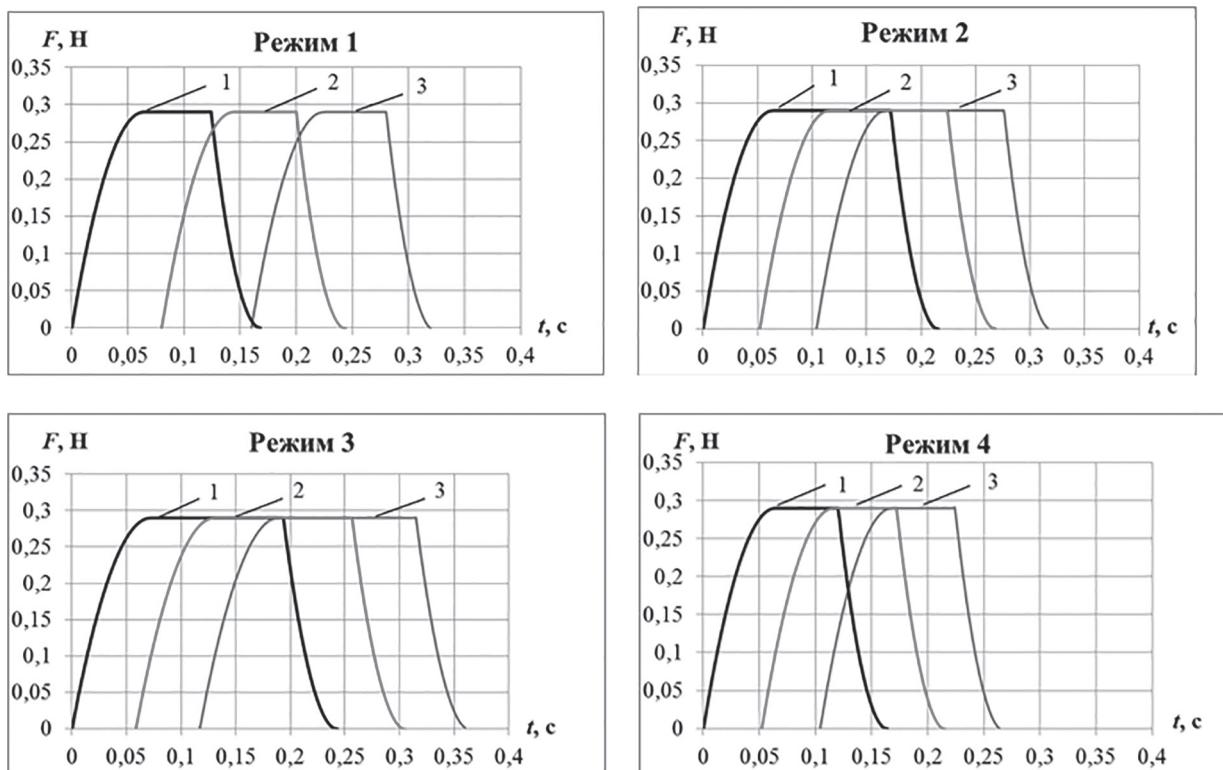
*Fig. 1. Pump model used for research*

тания и из трубопровода всасывания. Для наиболее эффективной работы насоса необходимо, чтобы во время сжатия как можно большая доля вытесняемого объема жидкости текла к выходному сечению трубопровода. Во время возвращения выжимных элементов в исходное положение, напротив, необходимо, чтобы как можно больший объем жидкости всасывался от входного сечения насоса. Величины всасываемых и вытесняемых объемов жидкости, очевидно, будут зависеть от гидравлических сопротивлений участков трубы насоса по бокам областей ее сжатия. Например, после сжатия трубы первым выжимным элементом второй выжимной элемент вытеснит по направлению к выходному сечению больший объем жидкости, так как трубка будет перекрыта первым выжимным элементом. Сжатый первым выжимным элементом участок трубы будет при этом иметь некоторый зазор, гидравлическое сопротивление которого будет зависеть от его формы. Форма зазора, в свою очередь, будет зависеть от материала упругого рабочего органа насоса.

Другим фактором, влияющим на работу насоса, является алгоритм срабатывания вы-

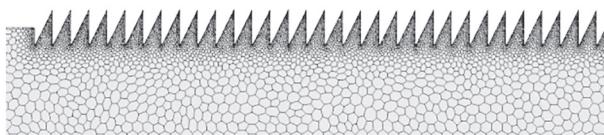
жимных элементов. Например, во время сжатия трубы третьим выжимным элементом, первый выжимной может уже находиться в исходном положении, а может все еще держать трубку сжатой. От этого будет зависеть сопротивление участка трубы перед сжимаемым участком, а также время цикла работы насоса. Для изучения влияния алгоритма срабатывания выжимных элементов на работу насоса была проведена серия численных экспериментов. Изменение значения силы, с которой выжимной элемент сжимает трубку, от времени показано на рис. 2.

Наконец, на подачу могут оказать влияние участки трубы со специально созданными неровностями. В работе [9] было показано, что неровности в форме чередующихся конфузоров и внезапных расширений имеют разное гидравлическое сопротивление в зависимости от направления течения, поэтому подбор оптимального сочетания высоты и шага неровностей может повысить эффективность эксплуатации насоса. Для определения этого сочетания численные эксперименты проводились для сеточной модели, показанной на рис. 3.



**Рис. 2. Изучаемые алгоритмы срабатывания выжимных элементов насоса:**  
1 – первый выжимный элемент, 2 – второй выжимной элемент, 3 – третий выжимной элемент

*Fig. 2. The studied algorithms for the actuation of release elements of the pump:  
1 – first release element, 2 – second release element, 3 – third release element*



**Рис. 3. Модель для определения эквивалентной длины участка с неровностями**

*Fig. 3. Model for determining the equivalent length of the irregular section*

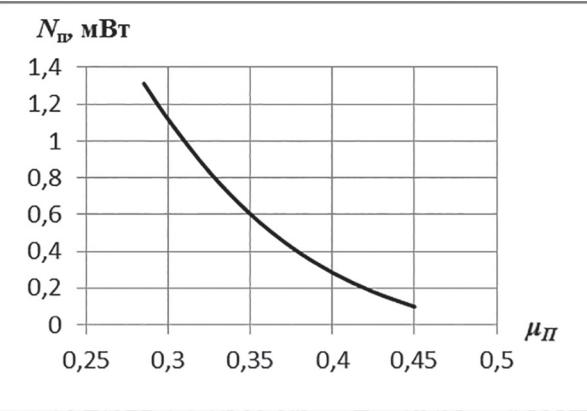
Участок с неровностями имеет длину 3 см. Скорость на входе задавалась постоянной по сечению, поэтому, чтобы учесть начальный участок ламинарного течения, по бокам были построены дополнительные интервалы без неровностей по 4 см каждый. Численные эксперименты проводились для обоих направлений течения жидкости со скоростью 7 м/с, после чего эквивалентная длина участка с неровностями вычислялась по выражению

$$l_e = \frac{\Delta p d^2}{32 \mu v},$$

где  $v$  – скорость течения, м/с;  $\Delta p$  – потери давления на участке с неровностями, Па;  $\mu$  – динамическая вязкость, Па·с;  $d$  – внутренний диаметр, мм.

### Результаты исследований и их обсуждение

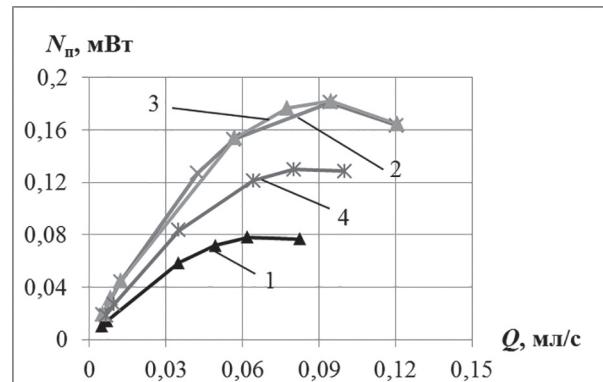
Так как при работе насоса имеют место только упругие деформации трубы, для задания материала трубы насоса необходимы только модуль Юнга и коэффициент Пуассона. Поскольку от модуля Юнга зависит только величина силы, необходимой для сжатия трубы, то численные эксперименты проводились только для ряда значений коэффициента Пуассона. В качестве алгоритма срабатывания выжимных элементов был выбран первый режим работы насоса, но с длительностью цикла 0,1 с. Полученный график зависимости полезной мощности насоса от коэффициента Пуассона изображен на рис. 4. Из полученных результатов видно, что с увеличением коэффициента Пуассона развиваемая насосом мощность уменьшается, поэтому можно прийти к выводу, что для наиболее эффективной работы насоса материал трубы необходимо подбирать с как можно меньшим значением этого коэффициента.



**Рис. 4. Зависимость развиваемой насосом мощности от коэффициента Пуассона**

*Fig. 4. Dependence of the power developed by the pump on Poisson's ratio*

Полученные характеристики насоса в зависимости от режима работы насоса показаны на рис. 5 для времени цикла 0,4 с. Согласно полученным результатам, второй и третий режимы обеспечивают полезную мощность на 41 % больше, чем четвертый режим и на 133 % больше, чем первый. Большие значения полезной мощности для второго и третьего режимов можно объяснить тем, что во время сжатия третьим выжимным элементом трубы сжата первыми двумя выжимными элементами (в отличие от двух других режимов, в которых в этот интервал времени трубы сжата только вторым выжимным элементом). Это



**Рис. 5. Влияние режима работы насоса на мощностную характеристику, время цикла  $t_u = 0,4$  с:**

1 – первый режим; 2 – второй режим; 3 – третий режим; 4 – четвертый режим

*Fig. 5. Influence of the pump operation mode on the power characteristic, cycle time  $t_u = 0,4$  sec: 1 – first mode; 2 – second mode; 3 – third mode; 4 – fourth mode*

увеличивает гидравлическое сопротивление трубопровода перед сжимаемым участком и, тем самым, увеличивает долю объема жидкости, вытесняемого непосредственно в направлении выходного сечения насоса.

Согласно графикам на рис. 2 в каждом алгоритме срабатывания выжимных элементов в конце цикла есть некоторый промежуток времени, когда ни один из выжимных элементов не двигается. Если в каждом режиме сократить этот временной промежуток до минимума (оставив время срабатывания выжимных элементов неизменным), то за счет сокращения длительности цикла осредненные по времени подача насоса и создаваемое им давление, вероятно, увеличатся.

На рис. 6 показаны графики со временем цикла  $t_u = 0,33$  с для первого и второго режимов,  $t_u = 0,36$  с для третьего режима и  $t_u = 0,27$  с для четвертого режима. После уменьшения длительности цикла за счет интервала времени, когда нет движения выжимных элементов, максимальная полезная мощность соответствует четвертому режиму работы. Но теперь выжимные элементы должны срабатывать чаще, поэтому и затраты энергии на сжатие трубы увеличиваются.

Для оценки затрачиваемой энергии воспользуемся следующими рассуждениями. За-

трачиваемую на сжатие трубы выжимным элементом работу можно определить по выражению

$$A_3 = \int_0^{F_{\max}} s(F) dF,$$

где  $F$  – прилагаемая к выжимному элементу сила,  $H$ ;  $F_{\max}$  – значение прилагаемой к выжимному элементу силы, при которой трубка полностью ската,  $H$ ;  $s$  – положение выжимного элемента по отношению к его изначальному положению, м.

Из проведенных численных экспериментов было получено, что  $A_3 = 0,0722 F_{\max} d$ . Тогда, с учетом того, что выжимных элементов три и каждый движется во время работы насоса один раз в одном направлении и один раз в обратном, затрачиваемая на сжатие трубы мощность  $N_3 = 0,4332 F_{\max} d / t_u$ . В качестве примера возьмем  $F_{\max} = 12$  Н.

Полученные графики кпд насоса (без учета потерь энергии в приводе) показаны на рис. 7. Из-за дополнительных затрат энергии, связанных с более частым срабатыванием выжимных элементов, преимущество четвертого режима исчезает и наиболее эффективная работа насоса достигается со вторым режимом работы. Заметим, что это справедливо только в том случае, если в приводе насоса проис-

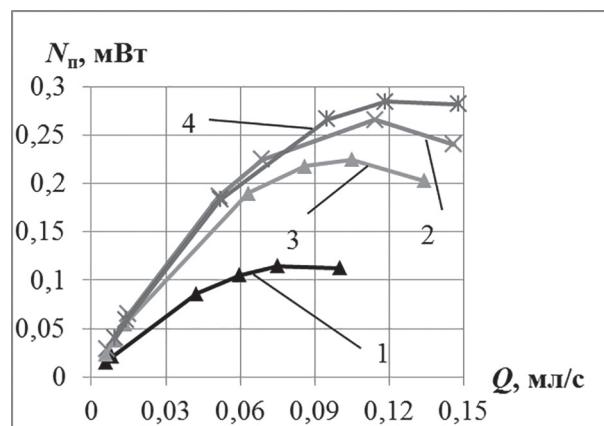


Рис. 6. Влияние режима работы насоса на мощностную характеристику, время цикла:  
1 – первый режим;  $t_u = 0,33$  с; 2 – второй режим,  $t_u = 0,33$  с; 3 – третий режим,  $t_u = 0,36$  с;  
4 – четвертый режим  $t_u = 0,27$  с

Fig. 6. Influence of the pump operation mode on the power characteristic, cycle time:  
1 – first mode,  $t_u = 0,33$  sec; 2 – second mode,  $t_u = 0,33$  sec; 3 – third mode,  $t_u = 0,36$  sec;  
4 – fourth mode,  $t_u = 0,27$  sec

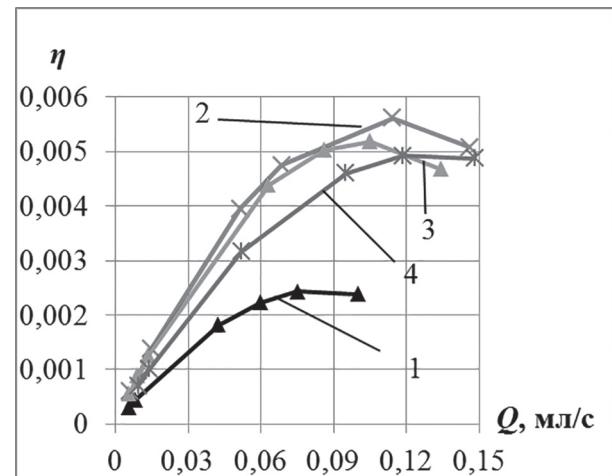


Рис. 7. КПД насоса без учета потерь в его приводе:  
1 – первый режим,  $t_u = 0,33$  с; 2 – второй режим,  $t_u = 0,33$  с; 3 – третий режим,  $t_u = 0,36$  с;  
4 – четвертый режим  $t_u = 0,27$  с

Fig. 7. Pump efficiency without taking into account losses in its drive:  
1 – first mode,  $t_u = 0,33$  sec; 2 – second mode,  $t_u = 0,33$  sec; 3 – third mode,  $t_u = 0,36$  sec;  
4 – fourth mode,  $t_u = 0,27$  sec

ходят затраты энергии только в те интервалы времени, когда выжимные элементы двигаются, например, если в качестве выжимных элементов используются эксцентрики или толкатели с кривошипно-шатунным механизмом [5]. В случае применения другого привода (пьезоэлементы или электромагниты) энергия будет тратиться на поддержание трубы в сжатом состоянии.

Для оценки полного КПД насоса с таким типом привода возьмем данные экспериментов из работы [10], где во время сжатия и во время поддержания трубы в сжатом состоянии затрачиваемая мощность составляет около 15,5 Вт. Получившиеся графики изображены на рис. 8, где наибольший КПД соответствует четвертому режиму работы. Такой результат можно объяснить тем, что по сравнению со вторым и третьим режимами у четвертого режима меньшие интервалы времени, когда выжимные элементы держат трубку сжатой. Можно сделать вывод, что для наиболее эффективной работы перистальтического насоса режим работы следует выбирать в зависимости от конструкции его привода.

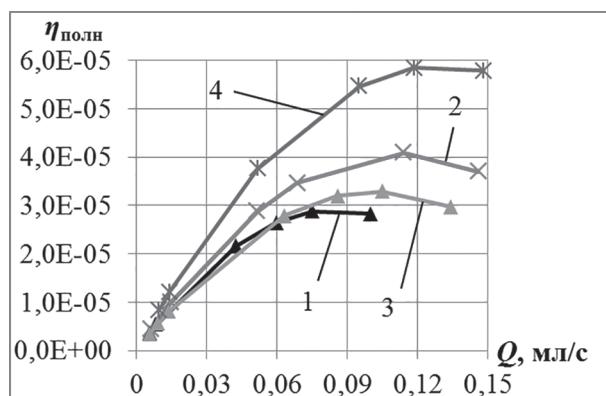


Рис. 8. Полный кпд насоса с приводом

из толкателей и электромагнитов:

- 1 – первый режим,  $t_u = 0,33$  с; 2 – второй режим,  $t_u = 0,33$  с; 3 – третий режим,  $t_u = 0,36$  с;  
4 – четвертый режим  $t_u = 0,27$  с

*Fig. 8. Full efficiency of pump driven by pushers and electromagnets:*

- 1 – first mode,  $t_u = 0,33$  sec; 2 – second mode,  $t_u = 0,33$  sec; 3 – third mode,  $t_u = 0,36$  sec;  
4 – fourth mode,  $t_u = 0,27$  sec

Рассмотрим далее результаты численных экспериментов для модели трубы с неровностями в форме конфузоров и внезапных расширений. Поскольку гидравлическое сопротивление таких участков зависит от направления

текущего, то наглядней будет представить результаты в виде отношения эквивалентной длины участка с неровностями при обратном течении  $l_{\text{диф}}$ , когда неровности представляют собой диффузоры и внезапные сужения, к эквивалентной длине при прямом течении  $l_{\text{конф}}$  (рис. 9).

По полученным зависимостям видно, что в изученном диапазоне значений это отношение возрастает с увеличением  $\Delta/d$  (где  $\Delta$  – высота выступов и глубина впадин неровностей), причем приближается к максимальному значению при  $\Delta/d = 0,167$ . С уменьшением относительного шага неровностей  $h/d$  отношение  $l_{\text{диф}}/l_{\text{конф}}$  увеличивается, но при  $\Delta/d = 0,167$  отличия значений  $l_{\text{диф}}/l_{\text{конф}}$  для шагов  $h/d = 0,0833$ ,  $h/d = 0,167$  и  $h/d = 0,25$  пренебрежимо малы. Поэтому для численных экспериментов с совместным расчетом течения жидкости и деформации трубы в насосе с учетом неровностей до и после сжимаемых участков был выбран относительный шаг неровностей  $h/d = 0,25$  и относительная высота неровностей  $\Delta/d = 0,167$ .

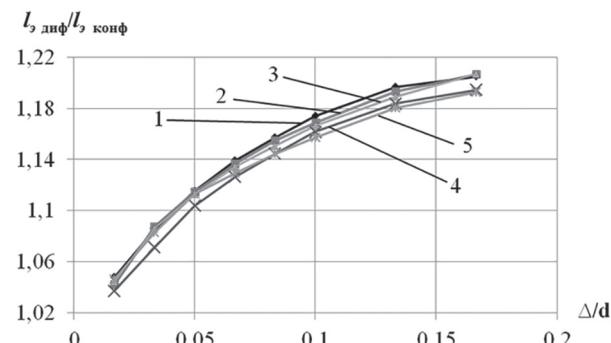


Рис. 9. Изменение отношения эквивалентных длин  $l_{\text{диф}}/l_{\text{конф}}$  участка трубы с неровностями в зависимости от относительной высоты неровностей для следующих их шагов  $h/d$ :

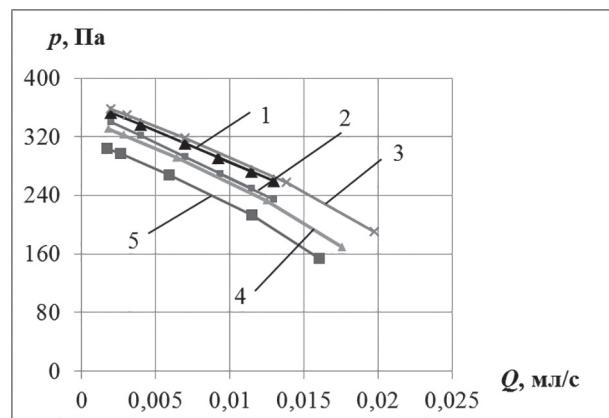
- 1 – 0,0833; 2 – 0,167; 3 – 0,25; 4 – 0,333; 5 – 0,417

*Fig. 9. Change in the ratio of equivalent lengths  $l_{\text{диф}}/l_{\text{конф}}$  of a tube section with irregularities depending on the relative height of irregularities for their next pitches  $h/d$ :*

- 1 – 0,0833; 2 – 0,167; 3 – 0,25;  
4 – 0,333; 5 – 0,417

В результате расчета были получены напорные характеристики для насоса, трубка которого имеет неровности с выбранными параметрами, и для сравнения для трубы, у которой неровности отсутствуют. Кроме того, были также рассчитаны напорные характеристи-

стики с использованием квазистационарной модели, описанной в работе [9], в том числе и для неровностей, расположенных наоборот, когда для прямого направления течения неровности имеют вид диффузоров и внезапных сужений. Все полученные графики изображены на рис. 10.



**Рис. 10. Напорные характеристики:**

1 – численный расчет для трубы без неровностей;  
2 – численный расчет для трубы с неровностями;  
3 – расчет по квазистационарной модели для трубы без неровностей; 4 – расчет по квазистационарной модели для трубы с неровностями; 5 – расчет по квазистационарной модели для трубы с неровностями, расположенными наоборот

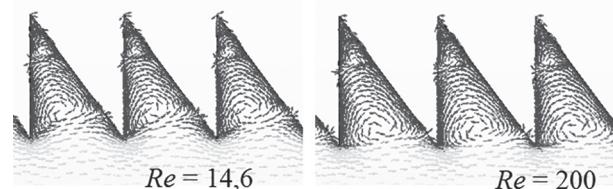
*Fig. 10. Pressure characteristics:*

1 – numerical calculation for a tube without irregularities; 2 – numerical calculation for a tube with irregularities; 3 – calculation using a quasi-stationary model for a tube without irregularities; 4 – calculation using a quasi-stationary model for a tube with irregularities; 5 – calculation by a quasi-stationary model for a tube with irregularities located vice versa

Результаты расчетов по квазистационарной модели и численных экспериментов показывают, что характеристика для трубы с неровностями лежит ниже, чем характеристика для трубы без них. Кроме того, для расчетов с использованием квазистационарной модели в случае трубы, у которой неровности расположены наоборот, характеристика получилась ниже, чем для расположения неровностей, как на рис. 3. В численных экспериментах эта разница пренебрежимо мала. Такое отличие, вероятно, вызвано тем, что для получения уравнений эквивалентных длин было использовано численное моделирование стационарного течения.

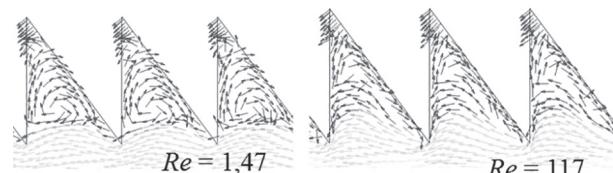
Сравним поле скоростей на рис. 11, полученное в численном моделировании стацио-

нарного течения на участке с неровностями, с полем скоростей на рис. 12, полученном в совместном численном моделировании деформации трубы и течения (указанные числа Рейнольдса соответствуют средней скорости в выходном сечении насоса).



**Рис. 11. Поле скоростей в области неровностей при моделировании стационарного течения для определения эквивалентной длины участков с неровностями**

*Fig. 11. Velocity field in the zone of irregularities when modeling a steady flow to determine the equivalent length of the zones with irregularities*



**Рис. 12. Поле скоростей в области неровностей при совместном расчете нестационарного течения и деформации трубы**

*Fig. 12 Velocity field in the zone of irregularities in the joint calculation of unsteady flow and tube deformation*

Как видно из сравнения полей скоростей, течение жидкости между выступами неровностей для стационарного течения отличается от случая нестационарного течения, что, по-видимому, и вызывает отличие результатов расчетов по квазистационарной модели и численных экспериментов.

## Выводы

Проведенные при помощи численных экспериментов исследования показали, что для наиболее эффективной работы перистальтического насоса линейного типа его трубка должна быть изготовлена из материала с минимально возможным значением коэффициента Пуассона. Сравнение различных алгоритмов срабатывания выжимных элементов насоса показало, что время их срабатывания следует выбирать в зависимости от устройства привода насоса.

Для такого привода, как эксцентрики или толкатели с кривошипно-шатунным механизмом, наиболее энергоэффективным является режим работы, при котором в интервал времени движения третьего выжимного элемента первые два держат трубку сжатой. Если же в приводе энергия тратится на поддержание трубы в сжатом состоянии, то рекомендуется применять алгоритм срабатывания выжимных элементов, при котором первый выжимной элемент начинает возвращаться в исходное положение, как только второй выжимной элемент заканчивает сжимать трубку. В обоих случаях время между концом одного цикла работы насоса и началом следующего следует делать минимальным. Расчеты течения через трубку с неровностями, гидравлическое сопротивление которых при обратном токе больше, чем при течении по направлению к выходному патрубку насоса, показали, что их применение снижает подачу и давление насоса, поэтому такие неровности внутренней поверхности трубы не могут быть использованы для повышения эффективности работы насоса.

### **Литература**

1. Loudin T. The evolution of peristaltic pump // Pump engineer. Zutphen, Netherlands: KCI Publishing, September 2007. P. 44–47.
2. Yang H., Tsai T.-H., Hu C.-C. Portable Valve-less Peristaltic Micropump Design and Fabrication // 2008 Symposium on Design, Test, Integration and Packaging of Mems/Moems (Dtip). Institute of Electrical and Electronics Engineers, EDA publishing. 2009. 7 p.
3. Chiang-Ho Cheng, and Chih-Kai Chen. Characteristic Studies of the Piezoelectrically Actuated Valveless Micropump // Proceedings of the world congress on engineering 2013 Vol III, July 3–5, London, U.K., WCE 2013. P. 1785-1790.
4. Behrens M.R., Fuller H.C., Swist E.R., Wu J., Islam Md.M., Long Z., Ruder W.C., Steward Jr. R. Open-source, 3D-printed peristaltic pumps for small volume point-of-care liquid handling // Naturere-search. Scientific Reports. 2020, No 10. 10 p. DOI: 10.1038/s41598-020-58246-6.
5. Михеев А.Ю. Исследование характеристики и повышение надежности насосов перистальтического принципа действия: дис. ... канд. техн. наук. Уфа, 2004. 168 с.
6. Dreckmann T., Boeuf J., Ludwig I., Lymbkemanna J., Huwylerc J. Low volume aseptic filling: Impact of pump systems on shear stress // European Journal of Pharmaceutics and Biopharmaceutics. Elsevier 2020. No 147. P. 10–18. DOI: 10.1016/j.ejpb.2019.12.006.
7. Faraji A., Razavi M., Fatourae N. Linear peristaltic pump device design // Applied Mechanics and Materials. Pfaffikon, Switzerland: Trans Tech Publications Inc. 2014. Vol. 440. P. 199–203.
8. Фирсов Д.К. Метод контрольного объема на неструктурированной сетке в вычислительной механике. Учебное пособие. Томск: ТГУ, 2007. 72 с.
9. Гришин А.И. Расчет характеристики перистальтического насоса с учетом неровностей на внутренней поверхности рабочего органа // Известия МГТУ «МАМИ». 2018. № 4. С. 30–40.
10. Гришин А.И., Шейпак А.А., Чичерюкин В.Н. Определение коэффициента полезного действия перистальтического насоса линейного типа // Известия МГТУ «МАМИ». 2015. № 3. С. 22–31.

### **References**

1. Loudin T. The evolution of peristaltic pump // Pump engineer. Zutphen, Netherlands: KCI Publishing, September 2007. P. 44–47.
2. Yang H., Tsai T.-H., Hu C.-C. Portable Valve-less Peristaltic Micropump Design and Fabrication // 2008 Symposium on Design, Test, Integration and Packaging of Mems/Moems (Dtip). Institute of Electrical and Electronics Engineers, EDA publishing. 2009. 7 p.
3. Chiang-Ho Cheng, and Chih-Kai Chen. Characteristic Studies of the Piezoelectrically Actuated Valveless Micro-pump // Proceedings of the world congress on engineering 2013 Vol III, July 3–5, London, U.K., WCE 2013. P. 1785-1790.
4. Behrens M.R., Fuller H.C., Swist E.R., Wu J., Islam Md.M., Long Z., Ruder W.C., Steward Jr. R. Open-source, 3D-printed peristaltic pumps for small volume point-of-care liquid handling // Naturere-search. Scientific Reports. 2020, No 10. 10 p. DOI: 10.1038/s41598-020-58246-6.
5. Mikheyev A.YU. Issledovaniye kharakteristiki i povysheniye nadezhnosti nasosov peristalticheskogo printsipa deystviya: dis. ... kand. tekhn. nauk [Investigation of the characteristics and increasing the reliability of pumps of the peristaltic principle of operation: Dissertation for Degree of PhD in Engineering]. Ufa, 2004. 168 p.
6. Dreckmann T., Boeuf J., Ludwig I., Lymbkemanna J., Huwylerc J. Low volume aseptic filling: Impact of pump systems on shear stress // European Journal of Pharmaceutics and Biopharmaceutics. Elsevier 2020. No 147. P. 10–18. DOI: 10.1016/j.ejpb.2019.12.006.

7. Faraji A., Razavi M., Fatourae N. Linear peristaltic pump device design // Applied Mechanics and Materials. Pfaffikon, Switzerland: Trans Tech Publications Inc. 2014. Vol. 440. P. 199–203.
8. Firsov D.K. *Metod kontrol'nogo ob'yema na nestrukturirovannoy setke v vychislitel'noy mekhanike* [Control volume method on an unstructured mesh in computational mechanics]. Uchebnoye posobiye. Tomsk: TGU Publ., 2007. 72 p.
9. Grishin A.I. Calculation of the characteristics of a peristaltic pump, taking into account irregularities on the inner surface of the working body. *Izvestiya MGTU «MAMI»*. 2018. No 4, pp. 30–40 (in Russ.).
10. Grishin A.I., Sheypak A.A., Chicheryukin V.N. Determination of the efficiency of the linear peristaltic pump. *Izvestiya MGTU «MAMI»*. 2015. No 3, pp. 22–31 (in Russ.).

## IMPROVING THE OPERATIONAL EFFICIENCY OF THE LINEAR TYPE PERISTALTIC PUMP

A.I. Grishin

Moscow Polytechnic University, Moscow, Russia  
foxmccloud@rambler.ru

The paper investigates the effect on the linear peristaltic pump operation of the properties of the material of its elastic tube, the algorithm of actuation of the release elements, as well as the presence of irregularities in the inlet and outlet sections of the pump in the form of alternating confusers and sudden expansions. To study the influence of these factors, a series of numerical experiments was carried out using the universal software STAR-CCM +, where the pump operation was simulated by a joint calculation of the fluid flow and elastic deformations of its tube. As a result of numerical experiments for a number of values of Poisson's ratio, it was found that the material of the pump tube must be selected with the lowest possible Poisson's ratio in order to obtain the highest efficiency. The study of possible algorithms for the actuation of the release elements of the pump showed that in order to obtain the maximum efficiency, the pump operation mode should be selected in accordance with the drive design. The drive, where energy is expended only on the movement of the release elements, requires the mode with the first release elements to hold the tube in a compressed state longer, which provides a higher feed value. For the drive, where energy is spent on maintaining the tube in a compressed state, the preferred mode is the one with the delay in the return of the release element to its original state is minimal. As a result of studying the influence of sections with irregularities, it was found that the use of the height and pitch of irregularities, when the ratio of the resistances of these sections in the forward and reverse flow is optimal, leads to a decrease in the flow and pressure of pump.

**Keywords:** peristaltic pump, laminar flow, computational fluid dynamics, unsteady flow.

**Cite as:** A.I. Grishin Improving the operational efficiency of the linear type peristaltic pump. *Izvestiya MGTU «MAMI»*. 2020. No 4 (46), pp. 16–24 (in Russ.). DOI: 10.31992/2074-0530-2020-46-4-16-24.

# К ПРЕДВАРИТЕЛЬНОМУ СИНТЕЗУ АЛГОРИТМОВ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ АВТОМОБИЛЬНЫМИ БЕССТУПЕНЧАТЫМИ ПЕРЕДАЧАМИ С ГИБКИМИ ЗВЕНЬЯМИ

К.Т.Н. Есаков А.Е.<sup>1</sup>, К.Т.Н. Кретов А.В.<sup>1</sup>, К.Т.Н. Красавин П.А.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Московский политехнический университет, Москва, Россия

<sup>2</sup>Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ),  
Москва, Россия  
ravn@mail.ru

Вариаторы различных принципов действия и конструкций в настоящее время представляют интерес в качестве компонентов автоматических трансмиссий наземных транспортных и тяговых машин. При этом одним из наиболее востребованных типов вариаторов являются вариаторы, построенные на базе бесступенчатых передач с гибкими звеньями. К основным причинам, обусловившим применение таких вариаторов в трансмиссиях ряда современных легковых автомобилей, следует отнести, с одной стороны, появление конструкций гибких звеньев, обладающих высокой долговечностью, а с другой – широкое внедрение в системы автоматического управления бесступенчатыми передачами программируемых электронных устройств. Прямыми следствием последнего обстоятельства стала потребность в углубленных изысканиях, направленных на синтез таких алгоритмов управления, которые позволили бы в полной мере использовать свойственные бесступенчатым передачам с гибкими звеньями преимущества и минимизировать эксплуатационные следствия их органичных недостатков. В рамках настоящей статьи предпринимается попытка, исходя из цели обеспечения автомобилем наилучших тягово-скоростных свойств, решить задачу синтеза алгоритма в предварительной форме. Наличие таковой позволит, задавшись из каких-либо соображений основными параметрами бесступенчатой передачи, осуществить разработку аппаратной части системы автоматического управления ею. В свою очередь это даст возможность произвести синтез уточненного алгоритма, учитывая динамику системы, погрешности измерителей и устройства преобразования сигналов, а также прочие влияющие на рабочие процессы факторы. При рассмотрении описанной задачи были учтены различные варианты геометрии контактных поверхностей звеньев бесступенчатой передачи и сформированы соответствующие математические аппараты. Результаты расчетов, полученные посредством реализующей эти аппараты компьютерной программы, выборочно приведены в материалах статьи.

**Ключевые слова:** автоматическое управление, автомобиль, алгоритм, бесступенчатая передача, вариатор, геометрия, гибкое звено, передаточное число, трансмиссия, тягово-скоростные свойства.

**Для цитирования:** Есаков А.Е., Кретов А.В., Красавин П.А. К предварительному синтезу алгоритмов автоматического управления автомобильными бесступенчатыми передачами с гибкими звеньями // Известия МГТУ «МАМИ». 2020. № 4 (46). С. 25–37. DOI: 10.31992/2074-0530-2020-46-4-25-37.

## Введение

Одним из современных путей развития конструкций колесных и гусеничных машин, использующих в качестве источника механической энергии двигатели внутреннего сгорания, является внедрение в состав их трансмиссий вариаторов. Наличие вариатора в трансмиссии позволяет выводить двигатель на оптимальные режимы работы в широком диапазоне эксплуатационных ситуаций, повышая тем самым эффективность его использования. В настоящее

время вариаторы различных принципов действия и конструкций используются на мототранспорте, легковых автомобилях, карьерных самосвалах, тракторах, сельскохозяйственной и военной технике [1–6].

В энциклопедической статье [7] под вариатором подразумевается совокупность одной или нескольких бесступенчатых передач и обеспечивающих их функционирование устройств. В свою очередь бесступенчатая передача трактуется там же как устройство, позволяющее

плавно изменять передаточное число в определенном диапазоне. Отталкиваясь от данных определений, под бесступенчатой трансмиссией станем понимать трансмиссию, в чьем составе имеются один или несколько вариаторов и общее передаточное число которой изменяется бесступенчато. А под трансмиссией диапазонной – трансмиссию, в чьем составе наряду с одним или несколькими вариаторами имеется одна или несколько ступенчатых передач, вследствие чего ее общее передаточное число изменяется в рамках ряда по отдельности непрерывных диапазонов, каждый из которых соответствует определенной ступени. Термин же «бесступенчатая коробка передач», достаточно часто встречающийся в настоящее время в популярной технической и даже научно-технической литературе, будем полагать некорректным как представляющий собой оксюморон, поскольку согласно [7] коробка передач есть механизм для ступенчатого изменения передаточного числа.

Особо следует остановиться на понятиях передаточного числа и передаточного отношения для конкретизации их смысла и определения целесообразности использования в настоящей работе. Передаточное отношение в [7, 8] определено как отношение скоростей ведущего и ведомого звеньев передачи. Задачи, ставящиеся здесь, не подразумевают уточненного анализа процессов передачи мощности бесступенчатыми передачами, поэтому в дальнейших рассуждениях не станем учитывать имманентно свойственные им кинематические потери, ведя тем самым речь о передаточном числе, а не о передаточном отношении. Соответствующие корректизы [9] смогут быть внесены в полученные здесь результаты впоследствии. С другой стороны, передаточное число понимается в [7, 8] как отношение определенных геометрических параметров звеньев (чисел зубьев, диаметров и т.п.), взятое таким образом, чтобы его значение было больше или равно единице. Данная общепринятая концепция становится неудобной, когда рассмотрению подвергаются бесступенчатые передачи, у которых в процессе функционирования ведущее звено может обладать по сравнению с ведомым как меньшим, так и большим значением геометрического параметра. В этой связи здесь под передаточным числом будем подразумевать отношение геометрического параметра ведомого звена

к соответствующему геометрическому параметру звена ведущего.

На основании аналитического обзора материалов [1–8, 10–12] становится возможным классифицировать бесступенчатые передачи по принципу действия. Организационная диаграмма на рис. 1 наглядно иллюстрирует данную классификацию.

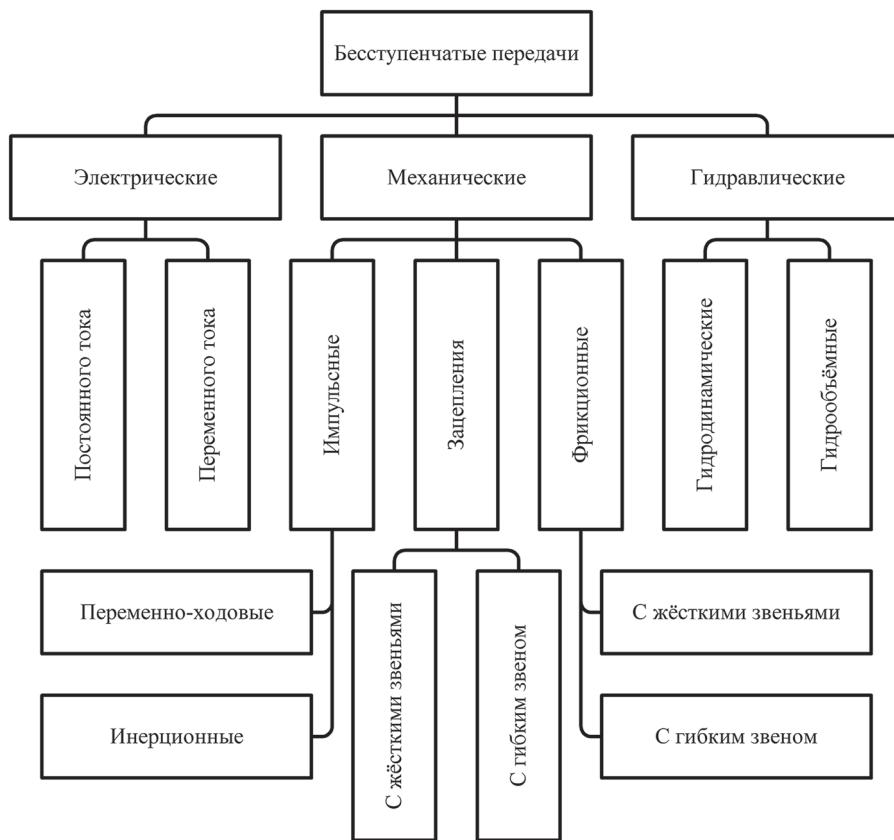
Наибольшее распространение на текущем этапе развития колесных и гусеничных машин получили трансмиссионные вариаторы на базе механических фрикционных передач с гибким звеном, применимые преимущественно на легковых автомобилях и мотоциклах [2, 5]. При этом такие служащие для автоматического управления ими механизмы, как центробежные регуляторы и вакуумные камеры [10], на автотранспорте были вытеснены гидрообъемными приводами с микроконтроллерами или программируемыми логическими интегральными схемами в качестве командных устройств [5].

Последнее обстоятельство сделало актуальными научные изыскания, направленные на выявление оптимальных процессов управления упомянутыми бесступенчатыми передачами автомобильных трансмиссий и синтез алгоритмов для систем автоматики, позволяющих реализовать эти процессы.

### **Материалы и методы исследования**

В ряде работ [9, 11, 12] поднимаются вопросы, связанные с процессами функционирования, методиками проектирования и расчета компонентов подобных передач. Особое внимание в работе [12] уделяется явлениям деформации гибкого звена под нагрузками и влиянию этих деформаций на рабочие процессы передач.

Действительно, гибкие звенья фрикционных бесступенчатых передач помимо связанных с процессами трения в пятнах контакта нагрузок подвержены в эксплуатации совокупности разнородных динамических воздействий. К ним прежде всего относятся центробежные и действующие со стороны шкивов силы, которые вызывают изгиб и сжатие в поперечном направлении, а также растяжение (или сжатие для гибких звеньев толкающего типа) в направлении продольном. Кроме того, элементы гибких звеньев естественным образом работают на продольный изгиб при прохождении шкивов и испытывают связанные с нагревом деформации.



**Рис. 1. Классификация бесступенчатых передач**

*Fig. 1. Classification of continuously variable transmissions*

Однако следует учитывать, что перечисленные воздействия сугубо критичны, когда они прилагаются к резинокордным ремням или ремням с трапецидальными колодками на резинокордной или иной неметаллической основе [8, 11–13]. В бесступенчатых же трансмиссиях современных автомобилей используются металлические вариаторные цепи и металлические же ремни толкающего типа [5, 8, 9, 14], изменение размеров которых под силовыми и тепловыми нагрузками сравнительно мало. Тем более воспринимающие нагрузки элементы ремней толкающего типа работают в продольном направлении, как было уже упомянуто, не на растяжение, а на сжатие, что обуславливает еще меньшие значения возможных деформаций и позволяет при предварительном синтезе алгоритма не учитывать таковые.

Разберем задачу с позиций обеспечения наилучших тягово-скоростных свойств автомобиля (так называемый «спортивный режим»). При необходимости ее можно будет переформулировать для режима, когда целью управления является минимизация расхода топлива [10], а также для других режимов, ха-

рактерных для современных автоматических автомобильных трансмиссий.

Рассматриваемый режим предполагает развитие двигателем внутреннего сгорания максимальной мощности в процессах разгона, равномерного движения и замедления без разблокировки сцепления или гидротрансформатора. Под разгоном будем понимать процесс увеличения скорости машины с заблокированным сцеплением или гидротрансформатором вплоть до достижения ею максимальной возможной для данной эксплуатационной ситуации скорости.

Для описания работы бензиновых двигателей без «полки» крутящего момента на внешней скоростной характеристике может быть использована регрессионная модель, представленная в форме полиномиальной функции двух аргументов:

$$M_d = d_1 \dot{\phi}_d^2 + d_2 \dot{\phi}_d + d_3 \dot{\phi}_d u + d_4 u + d_5 u^2 + d_6, \quad (1)$$

где  $M_d$  – крутящий момент, реализуемый на коленчатом валу;  $u \in [0; 1]$  – степень открытия дроссельной заслонки;  $\dot{\phi}_d$  – угловая скорость коленчатого вала;  $d_1 \dots d_6$  – параметры регрессии [15].

При данном подходе двигатель воспринимается как «черный ящик», а модель является функциональной (в терминологии А.Д. Мышкиса) [16]. В связи с этим дополнительно вводятся ограничения, позволяющие учесть физический смысл, путем задания области применимости модели:  $\dot{\phi}_{\text{dmin}} \leq \dot{\phi}_{\text{d}} \leq \dot{\phi}_{\text{dmax}}$ ;  $M_{\text{d}} \geq 0$ .

Здесь  $\dot{\phi}_{\text{dmin}}$  – минимальная устойчивая угловая скорость коленчатого вала, а  $\dot{\phi}_{\text{dmax}}$  – его максимальная допустимая угловая скорость, с которой для процессов разгона и равномерного движения уместно сопоставить рубеж «красной зоны» на тахометре приборной панели.

Исходя из того, что при  $\dot{\phi}_{\text{d}} = \dot{\phi}_{\text{dmin}}$  и  $u = 0$   $M_{\text{d}} = 0$  получаем на основе (1) алгебраическое неприведенное уравнение второй степени:

$$d_1\dot{\phi}_{\text{dmin}}^2 + d_2\dot{\phi}_{\text{dmin}} + d_6 = 0.$$

Известный аналитический метод [17] позволяет найти корни данного уравнения. В контексте физического смысла дискриминант его должен быть неотрицателен, тогда как  $d_1 < 0$ . Из этих посылок можно заключить, что  $d_6 \geq 0$ ,  $d_2 \geq 0$  и только один корень выражает минимальную устойчивую угловую скорость:

Несложно убедиться, что на отрезке  $[\dot{\phi}_{\text{dmin}}; \dot{\phi}_{\text{dmax}}]$  функция (3) имеет единственный максимум, который соответствует либо большему из двух действительных корней данного уравнения, либо максимальной допустимой угловой скорости коленчатого вала:

$$\dot{\phi}_{\text{dN}} = \begin{cases} \frac{-d_2 - d_3u - \sqrt{(d_2 + d_3u)^2 - 3d_1(d_4u + d_5u^2 + d_6)}}{3d_1} & \Leftarrow (\mathfrak{P} = \mathsf{T}); \\ \dot{\phi}_{\text{dmax}} & \Leftarrow (\mathfrak{P} = \mathsf{F}). \end{cases} \quad (4)$$

Здесь  $\mathfrak{P}$  – предикат следующего вида:

$$\mathfrak{P} \stackrel{\text{def}}{=} \left( \frac{-d_2 - d_3u - \sqrt{(d_2 + d_3u)^2 - 3d_1(d_4u + d_5u^2 + d_6)}}{3d_1} < \dot{\phi}_{\text{dmax}} \right), \quad (5)$$

а  $\mathsf{T}$  и  $\mathsf{F}$  – обозначения для истинности и ложности соответственно.

Угловая скорость коленчатого вала соотносится со скоростью автомобиля  $\dot{S}_a$  при разгоне, равномерном движении и замедлении без разблокировки сцепления или гидротрансформатора следующим образом:

$$\dot{\phi}_{\text{d}} = \dot{S}_a v_{\text{БП}} v_{\text{П}} / r_k,$$

где  $r_k$  – осредненный статический радиус ведущих колес;  $v_{\text{БП}}$  – передаточное число бесступенчатой передачи;  $v_{\text{П}}$  – общее передаточное число прочих агрегатов трансмиссии.

Отсюда

$$v_{\text{БП}} = \frac{\dot{\phi}_{\text{d}} r_k}{\dot{S}_a v_{\text{П}}}.$$

$$\dot{\phi}_{\text{dmin}} = \frac{-d_2 - \sqrt{d_2^2 - 4d_1d_6}}{2d_1}.$$

Приняв данную модель, легко вывести выражение для мощности двигателя:

$$N_{\text{д}} = M_{\text{д}} \dot{\phi}_{\text{д}} = d_1 \dot{\phi}_{\text{д}}^3 + d_2 \dot{\phi}_{\text{д}}^2 + d_3 \dot{\phi}_{\text{д}} u + d_4 \dot{\phi}_{\text{д}} u + d_5 \dot{\phi}_{\text{д}} u^2 + d_6 \dot{\phi}_{\text{д}}. \quad (2)$$

Согласно базовым положениям математического анализа экстремумы непрерывной гладкой функции имеются в точках, где ее первая производная обращается в ноль [17].

Частная производная функции (2) по переменной  $\dot{\phi}_{\text{д}}$

$$\frac{\partial N_{\text{д}}}{\partial \dot{\phi}_{\text{д}}} = 3d_1 \dot{\phi}_{\text{д}}^2 + 2(d_2 + d_3u) \dot{\phi}_{\text{д}} + d_4u + d_5u^2 + d_6. \quad (3)$$

Обозначим через  $\dot{\phi}_{\text{dN}}$  угловую скорость, на которой двигатель развивает наибольшую при определенном значении  $u$  мощность. Подставив ее в (3) вместо  $\dot{\phi}_{\text{д}}$  и приравняв полученное выражение к нулю, получаем еще одно не приведенное квадратное уравнение:

$$3d_1 \dot{\phi}_{\text{dN}}^2 + 2(d_2 + d_3u) \dot{\phi}_{\text{dN}} + d_4u + d_5u^2 + d_6 = 0.$$

Подставляя в эту формулу вместо  $\dot{\phi}_d$  правую часть (4), получаем

$$v_{BP} = \begin{cases} \frac{-d_2 - d_3 u - \sqrt{(d_2 + d_3 u)^2 - 3d_1(d_4 u + d_5 u^2 + d_6)}}{3d_1 \dot{S}_a} \frac{r_k}{v_p} & \Leftarrow (\mathfrak{P} = T); \\ \frac{\dot{\phi}_{d\max} r_k}{\dot{S}_a v_p} & \Leftarrow (\mathfrak{P} = F). \end{cases} \quad (6)$$

Формула (6) справедлива, когда  $v_{BT\min} \leq v_{BT} \leq v_{BT\max}$ , где  $v_{BT\min}$  и  $v_{BT\max}$  – наименьшее и наибольшее значения передаточного числа бесступенчатой передачи соответственно.

Аналогичные построения можно провести и для двигателей с иным протеканием скоростных характеристик, использовав для их аппроксимации полиномы более высоких степеней. При этом алгоритм в виде аналитически заданной функции будет возможно сформировать, если соответствующее первой производной полинома по переменной  $\dot{\phi}_d$  алгебраическое уравнение будет разрешимо в радикалах относительно нее же. Также имеется возможность использовать для аппроксимации неполиномиальные зависимости, которые, возможно, позволят отразить особенности функционирования конкретных двигателей с большей адекватностью. Однако в данных случаях получение аналитически заданного алгоритма подразумевает очевидные условия аналитической дифференцируемости описывающей зависимости функции и аналитической же разрешимости сформированных уравнений относительно  $\dot{\phi}_d$ . В иных случаях выявление описывающей алгоритм зависимости потребует привлечения численных методов.

Ясно, что формула (6) является лишь промежуточным результатом, поскольку требуемое значение  $v_{BP}$  должно быть обеспечено определенными значениями основных параметров передачи и в конечном счете – значением осевого смещения подвижных полушиков  $S_{PSh}$  (рис. 2).

Пусть текущие посадочные радиусы на ведущем и ведомом шкивах ( $r_1$  и  $r_2$  соответственно) в каждом состоянии передачи соотносятся с серединой высоты  $l_b$  той части поперечного сечения гибкого звена, которая входит в непосредственный контакт с рабочими поверхностями полушиков (рис. 2).

Текущее значение передаточного числа равно отношению текущих значений посадочных радиусов на ведомом и ведущем шкивах:

$$v_{BP} = r_2 / r_1. \quad (7)$$

Тогда наибольшее и наименьшее возможные значения передаточного числа будут определяться следующими формулами:  $v_{BP\max} = r_{2\max} / r_{1\min}$ ;  $v_{BP\min} = r_{2\min} / r_{1\max}$ .

Здесь  $r_{1\min}$  и  $r_{1\max}$  – соответственно минимальное и максимальное значения посадочного радиуса на ведущем шкиве, а  $r_{2\max}$  и  $r_{2\min}$  – соответственно минимальное и максимальное значения посадочного радиуса на шкиве ведомом.

Основные геометрические размеры ведущего и ведомого шкивов, как правило, одинаковы:  $r_{1\min} = r_{2\min} = r_{\min}$ ;  $r_{1\max} = r_{2\max} = r_{\max}$  (рис. 2). Тогда  $v_{BP\max} = r_{\max} / r_{\min} = 1 / v_{BP\min}$ , и  $v_{BP\min} = r_{\min} / r_{\max} = 1 / v_{BP\max}$ .

Учтем, что допустимое минимальное значение посадочного радиуса [ $r_{\min}$ ] зависит от конструктивных особенностей гибкого звена и составляет около 0,025 м для вариаторных цепей и около 0,031 м для ремней толкающего типа.

Во всех дальнейших рассуждениях примем допущения об отсутствии сколь-либо значимых погрешностей изготовления элементов передачи и их пренебрежимо малом износе в процессе эксплуатации. Также для начала будем считать, что образующие полушиков представлена собой отрезки прямых (полушиковы имеют форму идеальных усеченных круговых конусов), а поперечное сечение гибкого звена в зоне контакта с полушиковыми есть равнобокая трапеция (рис. 2).

На рис. 3, а показан фрагмент схемы передачи с дополнительными построениями. Длина изображенного на нем отрезка  $B_1B_2$  соответствует максимальному осевому смещению подвижных полушиков  $S_{PSh\max}$ . Основываясь на простейших геометрических соотношениях, данную величину можно выразить из основных размеров передачи.

Поскольку сторона  $AB_1$  треугольника  $\Delta AB_1B_2$  лежит на образующей усеченного конуса правого полушика, а сторона  $B_1B_2$  параллельна оси его собственной симметрии, по теореме о накрест лежащих углах [17] угол  $\angle AB_1B_2$  конгруэнтен углу между образующей и упомянутой осью. Поэтому,  $\angle AB_1B_2 = \alpha_k$ .

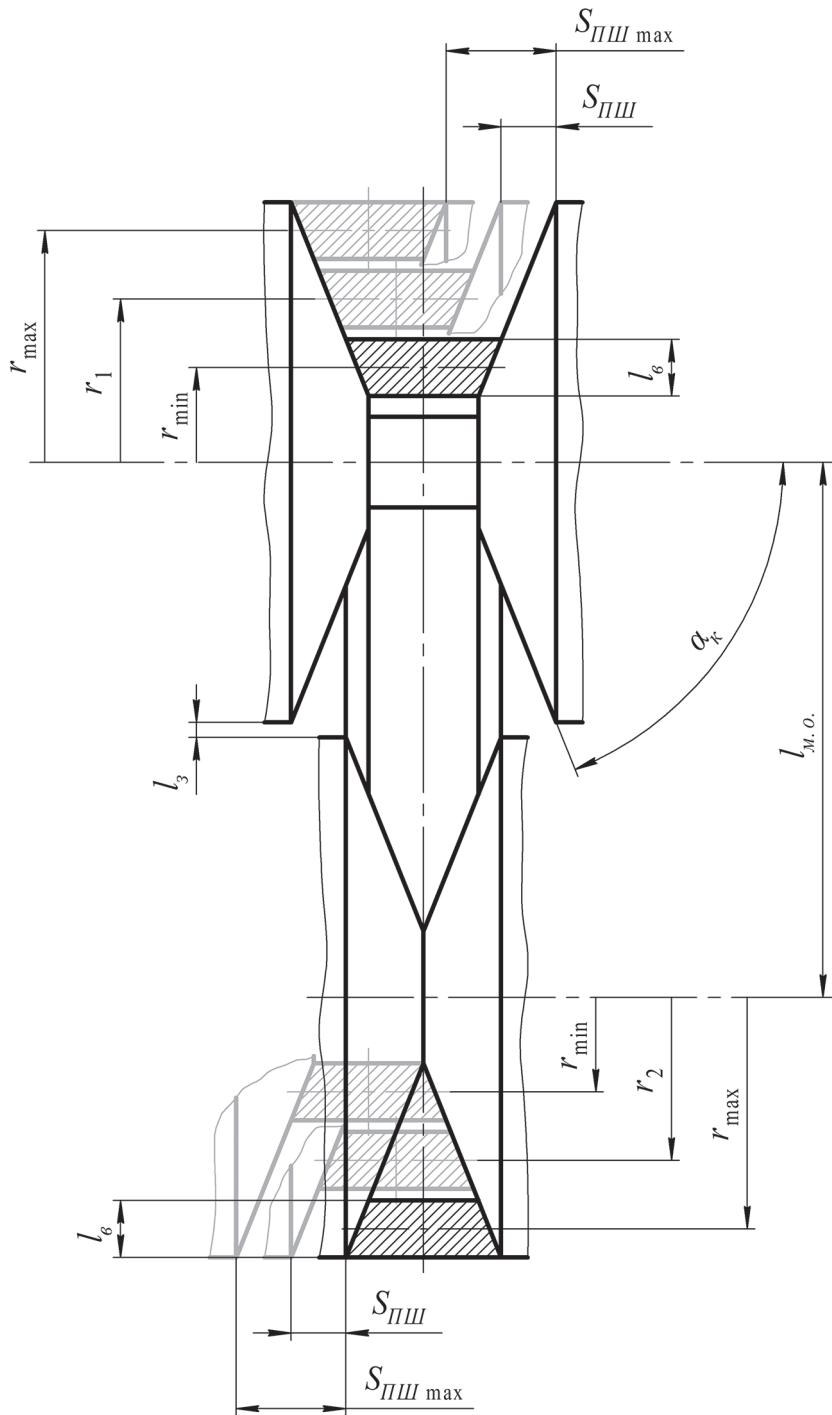


Рис. 2. Основные размеры и параметры бесступенчатой передачи с гибким звеном

Fig. 2. Main dimensions and parameters of continuously variable transmission with flexible link

Отказ от учета поперечной деформации гибкого звена под сжимающей нагрузкой полулюшков дает нам право утверждать, что отрезок  $AB_2$  параллелен отрезку  $DE$ , лежащему на образующей усеченного конуса левого поллюшка (так как расстояния от точек  $A$  и  $B_2$  до точек  $E$  и  $D$  соответственно равны между собой) [17]. Взаимная же симметричность по-

лушков, в свою очередь, обуславливает конгруэнтность углов  $\angle AB_1B_2$  и  $\angle AB_2B_1$ .

Таким образом, треугольник  $\Delta AB_1B_2$  является равнобедренным, и высота его  $AC$ , проведенная к основанию  $B_1B_2$ , совпадает с соответствующей медианой, вследствие чего  $|B_1C| = |B_2C|$ , и  $|B_1B_2| = 2|B_1C| = 2|B_2C|$  [17]. В результате имеем два конгруэнтных [17]

прямоугольных треугольника  $\Delta AB_1C$  и  $\Delta AB_2C$  с общим катетом  $AC$ , чья длина  $|AC| = r_{\max} - r_{\min}$ .

Перечисленные обстоятельства позволяют из свойственных прямоугольным треугольникам тригонометрических соотношений [17] получить выражение для искомой величины:

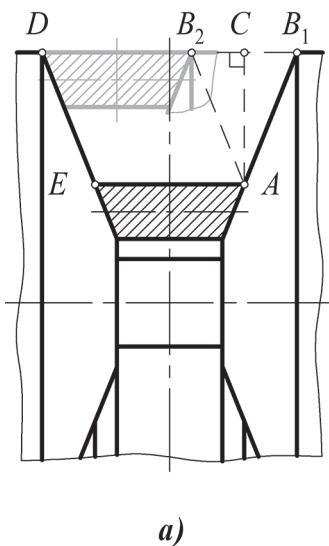
$$S_{\text{ПШmax}} = 2 \frac{|AC|}{\tan \alpha_k} = 2 \frac{r_{\max} - r_{\min}}{\tan \alpha_k}. \quad (8)$$

Далее проанализируем геометрическое построение, изображенное на рис. 3, б, положив, что окружности с центрами в точках  $C_1$  и  $\tilde{N}_2$  обозначают соответственно ведущий и ведомый шкивы, причем  $|C_1A_1| = |C_1A_2| = r_{\min}$ , а  $|C_2B_1| = |C_2B_2| = r_{\max}$ .

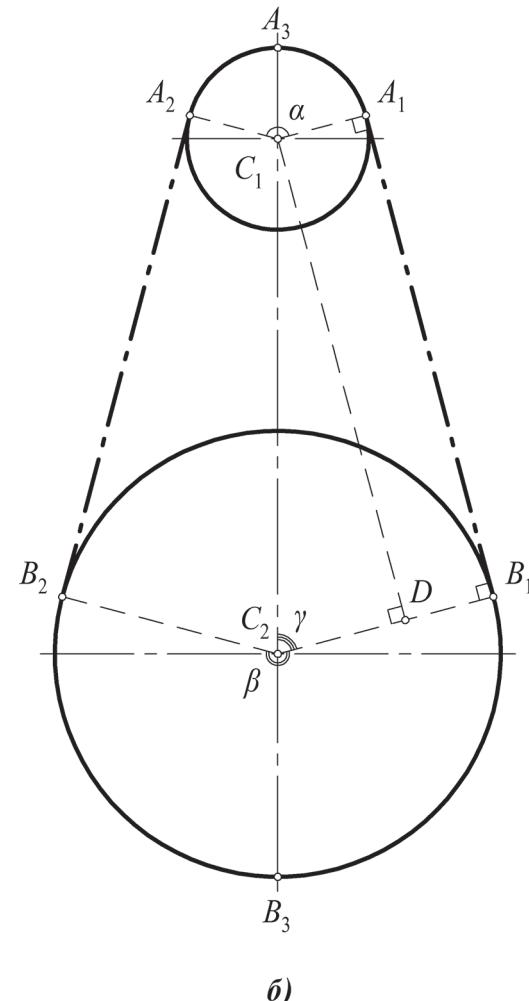
Длина гибкого звена в допущении о его малых деформациях соответствует сумме длин отрезков  $A_1B_1$ ,  $A_2B_2$  и дуг окружностей  $\widehat{A_1A_3A_2}$ ,  $\widehat{B_1B_3B_2}$ :  $l_{\text{г.з.}} = |A_1B_1| + |A_2B_2| + |\widehat{A_1A_3A_2}| + |\widehat{B_1B_3B_2}|$ .

Отрезки  $A_1B_1$ , и  $A_2B_2$  являются касательными в своих окончательных точках к обозначающим шкивы окружностям, и вследствие симметричности построений относительно проходящей через центры окружностей прямой  $|A_1B_1| = |A_2B_2|$ . Таким образом,  $\tilde{N}_1A_1 \perp A_1B_1 \perp \tilde{N}_2B_1$ , а  $\tilde{N}_1A_2 \perp A_2B_2 \perp \tilde{N}_2B_2$ , из чего, в частности, следует, что  $\tilde{N}_1A_1 \parallel \tilde{N}_2B_1$  и  $\tilde{N}_1A_2 \parallel \tilde{N}_2B_2$ , а  $\angle A_1C_1A_2 \cong \angle B_1C_2B_2$  (то есть,  $\overline{A_1C_1A_2} = \alpha = \overline{B_1C_2B_2} = 2\gamma$ ) [17].

Рассмотрим прямоугольный треугольник  $\Delta \tilde{N}_1\tilde{N}_2D$  и связанные с ним построения. Отрезок  $C_1D$ , являющийся его большим катетом, как и отрезок  $A_1B_1$ , перпендикулярен отрезкам  $C_1A_1$  и  $C_2B_1$ , ввиду чего  $C_1D \parallel A_1B_1$ ,  $|C_1D| = |A_1B_1|$ , и  $|B_1D| = |C_1A_1|$  [17]. Из вышеизложенного очевидно, что длина гипotenузы данного треугольника  $|C_1C_2| = l_{\text{м.о.}}$ , где  $l_{\text{м.о.}}$  – межосевое расстояние шкивов (рис. 2), а длина его мень-



a)



б)

Рис. 3. Геометрические схемы бесступенчатой передачи с гибким звеном

Fig. 3. Continuously variable transmission with flexible link geometry

шего катета  $|C_2D| = |C_2B_1| - |B_1D| = r_{\max} - r_{\min}$ . При этом на основании элементарных соображений  $l_{\text{м.о.}} = 2r_{\max} + l_b + l_s$ , где  $l_s$  – расстояние зазора между шкивами, которое целесообразно выбирать из диапазона 0,002...0,004 м (рис. 2).

Тогда по теореме Пифагора [17]

$$|C_1D| = \sqrt{|C_1C_2|^2 - |C_2D|^2} = \\ = \sqrt{(2r_{\max} + l_b + l_s)^2 - (r_{\max} - r_{\min})^2} = |A_1B_1| = |A_2B_2|.$$

Для нахождения длин дуг  $\widehat{A_1A_3A_2}$  и  $\widehat{B_1B_3B_2}$  необходимо знать угловые меры  $\alpha$  и  $\beta$  соответственно:  $|\widehat{A_1A_3A_2}| = r_{\min}\alpha'$ ;  $|\widehat{B_1B_3B_2}| = r_{\max}\beta$  [17]. Так как  $\alpha = 2\gamma$ , а  $\beta = 2\pi - 2\gamma$ , оставшаяся часть задачи нахождения длины гибкого звена сводится к выражению угловой меры  $\gamma$  через известные величины.

Вновь обратимся к треугольнику  $\Delta\tilde{N}_1\tilde{N}_2D$ . Зная длины его гипотенуз и катетов, можем вывести интересующую нас формулу:

$$\gamma = \arccos \frac{|C_2D|}{|C_1C_2|} = \arccos \frac{r_{\max} - r_{\min}}{2r_{\max} + l_b + l_s}.$$

Таким образом, номинальная длина гибкого звена

$$l_{\text{г.з.}} = 2\sqrt{(2r_{\max} + l_b + l_s)^2 - (r_{\max} - r_{\min})^2} + \\ + 2r_{\min} \arccos \frac{r_{\max} - r_{\min}}{2r_{\max} + l_b + l_s} + \\ + 2r_{\max} \left( \pi - \arccos \frac{r_{\max} - r_{\min}}{2r_{\max} + l_b + l_s} \right). \quad (9)$$

Оставаясь в рамках предположения о пренебрежимо малых деформациях гибкого звена под силовыми и температурными нагрузками, уместно считать, что значение величины  $l_{\text{г.з.}}$  является постоянным при любых взаимосоответствующих значениях посадочных радиусов  $r_1, r_2 \in [r_{\min}; r_{\max}]$ :

$$l_{\text{г.з.}} = 2\sqrt{(2r_2 + l_b + l_s)^2 - (r_2 - r_1)^2} + \\ + 2r_1 \arccos \frac{r_2 - r_1}{2r_2 + l_b + l_s} + \\ + 2r_2 \left( \pi - \arccos \frac{r_2 - r_1}{2r_2 + l_b + l_s} \right). \quad (10)$$

С другой стороны, нетрудно понять, что, если в правой части выведенной ранее формулы (8)  $r_{\max}$  заменить на  $r_1$ , полученное вы-

ражение будет определять уже не максимальное, а текущее осевое смещение подвижных полушиков  $S_{\text{ппш}} \in [0; S_{\text{ппш}_{\max}}]$  (рис. 2). Исходя из этого  $r_1$  можно представить как функцию переменной  $S_{\text{ппш}}$ :

$$r_1 = r_{\min} + \frac{S_{\text{ппш}} \operatorname{tg} \alpha_k}{2}. \quad (11)$$

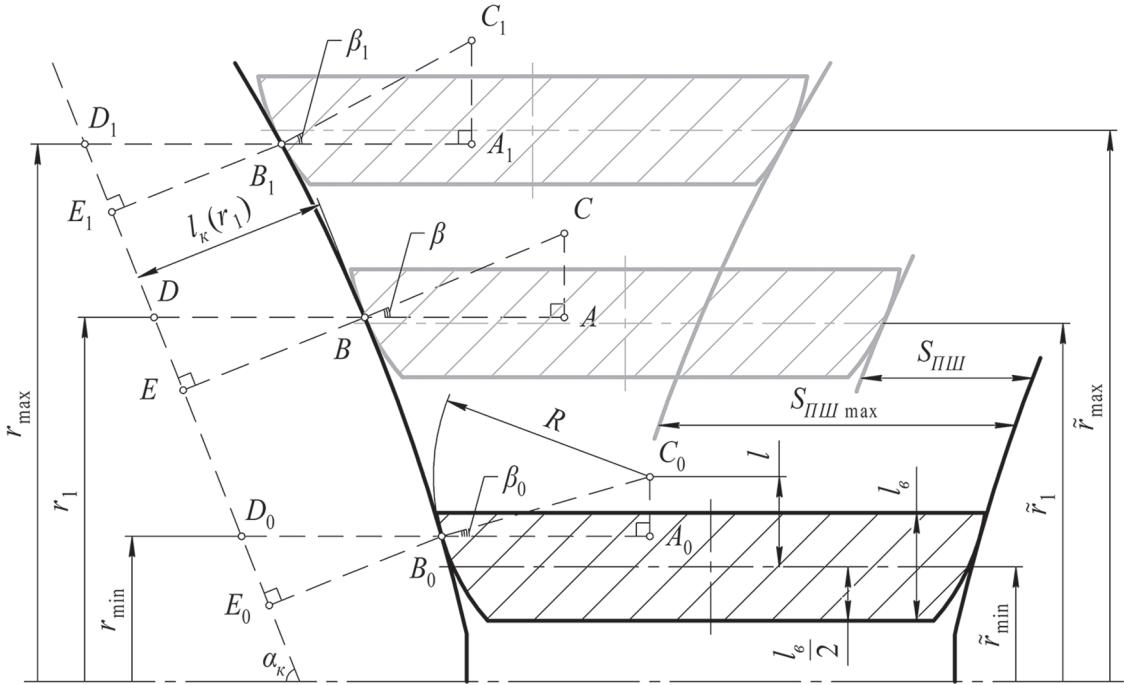
На основании (10) и (11), а также того обстоятельства, что значение величины  $l_{\text{г.з.}}$  может быть найдено из (9) или непосредственными измерениями, приходим к уравнению, решение которого позволит выявить зависимость  $r_2$  от  $S_{\text{ппш}}$ :

$$2\sqrt{(2r_2 + l_b + l_s)^2 - \left( r_2 - r_{\min} - \frac{S_{\text{ппш}} \operatorname{tg} \alpha_k}{2} \right)^2} + \\ + 2 \left( r_{\min} + \frac{S_{\text{ппш}} \operatorname{tg} \alpha_k}{2} \right) \times \\ \times \arccos \left( \frac{r_2 - r_{\min}}{2r_2 + l_b + l_s} - \frac{S_{\text{ппш}} \operatorname{tg} \alpha_k}{2(2r_2 + l_b + l_s)} \right) + \\ + 2r_2 \left[ \pi - \arccos \left( \frac{r_2 - r_{\min}}{2r_2 + l_b + l_s} - \frac{S_{\text{ппш}} \operatorname{tg} \alpha_k}{2(2r_2 + l_b + l_s)} \right) \right] - \\ - l_{\text{г.з.}} = 0. \quad (12)$$

В тех случаях, когда образующие контактных поверхностей передачи выполняются криволинейными, как рекомендуется в работе [14], задача несколько усложняется, поскольку тогда значения посадочных радиусов зависят помимо прочего от профилей этих поверхностей.

Вслед за автором [14] положим, что образующая контактных поверхностей каждого элемента гибкого звена является дугой окружности с радиусом  $R$ , чей центр находится на расстоянии  $l$  от середины высоты элемента  $l_b$  (рис. 4). При этом  $l + l_b/2 \leq R$ . Также допустим, что нам известна функция  $l_k(r_1)$ , которая задает форму образующей полушика как зависимость расстояния между каждой ее точкой и образующей воображаемого соосного кругового конуса в радиальном сечении, от соответствующего этой точке посадочного радиуса (рис. 4). Кроме того, будем считать, что контакт рабочих поверхностей является точечным.

Через  $\alpha_k$  обозначим теперь угловую меру, соответствующую половине угла раствора упомянутого воображаемого конуса



**Рис. 4. Геометрическая схема, основные размеры и параметры фрикционной бесступенчатой передачи с криволинейными образующими контактных поверхностей шкивов и гибкого звена**

*Fig. 4. Geometric diagram, main dimensions and parameters of a frictional continuously variable transmission with curved generatrices of the contact surfaces of the pulleys and flexible link*

(рис. 4). Так как отрезки  $B_0D_0$ ,  $BD$  и  $B_1D_1$  на рис. 4 параллельны друг другу и оси собственной симметрии данного конуса,  $\angle B_0D_0E_0 \cong \angle BDE \cong \angle B_1D_1E_1$ , а угловая мера этих углов по указанной ранее причине равна  $\alpha_\kappa$ . Также учитем, что отрезки  $A_0B_0$ ,  $AB$  и  $A_1B_1$  лежат на тех же прямых, что и отрезки  $B_0D_0$ ,  $BD$  и  $B_1D_1$  соответственно, а отрезки  $B_0C_0$ ,  $BC$  и  $B_1C_1$ , будучи радиусами образующих контактных поверхностей гибкого звена ( $|B_0C_0| = |BC| = |B_1C_1| = R$ ), нормальны к образующей полушкива в соответствующих точках контакта. Вкупе с геометрическим смыслом производной это дает нам основания утверждать, что

$$\widehat{ABC} = \beta = \pi/2 + \arctg l'_\kappa(r_1) - \alpha_\kappa,$$

где  $l'_\kappa(r_1) = \frac{dl_\kappa(r_1)}{dr_1}$  [17].

В частных случаях для минимального и максимального значений посадочных радиусов  $\widehat{A_0B_0C_0} = \beta_0 = \pi/2 + \arctg l'_\kappa(r_{\min}) - \alpha_\kappa$  и  $\widehat{A_1B_1C_1} = \beta_1 = \arctg l'_\kappa(r_{\max}) - \alpha_\kappa$ . Опираясь на вышеупомянутые тригонометрические соотношения для прямоугольных треугольников

$\Delta ABC$ ,  $\Delta A_0B_0C_0$  и  $\Delta A_1B_1C_1$  и формулы приведения [17], можем найти приведенные посадочные радиусы, соответствующие середине высоты  $l_b$  для общего и частных случаев:

$$\tilde{r}_1 = r_1 - l + |AC| = r_1 - l + R \cos[\alpha_\kappa - \arctg l'_\kappa(r_1)]; \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \tilde{r}_{\min} &= r_{\min} - l + |A_0C_0| = \\ &= r_{\min} - l + R \cos[\alpha_\kappa - \arctg l'_\kappa(r_{\min})]; \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \tilde{r}_{\max} &= r_{\max} - l + |A_1C_1| = \\ &= r_{\max} - l + R \cos[\alpha_\kappa - \arctg l'_\kappa(r_{\max})]. \end{aligned} \quad (15)$$

Аналогично в отношении приведенного посадочного радиуса на ведомом шкиве:

$$\tilde{r}_2 = r_2 - l + R \cos[\alpha_\kappa - \arctg l'_\kappa(r_2)]. \quad (16)$$

Подстановка правых частей (14) и (15) в (9) вместо  $r_{\min}$  и  $r_{\max}$  соответственно позволит найти длину гибкого звена.

Снова привлекая тригонометрические соотношения для треугольников  $\Delta B_0D_0E_0$  и

$\Delta BDE$ , теорему Пифагора для треугольников  $\Delta A_0B_0C_0$  и  $\Delta ABC$ , а также (11) и приведенные выше выражения для угловых мер  $\beta_0$  и  $\beta$  с формулами приведения, получаем:

$$\begin{aligned} S_{\text{пш}} = & 2 \frac{r_1 - r_{\min}}{\tg \alpha_k} - 2(|BD| - |B_0D_0|) + \\ & + 2(|A_0B_0| - |AB|) = 2 \frac{r_1 - r_{\min}}{\tg \alpha_k} - 2 \frac{l_e(r_1) - l_k(r_{\min})}{\sin \alpha_k} + \\ & + 2R \sqrt{1 - \cos^2 [\alpha_k - \arctg l_k'(r_{\min})]} - \\ & - 2R \sqrt{1 - \cos^2 [\alpha_k - \arctg l_e'(r_1)]}. \end{aligned} \quad (17)$$

Понятно, что отсюда можем найти  $S_{\text{пш}_{\max}}$ , если положим  $r_1 = r_{\max}$ .

Решение уравнения (17) относительно  $\eta$  позволит, используя (13), найти зависимость  $\tilde{r}_1(S_{\text{пш}})$ . Зная ее и памятую о (16), сможем, в свою очередь, решить составленное по аналогии с (12) на основе (10) уравнение следующего вида:

$$\begin{aligned} & 2\sqrt{(2\tilde{r}_2 + l_b + l_3)^2 - [\tilde{r}_2 - \tilde{r}_1(S_{\text{пш}})]^2} + \\ & + 2\tilde{r}_1(S_{\text{пш}}) \arccos \frac{\tilde{r}_2 - \tilde{r}_1(S_{\text{пш}})}{2\tilde{r}_2 + l_b + l_3} + \\ & + 2\tilde{r}_2 \left[ \pi - \arccos \frac{\tilde{r}_2 - \tilde{r}_1(S_{\text{пш}})}{2\tilde{r}_2 + l_b + l_3} \right] - l_{\text{г.з.}} = 0, \end{aligned} \quad (18)$$

выявив тем самым искомую зависимость  $r_2$  от  $S_{\text{пш}}$ .

## Результаты исследования

Имея зависимость  $r_2$  от  $S_{\text{пш}}$  и принимая во внимание формулы (5)–(7) и (11) или решение уравнения (17), мы можем при помощи численных методов найти функцию  $S_{\text{пш}} = f(u; \dot{S}_a)$ .

Уравнения (12), (17) и (18) являются трансцендентными и подлежат решению численными методами. Для реализации таковых авторами в системе компьютерной математики Mathcad [18] была разработана соответствующая программа. Посредством данной программы были проведены расчеты применительно к легковому автомобилю с двигателем, математическая модель которого (1) характеризуется значениями параметров регрессии, найденными в работе [15]. При этом было учтено, что функционирование рассматриваемого вариатора в реальных эксплуатационных ситуациях не подразумевает использование всего обеспечиваемого им диапазона значений передаточного числа:  $v_{\text{БП}_{\min}}^* > v_{\text{БП}_{\min}}$ ,  $S_{\text{пш}_{\max}}^* < S_{\text{пш}_{\max}}$ , где  $v_{\text{БП}_{\min}}^*$  и  $S_{\text{пш}_{\max}}^*$  – реально используемые минимальное передаточное число передачи и максимальное осевое смещение полушкивов соответственно.

Ниже на рис. 5 и рис. 6 приведены ключевые результаты расчетов, полученные для передачи с прямолинейными образующими контактных поверхностей.

## Заключение

Полученная функция  $S_{\text{пш}} = f(u; \dot{S}_a)$  является собой искомый алгоритм в предварительной форме. Означенная форма не учитывает ди-

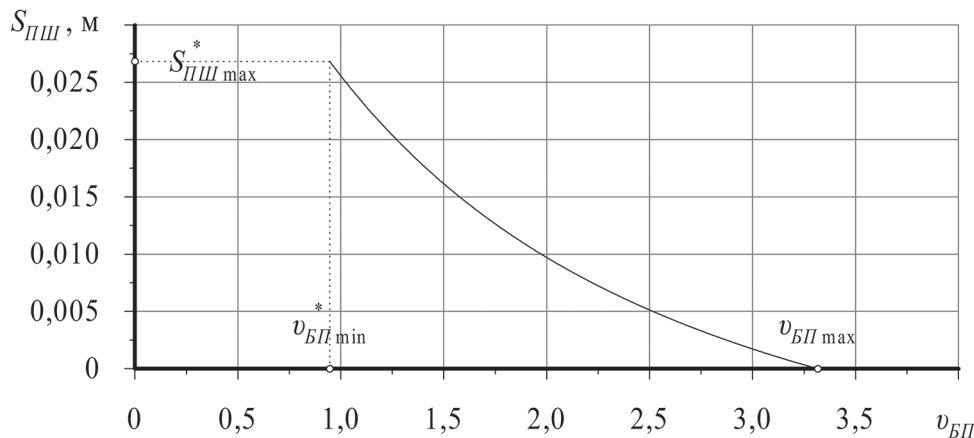
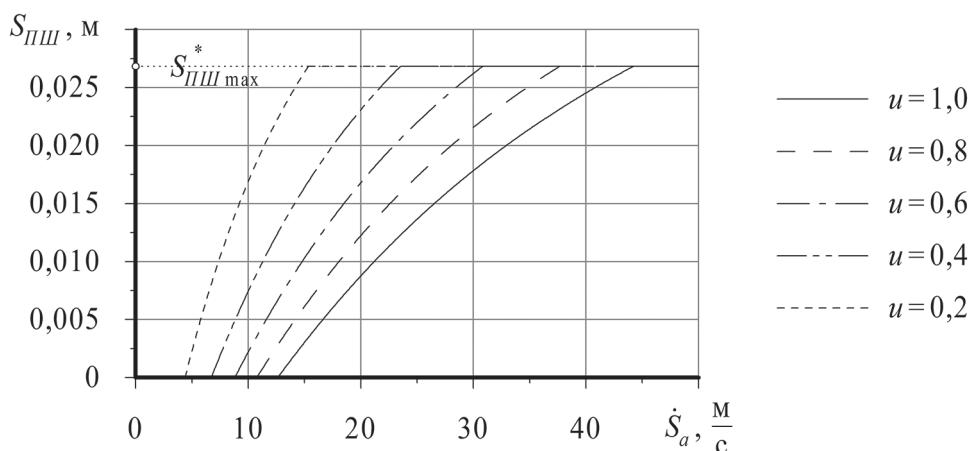


Рис. 5. Зависимость осевого смещения подвижных полушкивов от требуемого передаточного числа бесступенчатой передачи

Fig. 5. Dependence of the axial displacement of the movable pulleys on the required gear ratio of the continuously variable transmission



**Рис. 6. Зависимости осевого смещения подвижных полушкивов от скорости автомобиля при различных значениях степени открытия дроссельной заслонки**

*Fig. 6. Dependences of the axial displacement of the movable pulleys on the vehicle speed at various values of the throttle valve opening degree*

намику передачи и привода управления сю, специфику некоторых характерных для автомобилей режимов эксплуатации и ряд других факторов. В то же время ее наличие позволяет, ориентируясь на доставляемые ею количественные оценки, предметно подойти к разработке эскизного проекта системы автоматического управления передачей с тем, чтобы на его основе сформировать алгоритм в окончательном виде и реализовать в виде программного обеспечения для цифрового командного устройства.

### Литература

- Белоусов Б.Н., Попов С.Д. Колесные транспортные средства особо большой грузоподъемности. Конструкция. Теория. Расчет / Под общ. ред. Б.Н. Белоусова. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. 728 с.
- Ксенофонтов И.В. Устройство и техническое обслуживание мотоциклов, мопедов, скутеров, квадрициклов. Учебник водителя транспортных средств кат. А, А1, М. М.: Третий Рим Капитал, 2016. 112 с.
- Ожерельев В.Н. Современные зерноуборочные комбайны. М.: Колос, 2008. 176 с.
- Стрелков А.Г. Конструкция быстроходных гусеничных машин: Учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по специальности «Автомобиле- и тракторостроение». М.: МГТУ «МАМИ», 2005. 616 с.
- Фишер Р., Гшайде Р., Хайдер У., Хоманн Б., Кайль В., Манн Й., Шлегель Б., Виммер А., Вормер Г. Автомобильная техника: введение в специальность: Учеб. / Под общ. ред. Р. Гшайде. Астана: Фолиант, 2017. 720 с.
- Шарипов В.М., Апелинский Д.В., Арустамов Л.Х., Безруков Б.Б., Городецкий К.И., Даудиков Б.Н., Макаров А.Р., Михайлов В.А., Набоких В.А., Наумов Е.С., Парфенов А.П., Олиссевич О.В., Феофанов Ю.А., Шарипова Н.Н., Щетинин Ю.С. Тракторы. Конструкция: Учеб. для студентов вузов / Под общ. ред. В.М. Шарипова. М.: Машиностроение, 2012. 790 с.
- Большая Советская энциклопедия [Электрон. ресурс]: Электрон. версия энциклопедии. М.: Большая Рос. энцикл.; Гласнет, 2003. 3 опт. диска (PC CD-ROM).
- Гулиа Н.В., Клоков В.Г., Юрков С.А. Детали машин: Учебник / Под общ. ред. Н.В. Гулиа. СПб.: Лань, 2010. 416 с.
- Дыко Г.А. Расчет основных параметров цепного вариатора трансмиссии автомобиля // Вестник КГУ. 2017. № 2. Серия «Технические науки». Вып. 12. С. 84–88.
- Гаспарянц Г.А. Некоторые автоматические системы автомобиля: Учеб. пособие. М.: МАМИ, 1974. 217 с.
- Есипенко Я.И. Механические вариаторы скорости. Киев: Гостехиздат УССР, 1961. 220 с.
- Пронин Б.А., Ревков Г.А. Бесступенчатые клиновоременные и фрикционные передачи (вариаторы). М.: Машиностроение, 1980. 320 с.
- Снакин Р.Ф., Федурин В.И. К вопросу применения бесступенчатых передач на легковых автомобилях // Безопасность и надежность автомобиля: Межвуз. сб. науч. тр. М.: МАМИ, 1988. С. 220–225.

14. Каменсков В.Ю. Совершенствование эксплуатационных свойств автомобильного фрикционного вариатора с металлической цепью. Автореф. дис. ... канд. техн. наук. М.: 2009. 16 с.
15. Кретов А.В. Выбор параметров и законов регулирования автоматического сцепления по критериям минимизации нагрузочных режимов трансмиссии: Дис. ... канд. техн. наук. М., 1987. 214 с.
16. Мышкис А.Д. Элементы теории математических моделей. М.: ЛЕНАНД, 2016. 200 с.
17. Выгодский М.Я. Справочник по математике. М.: АСТ: Астрель, 2011. 1055 с.
18. Кирьянов Д.В. Самоучитель Mathcad 13. СПб.: БХВ-Петербург, 2006. 528 с.

### References

1. Belousov B.N., Popov S.D. *Kolesnyye transportnyye sredstva osobo bol'shoj gruzopod'yemnosti. Konstruktsiya. Teoriya. Raschet* [Wheeled vehicles of extra heavy carrying capacity. Design. Theory. Calculation]. Pod obshch. red. B.N. Belousova. Moscow: MGTU im. N.E. Baumana Publ., 2006. 728 p.
2. Ksenofontov I.V. *Ustroystvo i tekhnicheskoye obsluzhivaniye mototsiklov, mopedov, skuterov, kvadritsiklov. Uchebnik voditelya transportnykh sredstv kat. A, A1, M* [Construction and maintenance of motorcycles, mopeds, scooters, quadricycles. Vehicle driver licence A, A1, M category textbook]. Moscow: Tretiy Rim Kapital Publ., 2016. 112 p.
3. Ozherel'yev V.N. *Sovremennyye zernouborochnyye kombayny* [Modern combine harvesters]. Moscow: Kolos Publ., 2008. 176 p.
4. Strelkov A.G. *Konstruktsiya bystrokhodnykh gusenichnykh mashin* [The design of high-speed tracked vehicles]: Учебное пособие для студентов вузов, обучавшихся по специальности «Автомобилестроение и тракторостроение». Moscow: MGTU «МАМИ» Publ., 2005. 616 p.
5. Fisher R., Gshayde R., Khayder U., Khomann B., Kayl' V., Mann Y., Shlegel' B., Vimmer A., Vormer G. *Avtomobil'naya tekhnika: vvedeniye v spetsial'nost'* [Automotive engineering: an introduction to the specialty]: Учеб. / Под общей ред. R. Gshayde. Astana: Foliant Publ., 2017. 720 p.
6. Sharipov V.M., Apelinskiy D.V., Arustamov L.KH., Bezrukov B.B., Gorodetskiy K.I., Davydov B.N., Makarov A.R., Mikhaylov V.A., Nabokikh V.A., Naumov YE.S., Parfenov A.P., Olisevich O.V., Feofanov YU.A., Sharipova N.N., Shchetinin YU.S. *Traktory. Konstruktsiya* [Tractors. Design]: Учеб. для студентов вузов. Под общей ред. V.M. Sharipova. Moscow: Mashinostroyeniye Publ., 2012. 790 p.
7. *Bol'shaya Sovetskaya entsiklopediya* [Great Soviet Encyclopedia] [Elektron. resurs]: Elektron. versiya entsiklopedii. Moscow: Bol'shaya Ros. entsikl.; Glasnet, 2003. 3 opt. diska (PC CD-ROM).
8. Gulia N.V., Klokov V.G., Yurkov S.A. *Detali mashin* [Machine parts]: Учебник. Под общим ред. N.V. Gulia. SPb.: Lan' Publ., 2010. 416 p.
9. Dyko G.A. Calculation of the main parameters of the chain variator of the vehicle transmission. *Vestnik KGU*. 2017. No 2. Серия «Технические науки». Вып. 12, pp. 84–88 (in Russ.).
10. Gaspariants G.A. *Nekotorye avtomaticheskiye sistemy avtomobiliya* [Automatic vehicle systems]: Учеб. пособие. Moscow: MAMI Publ., 1974. 217 p.
11. Yesipenko YA.I. *Mekhanicheskiye variatory skorosti* [Mechanical speed variators]. Kiyev: Gostekhizdat USSR Publ., 1961. 220 p.
12. Pronin B.A., Revkov G.A. *Besstupenchatyye klinoremennyye i friktionnyye peredachi (variatory)* [Infinitely variable V-belt and friction transmissions (variators)]. Moscow: Mashinostroyeniye Publ., 1980. 320 p.
13. Snakin R.F., Fedurin V.I. The use of continuously variable transmissions in passenger vehicles. *Bezopasnost' i nadezhnost' avtomobiliya*: Mezhdunar. Sb. nauch. tr. Moscow: MAMI Publ., 1988, pp. 220–225 (in Russ.).
14. Kamenskov V.YU. *Sovershenstvovaniye ekspluatatsionnykh svoystv avtomobil'nogo friktionnogo variatoria s metallicheskoy tsep'yu*. Avtoref. dis. ... kand. tekhn. nauk [Improving the performance of an automotive friction variator with a metal chain: Abstract to the Dissertation for Degree of PhD in Engineering]. Moscow: 2009. 16 p.
15. Kretov A.V. *Vybor parametrov i zakonov regulirovaniya avtomaticheskogo stsepleniya po kriteriyam minimizatsii nagruzochnykh rezhimov transmissii*: Dis. ... kand. tekhn. nauk [Selection of parameters and laws of automatic clutch regulation according to the criteria of minimizing the load modes of the transmission: Dissertation for Degree of PhD in Engineering]. Moscow, 1987. 214 p.
16. Myshkis A.D. *Elementy teorii matematicheskikh modeley* [Elements of the theory of mathematical models]. Moscow: LENAND Publ., 2016. 200 p.
17. Vygodskiy M.YA. *Spravochnik po matematike* [Mathematics reference]. Moscow: AST: Astrel' Publ., 2011. 1055 p.
18. Kir'yanov D.V. *Samouchitel' Mathcad 13* [Mathcad 13 tutorial]. SPb.: BKH-V-Peterburg Publ., 2006. 528 p.

## PRELIMINARY SYNTHESIS OF ALGORITHMS FOR AUTOMATIC CONTROL OF AUTOMOBILE CONTINUOUSLY VARIABLE TRANSMISSIONS WITH FLEXIBLE LINKS

PhD in Engineering **A.E. Yesakov<sup>1</sup>**, PhD in Engineering **A.V. Kretov<sup>1</sup>**, PhD in Engineering **P.A. Krasavin<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Moscow Polytechnic University, Moscow, Russia

<sup>2</sup>Moscow Automobile and Road Construction State Technical University (MADI), Moscow, Russia

ravn@mail.ru

*Variators of different operating principles and designs are of interest as components of automatic transmissions for ground transport and traction machines. At the same time, one of the most popular types of variators are the variators built on the basis of continuously variable transmissions with flexible links. The main reasons for the use of such variators in the transmissions of a number of modern passenger vehicles are, on the one hand, the emergence of flexible link designs with high durability, and, on the other hand, the widespread introduction of programmable electronic devices into automatic control systems for continuously variable transmissions. A direct consequence of the latter circumstance was the need for in-depth research aimed at synthesizing such control algorithms that would make it possible to fully use the advantages inherent in continuously variable transmissions with flexible links and minimize the operational consequences of their shortcomings. This paper makes an attempt to solve the problem of synthesizing the algorithm in a preliminary form, based on the goal of providing the vehicle with the best traction and speed properties. The presence of such an attempt will allow, having set the main parameters of a continuously variable transmission for some reason, to develop the hardware of the automatic control system. In turn, this will make it possible to synthesize a refined algorithm that takes into account the dynamics of the system, errors of meters and signal conversion devices, as well as other factors affecting work processes. When considering the described problem, various variants of the geometry of the contact surfaces of the continuously variable transmission links were taken into account and the corresponding mathematical apparatus were formed. The results of calculations, obtained by computer program that implements these devices, are selectively presented in the materials of the paper.*

**Keywords:** automatic control, vehicle, algorithm, continuously variable transmission, variator, geometry, flexible link, gear ratio, transmission, traction and speed properties.

**Cite as:** A.E. Yesakov, A.V. Kretov, P.A. Krasavin Preliminary synthesis of algorithms for automatic control of automobile continuously variable transmissions with flexible links. *Izvestiya MGTU «MAMI»*. 2020. No 4 (46), pp. 25–37 (in Russ.). DOI: 10.31992/2074-0530-2020-46-4-25-37.

# УМЕНЬШЕНИЕ КОЛЕЕОБРАЗОВАНИЯ ШИРОКОЗАХВАТНЫХ ДОЖДЕВАЛЬНЫХ МАШИН

д.т.н. Журавлева Л.А., Тхuan Н.В.

Московский политехнический университет, Москва, Россия  
nguyenthuan230593@gmail.com

В процессе полива при движении дождевальных машин по полю колесами ходовых опор создается колея. С увеличением числа проходов растет и глубина колеи. В конце поливного сезона она может достигать 0,3–0,45 м, приводить к буксированию колес и избыточному поливу. Интенсивность процесса колеообразования и снижения сцепных свойств ходовых систем дождевальных машин еще в большей степени увеличивается при наличии свободной, не впитавшейся воды, вызывающей образование стока по колее. Наибольшая глубина колеи к концу сезона у последних тележек возникает за счет увеличения интенсивности полива и диаметра капель дождевателей, расположенных в конце трубопровода. Выбор ходовых систем должен производиться с учетом характеристик орошаемых поверхностей, рациональных соотношений длин пролетов, диаметров трубопроводов. Целью исследования является повышение проходимости и уменьшение колеообразования широкозахватных дождевальных машин. В статье представлены теоретические зависимости для определения глубины и ширины колеи для двухколесных и трехколесных ходовых тележек широкозахватных дождевальных машин. Полевые исследования проводились на дождевальных машинах «Кубань-ЛК1М» (Каскад) и «КАСКАД». В статье представлена зависимость глубины колеи от номера опорной тележки при несущей способности почвы 110–125 кПа. Проведенные исследования позволили определить ориентировочные зоны применения колесных систем в зависимости от несущей способности почвы. Анализ данных показывает, что на почвах повышенной прочности дождевальные машины целесообразно оборудовать узкими пневмоколесами. На почвах с низкой несущей способностью и значительными поливными нормами от 600 м<sup>3</sup>/га – широкопрофильными пневматическими шинами 18-24; 23-26, 21.3-24 для ДМ «Кубань-ЛК1», «Кубань-ЛК1М» (КАСКАД), «КАСКАД» с шириной профиля 0,30-0,54 м, в том числе установкой более широкопрофильных шин в концевой части машин. Кроме того, в условиях пониженной прочности почв возможно применение на дождевальных машинах шин с меньшими значениями ширины профиля, нежели рекомендуемые, но для уменьшенных величин длин пролетов или уменьшенного диаметра водопроводящего трубопровода.

**Ключевые слова:** орошение, норма полива, давление, колея, ходовые системы, почва.

**Для цитирования:** Журавлева Л.А., Тхuan Н.В. Уменьшение колеообразования широкозахватных дождевальных машин // Известия МГТУ «МАМИ». 2020. № 4 (46). С. 38–45. DOI: 10.31992/2074-0530-2020-46-4-38-45.

## Введение

Движение широкозахватных дождевальных машин (ДМ) в процессе полива осуществляется посредством взаимодействия движителей их опорных тележек с почвой, которая одновременно является несущим основанием и объектом увлажнения. Взаимодействие движителей машин сопровождается возникновением сил трения, нормальных и касательных напряжений, вызывающих уплотнение почвы, ее разрушение, образование колеи.

Основными показателями физических свойств почвы, определяющими ее несущие свойства, а в конечном счете – опорные и тягово-

сцепные свойства машин, являются механический состав, удельный и объемный вес, водопроницаемость и влажность.

Из всех перечисленных показателей наиболее сильное влияние имеет влажность. При увеличении влажности от 20 до 30 % сопротивление сжатию и сдвигу уменьшается в 3–4 раза. Ухудшение прочностных свойств почвы при увеличении влажности вызывает возрастание буксования колес и приводит к возрастанию потерь на перекатывание. Это наблюдается при поливе большими поливными нормами, когда почва на глубине 0,2–0,3 м увлажняется до предела текучести. При таком

взаимодействии колеса с почвой происходит не уплотнение, а пластическое течение ее под колесом и выпирание в стороны.

Как показывает зарубежный и отечественный опыт эксплуатации многоопорных широкозахватных дождевальных машин, для повышения опорно-тяговых и сцепных свойств применяется оснащение их пневматическими шинами низкого давления, сдвоенными колесами, трехколесными ходовыми системами, уширенными жесткими колесами, гусеничными и шагающими двигателями.

Тем не менее, 90 % широкозахватных машин [1] оборудуются колесными системами, что объясняется простотой конструкции, легкостью в обслуживании и ремонте, низкой стоимостью.

В целях повышения проходимости широкозахватных дождевальных машин зарубежные фирмы для своих ранних разработок применяли жесткие колеса с уширенным ободом [2].

Пневматики обладают высокой износостойкостью, высокими тяговыми характеристиками, сопротивлением ударам и проколам, устойчивостью против откатывания назад и проскальзывания [3].

Анализ развития ходовых систем многоопорных ДМ показал, что для повышения проходимости многоопорных широкозахватных ДМ целесообразно оборудовать колесными системами с низким уплотняющим воздействием и необходимы соответствующие теоретико-экспериментальные исследования по обоснованию их параметров.

Как показывает опыт эксплуатации, для широкозахватных дождевальных машин кругового действия глубина колеи имеет несколько большее значение в начале и в конце машины,

соответственно, из-за увеличенного слоя осадков (расхода) и повышенной интенсивности дождя (образование стоков) [4–7].

Целью исследования является повышение проходимости и уменьшение колеекобразования широкозахватных дождевальных машин.

### Теоретические исследования

Рассмотрим механизм внутренних процессов, происходящих в деформируемой почве при качении колеса.

При качении колес ДМ имеет два основных вида деформации почвы:

- сжатие почвы опорной поверхностью;
- срез почвы зацепами колеса.

При сжатии почвы опорной поверхностью колеса можно выделить:

- сжатие вниз по вертикали, сопровождающее уплотнением ее;
- сжатие, распространяемое в стороны от движущегося колеса, и часто возникающее выпирание почвы из-под колеса.

В своих исследованиях А.И. Рязанцев предлагает смоделировать данные процессы как взаимодействие с почвой конусно-крыльчатых наконечников пенетрирующих устройств. Сопротивление грунта сжатию может определяться зависимостью, кПа [4]:

$$\sigma_{\text{сж}} = u_T \gamma_{\text{ГР}} r_{\text{КП}} + N'_T c_{2\Gamma}, \quad (1)$$

где  $u_T$  и  $N'_T$  – безразмерные коэффициенты несущей способности грунта, зависящие от угла внутреннего трения;  $\gamma_{\text{ГР}}$  – объемный вес грунта, кН/ $\text{м}^3$ ;  $r_{\text{КП}}$  – радиус основания наконечника, м;  $c_{2\Gamma}$  – удельное сцепление грунта, кПа.

Поскольку собственным весом грунта в пределах глубины погружения наконечника



Рис. 1. Двухколесные и трехколесные опорные тележки дождевальных машин

Fig. 1. Two-wheel and three-wheel sprinkler support undercarriages

в поверхностном слое можно пренебречь, касательную составляющую напряжения (удельное сопротивление почвы вращательному срезу) с достаточной достоверностью можно отождествлять со сцеплением грунта:  $\tau_\Gamma = c_{2\Gamma}$ .

Несущую способность почвы определяли согласно зависимости, кПа [4]:

$$P_{dp} = 0,318 N'_K c_{2\Gamma}, \quad (2)$$

где  $N'_K$  – коэффициент, зависящий от величины угла внутреннего трения грунта.

Несущую способность почв после полива можно описать выражением:

$$P_{pp} = P_{dp} - \Delta P, \quad (3)$$

где  $\Delta P$  – величина уменьшения несущей способности почвы.

На изменение прочностных показателей почвы при поливе существенное влияние оказывают ее инфильтрационные свойства и режим орошения, определяемый природно-климатическими условиями и конструктивными особенностями дождевальных машин.

Согласно исследованиям А.И. Рязанцева [5] несущая способность почвы после полива определяется, кПа:

$$P_{pp} = P_{dp} - (1,4 t_{dost}^{0,65} + 8 \cdot 1,01^{t_{ct}}), \quad (4)$$

где  $P_{dp}$  – несущая способность почвы до полива, МПа;  $t_{ct}$  – величина стока, м<sup>3</sup>/га;  $t_{dost}$  – достоковая поливная норма, м<sup>3</sup>/га.

Известно, что несущая способность почвы увеличивается при увеличении значений достоковой нормы и еще в большей степени уменьшается при возрастании величины поверхностного стока.

Так, например, увеличение поливной нормы с 300 до 500 м<sup>3</sup>/га для среднесуглинистых черноземов вызывает уменьшение их несущих свойств с 160 до 140 кПа, а при наличии стока – (20–25 %) до 125 кПа [4].

Достоковая поливная норма, м<sup>3</sup>/га [8]:

$$t_{dost} = 2850 \left( 1,14 - \sqrt[5]{d_K} \right) \frac{\rho_{cp}}{\rho_1} K, \quad (5)$$

где  $d_K$  – средний диаметр капель, мм;  $\rho_{cp}$  – интенсивность дождя, мм/мин;  $\rho_1$  – заданная интенсивность дождя, мм/мин;  $K$  – коэффициент, учитывающий водопроницаемость почв ( $K = 0,6 - 1,5$ ).

Ширину колеи для двухколесных тележек дождевальных машин можно определить из выражения:

$$B_K = \left\{ \left( R_{im} + \frac{b_K}{2} \right)^2 + \right. \\ \left. + 0,6 \left( T_{op} + \left( \frac{L_M - l_{kon}}{l_{pr}} \right) T_{T2} + T_{IBT} L_M + T_K \right) \right\} \times \\ \times \frac{D_K - \left( 0,6 \left( T_{op} + \left( \frac{L_M - l_{kon}}{l_{pr}} \right) T_{T2} + T_{IBT} L_M + T_K \right) \right)^{0,5}}{n_T \left[ P_{dp} - (1,4 t_{dost}^{0,65} + 8 \cdot 1,01^{t_{ct}}) \right] b_K \sqrt{D_K}} \times \\ \times \left\{ D_K - \left( R_{im} - \frac{b_K}{2} \right) \right\}^{0,5} - \quad (6)$$

где  $T_{op}$  – масса основной опоры;  $T_{T2}$  – масса опорных тележек с двумя колесами;  $T_{IBT}$  – масса участков водопроводящего трубопровода между опорными тележками с системой крепления (шпренгельной системой);  $T_K$  – массы консоли (при наличии);  $n_T$  – количество тележек;  $L_M$  – длина машины;  $l_{kon}$  – длина консоли;  $l_{pr}$  – расстояние между пролетами.

Для трехколесных тележек:

$$B_K = \left\{ \left( R_{im} + \frac{b_K}{2} \right)^2 + \right. \\ \left. + 0,4 \left( T_{op} + \left( \frac{L_M - l_{kon}}{l_{pr}} \right) T_{T3} + T_{IBT} L_M + T_K \right) \right\} \times \\ \times \frac{D_K - \left( 0,4 \left( T_{op} + 1,2 \left( \frac{L_M - l_{kon}}{l_{pr}} \right) T_{T2} + T_{IBT} L_M + T_K \right) \right)^{0,5}}{n_T \left[ P_{dp} - (1,4 t_{dost}^{0,65} + 8 \cdot 1,01^{t_{ct}}) \right] b_K \sqrt{D_K}} \times \\ \times \left\{ D_K - \left( R_{im} - \frac{b_K}{2} \right) \right\}^{0,5} - \quad (7)$$

где  $T_{T3}$  – масса опорных тележек с тремя колесами.

Необходимо учитывать, что масса тележки с тремя колесами за счет большей длины и усиленной рамы составляет порядка  $T_{T3} = (1,1 - 1,25) T_{T2}$ , т.е. в среднем  $(1,1 - 1,25) T_{T2}$ .

Глубина колеи для двухколесной тележки дождевальной машины может быть выражена следующей зависимостью [9]:

$$H' = \frac{0,6 \left( T_{op} + \left( \frac{L_M - l_{kon}}{l_{pr}} \right) T_{T2} + T_{IBT} L_M + T_K \right)}{n_T P_{pp} b_K \sqrt{D_K}}. \quad (8)$$

Глубина колеи для трехколесной тележки дождевальной машины:

$$H = \frac{0,4 \left( t_{\text{оп}} + 1,2 \left( \frac{L_M - l_{\text{КОН}}}{l_{\text{пп}}} \right) t_{\text{T2}} + t_{\text{IBT}} L_M + t_K \right)}{n_T P_{\text{пп}} b_K \sqrt{D_K}}. \quad (9)$$

Как можно заметить из полученных выражений, величины глубины и ширины колеи меняются незначительно и целесообразность применения трехколесных систем в большей степени сводится к повышению тягово-цепных качеств, нежели уменьшению колеобразования.

Теоретические зависимости глубины колеи от несущей способности почвы при различной длине пролетов на примере ДМ «Кубань-ЛК1М» (КАСКАД) и ДМ «КАСКАД», построенные в соответствии с выражением (8), представлены на рис. 2.

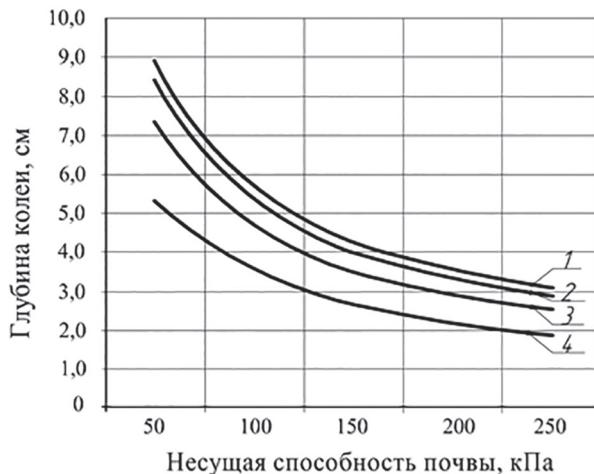


Рис. 2. Зависимость глубины колеи от несущей способности почвы для ДМ «Кубань-ЛК1» (КАСКАД) (шины 14,9-24) (труба 159 мм) для первой опоры:

1 – пролет 65 м; 2 – пролет 59,5 м;  
3 – пролет 48,7 м; 4 – пролет 30 м

*Fig. 2. Dependence of the track depth on the bearing capacity of the soil for the "Kuban-LK1" (KASKAD) (tires 14,9-24) (pipe 159 mm) for the first support:*

1 – rut 65 m; 2 – rut 59,5 m;  
3 – rut 48,7 m; 4 – rut 30 m

Рассматривая зависимость величины колеи от несущей способности почвы при различной длине пролетов на примере ДМ «КАСКАД», можно сделать вывод о возможности увеличения пролета до 65 м, при которых величина колеи не превышает нормативных значений

при несущей способности более 100 кПа и поливной норме порядка 300–350 м<sup>3</sup>/га.

Для почв с низкой несущей способностью и машин с длиной пролетов более 59 м рационально применение колес с шинами не менее 16,9-24, а при уменьшении несущей способности – шины 18,4-26 рис. 2.

Теоретические зависимости ширины колеи от порядкового номера опорной тележки на примере ДМ «КАСКАД», построенные в соответствии с выражением (6), представлены на рис. 3. Ширина колеи для всех модификаций машин и колес уменьшается с увеличением расстояния от центральной опоры.

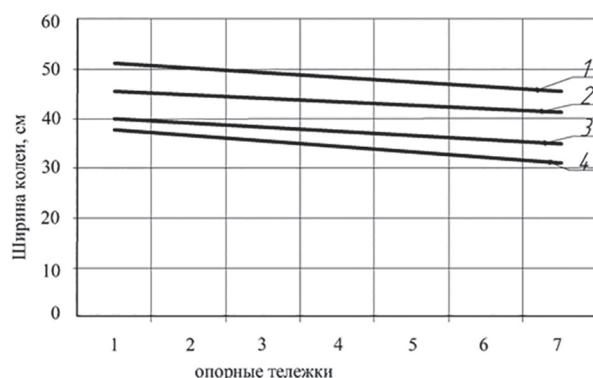


Рис. 3. Зависимость ширины колеи от порядкового номера опорной тележки (расстояние от основной опоры) для ДМ «КАСКАД» (несущая способность почвы 100 кПа):  
1 – шины 18,4-24; 2 – шины 16-20;  
3 – шины 15,5-38; 4 – шины 14,9-24

*Fig. 3. Dependence of the track width on the serial number of the support carriage (distance from the main support) for "KASKAD" sprinkler (soil bearing capacity 100 kPa):  
1 – tires 18,4-24; 2 – tires 16-20;  
3 – tires 15,5-38; 4 – tires 14,9-24*

Для уменьшения глубины колеи (рис. 4) возможно применение колес более широкого профиля или снижение массы за счет уменьшения диаметра трубопровода, что целесообразно при работе с меньшими расходами [10, 11].

### Методика исследований

Полевые исследования проводились на полях УНПО «Поволжье» ФГБОУ ВО Саратовский ГАУ (с. Степное Энгельсского района Саратовской области), УНПК АгроЦентра СГАУ; ООО «Наше дело» (Саратовская область, Марксовский район). Дождевальные машины: «Кубань-ЛК1М» (Каскад) и ДМ «КАСКАД» (рис. 5).

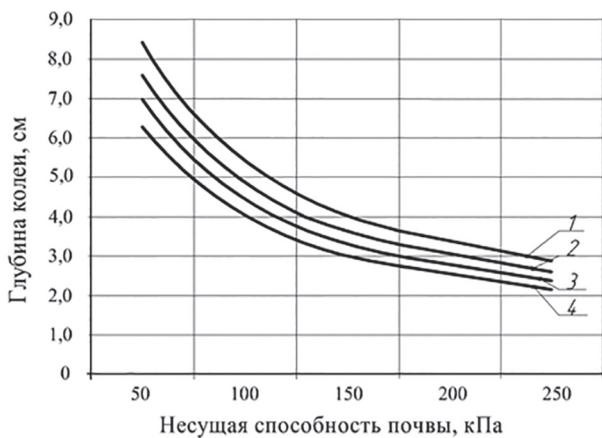


Рис. 4. Зависимость глубины колеи от несущей способности почвы для ДМ «КАСКАД» пролет 59,5 м (труба 159 мм) для первой опоры:  
1 – шины 14,9-24; 2 – шины 16,9-24;  
3 – шины 18,4-24; 4 – шины 23,1-26

Fig. 4. Dependence of the track depth on the bearing capacity of the soil for "KASKAD" sprinkler rut 59,5 m (pipe 159 mm) for the first support:  
1 – tires 14.9-24; 2 – tires 16.9-24;  
3 – tires 18.4-24; 4 – tires 23.1-26



Рис. 5. Дождевальная машина «КАСКАД» [12]

Fig. 5. "KASKAD" sprinkler [12]

### Результаты исследований

Интенсивное уменьшение давления колес машин на почву при средних нагрузках (10–20 кН) присущих практически применимым длинам и диаметрам труб пролетов дождевальных машин «Кубань-ЛК1», «Кубань-ЛК1М» (КАСКАД), ДМ «КАСКАД», происходит при увеличении опорной поверх-

ности колес до 0,30–0,50 м<sup>2</sup>. Дальнейшее увеличение площади колесных движителей не имеет практического смысла, так как это влечет за собой значительное увеличение габаритов колес или их количества. С увеличением нагрузки растет и значение предела опорной поверхности. Нагрузочный режим на колесные системы тележек ДМ варьируется изменением длин пролетов и диаметров их водопроводящего трубопровода.

Результаты теоретических исследований по подбору пневматических колес для ДМ типа «Кубань-ЛК1», «Кубань-ЛК1М» (КАСКАД), ЭДМ «КАСКАД» были подтверждены экспериментально.

Результаты исследований глубины колеи от порядкового номера опорной тележки при несущей способности почвы 110–125 кПа после первого прохода для ДМ «Кубань-ЛК1М» длиной 497 показаны на (рис. 6).

В конце поливного сезона вид зависимости глубины колеи от порядкового номера тележки меняется с линейной на квадратичную. На последних тележках колея снова возрастает за счет увеличения расхода и крупности капель (рис. 7).

При увеличении пролета до 59,5 м и установке колес с шинами 16,9-24, колея снижается до 4 см на первой тележке за первый проход

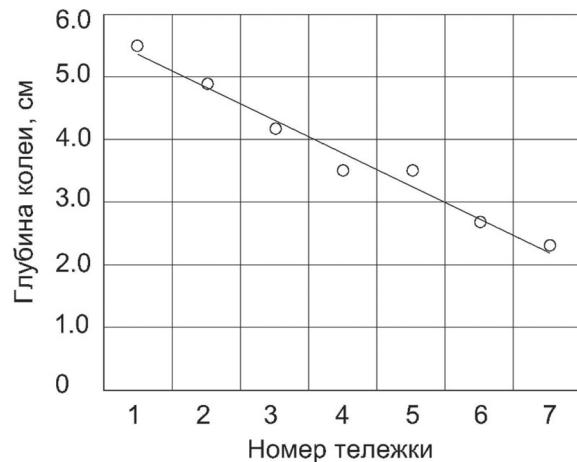
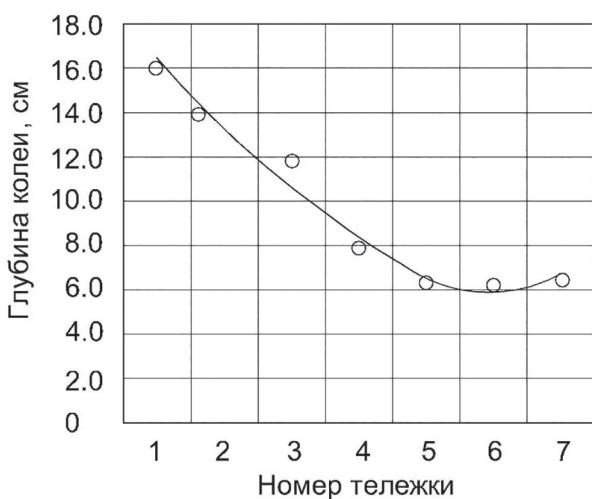


Рис. 6. Зависимость глубины колеи от номера опорной тележки при несущей способности почвы 110–125 кПа: ДМ «Кубань-ЛК1М» (48,7 м пролет, шины 14,9-24),  $H' = -0,525t_{\text{от}} + 5,9$ ;  $R^2 = 0,976$

Fig. 6. Dependence of the track depth on the number of the support undercarriage with a soil bearing capacity of 110–125 kPa: "Kuban-LK1M" sprinkler (rut 48,7 m, tires 14.9-24),  
 $H' = -0,525t_{\text{от}} + 5,9$ ;  $R^2 = 0,976$



**Рис. 7. Зависимость глубины колеи от номера опорной тележки в конце поливного сезона: ДМ «Кубань-ЛК1М» (48,7 м пролет, шины 14,9-24),**  
 $H'' = 0,041T_{\text{OT}}^3 + 0,023T_{\text{OT}}^2 - 3,489T_{\text{OT}} + 19,8;$   
 $R^2 = 0,967$

*Fig. 7. Dependence of the track depth on the number of the support undercarriage at the end of the irrigation season: "Kuban-LK1M" sprinkler (48,7 m rut, tires 14,9-24),  $H'' = 0,041T_{\text{OT}}^3 + 0,023T_{\text{OT}}^2 - 3,489T_{\text{OT}} + 19,8;$   $R^2 = 0,967$*

и до 9 см в конце поливного сезона, несмотря на увеличение длины пролета (рис. 8).

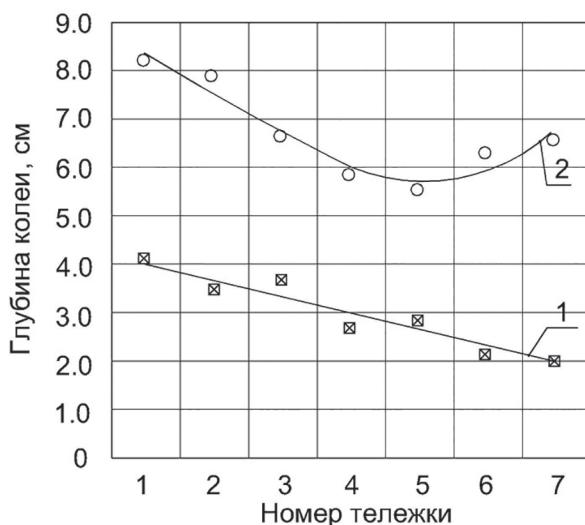
Анализ данных показывает, что на почвах повышенной прочности ДМ целесообразно оборудовать узкими пневмоколесами. На почвах с низкой несущей способностью и значительными поливными нормами от 600 м<sup>3</sup>/га – более широкопрофильными пневматическими шинами 18-24; 23-26, 21.3-24 для ДМ «Кубань-ЛК1», «Кубань-ЛК1М» (КАСКАД), «КАСКАД с шириной профиля 0,30–0,54 м, в том числе установкой более широкопрофильных шин в концевой части машин.

Кроме того, в условиях пониженной прочности почв возможно применение на ДМ шин с меньшими значениями ширины профиля, нежели рекомендуемые, но для уменьшенных величин длин пролетов ДМ или уменьшенно-го диаметра водопроводящего трубопровода.

### Заключение

Проведенные исследования позволили определить ориентировочные зоны применения колесных систем в зависимости от несущей способности почвы:

- повышенной несущей способности (тяжелосуглинистые почвы, нормы полива



**Рис. 8. Зависимость глубины колеи от номера опорной тележки при несущей способности почвы 110–125 кПа в начале (1) и конце (2) поливного сезона, ДМ «Кубань-ЛК1М» (59,5 м пролет, шины 16,9-24):**

$$1 - H'' = 0,03T_{\text{OT}}^3 - 0,206T_{\text{OT}}^2 - 0,357T_{\text{OT}} + 8,871; R^2 = 0,935; 2 - \text{теоретическая зависимость}$$

*Fig. 8. Dependence of the track depth on the number of the support undercarriage with a soil bearing capacity of 110–125 kPa at the beginning (1) and in the end (2) of the irrigation season, "Kuban-LK1M" sprinkler (59,5 m span, tires 16,9-24):  
 1 –  $H'' = 0,03T_{\text{OT}}^3 - 0,206T_{\text{OT}}^2 - 0,357T_{\text{OT}} + 8,871;$   
 $R^2 = 0,935$ ; 2 – theoretical dependence*

до 300 м<sup>3</sup>/га,  $P_{\text{пп}} \geq 80–100$  кПа) узкопрофильные пневматические колеса. Глубина колеи – не более  $H'' = 0,08–0,1$  м;

- средней несущей способности (суглинистые почвы, нормы полива 300–500 м<sup>3</sup>/га,  $P_{\text{пп}} \geq 60–80$  кПа) – обычные шины. Глубина колеи –  $H'' = 0,05–0,1$  м;

- низкой несущей способности (легкие, норма полива более 500 м<sup>3</sup>/га,  $P_{\text{пп}} < 60$  кПа) – широкопрофильные шины,  $H'' = 0,1–0,15$  м.

Полученные экспериментальные данные хорошо сочетаются с показателями теоретических расчетов.

### Литература

- Рязанцев А.И. Механизация полива широкозахватными дождевальными машинами кругового действия в сложных условиях. Рязань, 1991. 131 с.
- Каталог продукции Valley. URL: / www.valmont.com/irrigation (Дата обращения: 16.01.2018).
- Каталог ирригационной продукции Zimmatic by Lindsay. URL: www.lindsay.com. (Дата обращения: 23.01.2018).

4. Рязанцев А.И., Кириленко Н.Я., Шереметьев А.В. Технологические особенности полива дождевальной машиной «Фрегат» культурных пастбищ // Техника и технологии агропромышленного комплекса. Вестник ФГОУ ВПО МГАУ. 2012. № 5. С. 27–30.
5. Рязанцев А.И., Антипов А.О. Технико-эксплуатационные особенности многоопорной электрифицированной дождевальной машины нового поколения «Кубань-ЛК1» // Вестник Рязанского государственного агротехнологического университета им. П.А. Костычева. 2016. № 2. С. 83–87.
6. Рыжко Н.Ф. Обоснование ресурсосберегающего дождевания // Вестник Саратовского Госагроуниверситета им. Н.И. Вавилова. 2014. № 7. С. 40–45.
7. Слюсаренко В.В., Надежкина Г.П., Рыжко Н.Ф. Технические решения для повышения площади полива и коэффициента земельного использования дождевальных машин кругового действия // Научная жизнь. 2014. № 2. С. 100–109.
8. Кеита Шейк Ахмед Тидиан. Обоснование широкозахватных дождевальных машин на пойменных землях: Автореф. дис. канд. техн. наук. М., 1996. 25 с.
9. Михалев Н.В. Обоснование технологических и технических решений по распределению стоков дождевальными машинами кругового действия: Дис. ... канд. техн. наук. М., 2000. 155 с.
10. Абдразаков Ф.К., Журавлева Л.А., Соловьев В.А. Рациональное снижение металлоемкости при конструировании широкозахватных дождевальных машин // Аграрный научный журнал. 2018. № 5. С. 37–42.
11. Abdrazakov F.K., Soloviev D.A., Zhuravleva A.L. [и др.] The studies of water flow characteristics in the water conducting belt of wide-coverage sprinkling machines // The Turkish Online Journal of Design, Art and Communication TOJDAC ISSN: 2146-5193. Special Edition, March 2018. P. 567–577.
12. Журавлева Л.А., Ван Тхуан Н. Технологические и технические решения для обеспечения ресурсосберегающего и экологически безопасного полива широкозахватными дождевальными машинами. М.: ФГБОУ ВО Московский политехнический университет. Саратов: Амирит, 2020. 161 с.
- zation of irrigation with wide-grip pivot irrigation machines in difficult conditions]. Ryazan', 1991. 131 p.
2. Katalog produktsii Valley [Valley product catalog]. URL:/www.valmont.com/irrigation (accessed: 16.01.2018).
3. Katalog irrigatsionnoy produktsii Zimmatic by Lindsay [Zimmatic by Lindsay Catalog of irrigation products]. ULR: www.lindsay.com. (accessed: 23.01.2018).
4. Ryazantsev A.I., Kirilenko N.YA., Sheremet'yev A.V. Technological features of irrigation with a sprinkler "Fregat" of rotation pasture. Tekhnika i tekhnologii agropromyshlennogo kompleksa. Vestnik FGOU VPO MGAU. 2012. No 5, pp. 27–30 (in Russ.).
5. Ryazantsev A.I., Antipov A.O. Technical and operational features of the new generation multi-support electrified sprinklers "Kuban-LK1". Vestnik Ryazanskogo gosudarstvennogo agrotehnologicheskogo universiteta im. P.A. Kostycheva. 2016. No 2, pp. 83–87 (in Russ.).
6. Ryzhko N.F. Rationale for resource-saving sprinkling. Vestnik Saratovskogo Gosagrouniversiteta im. N.I. Vavilova. 2014. No 7, pp. 40–45 (in Russ.).
7. Slyusarenko V.V., Nadezhkina G.P., Ryzhko N.F. Technical solutions to increase the irrigation area and land use ratio of pivot irrigation machines. Nauchnaya zhizn'. 2014. No 2, pp. 100–109 (in Russ.).
8. Keita Sheyk Ahmed Tidian. Obosnovaniye shirokozakhvatnykh dozhdeval'nykh mashin na poymennykh zemlyakh: Avtoref. dis. kand. tekhn. nauk [Justification of wide-coverage sprinkler machines at wet soils: Abstract to the Dissertation for Degree of PhD in Engineering]. Moscow, 1996. 25 p.
9. Mikhalev N.V. Obosnovaniye tekhnologicheskikh i tekhnicheskikh resheniy po raspredeleniyu stokov dozhdeval'nyimi mashinami krugovogo deystviya: Dis. ... kand. tekhn. nauk [Justification of technological and technical solutions for the distribution of effluents by circular sprinklers: Dissertation for Degree of PhD in Engineering]. Moscow, 2000. 155 p.
10. Abdrazakov F.K., Zhuravleva L.A., Solov'yev V.A. Rational reduction of metal consumption in the design of wide-grip sprinkler machines. Agrarnyy nauchnyy zhurnal. 2018. No 5, pp. 37–42 (in Russ.).
11. Abdrazakov F.K., Soloviev D.A., Zhuravleva A.L. [и др.] The studies of water flow characteristics in the water conducting belt of wide-coverage sprinkling machines // The Turkish Online Journal of Design, Art and Communi-cation TOJDAC ISSN: 2146-5193. Special Edition, March 2018. R. 567–577.

## Reference

1. Ryazantsev A.I. Mekhanizatsiya poliva shirokozakhvatnymi dozhdeval'nyimi mashinami krugovogo deystviya v slozhnykh usloviyakh [Mechanization of irrigation with wide-grip pivot irrigation machines in difficult conditions]. Ryazan', 1991. 131 p.
2. Katalog produktsii Valley [Valley product catalog]. URL:/www.valmont.com/irrigation (accessed: 16.01.2018).
3. Katalog irrigatsionnoy produktsii Zimmatic by Lindsay [Zimmatic by Lindsay Catalog of irrigation products]. ULR: www.lindsay.com. (accessed: 23.01.2018).
4. Ryazantsev A.I., Kirilenko N.YA., Sheremet'yev A.V. Technological features of irrigation with a sprinkler "Fregat" of rotation pasture. Tekhnika i tekhnologii agropromyshlennogo kompleksa. Vestnik FGOU VPO MGAU. 2012. No 5, pp. 27–30 (in Russ.).
5. Ryazantsev A.I., Antipov A.O. Technical and operational features of the new generation multi-support electrified sprinklers "Kuban-LK1". Vestnik Ryazanskogo gosudarstvennogo agrotehnologicheskogo universiteta im. P.A. Kostycheva. 2016. No 2, pp. 83–87 (in Russ.).
6. Ryzhko N.F. Rationale for resource-saving sprinkling. Vestnik Saratovskogo Gosagrouniversiteta im. N.I. Vavilova. 2014. No 7, pp. 40–45 (in Russ.).
7. Slyusarenko V.V., Nadezhkina G.P., Ryzhko N.F. Technical solutions to increase the irrigation area and land use ratio of pivot irrigation machines. Nauchnaya zhizn'. 2014. No 2, pp. 100–109 (in Russ.).
8. Keita Sheyk Ahmed Tidian. Obosnovaniye shirokozakhvatnykh dozhdeval'nykh mashin na poymennykh zemlyakh: Avtoref. dis. kand. tekhn. nauk [Justification of wide-coverage sprinkler machines at wet soils: Abstract to the Dissertation for Degree of PhD in Engineering]. Moscow, 1996. 25 p.
9. Mikhalev N.V. Obosnovaniye tekhnologicheskikh i tekhnicheskikh resheniy po raspredeleniyu stokov dozhdeval'nyimi mashinami krugovogo deystviya: Dis. ... kand. tekhn. nauk [Justification of technological and technical solutions for the distribution of effluents by circular sprinklers: Dissertation for Degree of PhD in Engineering]. Moscow, 2000. 155 p.
10. Abdrazakov F.K., Zhuravleva L.A., Solov'yev V.A. Rational reduction of metal consumption in the design of wide-grip sprinkler machines. Agrarnyy nauchnyy zhurnal. 2018. No 5, pp. 37–42 (in Russ.).
11. Abdrazakov F.K., Soloviev D.A., Zhuravleva A.L. [и др.] The studies of water flow characteristics in the water conducting belt of wide-coverage sprinkling machines // The Turkish Online Journal of Design, Art and Communi-cation TOJDAC ISSN: 2146-5193. Special Edition, March 2018. R. 567–577.

12. Zhuravleva L.A., Van Tkuan N. *Tekhnologicheskiye i tekhnicheskiye resheniya dlya obespecheniya resursosberegayushchego i ekologicheskogo bezopasnogo poliva shirokozakhvatnymi dozhdervalnymi mashinami* [Technological and technical

solutions for providing resource-saving and environmentally friendly irrigation with wide-coverage sprinklers]. Moscow: FGBOU VO Moskovskiy politekhnicheskiy universitet. Saratov: Amirit Publ., 2020. 161 p.

## REDUCED RUTTING OF WIDE-GRIP SPRINKLERS

DSc in Engineering **L.A. Zhuravleva, N.V. Tkuan**

Moscow Polytechnic University, Moscow, Russia

nguyenthuan230593@gmail.com

During the process of irrigation, when moving sprinklers across the field, the wheels of the running supports create a track. As the number of passes increases, so does the depth of the track. At the end of the irrigation season, it can reach 0,3–0,45 m, lead to slipping wheels and excessive watering. The intensity of the process of rutting and reducing the coupling properties of the running systems of sprinkler machines is further increased in the presence of free, not absorbed water, causing the formation of runoff on the track. The greatest depth of the track by the end of the season in the last undercarriages occurs due to the increase in the intensity of irrigation and the diameter of the drops of sprinklers located at the end of the pipeline. The choice of running systems should be made taking into account the characteristics of irrigated surfaces, rational ratios of span lengths, diameters of pipelines and sprinkler arrangement schemes. The aim of the study is to consider the impact of the irrigation process on the bearing properties of the soil and the formation of a track. The article presents theoretical dependences for determining the depth and width of the track for two-wheeled and three-wheeled undercarriages of wide-grip sprinkler machines. Field studies were conducted on "Kuban-LK1M" (Cascade) and "CASCADE" sprinkler machines. The article presents the dependence of the track depth on the number of the undercarriages with a soil bearing capacity of 110–125 kPa. The research made it possible to determine the approximate zones of application of wheel systems, depending on the bearing capacity of the soil. Analysis of the data shows that it is advisable to equip sprinklers with narrow pneumatic wheels on soils of increased strength. On soils with low bearing capacity and significant irrigation rates from 600 m<sup>3</sup>/ha – wide-profile pneumatic tires 18–24; 23–26, 21,3–24 for "Kuban-LK1", "Kuban-LK1M" (KASKAD), KASKAD with a profile width of 0,30–0,54 m, including the installation of wider tires at the end part of the machines.

In addition, in conditions of low soil strength, it is possible to use tires on sprinklers with smaller profile widths than the recommended ones, but for reduced span lengths or a reduced diameter of the water pipeline.

**Keywords:** irrigation, sprinkler, irrigation rate, pressure

**Cite as:** L.A. Zhuravleva, N.V. Tkuan Reduced rutting of wide-grip sprinklers. *Izvestiya MGTU «MAMI»*. 2020. No 4 (46), pp. 38–45 (in Russ.). DOI: 10.31992/2074-0530-2020-46-4-38-45.

# МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ КОЛЕСНОЙ МАШИНЫ ДЛЯ КОМПЛЕКСА НАТУРНО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

К.Т.Н. Косицын Б.Б.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

kositsyn\_b@bmstu.ru

**Введение.** Применение метода натурно-математического моделирования в реальном времени открывает широкие возможности, связанные с анализом режимов работы системы «человек-машина-местность», а также по исследованию нагруженности узлов и агрегатов транспортных средств. Существующие исследовательские комплексы натурно-математического моделирования пригодны для получения большинства показателей, обычно определяемых натурными испытаниями. Разница состоит в возможности полностью контролировать ход виртуальных заездов, записи любых параметров движения транспортного средства, учета «человеческого фактора», а также полной безопасности эксперимента.

**Цель исследования.** Целью настоящей работы является создание математической модели динамики колесной машины, пригодной для применения в подобном комплексе натурно-математического моделирования и оценки нагруженности агрегатов трансмиссии в условиях, приближенных к реальной эксплуатации.

**Методология и методы.** Предлагаемая модель основана на существующей модели динамики колесной машины, разработанной в МГТУ им. Н.Э. Баумана. В рамках модели динамика транспортного средства описывается как плоское движение твердого тела в горизонтальной плоскости. Для определения нормальных реакций опорной поверхности применяется принцип возможных перемещений. Взаимодействие колеса с грунтом в плоскости опорного основания описывается при помощи подхода, основанного на представлении об эллипсе трения. Для обеспечения возможности водителю-оператору комплекса натурно-математического моделирования управлять виртуальным транспортным средством в режиме реального времени математическая модель дополнена системой управления, осуществляющей связь между параметром управления, задаваемым водителем путем нажатия на педали акселератора и тормоза, и управляющими воздействиями агрегатов трансмиссии машины, такими как электромашина, двигатель внутреннего сгорания, гидродинамический ретардер, а также рабочей тормозной системой. В статье представлена блок-схема разработанного алгоритма управления, а также проведена апробация работы системы в комплексе натурно-математического моделирования.

**Результаты и научная новизна.** Разработана математическая модель динамики колесной машины, открывающая широкие возможности по исследованию режимов работы системы «водитель-машина-среда» в режиме реального времени с применением комплекса натурно-математического моделирования.

**Практическая значимость.** Разработана математическая модель динамики колесной машины, которая дополнена алгоритмом системы распределения тяговых/тормозных моментов между узлами трансмиссии, осуществляющим связь между нажатием водителя на педали акселератора/тормоза и параметрами управления каждого из агрегатов.

**Ключевые слова:** математическая модель, колесная машина, натурно-математическое моделирование, система управления.

**Для цитирования:** Косицын Б.Б. Модель динамики колесной машины для комплекса натурно-математического моделирования // Известия МГТУ «МАМИ». 2020. № 4 (46). С. 46–60. DOI: 10.31992/2074-0530-2020-46-4-46-60.

## Введение

Применение метода натурно-математического моделирования в реальном времени открывает широкие возможности, связанные с анализом режимов работы системы «водитель-машина-среда», а также по исследованию нагруженности узлов и агрегатов транспортных средств.

Существующие исследовательские комплексы натурно-математического моделирования пригодны для получения большинства показателей, обычно определяемых натурными испытаниями. Разница состоит в возможности полностью контролировать ход виртуальных заездов, записи любых параметров движения транспортного средства, учета «человеческого фактора», а также полной безопасности эксперимента.

В МГТУ им. Н.Э. Баумана разработан исследовательский комплекс натурно-математического моделирования, позволяющий проводить имитацию движения транспортных средств в режиме реального времени, предназначенный для изучения движения колесных, гусеничных и двухзвенных машин [1].

Для глубокого изучения нагруженности элементов трансмиссии и тормозной системы колесных машин в режимах, приближенных к реальной эксплуатации, необходимо созда-

ние математической модели, позволяющей описывать ряд агрегатов, участвующих в формировании тяговых и тормозных моментов на колесах машины, а также их систем управления. В данной статье предлагается математическая модель динамики высокоподвижной колесной машины (ВКМ), пригодная для применения в комплексе математического моделирования.

## Математическая модель динамики ВКМ

Представленная математическая модель базируется на существующей математической модели движения колесной машины [2–8] и позволяет описывать совместную динамику корпуса, силовой установки и ходовой части ВКМ, а также исследовать режимы работы системы «водитель-машина-среда» в комплексе натурно-математического моделирования (рис. 1). Так, в рамках модели динамика ВКМ описываются как плоское движение твердого тела в горизонтальной плоскости и рассматривается как совокупность поступательного перемещения центра масс и поворота вокруг вертикальной оси, проходящей через центр масс [2–8]. Движение по уклону или косогору моделируется путем введения проекций силы тяжести на продольную и поперечную оси машины.

Для учета перераспределения нормальных реакций от действия силы сопротивления воздуха, моментов сопротивления качению, ускорения центра масс и силы тяжести применяется принцип возможных перемещений.

Взаимодействие колеса с грунтом в плоскости опорного основания описывается при помощи подхода, основанного на представ-

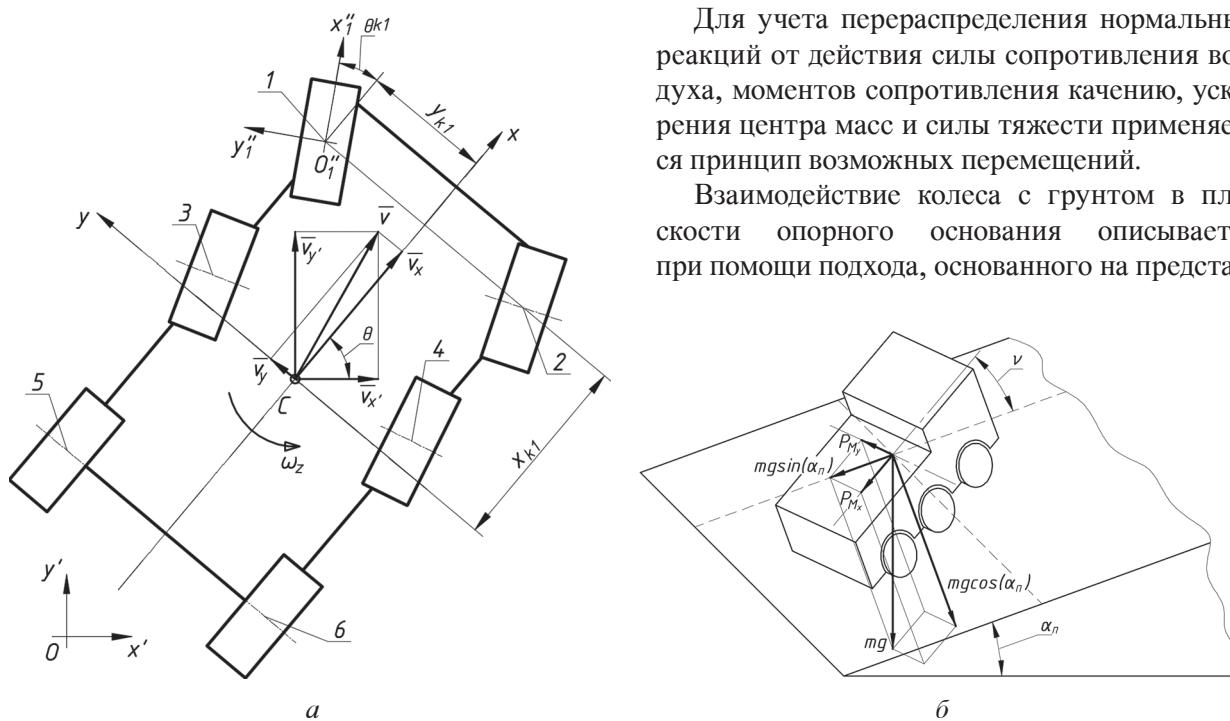


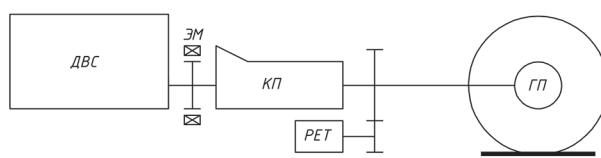
Рис. 1. Расчетная схема движения ВКМ в:

а) горизонтальной плоскости; б) на уклоне/косогоре

Fig. 1. Design scheme of wheeled vehicle movement: a) at horizontal plane; b) on a slope

лении об эллипсе трения [9], согласно которому сила взаимодействия с опорной поверхностью направлена противоположно скорости скольжения в точках контакта.

Современные высокоподвижные колесные машины в большинстве своем имеют механическую трансмиссию, принципиальная схема которой изображена на рис. 2. Для повышения подвижности в составе трансмиссии ВКМ могут присутствовать такие узлы, как ретардер (чаще всего гидродинамический) и электромашина, предназначенная для рекуперации части энергии торможения в бортовой накопитель электрической энергии [10–15].



**Рис. 2. Схема трансмиссии ВКМ:**  
ДВС – двигатель внутреннего сгорания;  
ЭМ – электромашина; КП – коробка передач;  
РЕТ – ретардер (гидродинамический);  
ГП – главная передача

*Fig. 2. Wheeled vehicle transmission scheme:  
DVS – internal combustion engine;  
EM – electric machine; KP – gearbox; RET –  
retarder (hydrodynamic); GP – main gear*

В связи с этим для применения в комплексе натурно-математического моделирования представленная имитационная модель динамики машины дополнена математическим описанием ряда агрегатов и систем:

- двигатель внутреннего сгорания с возможностью работы как в тяговом, так и тормозном режимах;
- электромашина;
- бортовой накопитель электрической энергии;
- рабочие тормозные механизмы;
- гидродинамический ретардер;
- система охлаждения ДВС и ретардера;
- рулевое управление;
- система управления распределением тяговых/тормозных моментов между агрегатами трансмиссии машины.

Математическое описание ДВС, электромашины и гидродинамического ретардера представляет собой связь крутящего момента, частоты вращения и параметра управления каждым из агрегатов согласно их механической характеристике.

Бортовой накопитель электрической энергии описывается как источник постоянного напряжения неограниченной мощности, обладающий конечным запасом энергии.

В рамках модели считается, что тепловая мощность, выделяемая гидродинамическим ретардером в процессе торможения, передается в охлаждающую жидкость (ОЖ) двигателя и рассеивается в радиаторе. В связи с этим математическая модель системы охлаждения ДВС и ретардера предназначается для описания изменения температуры ОЖ, контроль которой необходим для введения ограничения по тормозной мощности, предотвращающего вскипание рабочей жидкости гидрозамедлителя.

Для описания рулевого управления (обеспечения связи углов поворота управляемых колес с поворотом рулевого колеса) применяется традиционный подход – согласно геометрии рулевой трапеции.

Основной системой, позволяющей водителю-оператору комплекса натурно-математического моделирования управлять виртуальным транспортным средством в режиме реального времени, является система управления распределением тяговых/тормозных моментов между элементами трансмиссии машины, осуществляющая связь между параметром управления, задаваемым водителем путем нажатия на педали акселератора и тормоза, и управляющими воздействиями агрегатов трансмиссии машины. Разработка такой системы, позволяющей на этапе проектирования оценивать взаимодействие водителя, транспортного средства и внешней среды, посвящена данная статья.

### **Система управления распределением тяговых тормозных моментов между элементами трансмиссии машины**

В рассматриваемой трансмиссии высокоподвижных колесных машин используются различные агрегаты (рис. 2), обеспечивающие реализацию тягового (ДВС и электромашина в тяговом режиме) и тормозного (ДВС в тормозном режиме, электромашина в режиме генератора, гидродинамический ретардер и рабочие тормозные механизмы) момента на колесах. При этом для обеспечения возможности управления ВКМ степень использования каждого из них должна быть однозначно связана с управляющим воздействием водителя  $h_b$  с помощью системы управления.

В тяговом режиме ВКМ должна иметь возможность преодоления сложных дорожных условий независимо от уровня заряда бортового накопителя энергии. При этом в случае замедления ВКМ рабочая тормозная система должна обеспечить блокировку колес машины даже в случае выхода из строя износостойкой тормозной системы, представляющей собой

совокупность гидродинамического ретардера, электромашины и ДВС, работающих в тормозных режимах [10–15].

Соответственно, суммарную характеристику всех агрегатов, обеспечивающих движение машины  $M_{\text{сум}}(\omega_{\text{кп}}, h_{\text{в}})$  (приведенную к выходному валу КП), можно представить следующим образом (рис. 3):

$$M_{\text{сум}}(\omega_{\text{кп}}, h_{\text{в}}) = \begin{cases} M_{\text{дvc}}^{\max} h_{\text{в}}, & \text{если } 0 \leq \omega_{\text{кп}} \leq \frac{N_{\text{дvc}}^{\max} + N_{\text{эм}}^{\max}}{M_{\text{дvc}}^{\max}} \\ \left( N_{\text{дvc}}^{\max} + N_{\text{эм}}^{\max} \right) h_{\text{в}} & \text{если } \omega_{\text{кп}} > \frac{N_{\text{дvc}}^{\max} + N_{\text{эм}}^{\max}}{M_{\text{дvc}}^{\max}}, \text{ если } h_{\text{в}} \geq 0 \\ \omega_{\text{кп}} & \\ 0, & \text{если } \omega_{\text{кп}} > \omega_{\text{кп}}^{\max} \text{ или } \omega_{\text{кп}} < 0 \\ \\ \sum_{i=1}^n M_{T_i}^{\max} h_{\text{в}} & \eta_{\text{tp}}, \text{ если } \omega_{\text{кп}} > \frac{\sum_{i=1}^n M_{T_i}^{\max} |h_{\text{в}}|}{c_{\text{т}}} u_{\text{tp}} \\ u_{\text{tp}} & \\ -\frac{\omega_{\text{кп}} c_{\text{т}}}{u_{\text{tp}}^2} \eta_{\text{tp}}, & \text{если } |\omega_{\text{кп}}| \leq \frac{\sum_{i=1}^n M_{T_i}^{\max} |h_{\text{в}}|}{c_{\text{т}}} u_{\text{tp}}, \text{ если } h_{\text{в}} < 0 \\ -\frac{\sum_{i=1}^n M_{T_i}^{\max} h_{\text{в}}}{u_{\text{tp}}} \eta_{\text{tp}}, & \text{если } \omega_{\text{кп}} < -\frac{\sum_{i=1}^n M_{T_i}^{\max} |h_{\text{в}}|}{c_{\text{т}}} u_{\text{tp}} \end{cases}, \quad (1)$$

где  $h_{\text{в}}$  – управляющее воздействие водителя ( $h_{\text{в}} \in [0, 1]$  – нажатие на педаль акселератора,  $h_{\text{в}} \in [-1, 0]$  – нажатие на педаль тормоза);  $\omega_{\text{кп}}$  – угловая скорость выходного вала КП;  $u_{\text{tp}}$  – передаточное число трансмиссии от выходного вала КП до колеса;  $N_{\text{эм}}^{\max}$  – максимальная мощность электромашины, развиваемая на выходном валу КП;  $M_{\text{дvc}}^{\max}$ ,  $N_{\text{дvc}}^{\max}$  – максимальный тяговый момент и мощность, развиваемые ДВС на выходном валу КП;  $c_{\text{т}}$  – коэффициент, характеризующий угол наклона характеристики механического тормоза в районе нулевой угловой скорости скольжения тормозного диска относительно суппорта;  $M_{T_i}^{\max}$  – максимальный тормозной момент, создаваемый механическим тормозным механизмом  $i$ -го колеса ( $n$  – число колес ВКМ);  $\eta_{\text{tp}}$  – КПД трансмиссии от выходного вала КП до колеса.

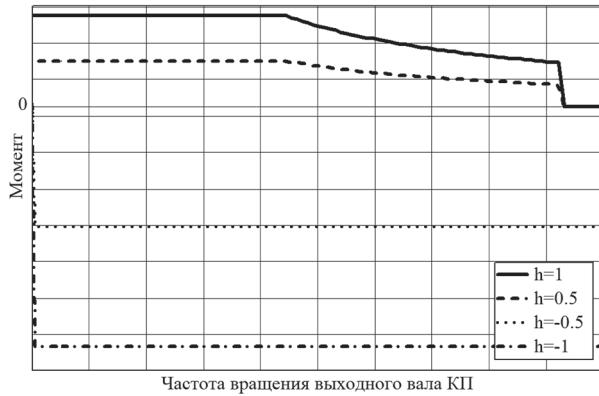
Таким образом, для обеспечения движения ВКМ управление тяговым/тормозным моментом в зависимости от параметра управления, задаваемого водителем  $h_{\text{в}}$ , будет осуществляться в рамках представленной суммарной характеристики  $M_{\text{сум}}(\omega_{\text{кп}}, h_{\text{в}})$ .

Далее необходимо определить последовательность активации агрегатов трансмиссии ВКМ при нажатии водителем на педали акселератора и тормоза.

Так, например, для минимизации потребной емкости накопителя энергии целесообразно применять следующую стратегию управления электромашиной [12, 15]: энергия, запасенная в накопителе после торможения, сразу же будет затрачена при последующем ускорении.

Тогда согласно указанной стратегии реализацию тяги на ведущих колесах ВКМ необходимо обеспечивать в первую очередь за счет электромашины. При этом в случае недостатка тяговой/тормозной мощности дополнительный момент на колесах должен быть обеспечен за счет ДВС.

В случае, если при замедлении ВКМ суммарной тормозной мощности электромашины и ДВС недостаточно, то ее увеличения можно достичь за счет включения гидродинамического ретардера. При замедлении ВКМ активация тормозного режима ДВС предпочтительнее, чем гидротормоза, так как при этом кинетическая энергия движения машины переходит в тепловую энергию газов в цилиндрах



**Рис. 3. Суммарная механическая характеристика, реализуемая на выходном валу КП, в рамках которой будет проводиться управление**

*Fig. 3. The total mechanical characteristic implemented on the gearbox output shaft, which will be used to carry out the control*

двигателя, а не в тепловую энергию охлаждающей жидкости системы охлаждения.

В случае экстренного замедления дополнительно к износостойкой тормозной системе активируются рабочие тормозные механизмы.

Связем параметры управления каждого из агрегатов трансмиссии машины с параметрами

тром управления, задаваемым водителем, согласно принятой последовательности их активации в процессе движения.

### Управление электромашиной

С точки зрения удобства эксплуатации, управление электромашиной в двигательном/генераторном режимах целесообразнее всего проводить следующим образом: при  $\omega_{\text{кп}} \leq N_{\text{эм}}^{\max} / M_{\text{эм}}^{\max}$  – пропорционально крутящему моменту, при  $\omega_{\text{кп}} > N_{\text{эм}}^{\max} / M_{\text{эм}}^{\max}$  – пропорционально мощности ( $N_{\text{эм}}^{\max}, M_{\text{эм}}^{\max}$  – максимальные мощность и крутящий момент, реализуемые электромашиной).

Для учета того, что величина запаса энергии в бортовом накопителе электроэнергии (питающем электромашину) конечна, использование электромашины должно быть принудительно ограничено в случае достижения уровня заряда накопителя предельных значений.

Таким образом, связь между управляющим воздействием водителя  $h_b$  и параметром управления электромашиной  $h_{\text{эм}}$  можно выразить следующей системой уравнений:

$$h_{\text{эм}}(\omega_{\text{кп}}, h_b) = \begin{cases} \text{если } h_b \geq 0, \text{ то :} \\ \left\{ \begin{array}{l} \frac{M_{\text{сум}}(\omega_{\text{кп}}, h_b)}{M_{\text{эм}}(\omega_{\text{кп}}, 1)} \Theta(E_{\text{кон}}), \text{ если } M_{\text{сум}}(\omega_{\text{кп}}, h_b) \leq M_{\text{эм}}(\omega_{\text{кп}}, 1) \\ \Theta(E_{\text{кон}}), \text{ если } M_{\text{сум}}(\omega_{\text{кп}}, h_b) > M_{\text{эм}}(\omega_{\text{кп}}, 1) \end{array} \right. \\ \text{если } h_b < 0, \text{ то :} \\ \left\{ \begin{array}{l} -\frac{M_{\text{сум}}(\omega_{\text{кп}}, h_b)}{M_{\text{эм}}(\omega_{\text{кп}}, -1)} (1 - \Theta(E_{\text{кон}} - E_{\text{кон}}^{\max})), \text{ если } M_{\text{сум}}(\omega_{\text{кп}}, h_b) \geq M_{\text{эм}}(\omega_{\text{кп}}, -1) \\ -(1 - \Theta(E_{\text{кон}} - E_{\text{кон}}^{\max})) \end{array} \right. \end{cases}, \quad (2)$$

где  $\Theta(E_{\text{кон}})$  – функция Хэвисайда, принудительно отключающая использование электромашины, исходя из условия ограничения запаса энергии в бортовом накопителе электрической энергии  $E_{\text{кон}}$ ;  $M_{\text{эм}}(\omega_{\text{кп}}, h_{\text{эм}})$  – крутящий момент, создаваемый электромашиной.

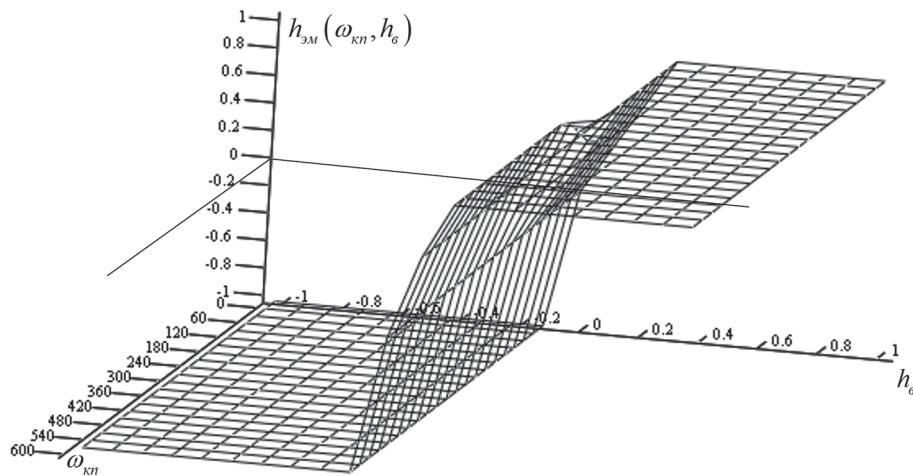
Полученная согласно системе уравнений поверхность отклика величины  $h_{\text{эм}}(\omega_{\text{кп}}, h_b)$  от параметра управления, задаваемого водителем  $h_b$ , и угловой скорости выходного вала КП  $\omega_{\text{кп}}$  представлена на рис. 4.

### Управление двигателем внутреннего сгорания

Вследствие того, что современные КП позволяют быстро (до 0,3 с) изменять передаточное число трансмиссии и в некоторых случаях

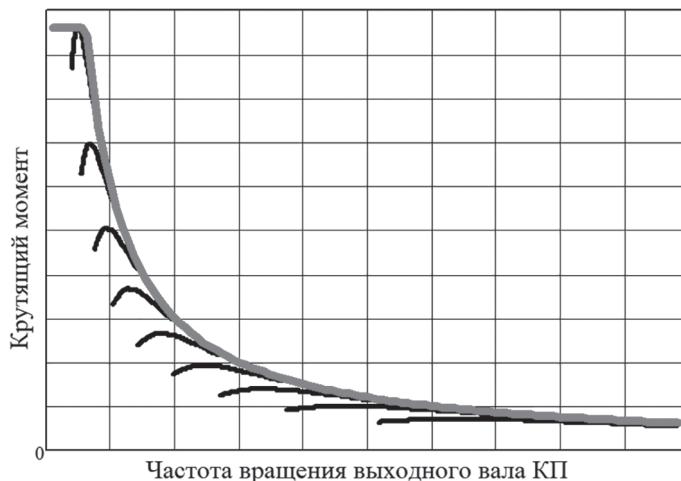
без разрыва потока мощности (планетарные КП, вальевые КП, оснащенные двойным сцеплением), временем переключения передач и связанным с этим снижением скорости движения машины на первом этапе целесообразно пренебречь.

Таким образом, описание совместной характеристики ДВС и КП на внешней и частичных характеристиках (как в тяговом, так и тормозном режимах) рационально осуществлять согласно кривой постоянной мощности (рис. 5).



**Рис. 4. Поверхность отклика  $h_{\Omega_M}(\omega_{kn}, h_b)$**

*Fig. 4. Response surface  $h_{\Omega_M}(\omega_{kn}, h_b)$*



**Рис. 5. Совместная механическая характеристика двигателя и коробки передач (в тяговом режиме)**

*Fig. 5. Joint mechanical characteristic of engine and gearbox (in traction mode)*

Тогда, на основании вышеуказанного, управление ДВС удобно проводить по аналогии с электромашиной.

$$h_{\text{дvc}}(\omega_{kn}, h_b) = \begin{cases} \text{если } M_{\text{сум}}(\omega_{kn}, h_b) - M_{\vartheta_M}(\omega_{kn}, h_{\vartheta_M}) \leq M_{\text{дvc}}(\omega_{kn}, 1): \\ \frac{M_{\text{сум}}(\omega_{kn}, h_b) - M_{\vartheta_M}(\omega_{kn}, h_{\vartheta_M})}{M_{\text{дvc}}(\omega_{kn}, 1)} \\ \text{если } M_{\text{сум}}(\omega_{kn}, h_b) - M_{\vartheta_M}(\omega_{kn}, h_{\vartheta_M}) > M_{\text{дvc}}(\omega_{kn}, 1): \\ 1 \\ \text{если } M_{\text{сум}}(\omega_{kn}, h_b) - M_{\vartheta_M}(\omega_{kn}, h_{\vartheta_M}) \geq M_{\text{дvc}}(\omega_{kn}, -1): \\ \frac{M_{\text{сум}}(\omega_{kn}, h_b) - M_{\vartheta_M}(\omega_{kn}, h_{\vartheta_M})}{-M_{\text{дvc}}(\omega_{kn}, -1)} \\ \text{если } M_{\text{сум}}(\omega_{kn}, h_b) - M_{\vartheta_M}(\omega_{kn}, h_{\vartheta_M}) < M_{\text{дvc}}(\omega_{kn}, -1): \\ -1 \end{cases} \quad (3)$$

где  $M_{\text{дvc}}(\omega_{kn}, h_{\text{дvc}})$  – крутящий момент, создаваемый ДВС;  $h_{\text{дvc}}$  – параметр управления ДВС.

Полученная согласно системе уравнений поверхность отклика величины  $h_{\text{двс}}(\omega_{\text{кп}}, h_{\text{в}})$  от параметра управления, задаваемого водителем  $h_{\text{в}}$ , и угловой скорости выходного вала КП  $\omega_{\text{кп}}$  представлена на рис. 6.

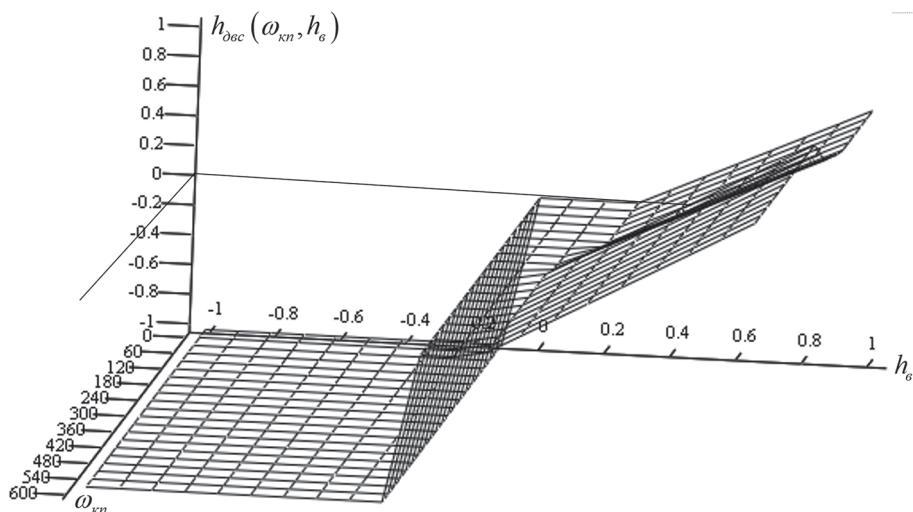
### **Управление гидродинамическим ретардером**

Управление гидродинамическим ретардером происходит пропорционально мощности, величина которой ограничивается исходя из условия недопустимости вскипания рабочей жидкости (рис. 7).

Таким образом, связь между управляющим воздействием водителя и параметром управления гидротормозом  $h_{\text{рет}}(\omega_{\text{кп}}, h_{\text{в}}, T_{\text{ож}})$  выражается следующей системой уравнений:

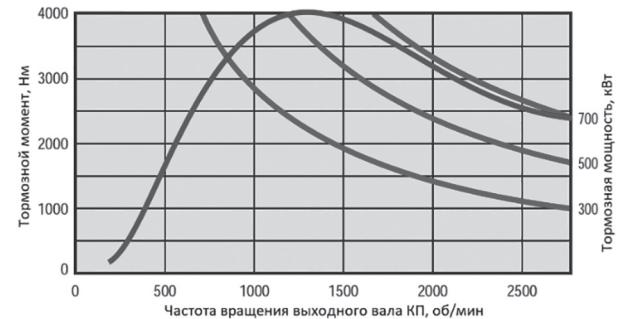
$$h_{\text{рет}}(\omega_{\text{кп}}, h_{\text{в}}, T_{\text{ож}}) = \begin{cases} \text{если } h_{\text{в}} \geq 0, \text{ то :} \\ 0 \\ \text{если } h_{\text{в}} < 0, \text{ то :} \\ \begin{cases} \text{если } (M_{\text{сум}}(\omega_{\text{кп}}, h_{\text{в}}) - M_{\text{эм}}(\omega_{\text{кп}}, h_{\text{эм}}) - M_{\text{двс}}(\omega_{\text{кп}}, h_{\text{двс}}))\omega_{\text{кп}} \geq \\ \geq -N_p^{\max}(T_{\text{ож}})\eta_{\text{рет}} : \\ \frac{M_{\text{сум}}(\omega_{\text{кп}}, h_{\text{в}}) - M_{\text{эм}}(\omega_{\text{кп}}, h_{\text{эм}}) - M_{\text{двс}}(\omega_{\text{кп}}, h_{\text{двс}})}{-N_p^{\max}(T_{\text{ож}})\eta_{\text{рет}}} \omega_{\text{кп}} \\ \text{если } M_{\text{сум}}(\omega_{\text{кп}}, h_{\text{в}}) - M_{\text{эм}}(\omega_{\text{кп}}, h_{\text{эм}}) - M_{\text{двс}}(\omega_{\text{кп}}, h_{\text{двс}})\omega_{\text{кп}} < \\ < -N_p^{\max}(T_{\text{ож}})\eta_{\text{рет}} : \\ 1 \end{cases}, \quad (4) \end{cases}$$

где  $\eta_{\text{рет}}$  – КПД трансмиссии от ретардера до выходного вала КП;  $N_p^{\max}(T_{\text{ож}})$  – ограничение максимальной мощности ретардера, накладываемое текущей температурой охлаждающей жидкости  $T_{\text{ож}}$ .



**Рис. 6. Поверхность отклика  $h_{\text{двс}}(\omega_{\text{кп}}, h_{\text{в}})$**

*Fig. 6. Response surface  $h_{\text{двс}}(\omega_{\text{кп}}, h_{\text{в}})$*



**Рис. 7. Механическая характеристика Voith VR 133-2 [16]**

*Fig. 7. Mechanical characteristic Voith VR 133-2 [16]*

Полученная согласно системе уравнений поверхность отклика величины  $h_{\text{пер}}(\omega_{\text{кп}}, h_{\text{в}}, T_{\text{ож}})$  от параметра управления, задаваемого водителем  $h_{\text{в}}$ , и угловой скорости выходного вала КП  $\omega_{\text{кп}}$  представлена на рис. 8.

### Управление рабочей тормозной системой

Распределение по колесам тормозных моментов, создаваемых рабочей тормозной системой, рациональнее проводить пропорционально нормальному реакциям [17]. При этом для предотвращения создания разворачивающих моментов (в случае разной загруженности бортов ВКМ) тормозные моменты на правом и левом колесах каждого моста необходимо поддерживать одинаковыми. Таким образом, для анализа наиболее общего случая, реализуем именно такую стратегию управления рабочей тормозной системой.

На первом этапе определим суммарный тормозной момент, который необходимо обеспечить на колесах ВКМ  $M_{\text{сум}}^{\text{торм}}$  (приведенный к выходному валу КП):

если  $h_{\text{в}} \geq 0$ , то :  $M_{\text{сум}}^{\text{торм}} = 0$ ;

если  $h_{\text{в}} < 0$ , то :

$$M_{\text{сум}}^{\text{торм}} = \min(0, M_{\text{сум}}(\omega_{\text{кп}}, h_{\text{в}}) - M_{\text{эм}}(\omega_{\text{кп}}, h_{\text{эм}}) - M_{\text{двс}}(\omega_{\text{кп}}, h_{\text{двс}}) + M_{\text{пер}}(\omega_{\text{кп}}, h_{\text{пер}}, T_{\text{ож}})). \quad (5)$$

Тогда, согласно предложенной стратегии, параметры управления тормозными механизмами каждого колеса  $h_t$  определяются как:

$$h_{t2i-1} = h_{t2i} = \frac{M_{\text{сум}}^{\text{торм}} u_{\text{тр}}}{-M_{\text{T}}(\omega_{\text{кп}}, 1) \eta_{\text{тр}}} \cdot \frac{R_{z2i-1} + R_{z2i}}{2 \cdot \sum_{i=1}^n R_{zi}}, \quad (6)$$

где  $M_{\text{T}}(\omega_{\text{кп}}, h_{\text{tr}})$  – тормозной момент, реализуемый рабочим тормозным механизмом;  $R_{zi}$  – нормальная реакция в пятне контакта  $i$ -го колеса (нормальная нагрузка, приходящаяся на  $i$ -ое колесо).

### Блок-схема алгоритма системы управления

Окончательно, на основании вышеуказанного, алгоритм работы системы распределения тяговых/тормозных моментов между агрегатами трансмиссии ВКМ при движении можно представить в виде следующей блок-схемы (рис. 9).

В качестве примера, срезы получаемых поверхностей отклика представлены на рис. 10–12. По рис. 10 (температура ОЖ находится в норме, накопитель энергии частично заряжен) видно, что в случае тягового режима ( $h_{\text{в}} \in (0, 1]$ ) по мере нажатия водителем на педаль акселератора в первую очередь в работу включается электромашина. Затем, когда ее параметр управления достигнет максимальной величины, для компенсации недостатка тяговой мощности в работу включится двигатель внутреннего сгорания. В режиме торможения ( $h_{\text{в}} \in [-1, 0)$ ), по мере нажатия на педаль тормоза, также первой в работу включается электромашина. После достижения параметра управления электромашиной

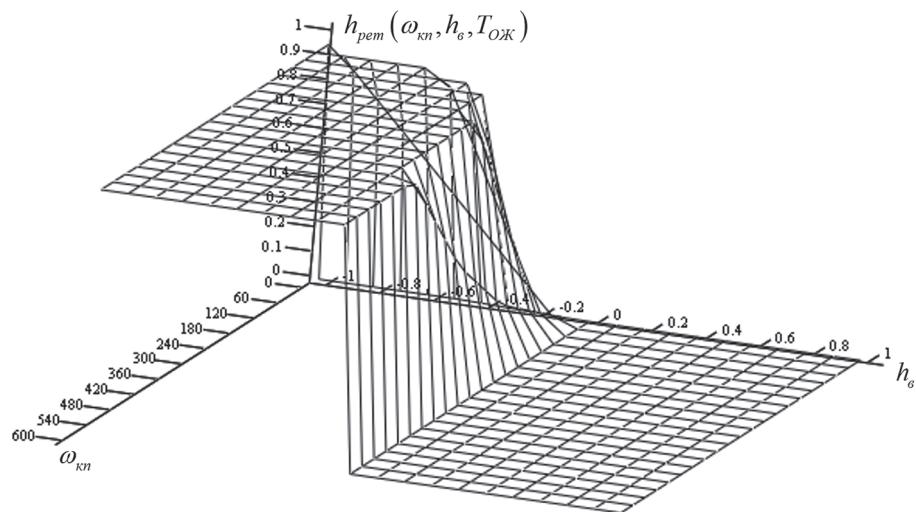


Рис. 8. Поверхность отклика  $h_{\text{пер}}(\omega_{\text{кп}}, h_{\text{в}}, T_{\text{ож}} = \text{const})$

Fig. 8. Response surface  $h_{\text{per}}(\omega_{\text{кп}}, h_{\text{в}}, T_{\text{ож}} = \text{const})$

величины  $h_{\text{эм}} = -1$  для компенсации недостатка тормозной мощности подключаются последовательно ДВС, а затем (после достижения  $h_{\text{дvc}} = -1$ ) ретардер. В случае экстренного торможения и большого уровня нажатия на педаль тормоза для реализации тормозного усилия, задаваемого водителем, дополнительно к износостойкой системе замедления подключается рабочая тормозная система.

На рис. 11 продемонстрировано, что в случае опустошения накопителя энергии при нажатии на педаль акселератора в работу сразу включается ДВС. В случае же полного заряда накопителя (рис. 12) при нажатии на педаль тормоза активация генераторного режима также будет проигнорирована и в место этого сразу будет запущен тормозной режим работы двигателя внутреннего сгорания.

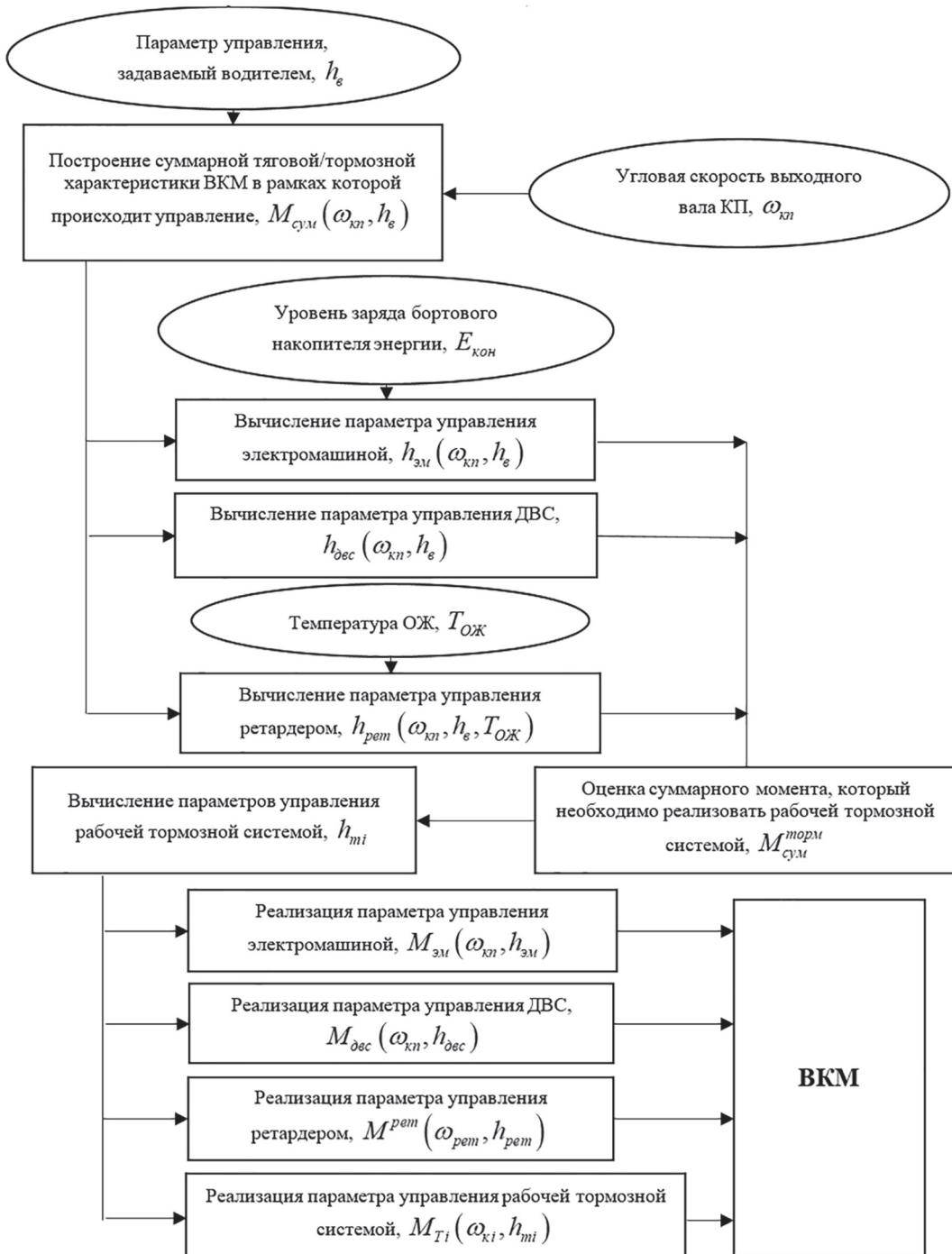


Рис. 9. Алгоритм работы системы распределения тяговых/тормозных моментов при движении ВКМ

*Fig. 9. Algorithm of operation of the traction/braking torque distribution system when the wheeled vehicle moves*



**Рис. 10. Срез поверхностей отклика системы распределения тяговых/тормозных моментов (системы работают в штатном режиме – температура ОЖ находится в норме, накопитель энергии частично заряжен)**

*Fig. 10. Cut off the response surfaces of the traction/braking torque distribution system (the systems are operating normally – the coolant temperature is normal, the energy storage unit is partially charged)*



**Рис. 11. Срез поверхностей отклика системы распределения тяговых/тормозных моментов (температура ОЖ находится в норме, накопитель энергии полностью разряжен)**

*Fig. 11. Cut off the response surfaces of the traction / braking torque distribution system (coolant temperature is normal, energy storage is completely discharged)*



**Рис. 12. Срез поверхностей отклика системы распределения тяговых/тормозных моментов (температура ОЖ находится в норме, накопитель энергии полностью заряжен)**

*Fig 12. Cut off the response surfaces of the traction/braking torque distribution system (coolant temperature is normal, energy storage is fully charged)*

Для подтверждения работоспособности разработанной системы проверим ее функциональность в рамках имитации движения ВКМ в комплексе натурно-математического моделирования.

### Комплекс натурно-математического моделирования

Используемый в данной работе комплекс натурно-математического моделирования [1] включает следующую аппаратную часть:

- ЭВМ для имитации движения ВКМ в режиме реального времени;
- органы управления для обеспечения связи между управляемыми воздействиями оператора и системы управления имитационной модели;
- экран для обеспечения зрительной связи водителя с заданной трассой посредством графического интерфейса.

Структурная схема взаимодействия элементов комплекса натурно-математического моделирования с оператором представлена на рис. 13.

### Объект исследования и результаты моделирования

Для примера в качестве объекта исследования используется следующее транспортное средство (рис. 14) с удельной мощностью 12,5 кВт/т.

Для подтверждения корректности функционирования разработанной системы распределения тяговых/тормозных моментов между узлами трансмиссии ВКМ на рис. 15 представлен фрагмент зависимости тормозного момента и мощности, реализованных каждым узлом трансмиссии при движении по трассе.

По представленным зависимостям видно, что при ускорении и торможении первым узлом, который включается в работу, является электромашина. При этом после опустошения накопителя (в случае ускорения) или полного заряда (в случае торможения) электромашина отключается. В случае недостатка тяговой или тормозной мощности активируется двигатель внутреннего сгорания (в тяговом или тормозном режиме). Затем, при более интенсивном торможении, подключается гидродинамический ретардер. В рассматриваемом случае скорость движения машины была не-

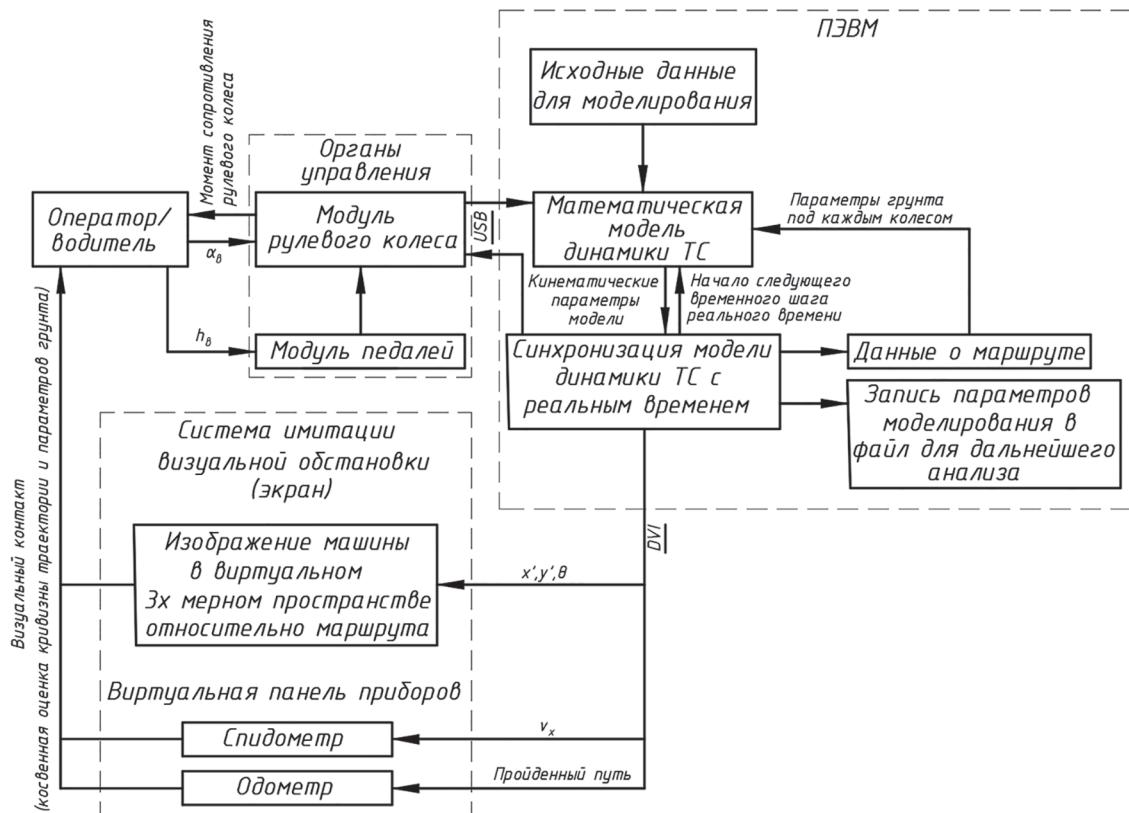


Рис. 13. Структурная схема взаимодействия элементов комплекса натурно-математического моделирования [1]

Fig. 13. Block diagram of the interaction of elements of the complex of full-scale mathematical modeling [1]

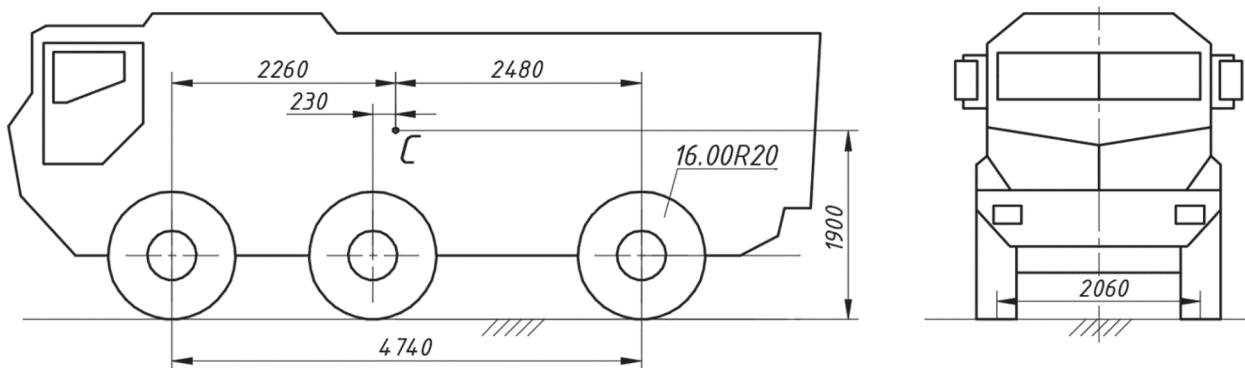


Рис. 14. Геометрические параметры ВКМ 6х6

Fig. 14. Geometrical parameters of six-wheel drive vehicle

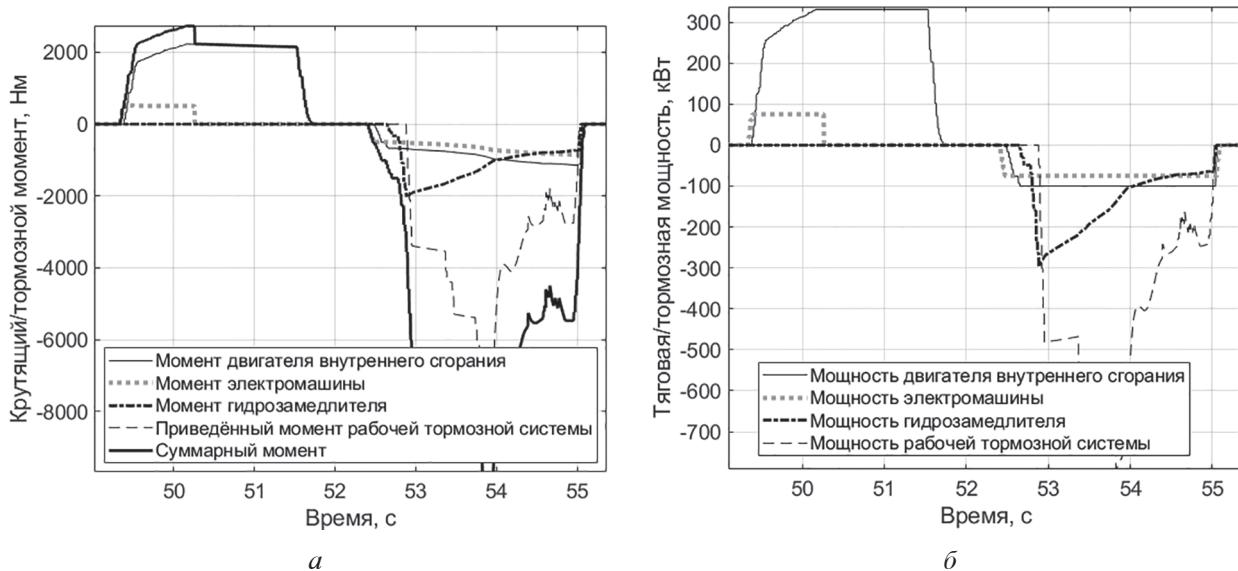


Рис. 15. Изменение тормозного момента (а) и мощности (б), реализованной узлами трансмиссии ВКМ 6х6, при движении по трассе

Fig. 15 Change in braking torque (a), power (b), implemented by the transmission units of the six-wheel drive vehicle when driving on the highway

высокой и ретардер работал при полном наполнении. В связи с этим, при снижении скорости машины тормозной момент гидротормоза снижался. При экстренном торможении задействуется рабочая тормозная система. Кроме того, значение суммарного тягового/тормозного момента (задаваемого водителем) соответствует сумме моментов, реализуемых рассматриваемыми узлами. В связи с этим, можно сделать вывод, что разработанная система управления функционирует корректно.

### Заключение

В рамках представленной работы разработана математическая модель динамики колесной машины, предназначенная для применения в комплексе натурно-математического

моделирования и оценки режимов работы системы «водитель-машина-среда». Указанная математическая модель базируется на существующей модели, разработанной в МГТУ им. Н.Э. Баумана, и дополнена системой управления, связывающей степень нажатия водителя на педали акселератора и тормоза с параметрами управления различных агрегатов трансмиссии, таких как двигатель внутреннего сгорания, электромашина, гидродинамический ретардер и рабочая тормозная система. Указанная система обеспечивает возможность водителя-оператора комплекса натурно-математического моделирования управлять виртуальной машиной в режиме реального времени.

В ходе вычислительного эксперимента доказана работоспособность представленной

математической модели динамики колесной машины, а также разработанного алгоритма системы распределения тяговых-тормозных моментов между элементами трансмиссии.

### **Литература**

1. Косицын Б.Б., Котиев Г.О., Мирошниченко А.В., Падалкин Б.В., Стадухин А.А. Определение характеристик трансмиссий колесных и гусеничных машин с индивидуальным электроприводом ведущих колес // Труды НАМИ. 2019. № 3 (278). С. 22–35.
2. Котиев Г.О., Чернышев Н.В., Горелов В.А. Математическая модель криволинейного движения автомобиля с колесной формулой 8x8 при различных способах управления поворотом // Журнал автомобильных инженеров. 2009. № 2. С. 34–39.
3. G. Kotiev, B. Padalkin, A. Miroshnichenko, A. Stadukhin and B. Kositsyn Selection of the combat vehicle individual wheel drive operation modes under required mobility criteria. IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 820 (2020), IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 820 (2020), Moscow; Russian Federation doi:10.1088/1757-899X/820/1/012006
4. Котиев Г.О., Горелов В.А., Мирошниченко А.В. Разработка закона управления индивидуальным приводом движителей многоосной колесной машины // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2012. № 1. С. 49–59.
5. Котиев Г.О., Горелов В.А., Бекетов А.А. Математическая модель движения вездеходного транспортного средства // Журнал автомобильных инженеров. 2008. № 1. С. 50–54.
6. Chudakov O.I., Gorelov V.A., Sarach E.B. Improving traction and active safety of the wheeled vehicle by the distribution of the driving torque between its axles. International Automobile Scientific Forum: Intelligent Transport System Technologies and Components, IASF 2018; Moscow; Volume 534, Issue 1, 12 June 2019.
7. Chudakov O.I., Gorelov V.A. Design features of the steering control systems of road trains and articulated buses. International Conference on Modern Trends in Manufacturing Technologies and Equipment 2019, ICMTME 2019; Sevastopol; Volume 709, Issue 4, 3 January 2020.
8. Chudakov O.I., Gorelov V.A., Gartfelder V.A., Sekletina L.S. Mathematical model of curvilinear motion of an active road train with electromechanical transmission. 2019 International Automobile Scientific Forum on Technologies and Compon-
- ents of Land Intelligent Transport Systems, IASF, Volume 819, Issue 1, 29 May 2020.
9. Рождественский Ю.Л., Машков К.Ю. О формировании реакций при качении упругого колеса по недеформируемому основанию // Труды МВТУ. 1982. № 390. С. 56–64.
10. Котиев Г.О., Гумеров И.Ф., Стадухин А.А., Косицын Б.Б. Определение потребного уровня замедления высокоподвижных колесных машин при использовании износостойкой тормозной системы // Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева. 2019. № 4 (127). С. 146–157.
11. Котиев Г.О., Гумеров И.Ф., Стадухин А.А., Косицын Б.Б. Определение механических характеристик узлов износостойкой тормозной системы высокоподвижных колесных машин // Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева. 2020. № 1 (128). С. 131–141.
12. Котиев Г.О., Гумеров И.Ф., Стадухин А.А., Косицын Б.Б. Выбор емкости бортового накопителя энергии при использовании электромашины в износостойкой тормозной системе высокоподвижных колесных машин // Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева. 2020. № 2. С. 126–133.
13. G.O. Kotiev, I.F. Gumerov, A.A. Stadukhin and B.B. Kositsyn. Selection of the required deceleration for high-mobility wheeled vehicles with wear resistant brake systems. IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 819 (2020), IASF 2019; Moscow; Russian Federation.
14. G.O. Kotiev, I.F. Gumerov, A.A. Stadukhin and B.B. Kositsyn. Selection of the torque – speed curves for the units of a wearresistant brake system of high-mobility wheeled vehicles. IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 819 (2020), IASF 2019; Moscow; Russian Federation.
15. G.O. Kotiev, I.F. Gumerov, A.A. Stadukhin and B.B. Kositsyn. Selection of the capacity of the onboard energy storage device for a high-mobility wheeled vehicle wear-resistant brake system with an electric machine. IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 819 (2020), IASF 2019; Moscow; Russian Federation.
16. Voith. <http://voith.com/corp-en/braking-systems-retarders-trucks.html> (дата обращения: 02.09.2019).
17. Ларин В.В. Теория движения полноприводных колесных машин. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2010. 391 с.

### **References**

1. Kositsyn B.B., Kotiyev G.O., Miroshnichenko A.V., Padalkin B.V., Stadukhin A.A. Determination of the characteristics of transmissions of

- wheeled and tracked vehicles with individual electric drive of the driving wheels. *Trudy NAMI*. 2019. No 3 (278), pp. 22–35 (in Russ.).
2. Kotiyev G.O., Chernyshev N.V., Gorelov V.A. Mathematical model of the curvilinear movement of an 8-wheel drive vehicle with different ways of control in turn. *Zhurnal avtomobil'nykh inzhenerov*. 2009. No 2, pp. 34–39 (in Russ.).
  3. G. Kotiev, B. Padalkin, A. Miroshnichenko, A. Stadukhin and B Kositsyn Selection of the combat vehicle individual wheel drive operation modes under required mobility criteria. IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 820 (2020), IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 820 (2020), Moscow; Russian Federation doi:10.1088/1757-899X/820/1/012006
  4. Kotiyev G.O., Gorelov V.A., Miroshnichenko A.V. Development of a control law for the individual drive of propellers of a multi-axle wheeled vehicle. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroyeniye*. 2012. No 1, pp. 49–59 (in Russ.).
  5. Kotiyev G.O., Gorelov V.A., Beketov A.A. Mathematical model of the movement of an all-terrain vehicle. *Zhurnal avtomobil'nykh inzhenerov*. 2008. No 1, pp. 50–54 (in Russ.).
  6. Chudakov O.I., Gorelov V.A., Sarach E.B. Improving traction and active safety of the wheeled vehicle by the distribution of the driving torque between its axles. International Automobile Scientific Forum: Intelligent Transport System Technologies and Components, IASF 2018; Moscow; Volume 534, Issue 1, 12 June 2019.
  7. Chudakov O.I., Gorelov V.A. Design features of the steering control systems of road trains and articulated buses. International Conference on Modern Trends in Manufacturing Technologies and Equipment 2019, ICMTME 2019; Sevastopol; Volume 709, Issue 4, 3 January 2020.
  8. Chudakov O.I., Gorelov V.A., Gartfelder V.A., Sekletina L.S. Mathematical model of curvilinear motion of an active road train with electromechanical transmission. 2019 International Automobile Scientific Forum on Technologies and Components of Land Intelligent Transport Systems, IASF, Volume 819, Issue 1, 29 May 2020.
  9. Rozhdestvenskiy Y.U.L., Mashkov K.YU. The formation of reactions when an elastic wheel rolls on a non-deformable base. *Trudy MVTU*. 1982. No 390, pp. 56–64 (in Russ.).
  10. Kotiyev G.O., Gumerov I.F., Stadukhin A.A., Kositsyn B.B. Determination of the required level of deceleration of highly mobile wheeled vehicles using a wear-resistant braking system. *Trudy NGTU im. R.E. Alekseyeva*. 2019. No 4 (127), pp. 146–157 (in Russ.).
  11. Kotiyev G.O., Gumerov I.F., Stadukhin A.A., Kositsyn B.B. Determination of the mechanical characteristics of the units of the wear-resistant braking system of highly mobile wheeled vehicles. *Trudy NGTU im. R.E. Alekseyeva*. 2020. No 1(128), pp. 131–141 (in Russ.).
  12. Kotiyev G.O., Gumerov I.F., Stadukhin A.A., Kositsyn B.B. The choice of the capacity of the on-board energy storage when using an electric vehicle in a wear-resistant brake system of highly mobile wheeled vehicles. *Trudy NGTU im.R.E.Alekseyeva*. 2020. No 2, pp. 126–133 (in Russ.).
  13. G.O. Kotiev, I.F. Gumerov, A.A. Stadukhin and B.B. Kositsyn. Selection of the required deceleration for high-mobility wheeled vehicles with wear resistant brake systems. IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 819 (2020), IASF 2019; Moscow; Russian Federation.
  14. G.O. Kotiev, I.F. Gumerov, A.A. Stadukhin and B.B. Kositsyn. Selection of the torque – speed curves for the units of a wearresistant brake system of high-mobility wheeled vehicles. IOP Conf. Series: Materials Science and Engi-neering 819 (2020), IASF 2019; Moscow; Russian Federation.
  15. G.O. Kotiev, I.F. Gumerov, A.A. Stadukhin and B.B. Kositsyn. Selection of the capacity of the on-board energy storage device for a high-mobility wheeled vehicle wear-resistant brake system with an electric machine. IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 819 (2020), IASF 2019; Moscow; Russian Federation.
  16. Voith. <http://voith.com/corp-en/braking-systems/re-tarders-trucks.html> (accessed: 02.09.2019).
  17. Larin V.V. *Teoriya dvizheniya polnoprivodnykh kolesnykh mashin* [Theory of motion of four-wheel drive wheeled vehicles]. Moscow: Izd-vo MGTU im. N.E. Baumana. 2010. 391 p.

## MODEL OF THE DYNAMICS OF A WHEELED VEHICLE FOR A COMPLEX OF FULL-SCALE-MATHEMATICAL MODELING

PhD in Engineering **B.B. Kositsyn**

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

[kositsyn\\_b@bmstu.ru](mailto:kositsyn_b@bmstu.ru)

**Introduction.** The use of the method of full-scale-mathematical modeling in "real time" opens up wide opportunities associated with the analysis of the modes of operation of the "man – vehicle – environment" system, as well as the study of the loading of units and assemblies of vehicles. The existing research complexes of full-scale mathematical modeling are suitable for obtaining most of the indicators usually determined by full-scale tests. The difference lies in the ability to fully control the course of virtual testing, recording any parameters of the vehicle movement, taking into account the "human factor", as well as complete safety of the experiment.

**Purpose of research.** The purpose of this work is to create a mathematical model of the dynamics of a wheeled vehicle, suitable for use in such a complex of full-scale mathematical modeling and assessment of the load of transmission units in conditions close to real operation.

**Methodology and methods.** The proposed model is based on the existing model of the dynamics of a wheeled vehicle developed at Bauman Moscow State Technical University. Within the framework of the model, the dynamics of a vehicle is described as a plane motion of a rigid body in a horizontal plane. The principle of possible displacements is applied to determine the normal reactions of the bearing surface. The interaction of the wheel with the ground in the plane of the support base is described using an approach based on the "friction ellipse" concept. To enable the driver and operator of the full-scale mathematical modeling complex to drive a virtual vehicle in "real time" mode, the mathematical model is supplemented with a control system that communicates between the control parameter set by the driver by pressing the accelerator and brake pedals and the control actions of the vehicle's transmission units, such as: an electric machine, an internal combustion engine, a hydrodynamic retarder and a brake system. The article presents a block diagram of the developed control algorithm, as well as approbation of the system's operation in a complex of full-scale mathematical modeling.

**Results and scientific novelty.** A mathematical model of the dynamics of a wheeled vehicle was developed. It opens up wide possibilities for studying the modes of operation of the "driver-vehicle-environment" system in "real time", using a complex of full-scale mathematical modeling.

**Practical significance.** A mathematical model of the dynamics of a wheeled vehicle was developed. It is supplemented with an algorithm for the distribution of traction/braking torques between the transmission units, which provide a connection between the driver's pressing on the accelerator/brake pedal and the control parameters of each of the units.

**Keywords:** mathematical model, wheeled vehicle, full-scale mathematical modeling, control system.

**Cite as:** B.B. Kositsyn Model of the dynamics of a wheeled vehicle for a complex of full-scale-matematical modeling. Izvestiya MGTU «MAMI». 2020. No 4 (46), pp. 46–60 (in Russ.). DOI: 10.31992/2074-0530-2020-46-4-46-60.

# ОБЪЕМНЫЙ ГИДРОПРИВОД С ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫМ ПОДКЛЮЧЕНИЕМ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ ГИДРОДВИГАТЕЛЕЙ

к.т.н. Пильгунов В.Н., к.т.н. Ефремова К.Д.

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия  
efremova.k.d@gmail.com

Целью предлагаемой работы являются теоретическое и экспериментальное исследования работоспособности одноканального гидропривода с последовательным подключением исполнительных гидроцилиндров и разработка рекомендаций по прогнозированию их характеристики.

Авторами статьи выполнен комплекс экспериментальных исследований и получены численные кинематические, скоростные и силовые характеристики одноканального гидропривода с пятью последовательно включенными гидроцилиндрами. Показано, что характер кинематической связи определяется дифференциальностью гидроцилиндров. Скорость выдвижения поршня отдельного гидроцилиндра определяется его порядковым номером в цепочке гидроцилиндров, при этом наибольшую скорость движения поршня развивает первый гидроцилиндр. Относительная неравномерность движения поршней по сравнению со скоростью движения поршня первого гидроцилиндра определяется дифференциальностью гидроцилиндра, при этом наибольшей неравномерностью обладает гидропривод с дифференциальностью  $D = 2$ .

В работе показано, что подбором дифференциальности гидроцилиндров, их шаговым расположением и смещением расположения дна гидроцилиндра можно реализовать сложные формы суммарной траектории точек крепления штоков гидроцилиндров.

В гидростатическом (силовом) гидроприводе в штоковых полостях гидроцилиндров, в зависимости от порядкового номера гидроцилиндра, усилия на его штоке и дифференциальности, устанавливаются разные уровни давления, а наименьшее давление будет в поршневой полости последнего по счету гидроцилиндра. У равномерно нагруженных гидроцилиндров давление в поршневых полостях зависит только от номера гидроцилиндра и его дифференциальности. В гидроприводе с гидроцилиндрами равной мощности последний по счету гидроцилиндр будет развивать наибольшее усилие при наименьшей скорости движения поршня.

Кроме того, в работе также показано, что воспроизводимость позиций ненагруженных штоков гидроцилиндров равной дифференциальности не ниже 1 %. В результате проведенных экспериментальных исследований разработана методика проектирования объемного гидропривода с последовательным включением исполнительных гидроцилиндров, которая может быть использована для решения задач гидрофикиации машиностроительного производства (гибочные прессы, листовая штамповка), в судостроении (корабельные стапели), в гибких производственных системах, промышленной и складской логистике.

**Ключевые слова:** одноканальный гидропривод, последовательное соединение полостей гидроцилиндров, объемная кинематическая связь, дифференциальность гидроцилиндров.

**Для цитирования:** Пильгунов В.Н., Ефремова К.Д. Объемный гидропривод с последовательным подключением исполнительных гидродвигателей // Известия МГТУ «МАМИ». 2020. № 4 (46). С. 61–69. DOI: 10.31992/2074-0530-2020-46-4-61-69.

## Введение

Объемный гидропривод можно рассматривать как иерархическую структуру, представленную энергетической, управляющей и исполнительной подсистемами (рис. 1).

Любая электрогидравлическая система управления может быть представлена такой иерархической структурой, составленной из подсистем [1–4]. Энергетическая подсистема преобразует механическую энергию приводного двигателя в гидравлическую энергию

потока рабочей жидкости. В исполнительной подсистеме гидравлическая энергия потока рабочей жидкости преобразуется в механическую работу.

Если в гидроприводе несколько групп исполнительных гидроцилиндров и каждый исполнительный гидроцилиндр или группа гидроцилиндров обслуживаются собственной управляющей подсистемой, то такой гидропривод можно рассматривать как многоканальный. В многоканальной гидравлической системе

ме каждый исполнительный гидродвигатель или группы исполнительных гидродвигателей обслуживаются собственной управляющей и распределительной подсистемой [5–10].



**Рис. 1. Иерархическая структура электрогидравлической системы управления**

*Fig. 1. Hierarchical structure  
of the electro-hydraulic control system*

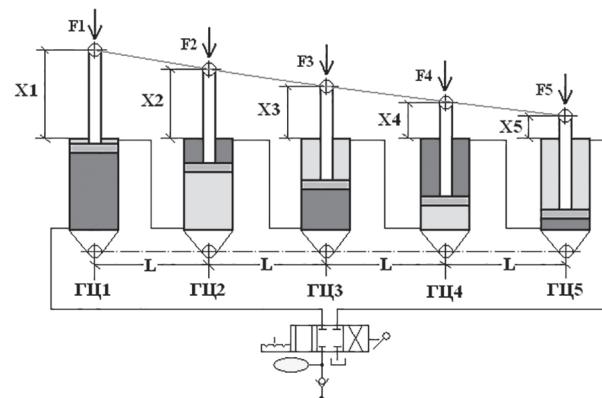
В одноканальном гидроприводе группа гидроцилиндров обслуживается общей управляющей подсистемой. В таком гидроприводе в группу могут быть объединены как последовательно, так и параллельно включенные гидроцилиндры. При этом группы параллельно подключенных гидродвигателей одноканального гидропривода управляются общей управляющей и распределительной подсистемой.

Отдельный интерес представляет одноканальная однопоточная система управления, в которой исполнительные гидродвигатели подключаются друг к другу последовательно, а именно: сливная полость предшествующего исполнительного гидродвигателя подключается к напорной линии последующего [11–13] и между исполнительными гидродвигателями устанавливается объемная кинематическая связь. Характер такой кинематической связи будет определяться рабочими площадями поршней и дифференциальностью гидроцилиндра – соотношением площадей поршневой и штоковой полостей гидроцилиндра.

## **1. Теоретические предпосылки создания однопоточного объемного гидропривода с последовательным подключением исполнительных гидроцилиндров**

Принципиальная схема объемного гидропривода с последовательным (проточным) под-

ключением исполнительных гидроцилиндров представлена на рис. 2.



**Рис. 2. Гидропривод с последовательным подключением гидроцилиндров**

*Fig. 2. Hydraulic drive with series connection of hydraulic cylinders*

На схеме видно, что каждая штоковая полость предшествующего гидроцилиндра подключается к поршневой полости последующего и т.д., что обуславливает объемную кинематическую связь между позициями штоков гидроцилиндров на прямом ходе:

$$\begin{aligned} X_1 &= \frac{W_0}{A_{1n}}; X_1 A_{1m} = X_2 A_{2n}; X_2 A_{2m} = X_3 A_{3n}; \\ X_3 A_{3m} &= X_4 A_{4n}, X_4 A_{4m} = X_5 A_{5n}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $W_0$  – объем рабочей жидкости, поступающей в поршневую полость ГЦ1, а подстрочники у рабочих площадей поршней «А» соответствуют порядковому номеру гидроцилиндра и типу рабочей площади (в поршневой полости «П», в штоковой – «Ш»).

Введем понятие дифференциальности гидроцилиндра  $D = A_{\text{п}}/A_{\text{ш}}$  и приведем уравнения (1) к позиции штока гидроцилиндра ГЦ1:

$$\begin{cases} X_2 = (A_{1\text{m}} / A_{2\text{n}}) X_1 \\ X_3 = (A_{2\text{m}} / A_{3\text{n}}) X_2 = (1/D_2)(A_{1\text{m}} / A_{3\text{n}}) X_1 \\ X_4 = (A_{3\text{m}} / A_{4\text{n}}) X_3 = (1/D_2 D_3)(A_{1\text{m}} / A_{4\text{n}}) X_1 \\ X_5 = (A_{4\text{m}} / A_{5\text{n}}) X_4 = (1/D_2 D_3 D_4)(A_{1\text{m}} / A_{5\text{n}}) X_1 \end{cases} \quad (2)$$

Без учета гидравлических потерь в магистралях справедливы равенства давлений в полостях гидроцилиндров  $p_{1\text{п}} = p_0$ ;  $p_{1\text{ш}} = p_{2\text{п}}$ ;  $p_{2\text{ш}} = p_{3\text{п}}$ ;  $p_{3\text{ш}} = p_{4\text{п}}$ ;  $p_{4\text{ш}} = p_{5\text{п}}$ ;  $p_{5\text{ш}} = T$ .

Для удаления нерастворенного воздуха из полостей гидроцилиндров и соединительных магистралей необходимо предусмотреть их проливку. Для поддержания давления в гидросистеме при отключении насоса установлен гидравлический аккумулятор.

Практическая реализация принципиальных схем гидропривода с механическим и электромагнитным дискретным управлением представлены на рис. 3, 4, 5.

Проливка гидросистемы осуществляется посредством 3-х ходовых кранов К1...К8, которые устанавливаются в позиции, определяемые стрелками. При электромагнитном дискретном управлении проливка гидросистемы осуществляется при отключенных электромагнитах К1...К8 гидравлических клапанных распределителей (рис. 4).

Включение электромагнитов или переключение 3-х ходовых кранов переводит гидропривод в рабочий режим (рис. 5).

Если гидропривод состоит из одинаковых по рабочим площадям поршней и дифференциальности гидроцилиндров  $D_1 = D_2 = D_3 = D_4 = D_5 = D$ , то, в соответствии с системой уравнений (2),  $X_1 = W_0/A_n$ ;  $X_2 = X_1/D$ ;  $X_3 = X_1/D^2$ ;  $X_4 = X_1/D^3$ ;  $X_5 = X_1/D^4$ .

Рассмотрим в качестве примера гидропривод, составленный из одинаковых гидроцилиндров с соотношением диаметров (в миллиметрах) 32/16 ( $D = 1,33$ ) и полным ходом поршня  $S = 200$  мм:

$$X_1 = 200 \text{ мм}; X_2 = 150,4 \text{ мм}; X_3 = 113 \text{ мм}; \\ X_4 = 85 \text{ мм}; X_5 = 63,8 \text{ мм}.$$

Для гидропривода, составленного из гидроцилиндров 32/22, ( $D = 1,90$ ):

$$X_1 = 200 \text{ мм}; X_2 = 105,2 \text{ мм}; X_3 = 55,4 \text{ мм}; \\ X_4 = 29,2 \text{ мм}; X_5 = 15,4 \text{ мм}.$$

Значения позиций поршней при шаге расположения осей гидроцилиндров, равном половине полного хода поршня  $L = 0,5$ ,  $S = 100$  мм, представлены на графиках рис. 6.

Из графиков рис. 6 следует, что кусочно-ломаная линия, соединяющая позиции штоков гидроцилиндров, отклоняется от прямой линии, что можно оценить величиной нелинейности  $\delta = \Delta X/X_i$ , где  $\Delta X_i$  – абсолютное отклонение смещения поршня  $i$ -го гидроцилиндра от прямой линии;  $X_i$  – смещение поршня относительно его исходной позиции. Кусочно-ломаные кривые 1 и 2 на рис. 6 представляют собой

величины необходимых осевых смещений точек крепления гидроцилиндров, обеспечивающих линеаризацию характеристик.

Величины нелинейностей для двух значений дифференциальности гидроцилиндров при шаге расположения осей гидроцилиндров  $L = 100$  мм сведены в табл. 1.

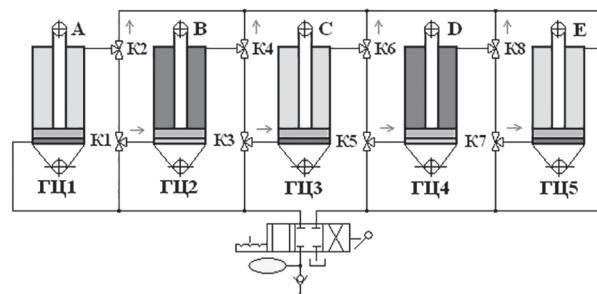


Рис. 3. Гидравлическая схема проливки гидросистемы с механическим управлением

Fig. 3. Hydraulic diagram of a mechanically controlled hydraulic system

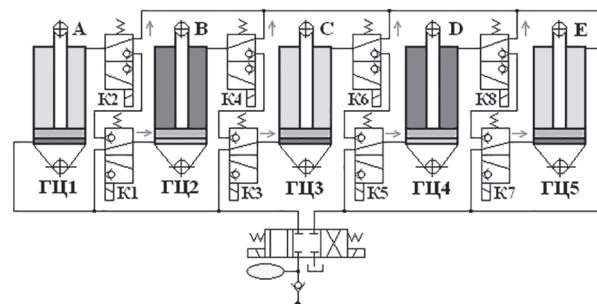


Рис. 4. Гидравлическая схема проливки гидросистемы с электромагнитным дискретным управлением

Fig. 4. Hydraulic diagram of hydraulic system pouring with electromagnetic discrete control

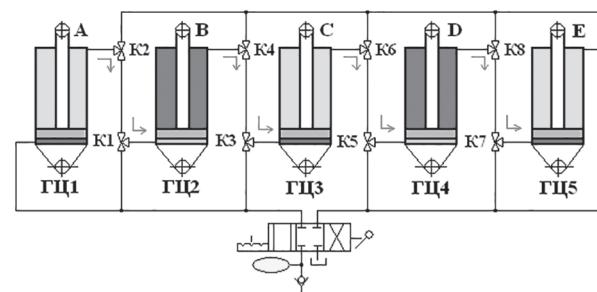
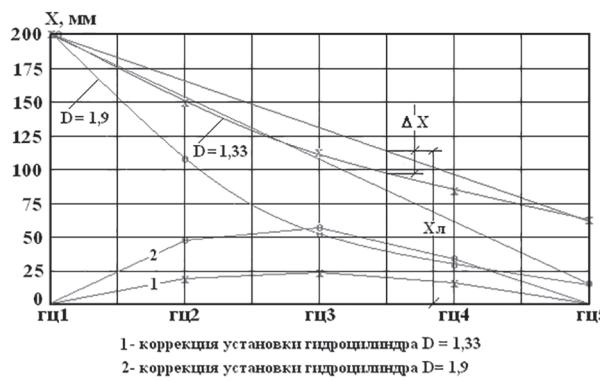


Рис. 5. Гидравлическая схема последовательного подключения гидроцилиндров

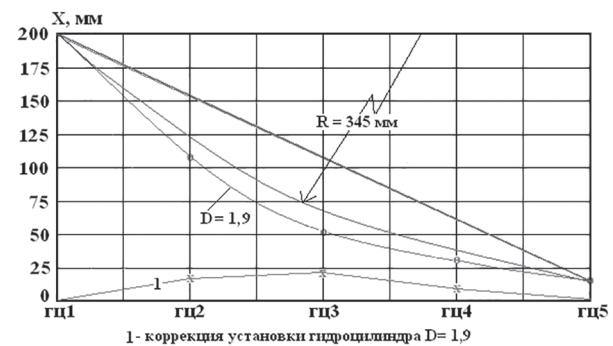
Fig. 5. Hydraulic diagram of series connection of hydraulic cylinders



**Рис. 6. Позиции поршней при шаге расположения осей гидроцилиндров  $L = 100$  мм**

Fig. 6. Piston positions at hydraulic cylinder axes pitch  $L = 100$  mm

Из данных табл. 1 следует, что дифференциальность гидроцилиндра существенно влияет на величину нелинейности. Гидропривод, составленный из гидроцилиндров с дифференциальностью  $D = 1,33$ , обеспечивает характеристику близкую к линейной. Существенная нелинейность гидропривода, построенного на базе гидроцилиндров с дифференциальностью  $D = 1,90$ , позволяет получить кривую позиций поршней, аппроксимирующую дугу окружности (рис. 7). Кусочно-ломаная кривая 1 на графике представляет собой коррекцию осевых смещений точек крепления гидроцилиндров, позволяющую реализовать дугу с радиусом  $R = 345$  мм.



**Рис. 7. Реализация характеристики близкой к дуге окружности**

Fig. 7. Realization of characteristics close to an arc of a circle

В принципе, осевое смещение гидроцилиндров и корректировка шага их установки позволяют получить характеристику произвольной формы, однако необходимо иметь в виду, что выбор дифференциальности гидроцилиндра ограничен условиями стандартизации нормального ряда диаметров поршней и штоков (табл. 2).

Рассмотрим два варианта построения гидропривода на базе гидроцилиндров различной дифференциальности.

**Вариант № 1.** Геометрия гидроцилиндров ГЦ1, ГЦ3, ГЦ5 типоразмера 32/16-200:

$$A_{\text{п}} = 0,804 \cdot 10^{-3} \text{ мм}^2; A_{\text{ш}} = 0,603 \cdot 10^{-3} \text{ мм}^2; \\ D = 1,33.$$

Таблица 1

**Нелинейность выдвижения поршней гидроцилиндров**

Table 1. Non-linearity of extension of hydraulic cylinders pistons

Шаг установки ГЦ 0,5 S	ГЦ1	ГЦ2	ГЦ3	ГЦ4	ГЦ5
Нелинейность для $D = 1,33$	0	0,10	0,16	0,15	0
Нелинейность для $D = 1,90$	0	0,46	0,86	1,0	0

Таблица 2

**Дифференциальность гидроцилиндров в соответствии с нормальным рядом диаметров поршней и штоков**

Table 2. Differentiation of hydraulic cylinders according to the normal range of piston and rod diameters

$D_{\text{п}}$	10	12	16	18	20	22	25	28	32	36	40	45	50	56	70
25	1,2	1,3	1,7	2,1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
32	—	1,2	1,3	1,5	1,6	1,9	—	—	—	—	—	—	—	—	—
40	—	—	1,2	1,3	1,5	1,6	1,9	—	—	—	—	—	—	—	—
50	—	—	—	—	—	1,2	1,3	1,5	1,7	2,1	—	—	—	—	—
63	—	—	—	—	—	—	—	1,2	1,3	1,5	1,7	2,0	—	—	—
80	—	—	—	—	—	—	—	—	1,2	1,3	1,5	1,7	2,0	—	—
100	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,2	1,3	1,5	2,0

Геометрия гидроцилиндров ГЦ2, ГЦ4 типоразмера 32/22-200:

$$A_{\text{н}} = 0,804 \cdot 10^{-3} \text{ мм}^2; A_{\text{ш}} = 0,424 \cdot 10^{-3} \text{ мм}^2; D = 1,90.$$

**Вариант № 2.** Гидроцилиндры ГЦ1, ГЦ3, Г53 типоразмера 32/22-200;

Гидроцилиндры ГЦ2, ГЦ4 типоразмера 32/16-200.

Результаты расчетов по формулам (2) представлены на графиках рис. 8. Здесь же для сравнения показаны позиции поршней в гидроприводе, построенном на базе одинаковых гидроцилиндров типоразмера 32/16-200.

Исследуем влияние дифференциальности гидроцилиндров на скорость выдвижения поршней. С этой целью приведем скорости выдвижения поршней к скорости выдвижения поршня ГЦ1, связав ее с расходом рабочей жидкости  $Q_0$ :

$$\begin{aligned} V_1 &= V_0 = Q_0 / A_{\text{н}}; V_2 = V_1 / D; V_3 = V_1 / D^2; \\ V_4 &= V_1 / D^3; V_5 = V_1 / D^4. \end{aligned}$$

В табл. 3 и на графиках рис. 9 представлены значения скоростей движения поршня в гидроприводе, составленном из одинаковых гидроцилиндров дифференциальностью  $D = 1,266$ ,  $D = 1,33$  и  $D = 1,90$ . Наибольшей неравномерностью скоростей обладает гидропривод, построенный на базе гидроцилиндров дифференциальностью  $D = 1,90$ .

Таблица 3

**Линейные скорости движения поршней гидроцилиндров**

Table 3. Linear speeds of movement of pistons of hydraulic cylinders

$V_i$	$D = 1,266$	$D = 1,33$	$D = 1,90$
$V_1$	$V_0$	$V_0$	$V_0$
$V_2$	$0,790V_0$	$0,752V_0$	$0,526V_0$
$V_3$	$0,624V_0$	$0,565V_0$	$0,277V_0$
$V_4$	$0,493V_0$	$0,425V_0$	$0,145V_0$

Установим зависимость давлений в поршневых полостях гидроцилиндров от нагрузки на штоках и дифференциальности гидроцилиндров в статическом гидроприводе с одинаковыми гидроцилиндрами без учета трения в уплотнительных элементах гидроцилиндров:

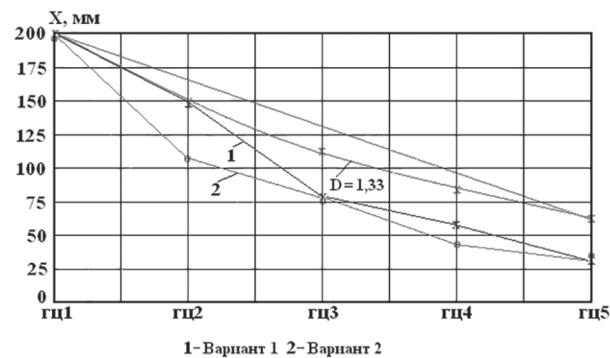


Рис. 8. Позиции поршней гидропривода с разными типоразмерами гидроцилиндров

Fig. 8. Positions of hydraulic pistons with different sizes of hydraulic cylinders

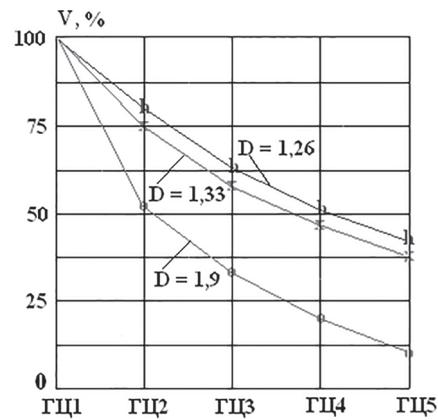


Рис. 9. Скорости движения поршней гидроцилиндров

Fig. 10. Pressure in the cavities equal to the loaded hydraulic cylinders

$$\left\{ \begin{array}{l} p_{1\text{n}} = F_1 / A_{\text{n}} + F_2 / D A_{\text{n}} + F_3 / D^2 A_{\text{n}} + F_4 / D^3 A_{\text{n}} + F_5 / D^4 A_{\text{n}} \\ p_{2\text{n}} = F_2 / A_{\text{n}} + F_3 / D A_{\text{n}} + F_4 / D^2 A_{\text{n}} + F_5 / D^3 A_{\text{n}} \\ p_{3\text{n}} = F_3 / A_{\text{n}} + F_4 / D A_{\text{n}} + F_5 / D^2 A_{\text{n}} \\ p_{4\text{n}} = F_4 / A_{\text{n}} + F_5 / D A_{\text{n}} \\ p_{5\text{n}} = F_5 / A_{\text{n}} \end{array} \right. \quad (3)$$

Для равно нагруженных исполнительных гидроцилиндров  $F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = F_5 = F_0$  система уравнений (3) принимает вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} p_{1\text{n}} = F_0 \left( 1 + D^{-1} + D^{-2} + D^{-3} + D^{-4} / A_{\text{n}} \right) \\ p_{2\text{n}} = F_0 \left( 1 + D^{-1} + D^{-2} + D^{-3} / A_{\text{n}} \right) \\ p_{3\text{n}} = F_0 \left( 1 + D^{-1} + D^{-2} \right) A_{\text{n}} \\ p_{4\text{n}} = F_0 \left( 1 + D^{-1} \right) A_{\text{n}} \\ p_{5\text{n}} = F_0 / A_{\text{n}} \end{array} \right. \quad (4)$$

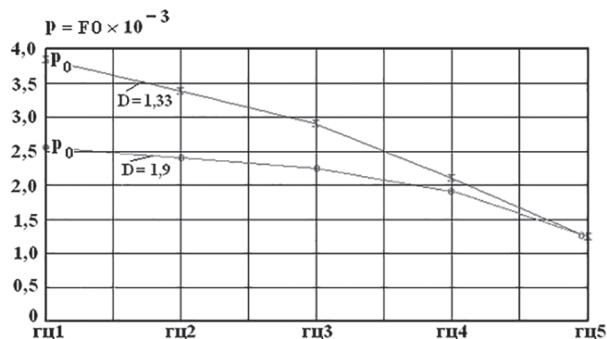
Результаты решения системы уравнений (4) для гидропривода с гидроцилиндрами дифференциальностью  $D = 1,26; D = 1,33$  и  $D = 1,90$  сведены в табл. 4 и представлены на графиках рис. 10.

*Таблица 4*

**Давления в поршневых полостях равнонагруженных гидроцилиндров**

*Table 4. Pressure in the piston cavities equal to the loaded hydraulic cylinders*

$p_i \cdot 10^{-3}$	$D = 1,266$	$D = 1,33$	$D = 1,90$
$p_1$	$4,10 \cdot F_0$	$3,83 \cdot F_0$	$2,53 \cdot F_0$
$p_2$	$3,62 \cdot F_0$	$3,43 \cdot F_0$	$2,44 \cdot F_0$
$p_3$	$3,01 \cdot F_0$	$2,90 \cdot F_0$	$2,25 \cdot F_0$
$p_4$	$2,24 \cdot F_0$	$2,19 \cdot F_0$	$1,90 \cdot F_0$
$p_5$	$1,25 \cdot F_0$	$1,25 \cdot F_0$	$1,25 \cdot F_0$



**Рис. 10. Давления в полостях равнонагруженных гидроцилиндров**

*Fig. 10. Pressure in the cavities equal to the loaded hydraulic cylinders*

В качестве примера, решим систему уравнений (4) для гидроцилиндров ГЦ 32/16-200 ( $D = 1,33$ ). Из первого уравнения системы определим усилие на штоках равнонагруженных гидроцилиндров в зависимости от величины номинального давления в гидросистеме –  $p_0$ .

$$F_0 = p_0 A_n / (1 + D^{-1} + D^{-2} + D^{-3} + D^{-4}) = \\ = 0,261 p_0 \cdot 10^{-3}, \text{ Н.}$$

Если принять значение давления  $p_0 = 16$  МПа, то усилие на штоке ГЦ1 составит  $F_1 = 4,2$  кН, а в поршневых полостях гидроцилиндров установятся давления  $p_{2n} = 14,4$  МПа;  $p_{3n} = 12,2$  МПа;  $p_{4n} = 9,2$  МПа и  $p_{5n} = 5,25$  МПа.

При том же значении давления в гидросистеме  $p_0 = 16$  МПа, в гидроприводе с гидроцилиндрами ГЦ 32/22-200, ( $D = 1,90$ ) усилие

на штоке ГЦ1 станет равным  $F_1 = 0,394 p_0 \cdot 10^{-3} = 6,32$  кН, а в поршневых полостях гидроцилиндров установятся давления  $p_{2n} = 15,42$  МПа;  $p_{3n} = 14,20$  МПа;  $p_{4n} = 12,0$  МПа и  $p_{5n} = 7,90$  МПа.

Используя ранее полученные значения скоростей движения поршня гидроцилиндра, определим условия реализации гидропривода, гидроцилиндры которого будут развивать равные мощности  $N_i = F_i \cdot V_i = \text{inv}$ . Принимая за единицу усилие на штоке ГЦ5  $F_5 = F_0$ , и используя представленные в табл. 2 значения скоростей выдвижения поршней, получим зависимости  $F_1 = F_0/D^4$ ;  $F_2 = F_0/D^3$ ;  $F_3 = F_0/D^2$ ;  $F_4 = F_0/D$ . Результаты расчета усилий на штоках гидроцилиндров дифференциальностью  $D = 1,26; D = 1,33$  и  $D = 1,90$ , развивающих равные мощности, сведены в табл. 5.

**Таблица 5**  
**Усилия на штоках гидроцилиндров равной мощности**

*Table 5. Thrust on the rods of hydraulic cylinders of equal power*

$D$	$F_1$	$F_2$	$F_3$	$F_4$	$F_5$
1,266	$0,39 F_0$	$0,49 F_0$	$0,62 F_0$	$0,79 F_0$	$F_0$
1,33	$0,32 F_0$	$0,43 F_0$	$0,56 F_0$	$0,75 F_0$	$F_0$
1,90	$0,076 F_0$	$0,145 F_0$	$0,276 F_0$	$0,526 F_0$	$F_0$

В соответствии с данными табл. 5, наибольшей относительной неравномерностью усилий на штоках  $\beta_D = F_0/F_1$  обладает гидропривод с гидроцилиндрами, у которых  $D = 1,90$  ( $\beta_{1,266} = 2,56$ ;  $\beta_{1,33} = 3,12$ ;  $\beta_{1,90} = 13,0$ ).

**2. Экспериментальные исследования гидропривода с последовательным подключением исполнительных гидроцилиндров**

Фотографии экспериментального стенда для испытаний гидропривода с последовательным подключением исполнительных гидроцилиндров представлены на рис. 11 и 12.

Шаг между осями гидроцилиндров составил 200 мм, что соответствовало 100% полного хода поршня ГЦ1. В качестве имитаторов нагрузки на штоках гидроцилиндров использовались фрикционные тормоза. Перед началом испытаний была выполнена полная проливка полостей гидроцилиндров и присоединительных магистралей с целью удаления из них нерастворенного воздуха. Выдвиже-



Рис. 11. Исходное положение штоков гидроцилиндров

Fig. 11. Initial position of hydraulic cylinder rods

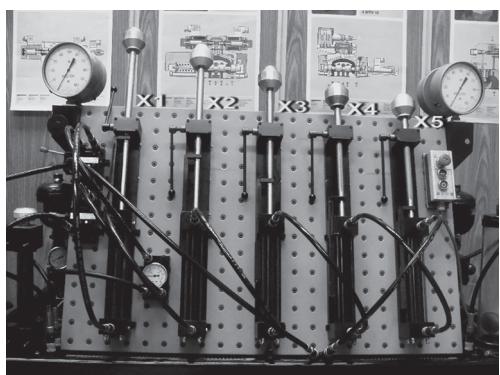


Рис. 12. Выдвинутое положение штоков гидроцилиндров

Fig. 12. Extended position of hydraulic cylinder rods

ние штоков происходило синхронно. Влияние трения в уплотнительных элементах гидроцилиндров проявилось в незначительном отклонении (в пределах  $\pm 0,5$  мм) измеренных значений смещения поршней гидроцилиндров  $X_2 \dots X_5$  от расчетных данных. Воспроизведимость позиций поршней гидроцилиндров ГЦ $2 \dots \text{ГЦ}5$  при ненагруженных штоках была не хуже 1 % их полного смещения. Эффект мультиплексора вызвал значительное замедление движения поршней гидроцилиндров на обратном ходе.

Технические сложности создания *значительной* по величине нагрузки на штоках гидроцилиндров не позволили оценить адекватность величин давления в поршневых полостях гидроцилиндров, рассчитанных по уравнениям системы (4). Последовательное подключение гидроцилиндров различной дифференциальности позволило на практике получить кусочно-ломаные характеристики, представленные на графиках рис. 8.

## Выводы по результатам исследований

1. Последовательное подключение исполнительных гидроцилиндров реализует схему однопоточного гидропривода и позволяет получить кусочно-линейную аппроксимацию плавных кривых.

2. Существенное влияние на форму аппроксимирующих кусочно-ломаных кривых оказывает дифференциальность исполнительных гидроцилиндров.

3. Использование гидроцилиндров с различной дифференциальностью делает возможным получение кусочно-ломаных аппроксимирующих кривых с точками перегиба, при этом необходимо иметь в виду, что выбор дифференциальности гидроцилиндра ограничен стандартизацией нормального ряда диаметров поршней и штоков.

4. Одним из достоинств объемного гидропривода с последовательным подключением гидроцилиндров является инвариантность позиционирования поршней к нагрузке.

5. Предложенные математические модели гидропривода позволяют проектировать гидропривод с исполнительными гидроцилиндрами, обладающими равной мощностью.

6. Возможно применение объемного гидропривода с последовательным подключением исполнительных гидроцилиндров в машиностроительном производстве (гибочные прессы, листовая штамповка), в судостроении (корабельные стапели), в гибких производственных системах, промышленной и транспортной логистике и т.д.

## Литература

- Емельянов Р.Т., Прокопьев А.П., Климов А.С. Моделирование рабочего процесса гидропривода с дроссельным регулированием. Журнал «Строительные и дорожные машины». 2009, № 11. С. 30–33.
- Антоненко В.И., Сидоренко В.С. Непрямое дроссельное регулирование в многодвигательных гидромеханических системах. «Вестник Донского государственного технического университета». Том 10, № 1 (16), 2010. С. 70–75.
- Денисов В.А. Особенности дроссельного регулирования гидроприводов. Журнал «Молодой ученый», июнь 2013, № 6. С. 49–52.
- Пильгунов В.Н. Исследование энергетических характеристик гидропривода с дроссельным ре-

- гулированием. «Инженерный журнал: наука и инновации», 2013, № 5. <http://engjournal.ru/catalog.machin/hydro/685.html>.
5. Blackburn J.E., Reethof G., Shearer J.I. Fluid Power Control, N.J., 1960, 356 p.
  6. Васильев Л.В. Развитие математического моделирования гидроагрегатов на основе применения теории подобия. М., «Приводная техника», 2001, № 1. С. 30–43.
  7. Thoma J. Mathematical model and effective performance of hydraulostatic machines and transmission. «Hydraulic and Pneumatic power», 1969, November, p. 642–651.
  8. Schlessler W.M. Mathematical model for hydraulic power and motors. «Hydraulic power transmission», 1961, Vol. 7, № 76, p. 252–257.
  9. Wave Processes Regulators Optimisation in Hydraulic Systems. D.N. Popov, N.G. Sosnovsky and M.V. Siukhin, 2018. IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 468 012014. <https://iopscience.iop.org/is-sue/1757-899X/468/012014>.
  10. Никитин О.Ф. Гидравлика и гидро-пневмопривод. М., Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012. 430 с.
  11. Попов Д.Н. Механика гидро- и пневмоприводов: учебник для вузов. М., Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009. 450 с.
  12. Пильгунов В.Н., Ефремова К.Д. Анализ эффективности дроссельного регулирования скорости в объемных гидроприводах. М., «Машиностроение и компьютерные технологии». 2012: (2), С. 13–33. <https://doi.org/10.24108/0219.0001455>.
  13. Ефремова К.Д., Пильгунов В.Н. Использование многофункционального клапана давления в объемных гидроприводах. М., «Машиностроение и компьютерные технологии». 2019: (2), С. 1–14, <https://doi.org/10.2408/0319.0001476>.
  - eskogo universitetA. Vol. 10. No 1 (16). 2010, pp. 70–75 (in Russ.).
  3. Denisov V.A. Features of throttle control of hydraulic drives. *Molodoy uchenyY*, iyun' 2013. No 6, pp. 49–52 (in Russ.).
  4. Pil'gunov V.N. Investigation of the energy characteristics of a hydraulic drive with throttle control. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii*, 2013, No 5. (in Russ.) <http://engjournal.ru/catalog.machin/hydro/685.html>.
  5. Blackburn J.E., Reethof G., Shearer J.I. Fluid Power Control, N.J., 1960, 356 p.
  6. Vasil'yev L.V. Development of mathematical modeling of hydraulic units based on the application of the similarity theory. *Privodnaya tekhnika*, 2001. No 1, pp. 30–43 (in Russ.).
  7. Thoma J. Mathematical model and effective performance of hydraulostatic machines and transmission. «Hydraulic and Pneumatic power», 1969, November, pp. 642–651.
  8. Schlessler W.M. Mathematical model for hydraulic power and motors. «Hydraulic power transmission», 1961, Vol. 7, No 76, pp. 252–257.
  9. Wave Processes Regulators Optimisation in Hydraulic Systems. D.N. Popov, N.G. Sosnovsky and M.V. Siukhin, 2018. IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 468 012014. <https://iopscience.iop.org/is-sue/1757-899X/468/012014>.
  10. Nikitin O.F. *Gidravlika i gidropnevmpivod* [Hydraulics and hydro-pneumatic drive]. Moscow, Izd-vo MGTU im. N.E. Baumana Publ., 2012. 430 p.
  11. Popov D.N. *Mekhanika gidro- i pnevmoprivodov* [Mechanics of hydraulic and pneumatic drives]: uchebnik dlya vuzov. Moscow, Izd-vo MGTU im. N.E. Baumana Publ., 2009. 450 p.
  12. Pil'gunov V.N., Yefremova K.D. Analysis of the efficiency of throttle speed control in volumetric hydraulic drives. *Mashinostroyeniye i kompyuternyye tekhnologii*. 2012: (2), pp. 13–33 (in Russ.). <https://doi.org/10.24108/0219.0001455>.
  13. Yefremova K.D., Pil'gunov V.N. Using a multi-function pressure valve in positive displacement hydraulic actuators. *Mashinostroyeniye i kompyuternyye tekhnologii*. 2019: (2), pp. 1–14 (in Russ.), <https://doi.org/10.2408/0319.0001476>.

## References

1. Yemel'yanov R.T., Prokop'yev A.P., Klimov A.S. Modeling the working process of a hydraulic drive with throttle control. *Stroitel'n-yye i dorozhn-yye mashinY*. 2009, No 11, pp. 30–33 (in Russ.).
2. Antonenko V.I., Sidorenko V.S. Indirect throttle control in multi-motor hydromechanical systems. *Vestnik Donskogo gosudarstvennogo tekhnich-*

## VOLUMETRIC HYDRAULIC DRIVE WITH SERIES CONNECTION OF HYDRAULIC ACTUATORS

PhD in Engineering **V.N. Pil'gunov**, PhD in Engineering **K.D. Yefremova**  
Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia  
efremova.k.d@gmail.com

*The aim of the proposed work is theoretical and experimental studies of the performance of a single-channel hydraulic drive with a series connection of executive hydraulic cylinders and the development of recommendations for predicting their characteristics.*

*The authors of the paper carried out a set of experimental studies and obtained the numerical kinematic, speed and power characteristics of a single-channel hydraulic drive with five hydraulic cylinders connected in series. It is shown that the nature of the kinematic connection is determined by the differentiation of the hydraulic cylinders. The speed of advancement of the piston of an individual hydraulic cylinder is determined by its serial number in the chain of hydraulic cylinders, while the highest speed of the piston movement is developed by the first hydraulic cylinder. The relative unevenness of the piston movement in comparison with the speed of the piston movement of the first hydraulic cylinder is determined by the differentiation of the hydraulic cylinder, while the hydraulic drive with the differentiation  $D = 2$  has the greatest unevenness.*

*It is shown that by the selection of the differentiation of the hydraulic cylinders, their stepwise arrangement and the displacement of the location of the bottom of the hydraulic cylinder, that it is possible to realize complex forms of the total trajectory of the points of attachment of the hydraulic cylinder rods.*

*In the hydrostatic (power) hydraulic drive in the rod cavities of the hydraulic cylinders, depending on the serial number of the hydraulic cylinder, the thrust on its rod and the differentiation set different pressure levels, and the lowest pressure will be in the piston cavity of the last hydraulic cylinder. With uniformly loaded hydraulic cylinders, the pressure in the piston cavities depends only on the number of the hydraulic cylinder and its differentiation. In a hydraulic drive with hydraulic cylinders of equal power, the last hydraulic cylinder will develop the greatest force at the lowest piston speed.*

*In addition, the work also shows that the reproducibility of the positions of unloaded rods of hydraulic cylinders of equal differentiation is not less than 1 %. As a result of the experimental studies, a method was developed for the design of a volumetric hydraulic drive with sequential switching on of executive hydraulic cylinders, which can be used to solve the problems of hydrofication of mechanical engineering production (bending presses, sheet stamping), in shipbuilding (ship slipways), in flexible production systems, industrial and warehouse logistics.*

**Keywords:** single-channel hydraulic drive, sequential connection of cavities of hydraulic cylinders, volumetric kinematic connection, differentiation hydraulic cylinders.

**Cite as:** V.N. Pil'gunov, K.D. Yefremova *Volumetric hydraulic drive with series connection of hydraulic actuators*. Izvestiya MGTU «MAMI». 2020. No 4 (46), pp. 61–69 (in Russ.). DOI: 10.31992/2074-0530-2020-46-4-61-69.

# РЕЗУЛЬТАТЫ ПРОВЕДЕНИЯ ПОЛЕВЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ ТРАКТОРА КЛАССА ТЯГИ 1,4 С УПРУГО-ДЕМПФИРУЮЩИМ МЕХАНИЗМОМ В СИЛОВОМ ПРИВОДЕ

К.Т.Н. Сенькевич С.Е.<sup>1</sup>, Ильченко Е.Н.<sup>1</sup>, д.т.н., чл.-корр. РАН Годжаев З.А.<sup>1</sup>, Дурягина В.В.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ФГБНУ ФНАЦ ВИМ, Москва, Россия

<sup>2</sup>Южный Федеральный Университет, Таганрог, Россия

sergej\_senkevich@mail.ru

Темой данной статьи является анализ результатов проведения полевых исследований трактора с упруго-демпфирующим механизмом в силовом приводе и его эксплуатационная оценка эффективности в сравнении с серийным трактором.

Предметом исследования является трактор с упруго-демпфирующим механизмом в силовом приводе в составе пахотного агрегата с навесным плугом.

Целью данной работы является детальный анализ влияния параметров упруго-демпфирующего механизма на показатели работы трактора с плугом. Проведение подобных исследований позволяет получить новые экспериментальные данные работы упруго-демпфирующего механизма установленного в силовой привод трактора при агрегатировании с плугом.

Контрольные опыты проводились на одном поле во время летнего и осеннего периодов одного года. Эталонным при проведении сравнительных опытов являлся тот же трактор, но с заблокированным упруго-демпфирующим механизмом (для краткости, мы называли его «серийным»). Обработка результатов осуществлялась на персональном компьютере с использованием пакета программ. Для анализа энергоэффективности использовалась условная классификация вариабельности выборки на основе коэффициента вариации. Для изучения числовых данных по буксование было проведен спектральный анализ.

Показатели энергетической оценки свидетельствуют, что агрегат с упруго-демпфирующим механизмом в силовом приводе трактора имеет лучшие показатели (скорость движения, производительность и погектарный расход топлива), чем аналогичный с более жесткой трансмиссией. Упруго-демпфирующий механизм создает более благоприятные условия для формирования характера нагрузки узлов при неустановившихся и установившихся режимах движения. Статистический анализ числовых данных по буксование показал, что применение механизма позволяет снизить математическое ожидание буксования. Анализ спектральных характеристик свидетельствует о том, что упруго-демпфирующий механизм поглощает частоты, являясь фильтром при агрегатировании с различными орудиями. Все это указывает на существенные улучшения характеристик агрегата при применении упруго-демпфирующего механизма.

**Ключевые слова:** упруго-демпфирующий механизм, энергооценка пахотного агрегата, спектральный анализ, взаимная корреляционная функция.

**Для цитирования:** Сенькевич С.Е., Ильченко Е.Н., Годжаев З.А., Дурягина В.В. Результаты проведения полевых исследований трактора класса тяги 1,4 с упруго-демпфирующим механизмом в силовом приводе // Известия МГТУ «МАМИ». 2020. № 4 (46). С. 70–79. DOI: 10.31992/2074-0530-2020-46-4-70-79.

## Введение

Одним из способов борьбы с повышением энергетических затрат двигателя трактора при выполнении работ является установка упругих элементов в различных узлах трактора, работающего в составе агрегата, в том числе прицепных и навесных устройствах. Это позволяет в значительной мере снижать амплитуду колебаний крюковой нагрузки и нагрузки на силовой привод. Это приводит

к снижению колебаний угловой скорости двигателя. Выше обозначенное рассматривается во многих научных работах.

Например, в работе [1] приведены исследования пневмогидравлического упруго-демпфирующего привода, предназначенного для снижения динамических нагрузок на колеса трактора класса 1,4. Анализ результатов экспериментальных данных показывает, что применение упруго-демпфирующего механизма

в приводе снижает буксование движителей на 16...20 %, снижает расход топлива на 6...9 % и повышает производительность на 7...9 %.

В работе [2] представлены исследования, доказывающие, что упругие элементы в ведомом диске смещают резонансные колебания в сторону пониженной частоты вращения коленчатого вала. Дополнительное демпфирование снижает колебания со стороны двигателя в 1,5...2 раза. В начальный период разгона демпферные пружины способствуют более плавному включению сцепления и снижению пробуксовки ведомого диска на 12...20 %. При использовании демпферных пружин износ фрикционных накладок ведомых дисков сцепления снижается в среднем на 29,5%.

По исследованиям [3, 4], применение упруго-демпфирующих механизмов в приводе ведущих колес на пахоте (фон – стерня колосовых) показало, что с упруго-демпфирующим механизмом снижает буксование на 10...12 % и расход топлива на 12...14 %.

Вопросами применения упруго-демпфирующего механизма в силовом приводе трактора малого класса тяги [5], численным моделированием функционирования трактора с упруго-демпфирующим механизмом [6] и оптимизацией его параметров для работы с основным технологическим оборудованием при выполнении сельскохозяйственных операций [7, 8] также занималась часть коллектива авторов данной статьи. Устройство упруго-демпфирующего механизма подробно описано в работах [9, 10, 11].

Для более детального анализа влияния параметров упруго-демпфирующего механизма на показатели работы трактора с плугом были проведены экспериментальные исследования, часть результатов которых приведена в настоящей статье.

Целью данной работы является детальный анализ влияния параметров упруго-демпфирующего механизма на показатели работы трактора с плугом. Проведение подобных исследований позволяет получить новые экспериментальные данные работы упруго-демпфирующего механизма установленного в силовой привод трактора при агрегатировании с плугом.

### **Материалы и методы проведения полевых исследований трактора**

Объектом исследования является трактор с упруго-демпфирующим механизмом в силовом приводе в составе пахотного агрегата.

Предметом исследования являются закономерности при работе трактора с упруго-демпфирующим механизмом в силовом приводе.

Оценка эффективности трактора в составе пахотного агрегата, параметры и режимы работы которых соответствовали рекомендациям теоретических исследований, проводились согласно ГОСТ 7057-2001 «Тракторы сельскохозяйственные. Методы испытаний» [12]. Исследования были проведены для трактора-макета в агрегате с навесным плугом ПЛН-3-35. Для измерений применялся комплекс лаборатории ТЛ-2 на базе полноприводного автомобиля ГАЗ-66. Общий вид трактора представлен на рис. 1.



**Рис. 1. Общий вид испытываемого трактора-макета в агрегате с навесным плугом ПЛН-3-35 и измерительным комплексом лаборатории ТЛ-2 на базе автомобиля ГАЗ-66**

*Fig. 1. General view of the tested tractor in a unit with a PLN-3-35 mounted plow and a measuring complex of the TL-2 laboratory based on the GAZ-66 automobile*

Для равнозначности показателей сравнительных испытаний и снижения влияния нерегистрируемых параметров (КПД трансмиссии и колесных движителей, сопротивление самоподвижению агрегата и др.) контрольные опыты проводились на одном поле в течение рабочего дня. Время испытаний – летний (послеуборочный) и осенний периоды года. В качестве эталонного при проведении сравнительных опытов использовался тот же самый трактор, но с заблокированным упруго-демпфирующим механизмом (для краткости мы назвали его «серийным»). Управление трактором во всех вариантах осуществлялось одним и тем же трактористом 1 класса.

Пахота проводилась по стерне озимой пшеницы на глубину 25...27 см. В процессе проведения испытаний контролировались глубина пахоты (глубиномером) и ширина пахоты (линейкой). Колебания показателей пахоты находились в пределах, допускаемых агротехническими требованиями. Время опыта и пройденный путь фиксировались при помощи системы автоматического накопления и обработки данных. Обработка результатов эксперимента осуществлялась на персональном компьютере с использованием пакета специальных программ.

На рис. 2 приведена схема установки датчиков на исследуемом тракторе с плугом.

Для анализа данных предлагается условная классификация вариабельности (степень рассеивания данных) выборки на основе коэффициента вариации: при  $v \leq 10\%$  выборка вариабельна слабо, при  $10\% \leq v \leq 20\%$  – средне вариабельна, при  $v \geq 20\%$  – сильно вариабельна. Если значение коэффициента вариации не превышает 33 %, то совокупность считается однородной, а если больше 33 %, то – неоднородной. В относительном выражении коэффициент вариации позволяет обеспечить сопоставимость полученных результатов [13, 14].

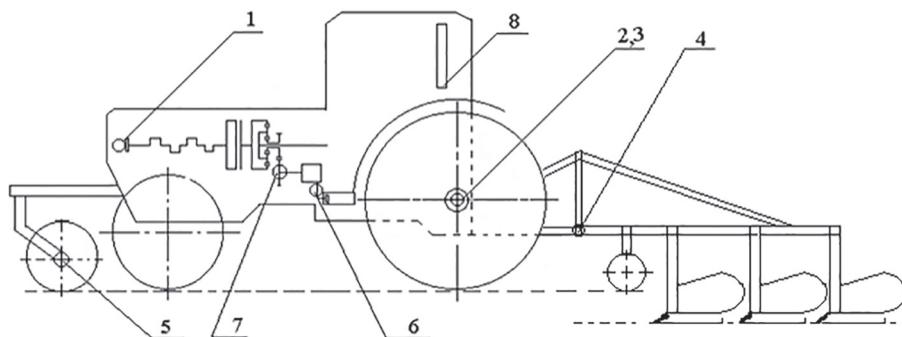
### Результаты оценки работы трактора

В соответствии с программой экспериментальных исследований проведена оценка тракто-

ра, оснащенного упруго-демпфирующим механизмом. Показатели представлены в таблице 1.

Показатели энергетической оценки свидетельствуют о том, что трактор с упруго-демпфирующим механизмом в силовом приводе имеет лучшие энергетические показатели (скорость движения, производительность и погектарный расход топлива), чем аналогичный машинно-тракторный агрегат с более жесткой трансмиссией. Анализируя таблицу 1, наблюдаем снижение тягового сопротивления. Тяговое сопротивление является для трактора внутренней силой связи между звеньями: трактором и плугом. Величина этой силы определяется внешним воздействием почвы на рабочие органы плуга и взаимодействием звеньев через упругие и деформирующие связи между ними. Установка упруго-демпфирующего механизма в силовой привод трактора с плугом создает более благоприятные условия для формирования характера нагрузки узлов самого трактора как при неустановившихся режимах движения, так и при установившихся. Следствием этого является снижение нагрузки на двигатель и ведущие колеса трактора, отчего угловая скорость вала и поступательная скорость трактора возрастают по сравнению с серийным вариантом, у которого большая жесткость силового привода.

Для более подробного анализа буксования движителей был проведен анализ изменения буксования во времени. Данные по буксованию движителей представлены в таблице 2.



**Рис. 2. Схема размещения датчиков на исследуемом тракторе:**

1 – датчик оборотов коленвала двигателя; 2, 5 – датчики оборотов ведущего и путеизмерительного колес соответственно; 3 – датчик крутящего момента ведущего колеса трактора; 4 – тензометрический датчик тягового усилия; 6 – датчик давления масла; 7 – датчик оборотов шестерни привода масляного насоса; 8 – счетчик для фиксирования расхода топлива

*Fig. 2. Layout of sensors on the tractor:*

1 – engine crankshaft speed sensor; 2, 5 – speed sensors of the driving and track measuring wheels, respectively; 3 – torque sensor of the driving wheel of the tractor; 4 – tensometric traction force sensor; 6 – oil pressure sensor; 7 – sensor of revolutions of the oil pump drive gear; 8 – counter for recording fuel consumption

Таблица 1

**Энергетические показатели работы трактора на вспашке в составе пахотного МТА**

*Table 1. Energy indicators of tractor operation during plowing as part of arable machine-tractor unit*

№ пп	Энергетические показатели	Трактор серийный	Трактор с УДМ	Изменение %
1	Тяговое сопротивление $P_{kp}$ , Н	15875,4	15515,6	2,27
2	Скорость движения трактора $V$ , м/с (км/ч)	1,43 (5,15)	1,66 (5,98)	16,10
3	Частота вращения коленчатого вала $n_{lb}$ , рад/с	216,3	227,6	5,22
4	Часовой расход топлива $G$ , кг/ч	13,78	12,57	8,78
5	Буксование движителей $\delta$ , %	16,9	15,3	9,47
6	Производительность трактора $W$ , га/ч	0,540	0,588	8,89
7	Погектарный расход топлива $G_{ra}$ , кг/га	25,52	21,38	16,22

Таблица 2

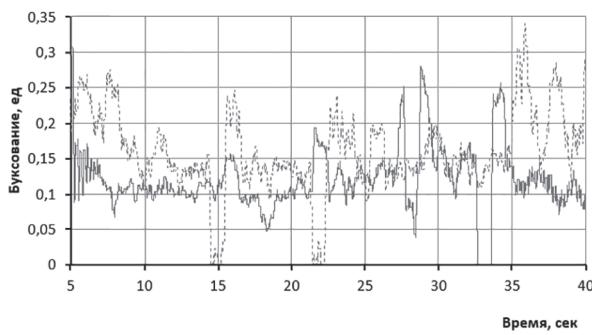
**Статистические показатели трактора по буксованию при вспашке**

*Table 2. Tractor statistics on slipping during plowing*

Показатели	Серийный трактор	Трактор с УДМ	Изменение, %
Математическое ожидание буксования $\delta$ , %	16,9	15,3	9,47
Дисперсия $D$ , %	86,8	47,9	44,82
Среднее квадратичное отклонение $\sigma_\delta$ , %	9,32	6,92	25,75
Коэффициент вариации $v$ , %	55,14	45,23	17,97

Статистический анализ числовых данных по буксованию, полученных экспериментальным путем, показал, что применение упруго-демпфирующего механизма позволяет снизить математическое ожидание буксования на 9,5 %.

График изменения буксования представлен на рис. 3. В нижеприведенном графике и далее в представленных рисунках сплошная линия обозначает показания для опытного трактора, прерывистая – для серийного.

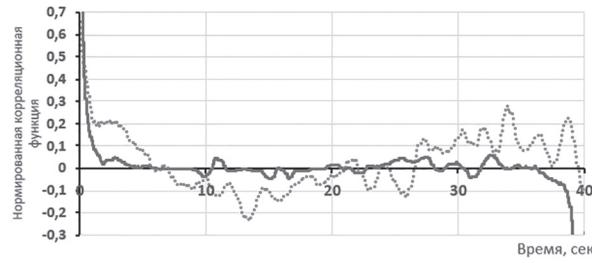


**Рис. 3. Динамика изменения буксования опытного и серийного тракторов в составе пахотного агрегата**

*Fig. 3. The dynamics of changes in slipping of a tested and serial tractor as part of a plowing unit*

Стоит применить классические методы анализа временных рядов. Параметрические

и непараметрические методы спектрального анализа, которые применяются для изучения особенностей случайного процесса в частотной области. Основной характеристикой, по которой можно судить о спектральном составе исследуемого процесса, является функция спектральной плотности. [15, 16, 17]. Статистические характеристики случайных процессов вычисляются как правило по одной реализации процесса достаточной длительности по времени. Автокорреляционные функции изменения буксования опытного и серийного трактора представлены на рис. 4.



**Рис. 4. Графики автокорреляционной функции изменения буксования опытного и серийного трактора в составе пахотного агрегата**

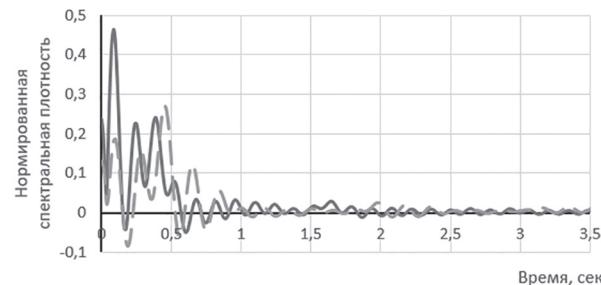
*Fig. 4. Graphs of the autocorrelation function of changes in slipping of a tested and serial tractor as part of a plowing unit*

Затухание корреляционной функции является признаком эргодичности процесса. Алгебраическое затухание корреляционной функции эквивалентно бесконечному значению соответствующей восприимчивости.

Анализ рис. 4 показывает, что средний полупериод корреляции в серийном варианте гораздо больше, чем в опытном, что свидетельствует о том, что плотность спектра будет больше у варианта серийного и этот спектр будет шире. Механизм поглощает частоты, являясь фильтром при агрегатировании с плугом.

Спектральная плотность определяет собой спектральное разложение корреляционной функции и при этом отражает и частотный состав самого случайного процесса. Спектральная плотность имеет размерность произведения дисперсии на секунду. Размерность нормированной спектральной плотности – секунда. Графики изменения спектральной плотности представлены на рис. 5.

Отрицательная частота – понятие не физическое, а математическое, вытекающее из способа представления комплексных чисел.



**Рис. 5. Графики изменения спектральной плотности боксования опытного и серийного тракторов в составе пахотного агрегата**

*Fig. 5. Graphs of changes in the spectral density of slipping of a tested and serial tractor as part of a plowing unit*

Анализ рис. 5 показывает, что ширина спектра в серийном варианте больше, плотность спектра выше у варианта опытного. Это свидетельствует о том, что механизм является эффективным фильтром при агрегатировании с плугом.

Характер протекания спектральной плотности опытного трактора свидетельствует о низкочастотности процесса, так как максимумы дисперсий сдвинуты в зону более низких частот в диапазоне от 0 до  $1,0 \text{ c}^{-1}$ .

Процесс изменения кривых в диапазоне от 0 до  $1,5 \text{ c}^{-1}$  схож, что свидетельствует об идентичности процесса изменения буксования.

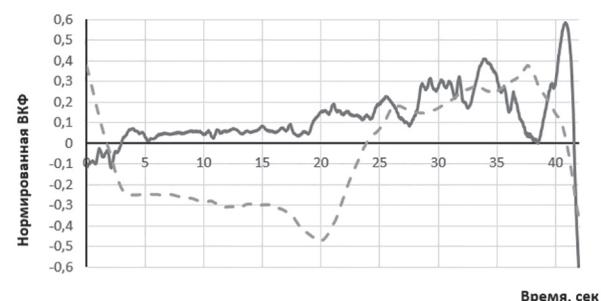
Спектр изменения буксования серийного трактора от 0 до  $1,5 \text{ c}^{-1}$  имеет четыре преобладающие вершины на отметках  $S(0) = 0,08$ ,  $S(0,15) = 0,46$ ,  $S(0,35) = 0,2$  и  $S(0,5) = 0,8$ ; в опытном варианте  $S(0) = 0,12$ ,  $S(0,1) = 0,24$ ,  $S(0,3) = 0,2$  и  $S(0,65) = 0,16$ ,  $S(2,0) = 0,04$ ,  $S(2,85) = 0,02$ .

Ширина спектра (или срез частот  $S(\omega)$ ) для опытного и серийного вариантов составляет  $\Delta\omega_c = 4,2 \text{ c}^{-1}$  и  $\Delta\omega_c = 2,2 \text{ c}^{-1}$  соответственно.

Определенная взаимная корреляционная функция двух случайных процессов позволяет оценить параметры и свойства, например, суммы и разности двух случайных процессов, что часто встречается в практике.

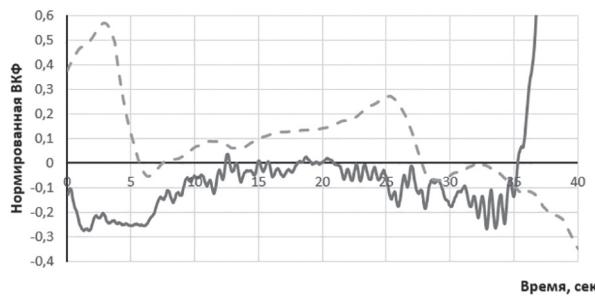
Взаимная корреляционная функция угловых скоростей представлена для двух вариантов: опытный вариант – сплошная линия; серийный вариант – прерывистая линия.

На рис. 6 и 7 показана корреляция между частотой вращения коленвала двигателя и ведущим колесом: в опытном варианте она стремится к нулю или уходит в отрицательные значения. В то же время, серийный вариант находится в прямой корреляции в начальный период (разгон) и в процессе выполнения технологической операции.



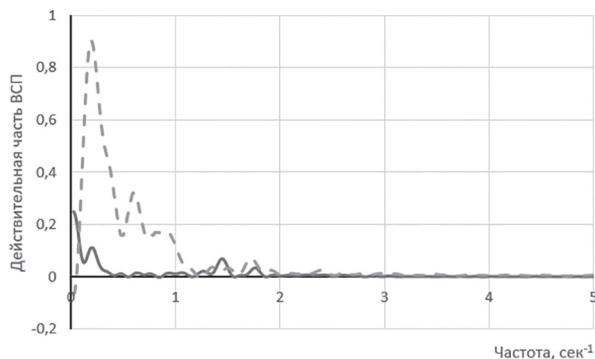
**Рис. 6. Совмещенные графики изменения взаимной корреляционной функции частоты вращения коленчатого вала и ведущего колеса в опытном и серийном вариантах для трактора в составе пахотного агрегата (анализ сигнала от двигателя к ведущему колесу)**

*Fig. 6. Combined graphs of changes in the cross-correlation function of the crankshaft and drive wheel rotational speed in the tested and serial versions for a tractor as part of a plowing unit (analysis of the signal from the engine to the drive wheel)*



**Рис. 7. Совмещенные графики изменения взаимной корреляционной функции частоты вращения коленчатого вала и ведущего колеса в опытном и серийном вариантах для трактора в составе пахотного агрегата (анализ сигнала от ведущего колеса к двигателю)**

*Fig. 7. Combined graphs of changes in the cross-correlation function of the crankshaft and drive wheel rotational speed in the tested and serial versions for a tractor as part of a plowing unit (analysis of the signal from the drive wheel to the engine)*



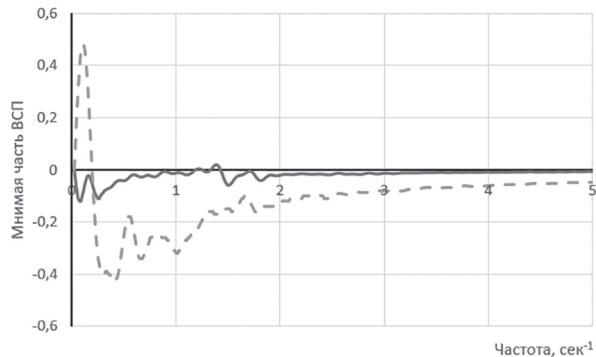
**Рис. 8. Совмещенные графики изменения действительной части функции взаимной спектральной плотности угловых скоростей опытного и серийного тракторов в составе пахотного агрегата**

*Fig. 8. Combined graphs of changes in the real part of the function of the mutual spectral density of angular velocities of a tested and serial tractor as part of a plowing unit*

На рис. 8, 9 и 10 показано смещение частоты возмущающих воздействий и уменьшение их величины (действительной и мнимой части) в опытном варианте. В то же время время при сравнении модуля взаимной спектральной плотности видны преимущества опытного варианта в процессе выполнения технологической операции.

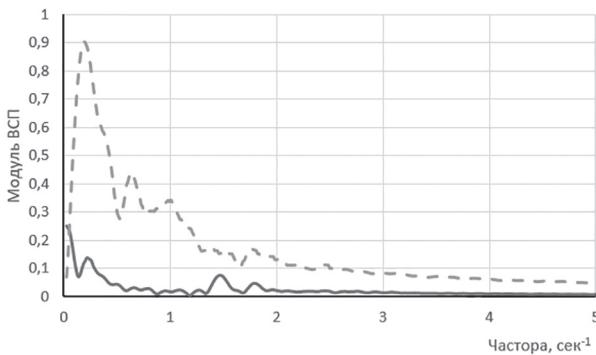
### **Выводы**

Статистический анализ числовых данных по буксированию, полученных эксперименталь-



**Рис. 9. Совмещенные графики изменения мнимой части функции взаимной спектральной плотности угловых скоростей опытного и серийного тракторов в составе пахотного агрегата**

*Fig. 9. Combined graphs of changes in the imaginary part of the function of the mutual spectral density of angular velocities of a tested and serial tractor as part of a plowing unit*



**Рис. 10. Графики изменения модуля функции взаимной спектральной плотности угловых скоростей серийного трактора в составе пахотного агрегата**

*Fig. 10. Graphs of changes in the modulus of the function of the mutual spectral density of angular velocities of a serial tractor as part of a plowing unit*

ным путем, показал, что применение упруго-демпфирующего механизма позволяет снизить математическое ожидание буксования трактора с плугом на 9,5 %.

Анализ среднего полупериода корреляционной функции процесса буксования трактора в составе пахотного агрегата показывает отличие указанной величины в серийном и опытном вариантах на 47,4 %.

Анализ спектральных характеристик свидетельствует о том, что плотность спектра больше у варианта серийного и этот спектр будет шире. Механизм поглощает частоты, являясь фильтром при агрегатировании с различными орудиями. Характер протекания

спектральной плотности опытного агрегата свидетельствует о низкочастотности процесса, так как максимумы дисперсий сдвинуты в зону более низких частот. Относительное изменение ширины спектра (реза частот  $S(\omega)$ ) для серийного и опытного вариантов отличаются при различных вариантах агрегатирования трактора: для пахотного на 40,5 %

Данные экспериментов показывают, что сила тягового сопротивления снижается для трактора с плугом на 2,27 %. Установка упруго-демпфирующего механизма в трансмиссию трактора создает более благоприятные условия для формирования характера нагрузки узлов трактора как при неустановившихся режимах движения, так и при установившихся. Следствием этого является снижение нагрузки на двигатель и ведущие колеса трактора, отчего угловая скорость вала и поступательная скорость трактора возрастают по сравнению с серийным вариантом, у которого большая жесткость силовой передачи.

Определенная взаимная корреляционная функция двух случайных процессов позволяет оценить параметры и свойства суммы и разности двух случайных процессов. Анализ полученных данных показывает, что корреляция между частотой вращения коленвала двигателя и частотой вращения ведущего колеса в опытном варианте стремится к нулю или уходит в отрицательные значения. В то же время, серийный вариант находится в прямой корреляции в начальный период (разгон) и в процессе выполнения технологической операции.

Анализ данных по частоте показывает смещение частоты возмущающих воздействий и уменьшение их величины (действительной и мнимой части) в серийном варианте.

При сравнении модуля взаимной спектральной плотности видны вершины на низкой и высокой частотах ( $\omega = 0,5 \text{ c}^{-1}$  и  $\omega = 4,0 \text{ c}^{-1}$ ). Для серийного варианта это свидетельствует о том, что частоты (проходят) формируются не только в двигателе, но и в силовом приводе. В опытном варианте все вершины спектральной плотности находятся в диапазоне частоты до  $\omega = 2,0 \text{ c}^{-1}$ .

Все перечисленные показатели указывают на то, что применение упруго-демпфирующего механизма в силовом приводе трактора класса 1,4 позволяет существенно улучшить рабочие характеристики агрегата.

## Литература

1. Поливаев О.И., Костиков О.М., Панков А.В., Ведринский О.С. Use of the universal-cultivated tractors on transport and arable works // АгроИнженерия. 2009. № 1. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/use-of-the-universal-cultivated-tractors-on-transport-and-arable-works> (дата обращения: 15.08.2020).
2. Поливаев О.И., Ведринский О.С., Дерканосова Н.М. Повышение долговечности сцепления тракторов за счет упруго-демпфирующего механизма // Материалы международной научной конференции «Наука и образование в современных условиях», Воронеж, 2016. С. 226–230.
3. Бабанин Н.В. Улучшение плавности хода машинно-тракторного агрегата на базе трактора класса 1,4 с упруго-демпфирующим приводом на ведущих колесах // Современные проблемы науки и образования. 2015. № 2-2. С. 46–46.
4. Бабанин Н.В., Поливаев О.И. Экспериментальные исследования на плавность хода, производительность и топливную экономичность машинно-тракторного агрегата на базе трактора класса 1,4, оборудованного газогидравлическим упруго-демпфирующим приводом // Вестник Воронежского государственного аграрного университета. 2015. № 3. С. 112–118.
5. Senkevich S.E., Sergeev N.V., Vasilev E.K., Godzhaev Z.A. & Babayev V. Use of an Elastic-Damping Mechanism in the Tractor Transmission of a Small Class of Traction (14 kN): Theoretical and Experimental Substantiation // Handbook of Advanced Agro-Engineering Technologies for Rural Business Development, Hershey, Pennsylvania (USA): IGI Global, 2019. P. 149–179. DOI: 10.4018/978-1-5225-7573-3.ch006
6. Senkevich S.E., Duryagina V.V., Kravchenko V.A., Gamolina I. E., Pavkin D.Yu. Improvement of the Numerical Simulation of the Machine-Tractor Unit Functioning with an Elastic-Damping Mechanism in the Tractor Transmission of a Small Class of Traction (14 kN) // Proceedings of the 2nd International Conference on Intelligent Computing and Optimization 2019 (ICO 2019). Advances in Intelligent Systems and Computing, 2020. vol 1072. P. 204–213. DOI: 10.1007/978-3-030-33585-4\_20
7. Senkevich S.E., Kravchenko V.A., Duriagina V.V., Senkevich A.A., Vasilev E.K. Optimization of the Parameters of the Elastic Damping Mechanism in Class 1,4 Tractor Transmission for Work in the Main Agricultural Operations // Proceedings of the International Conference on Intelligent Computing & Optimization (ICO 2018). Advances in In-

- telligent Systems and Computing, 2019. vol 866. P. 168–177. DOI: 10.1007/978-3-030-00979-3\_17
8. Senkevich, S.E., Lavrukhin, P.V., Senkevich, A.A., Ivanov, P.A., & Sergeev, N.V. Improvement of Traction and Coupling Properties of the Small Class Tractor for Grain Crop Sowing by Means of the Hydropneumatic Damping Device. // Handbook of Research on Energy-Saving Technologies for Environmentally-Friendly Agricultural Development, Hershey, PA: IGI Global, 2020. P. 1–27. DOI:10.4018/978-1-5225-9420-8.ch001
9. Пат. 2222440 Российская Федерация С1 МПК7 B60K 17/10. Устройство для снижения жесткости трансмиссии транспортного средства / В.А. Кравченко, С.Е. Сенькович, Сенькович А.А., В.Г. Яровой, Ю.С. Толстоухов; заявитель и патентообладатель «Азово-Черноморская государственная агронженерная академия» № 2002129554/11; заявлено 4.11.2002, опубл. 27.01.2004, бюл. № 3.
10. Пат. 2398147 Российская Федерация С1 7 F16H 47/04 Устройство для снижения жесткости трансмиссии машинно-тракторного агрегата / В.А. Кравченко, А.А. Сенькович, С.Е. Сенькович, Д.А. Гончаров, В.В. Дурягина; заявитель и патентообладатель: Федеральное государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Азово-Черноморская государственная агронженерная академия» (ФГОУ ВПО АЧГАА) № 2008153010/11; Заявл. 31.12.2010; опубл. 27.08.2010, Бюл. № 24.
11. Пат. на полезную модель 83458 U1 Российская Федерация, МПК B60K 17/10. Устройство для снижения жесткости трансмиссии машинно-тракторных агрегатов / В.А. Кравченко, А.А. Сенькович, С.Е. Сенькович; Федеральное государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Азово-Черноморская государственная агронженерная академия» (ФГОУ ВПО АЧГАА). № 2008152960/22; Заявл. 31.12.2008; опубл. 10.06.2009. Бюл. № 16.
12. ГОСТ 7057-2001. Тракторы сельскохозяйственные. Методы испытаний. М.: ИПК Изд-во стандартов, 2002. (Межгосударственный стандарт введен в действие постановлением Государственного комитета РФ по стандартизации и метрологии от 27 мая 2002 г. № 206-ст взамен ГОСТ 7057-81. Тракторы сельскохозяйственные. Методы испытаний).
13. Венсель В.В. Интегральная регрессия и корреляция: Статистическое моделирование рядов динамики // М.: Финансы статистики, 1983. 223 с.
14. Кравченко В.А., Сенькович А.А., Сенькович С.Е. Некоторые статистические показатели функционирования посевного МТА с упруго-демпфирующим механизмом в трансмиссии трактора // Тракторы и сельхозмашины. 2009. № 9. С. 32–34.
15. Мясникова Н.В. Спектральный анализ сигналов по амплитудным и времененным параметрам на основе измерительного эксперимента: диссертация ... доктора технических наук. 2001. 379 с.
16. Бендат Д.С. Применение корреляционного и спектрального анализа // М.: Мир, 1983. 312 с.
17. Бойко Б.П., Тюрин В.А. Спектр сигнала: учебно-методическое пособие // Казанский федеральный университет, Казань. 2014. 38 с.

### References

1. Polivayev O.I., Kostikov O.M., Pankov A.V, Vedrinskiy O.S. Use of the universal-cultivated tractors on transport and arable works. *Agroinzheneriya*. 2009. No 1. (in Russ.) URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/use-of-the-universal-cultivated-tractors-on-transport-and-arable-works> (accessed: 15.08.2020).
2. Polivayev O.I., Vedrinskiy O.S., Derkanosova N.M. Increasing the durability of the tractors clutch due to the elastic-friction damper. *Materialy mezdunarodnoy nauchnoy konferentsii Nauka i obrazovaniye v sovremennykh usloviyah* [Materials of the international scientific conference Science and education in modern conditions], Voronezh, 2016, pp. 226–230 (in Russ.).
3. Babanin N.V. Improving the smooth running of a machine-tractor unit based on a 1.4 traction class tractor with an elastic damping drive on the driving wheels. *Sovremennyye problemy nauki i obrazovaniya*. 2015. No 2-2, pp. 46–46 (in Russ.).
4. Babanin N.V., Polivayev O.I. Experimental studies on the smoothness, performance and fuel efficiency of a machine-tractor unit based on a 1.4 traction class tractor equipped with a gas-hydraulic elastic damping drive. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta*. 2015. No 3, pp. 112–118 (in Russ.).
5. Senkevich S.E., Sergeev N.V., Vasilev E.K., Godzhaev Z.A. & Babayev V. Use of an Elastic-Damping Mechanism in the Tractor Transmission of a Small Class of Traction (14 kN): Theoretical and Experimental Substantiation // Handbook of Advanced Agro-Engineering Technologies for Rural Business Development, Hershey, Pennsylvania (USA): IGI Global, 2019. P. 149–179. DOI: 10.4018/978-1-5225-7573-3.ch006

6. Senkevich S.E., Duryagina V.V., Kravchenko V.A., Gamolina I. E., Pavkin D.Yu. Improvement of the Numerical Simulation of the Machine-Tractor Unit Functioning with an Elastic-Damping Mechanism in the Tractor Transmission of a Small Class of Traction (14 kN) // Proceedings of the 2nd International Conference on Intelligent Computing and Optimization 2019 (ICO 2019). Advances in Intelligent Systems and Computing, 2020. vol 1072. P. 204–213. DOI: 10.1007/978-3-030-33585-4\_20
7. Senkevich S.E., Kravchenko V.A., Duriagina V.V., Senkevich A.A., Vasilev E.K. Optimization of the Parameters of the Elastic Damping Mechanism in Class 1,4 Tractor Transmission for Work in the Main Agricultural Operations // Proceedings of the International Conference on Intelligent Computing & Optimization (ICO 2018). Advances in Intelligent Systems and Computing, 2019. vol 866. P. 168–177. DOI: 10.1007/978-3-030-00979-3\_17
8. Senkevich, S.E., Lavrukhin, P.V., Senkevich, A.A., Ivanov, P.A., & Sergeev, N.V. Improvement of Traction and Coupling Properties of the Small Class Tractor for Grain Crop Sowing by Means of the Hydropneumatic Damping Device. // Handbook of Research on Energy-Saving Technologies for Environmentally-Friendly Agricultural Development, Hershey, PA: IGI Global, 2020. P. 1–27. DOI:10.4018/978-1-5225-9420-8.ch001
9. Pat. 2222440 Rossiyskaya Federatsiya C1 MPK7 V60K 17/10. *Ustroystvo dlya snizheniya zhestkosti transmissii transportnogo sredstva* [Device for reducing the rigidity of the vehicle transmission]. V.A. Kravchenko, S.E. Sen'kevich, Sen'kevich A.A., V.G. Yarovoy, YU.S. Tolstoukhov; zayavitel' i patentoobladatel' "Azovo-Chernomorskaya gosudarstvennaya agroinzhenernaya akademiya" No 2002129554/11; zayavleno 4.11.2002, opubl. 27.01.2004, byul. No 3.
10. Pat. 2398147 Rossiyskaya Federatsiya C1 7 F16H 47/04 *Ustroystvo dlya snizheniya zhestkosti transmissii mashinno-traktornogo agregata* [Device for reducing the rigidity of the transmission of the machine-tractor unit]. V.A. Kravchenko, A.A. Sen'kevich, S.E. Sen'kevich, D.A. Goncharov, V.V. Duryagina; zayavitel' i patentoobladatel': Federal'noye gosudarstvennoye obrazovatel'noye uchrezhdeniye vysshego professional'nogo obrazovaniya "Azovo-Chernomorskaya gosudarstvennaya agroinzhenernaya akademiya" (FGOU VPO ACHGAA) No 2008153010/11; Zayavl. 31.12.2010; opubl. 27.08.2010, Byul. No 24.
11. Pat. na poleznuyu model' 83458 U1 Rossiyskaya Federatsiya, MPK V60K 17/10. *Ustroystvo dlya snizheniya zhestkosti transmissii mashinno-traktornykh agregatov* [Device for reducing the rigidity of the transmission of machine and tractor units]. V.A. Kravchenko, A.A. Sen'kevich, S.E. Sen'kevich; Federal'noye gosudarstvennoye obrazovatel'noye uchrezhdeniye vysshego professional'nogo obrazovaniya "Azovo-Chernomorskaya gosudarstvennaya agroinzhenernaya akademiya" (FGOU VPO ACHGAA). No 2008152960/22; Zayavl. 31.12.2008; opubl. 10.06.2009. Byul. No 16.
12. GOST 7057-2001. *Traktory sel'skokhozyaystvennye. Metody ispytaniy* [Agricultural tractors. Test methods]. M.: IPK Izd-vo standartov Publ., 2002. (Mezhgosudarstvennyy standart vveden v deystviye postanovleniyem Gosudarstvennogo komiteta RF po standartizatsii i metrologii ot 27 maya 2002 g. No 206-st vzamen GOST 7057-81. Traktory sel'skokhozyaystvennye. Metody ispytaniy).
13. Vensel' V.V. *Integral'naya regressiya i korrelyatsiya: Statisticheskoye modelirovaniye ryadov dinamiki* [Integral regression and correlation: statistical modeling of time series]. Moscow: Finansy statistiki Publ., 1983. 223 p.
14. Kravchenko V.A., Sen'kevich A.A., Sen'kevich S.E. Statistical indicators of the functioning of the seeding machine-tractor units with an elastic damping mechanism in the tractor transmission. *Traktory i sel'khozmashiny*. 2009. No 9, pp. 32–34 (in Russ.).
15. Myasnikova N.V. *Spektral'nyy analiz signalov po amplitudnym i vremennym parametram na osnove izmeritel'nogo eksperimenta*: dissertatsiya ... doktora tekhnicheskikh nauk [Spectral analysis of signals by amplitude and time parameters based on a measurement experiment: Dissertation for Degree of DSc in Engineering]. 2001. 379 p.
16. Bendat D.S. *Primeneniye korrelyatsionnogo i spektral'nogo analiza* [Application of correlation and spectral analysis]. Moscow: Mir Publ., 1983. 312 p.
17. Boyko B.P., Tyurin V.A. *Spektr signalov* [Signal spectrum]: uchebno-metodicheskoye posobiye. Kazanskiy federal'nyy univer-sitet, Kazan'. 2014. 38 p.

## RESULTS OF FIELD STUDIES OF A TRACTOR OF TRACTION CLASS 1,4 WITH AN ELASTIC DAMPING MECHANISM IN A POWER DRIVE

PhD in Engineering **S.E. Sen'kevich<sup>1</sup>, YE.N. Il'chenko<sup>1</sup>**, DSc in Engineering,  
Corresponding member of the Russian Academy of Sciences **Z.A. Godzhayev<sup>1</sup>, V.V. Duryagina<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Federal Scientific Agroengineering Center VIM, Moscow, Russia

<sup>2</sup>Southern Federal University, Taganrog, Russia

sergej\_senkevich@mail.ru

*The topic of this paper is analyzing the results of field studies of a tractor with an elastic damping mechanism in a power drive and its operational efficiency assessment in comparison with a serial tractor.*

*The subject of the research is a tractor with an elastic damping mechanism in a power drive as part of a plowing unit with a mounted plow.*

*The purpose of this work is a detailed analysis of the influence of the parameters of the elastic-damping mechanism on the performance of a tractor with a plow. Carrying out such studies makes it possible to obtain new experimental data on the operation of the elastic damping mechanism installed in the power drive of a tractor when aggregated with a plow.*

*The control experiments were carried out in the same field during the summer and autumn periods of one year. The benchmark for comparative experiments was the same tractor, but with a blocked elastic damping mechanism (for brevity, it is called "serial"). The results were processed on a personal computer using a software package. To analyze energy efficiency, a conditional classification of sample variability based on the coefficient of variation was used. Spectral analysis was performed to study numerical slip data.*

*The indicators of the energy assessment show that the unit with an elastic damping mechanism in the power drive of the tractor has better performance (travel speed, productivity and fuel consumption per hectare) than a similar unit with a more rigid transmission. The elastic damping mechanism creates more favorable conditions for the formation of the nature of the load of the nodes, with unsteady and steady-state modes of motion. Statistical analysis of numerical data on slipping showed that the use of the mechanism makes it possible to reduce the mathematical expectation of slipping. Analysis of spectral characteristics indicates that the elastic-damping mechanism absorbs frequencies, being a filter when aggregated with various tools. Everything mentioned above indicates a significant improvement in the characteristics of the unit when using an elastic damping mechanism.*

**Keywords:** elastic damping mechanism, energy assessment of the arable unit, spectral analysis, cross-correlation function.

**Cite as:** S.E. Sen'kevich, YE.N. Il'chenko, Z.A. Godzhayev, V.V. Duryagina *Results of field studies of a tractor of traction class 1,4 with an elastic damping mechanism in a power drive. Izvestiya MGTU «MAMI». 2020. No 4 (46), pp. 70–79 (in Russ.). DOI: 10.31992/2074-0530-2020-46-4-70-79.*

# ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМОСВЯЗИ МЕЖДУ ТЕОРЕТИЧЕСКИМ И ФАКТИЧЕСКИМ РАДИУСАМИ ПОВОРОТА ГУСЕНИЧНОЙ МАШИНЫ С ПОМОЩЬЮ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

к.т.н. Стадухин А.А.  
МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия  
ant.m9@ya.ru

**Введение.** Определение потребной силы тяги и мощности, необходимой гусеничной машине в повороте базируется на аналитических зависимостях, приводимых в классических литературных источниках. При этом зависимость теоретического и фактического радиуса поворота обычно описывается недостаточно точно.

**Предмет исследования.** В настоящей статье производилось исследование зависимости теоретического и фактического радиуса поворота и влияния на нее параметров ходовой части гусеничной машины, характеристик опорного основания и режима движения.

**Методология и методы.** Исследование проводилось с использованием специально разработанной модели стационарного поворота ГМ, отличающейся учетом перераспределения нормальных реакций и реализаций, позволяющей быстро проводить многофакторные эксперименты. Поворот ГМ в модели описывается как плоское движение твердого тела. Взаимодействие движителя с опорным основанием осуществляется через так называемые активные участки гусеницы. В отличие от классических подходов модель позволяет исследовать поворот ГМ при скорости, близкой к критической по заносу.

**Результаты и научная новизна.** В процессе вычислительных экспериментов выяснялись параметры ходовой части ГМ, свойства опорного основания, а также скорость движения и фактический радиус поворота. Было выяснено что классические зависимости фактического и теоретического радиуса поворота нуждаются в уточнении при движении на скорости, близкой к критической по заносу, при этом вид зависимости определяется высотой центра масс ГМ.

**Практическая значимость.** Указанные особенности должны быть учтены как при оценке быстротходности машины и определении необходимой тяговооруженности, так и при проведении работ по разработке систем активной безопасности гусеничных машин.

**Ключевые слова:** тяговый расчет, гусеничная машина, поворот, математическое моделирование, радиус поворота.

**Для цитирования:** Стадухин А.А. Исследование взаимосвязи между теоретическим и фактическим радиусами поворота гусеничной машины с помощью математического моделирования // Известия МГТУ «МАМИ». 2020. № 4 (46). С. 80–91. DOI: 10.31992/2074-0530-2020-46-4-80-91.

## Введение

Теоретический радиус поворота гусеничной машины (ГМ) определяется скоростями вращения ведущих колес. Но так как при криволинейном движении ГМ обычно наблюдается буксование забегающей гусеницы и юз отставшей, то фактический радиус поворота отличается от теоретического в большую сторону.

Точность классического подхода к оценке тяговых возможностей гусеничных машин в повороте зависит от правильности определения взаимосвязи теоретического и фактическо-

го радиусов поворота [1, 2, 3, 4]. В литературе эта взаимосвязь часто считается постоянной величиной [4, 5]:

$$R_f = 1,3 \dots 1,8 R_t, \quad (1)$$

где  $R_f$  – фактический радиус поворота;  $R_t$  – теоретический радиус поворота.

В ряде источников взаимосвязь радиусов поворота зависит от параметров ходовой части гусеничной машины [6]:

$$R_f = \frac{L}{B} R_t, \quad (2)$$

где  $L$  – база гусеничной машины;  $B$  – колея гусеничной машины.

Рассмотренные отношения имеют приемлемую точность не во всех режимах движения гусеничной машины (ГМ). Так, из работы [8] следует, что при приближении скорости машины к предельной по устойчивости фактический радиус поворота может меняться относительно теоретического. Очевидно, что при наступлении заноса ГМ это изменение может достигнуть значительной величины.

Вместе с тем, к современным ГМ предъявляются все большие требования по быстроходности, что вызывает необходимость движения со скоростью близкой к критической по заносу. Использование точных математических моделей при исследовании этих режимов позволит корректно выбирать параметры силовой установки и трансмиссии, и может быть полезно при разработке систем управления поворотом ГМ.

### **Математическая модель стационарного поворота гусеничной машины**

Математическая модель, описанная далее, предназначена для исследования стационарного поворота ГМ с учетом особенностей взаимодействия активных участков гусениц с опорным основанием типа «плотный грунт» согласно подходу, базирующемуся на представлении об «эллипсе трения» [7]. Движение корпуса гусеничной машины представлено как движение твердого тела в горизонтальной плоскости по ровной опорной поверхности и складывается из поступательного движения центра масс машины и вращательного движения корпуса вокруг центра масс.

В модели происходит учет перераспределения нормальных нагрузок между активными участками гусеницы, вызванного действием внешних сил. Однако связь опорных катков (ОК) с корпусом ГМ в вертикальной плоскости рассматривается без учета упругих свойств подвески.

При создании имитационной модели были приняты следующие допущения:

1) массы подпрессоренных и неподпрессоренных элементов приведены к корпусу ГМ;

2) движение ГМ происходит по ровной горизонтальной опорной поверхности типа «плотный грунт». Под ОП типа «плотный грунт» понимается поверхность, деформирую-

емая по нормали и в касательной плоскости, при этом бульдозерный и экскавационный эффекты, возникающие при взаимодействии движителя с ОП отсутствуют, а деформации по нормали пренебрежимо малы;

3) определение нормальных реакций опорных катков (ОК) при взаимодействии с опорной поверхностью происходит с допущением о совместности деформаций упругих элементов системы подпрессоривания и отсутствии изменения углов крена и дифферента корпуса, а также вертикальной координаты центра масс ГМ;

4) вектор касательной силы взаимодействия каждого активного участка гусеницы, находящегося под опорным катком в плоскости опорного основания, расположен в геометрическом центре этого участка и направлен противоположно вектору скорости скольжения [8];

5) проекции центров опорных катков на активные участки гусеницы совпадают с геометрическими центрами этих участков;

6) силы сопротивления прямолинейному движению ГМ приведены к моментам сопротивления качению опорных катков по гусенице;

7) ГМ симметрична относительно продольной оси;

8) взаимодействие ходовой части и опорного основания происходит только под активными участками гусеницы (согласно [9], эпюра распределения нормальных реакций по длине опорной ветви гусеницы при движении по опорному основанию типа «плотный грунт» разрывна, основная часть нормальной нагрузки передается через участки гусеницы, расположенные под опорными катками).

Математическая модель характеризуется следующей системой уравнений (3), описывающей плоское стационарное движение ГМ в повороте. Расчетная схема, соответствующая рассматриваемой математической модели, представлена на рис. 1.

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n R_{xi} - P_w + m\omega_z V_y = 0; \\ \sum_{i=1}^n R_{yi} - m\omega_z V_x = 0; \\ \sum_{i=1}^n M(R_{yi}) - \sum_{i=1}^n M(R_{xi}) - \sum_{i=1}^n M_{nki} = 0, \end{cases} \quad (3)$$

где  $R_{xi}$ ,  $R_{yi}$  – проекции касательной силы взаимодействия активного участка гусеницы с опорной поверхностью, расположенного

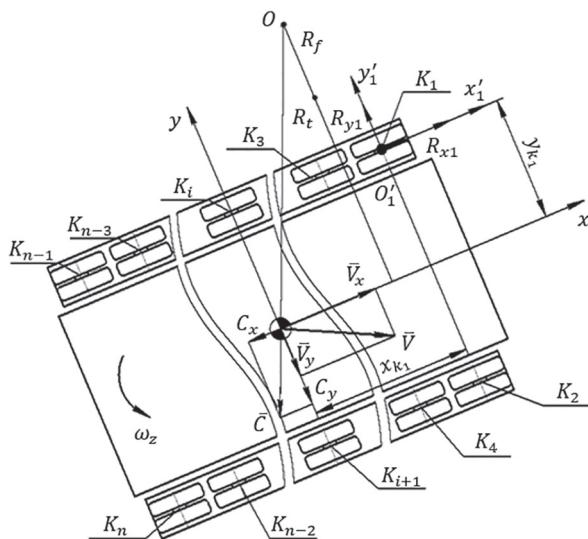


Рис. 1. Расчетная схема стационарного поворота ГМ

Fig. 1. Design scheme of stationary rotation of the tracked vehicle

под  $i$ -ым опорным катком, на продольную и поперечную оси машины (оси системы координат  $x - y$ );  $P_w$  – сила сопротивления воздушной среды;  $M_{\text{пк}i}$  – момент сопротивления повороту активного участка гусеницы под  $i$ -ым опорным катком;  $V_x$  – проекция вектора скорости центра масс на продольную ось ГМ;  $V_y$  – проекция вектора скорости центра масс на по-

перечную ось ГМ;  $\omega_z$  – угловая скорость поворота корпуса ГМ вокруг вертикальной оси;  $n$  – число опорных катков ГМ.

Сила сопротивления воздушной среды [14]:

$$P_w = P_{wx} = c_x \rho_v F_{\text{лоб}} V_x^2 / 2, \quad (4)$$

где  $c_x$  – коэффициент аэродинамического сопротивления;  $F_{\text{лоб}}$  – площадь лобового сечения машины;  $\rho_v$  – плотность воздуха.

Для определения реакций взаимодействия движителя с опорным основанием  $R$  необходимо найти скорости скольжения активных участков гусеницы  $V_{\text{ск}}$  (рис. 2).

Определение проекций вектора переносной скорости активного участка гусеницы на оси системы координат  $x' - y'$ :

$$V_{\text{пер}x'} = V_x - \omega_z y_k; \quad V_{\text{пер}y'} = V_y + \omega_z x_k, \quad (5)$$

где  $V_{\text{пер}x'}$  – проекция вектора скорости переносного движения активного участка гусеницы на ось  $x'$ ;  $V_{\text{пер}y'}$  – проекция вектора скорости переносного движения активного участка гусеницы на ось  $y'$ ;  $x_k$  – продольная координата центра активного участка гусеницы относительно центра масс машины (в системе координат  $x - y$ );  $y_k$  – поперечная координата центра активного участка гусеницы относительно центра масс машины (в системе координат  $x - y$ ).

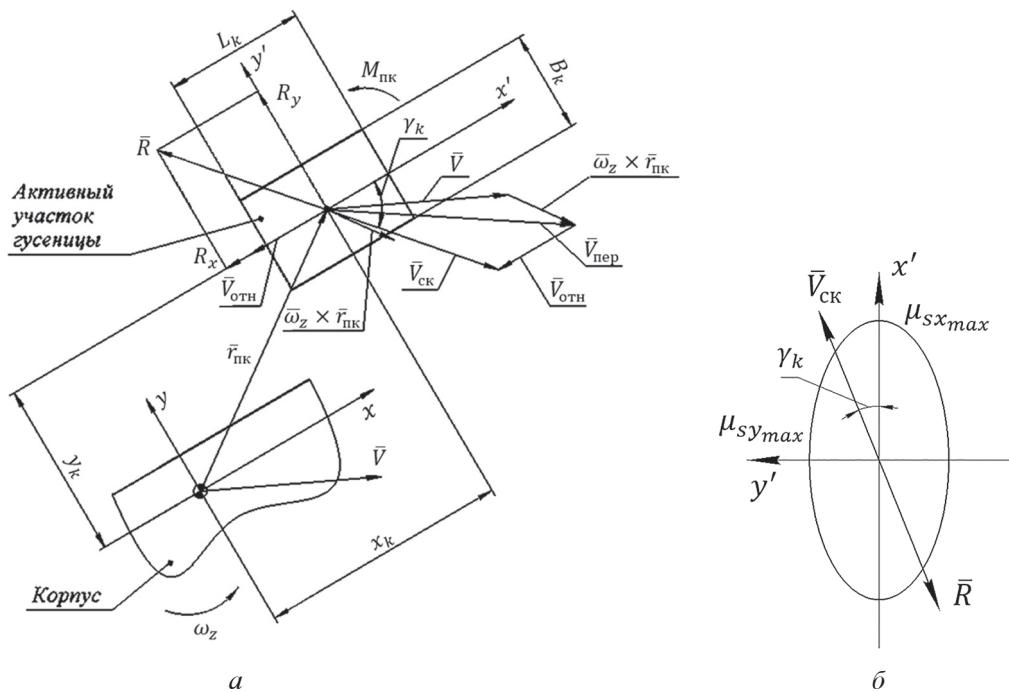


Рис. 2. Расчетные схемы:  
а) активного участка гусеницы ГМ; б) эллипса трения

Fig. 2. Design schemes: a) of the active section of the tracked vehicle caterpillar; b) friction ellipse

Определение проекций вектора скорости скольжения активного участка гусеницы на оси системы координат  $x'-y'$ :

$$V_{\text{ск}x} = V_x - \omega_z y_k - \omega_{\text{вк}} r_{\text{вк}}; V_{\text{ск}y'} = V_y + \omega_z x_k, \quad (6)$$

где  $r_{\text{вк}}$  – радиус ведущего колеса;  $\omega_{\text{вк}}$  – угловая скорость вращения ведущего колеса соответствующего борта.

Определение коэффициента скольжения активного участка гусеницы  $S$  [8]:

$$S = \frac{\sqrt{V_{\text{ск}x'}^2 + V_{\text{ск}y'}^2}}{\max\left(\sqrt{V_{\text{пер}x}^2 + V_{\text{пер}y}^2}, |\omega_{\text{вк}} r_{\text{вк}}|\right)}. \quad (7)$$

Определение синуса и косинуса угла направления скорости скольжения  $\gamma_k$  [11, 7, 12]:

$$\begin{aligned} \sin(\gamma_k) &= \frac{V_{\text{ск}y'}}{\sqrt{V_{\text{ск}x'}^2 + V_{\text{ск}y'}^2}}, \\ \cos(\gamma_k) &= \frac{V_{\text{ск}x'}}{\sqrt{V_{\text{ск}x'}^2 + V_{\text{ск}y'}^2}}. \end{aligned} \quad (8)$$

Траки гусеничных машин часто обладают различными сцепными качествами в продольном и поперечном направлении. Эта особенность отражается с помощью коэффициента анизотропии  $\lambda_\mu$  [8]:

$$\lambda_\mu = \mu_{sy\max} / \mu_{sx\max}, \quad (9)$$

где  $\mu_{sx\max}$  – максимальный коэффициент взаимодействия рассматриваемого активного участка гусеницы с грунтом в продольном направлении;  $\mu_{sy\max}$  – максимальный коэффициент взаимодействия рассматриваемого активного участка гусеницы с грунтом в поперечном направлении.

В связи с тем, что взаимодействие трака гусеницы с опорной поверхностью неизотропно [8], связь коэффициента взаимодействия  $\mu_{sx\max}$  с направлением скорости скольжения может быть описана при помощи эллиптической зависимости (рис. 2, б):

$$\mu_{sx\max} = \frac{\mu_{sx\max} \lambda_\mu}{\sqrt{\sin^2(\gamma_k) + \lambda_\mu^2 \cos^2(\gamma_k)}}. \quad (10)$$

Определение коэффициента взаимодействия активного участка гусеницы с опорной поверхностью  $\mu_s$  [8, 11, 10]:

$$\mu_s = \mu_{sx\max} \left( 1 - e^{-\frac{S}{S_0}} \right), \quad (11)$$

где  $S_0$  – константа, характеризующая сходство взаимодействия с сухим трением.

Определение проекций касательной силы взаимодействия активного участка гусеницы с опорной поверхностью на продольную и поперечную оси машины:

$$R_x = -\mu_s R_z \cos(\gamma_k); R_y = -\mu_s R_z \sin(\gamma_k). \quad (12)$$

Определение момент сопротивления повороту  $i$ -ого активного участка гусеницы [6]:

$$M_{\text{ни}i} = \frac{0,375 R_{zi} \sqrt{F_k} \mu_{sx\max} \max(1, \lambda_\mu)}{1 + \frac{0,15}{k_i(s) B_k}}, \quad (13)$$

где  $k_i(s) = V_{\text{пер}x} / \omega_z$  – кривизна траектории движения центра  $i$ -ого активного участка гусеницы;  $R_{zi}$  – нормальная реакция, приходящаяся на  $i$ -ый активный участок гусеницы;  $F_k$  – площадь площадки контакта активного участка гусеницы с опорной поверхностью.

В данном исследовании принято, что ширина площадки контакта соответствует ширине трака, а длина – удвоенной длине трака:

$$F_k = 2 L_{\text{тр}} B_{\text{тр}}, \quad (14)$$

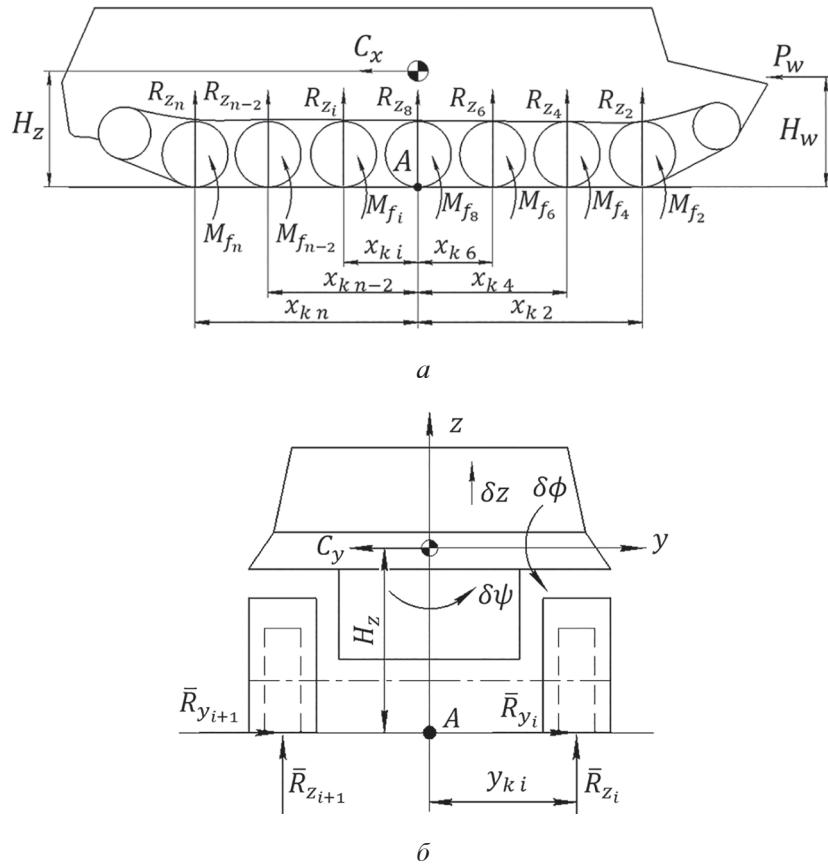
где  $L_{\text{тр}}$ ,  $B_{\text{тр}}$  – длина и ширина трака.

При движении ГМ в повороте нормальные реакции  $R_{zi}$ , воспринимаемые активными участками гусеницы, перераспределяются в результате действия внешних силовых факторов. Так, на изменение величины  $R_{zi}$  влияют: сила аэродинамического сопротивления  $P_w$ , сила инерции машины, вызванная центростремительным ускорением, а также сумма моментов сопротивления качению опорных катков  $\sum M_{fi}$ , (рис. 3):

$$\sum_{i=1}^n M_{fi} = \sum_{i=1}^n f_{\text{р}} R_{zi} r_{ok} = f_{\text{р}} r_{ok} \sum_{i=1}^n R_{zi} = f_{\text{р}} r_{ok} mg, \quad (15)$$

где  $f_{\text{р}}$  – коэффициент сопротивления движению ГМ;  $r_{ok}$  – радиус опорных катков.

Для определение величин  $R_{zi}$  рассматривается уравнение баланса сил в проекции на вертикальную ось машины, а также уравнения баланса моментов относительно продольной и поперечной осей, проходящих через проекцию центра масс ГМ на опорное основание (точка А, рис. 3). В предложенной модели реакции  $R_{zi}$ , действующие на каждый активный участок гусеницы, могут быть определены из решения системы уравнений:



**Рис. 3. Расчетные схемы к определению нормальных реакций активных участков гусеницы:**  
а) вид сбоку; б) вид спереди

*Fig. 3. Design schemes for determining the normal reactions of active sections of the caterpillar:  
a) side view; b) front view*

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{z1} - R_{z2} + (x_{k1} - x_{k2})K_1 + (y_{k1} - y_{k2})K_2 = 0; \\ \dots \\ R_{zn-1} - R_{zn} + (x_{kn-1} - x_{kn})K_1 + (y_{kn-1} - y_{kn})K_2 = 0; \\ \sum_{i=1}^n R_{zi} = mg; \\ \sum_{i=1}^n R_{zi}x_{ki} = -f_{rp}r_{ok}mg - P_wH_w - H_zC_x; \\ \sum_{i=1}^n R_{zi}y_{ki} = -H_zC_y. \end{array} \right. \quad (16)$$

Система (16) представляет собой систему линейных алгебраических уравнений, в рамках рассматриваемой модели она численно решается матричным методом.

Необходимо отметить, что связь гусеницы с грунтом не является удерживающей, что означает, что отрицательные значения  $R_{zi}$ , полученные при решении системы (16), лишены физического смысла. В случае отрицательных реакций их величины принимаются равными нулю и производится повторное решение системы с соответствующим уменьшением ко-

личества уравнений. Считается, что решение системы может быть найдено, если положительны величины нормальных реакций хотя бы трех катков, не принадлежащих одному борту. В противном случае считается, что произошло опрокидывание машины.

В данном исследовании ставится целью изучение влияния конструктивных параметров шасси, а также условий движения ГМ на взаимосвязь фактического и теоретического радиуса поворота. Такая задача подразумевает проведение многофакторного вычислительного эксперимента, поэтому необходимо обеспечить быстрое численное решение описанной выше математической модели. Ее анализ показывает, что уравнения системы (3) и входящие в нее величины в общей сложности содержат пять неизвестных параметров:  $V_x, V_y, \omega_z, \omega_{vk1}$  и  $\omega_{vk2}$ . В связи с тем, что система имеет три уравнения, для ее решения необходимо определить две из указанных величин.

При задании продольной проекции скорости центра масс  $V_x$  и фактического радиуса поворо-

та  $R_f$ , угловая скорость вращения ГМ вокруг вертикальной оси может быть определена как:

$$\omega_z = V_x / R_f. \quad (17)$$

Таким образом обеспечивается возможность определения  $V_y$ ,  $\omega_{\text{вк}1}$  и  $\omega_{\text{вк}2}$  с помощью численного решения системы (3). В данной работе использовался метод решения нелинейных систем уравнений Trust-Region-Dogleg. С полученным решением теоретический радиус поворота можно определить по формуле:

$$R_t = \frac{\omega_{\text{вк}2} + \omega_{\text{вк}1}}{\omega_{\text{вк}2} - \omega_{\text{вк}1}} \frac{B}{2}. \quad (18)$$

### **Исследование взаимосвязи фактического и теоретического радиусов поворота**

Приведенная математическая модель стационарного поворота гусеничной машины описывает движение ГМ и особенности взаимодействия движителя с опорным основанием точнее классических аналитических зависимостей, что позволяет провести оценку зависимости фактического радиуса от теоретического радиуса поворота для современных высокоподвижных ГМ.

Для проведения сравнительных численных экспериментов используются характеристики транспортной ГМ, представленные в таблице 1 и характеристики опорной поверхности, представленные в таблице 2.

*Таблица 1*

#### **Технические характеристики объекта исследования**

*Table 1. Research object technical characteristics*

Масса $m$ , кг	20000
База $L$ , м	4,445
Колея $B$ , м	2,5
Высота центра масс $H_z$ , м	1,1
Число опорных катков по борту, $n_o$	7
Радиус опорных катков $r_{\text{ок}}$ , м	0,31
Радиус ведущего колеса $r_{\text{вк}}$ , м	0,31

Для оценки соотношения фактического и теоретического радиусов целесообразно в выражение (2) ввести некоторый коэффициент  $k_R$ :

$$R_f = k_R \frac{L}{B} R_t, \quad k_R = \frac{R_f}{R_t} \frac{B}{L}. \quad (19)$$

Проведем исследование по выявлению зависимостей коэффициента  $k_R$  от скоростных режимов движения ГМ, фактического радиуса поворота  $R_f$  и от массогабаритных параметров машин, описывающих взаимодействие с внешней средой. При проведении вычислительных экспериментов фактический радиус  $R_f$  задавался, в то время как теоретический радиус поворота  $R_t$  определялся по зависимости (18).

Рассмотрим влияние на коэффициент  $k_R$  фактического радиуса поворота. Согласно [13], дорожная кривизна описывается нормальным случайнм распределением с математическим ожиданием равным нулю и среднеквадратическим отклонением  $\sigma_k$ , находящимся в диапазоне:

$$0,033 \text{ м}^{-1} \leq \sigma_k \leq 0,04 \text{ м}^{-1}. \quad (20)$$

Согласно правилу «трех сигм», можно принять максимальную кривизну траектории, встречающуюся при эксплуатации ГМ, равной  $0,12 \text{ м}^{-1}$ , что соответствует фактическому радиусу, равному  $R_f = 8,33 \text{ м}$ . С другой стороны, в [6] утверждается, что движение гусеничной машины с радиусами более 300 м можно принять прямолинейным. В связи с этим исследование зависимости коэффициента  $k_R$  от фактического радиуса поворота будет проводиться при  $R_f$ , лежащем в диапазоне от 8,33 до 300 метров. При исследовании зависимости  $k_R(R_f)$  использовались параметры, приведенные в таблицах 1 и 2. На рис. 4 представлена зависимость коэффициента  $k_R$  от фактического радиуса поворота.

Из полученных данных следует, что при проведении оценочных расчетов ГМ для случаев движения с большими радиусами поворота коэффициент  $k_R$  можно считать постоянным (для практических расчетов удобно принять

*Таблица 2*

#### **Исходные данные вычислительного эксперимента**

*Table 2. Initial data of the computational experiment*

Название детали	Материал	Модуль упругости, $E$ , МПа	Коэффиц. Пуассона	Предел текучести St, МПа	Предел прочности Sb, МПа	Удлинение при разрыве, $d_5$ , %
Балансир	10ХСНД	200000	0,3	390	530	19

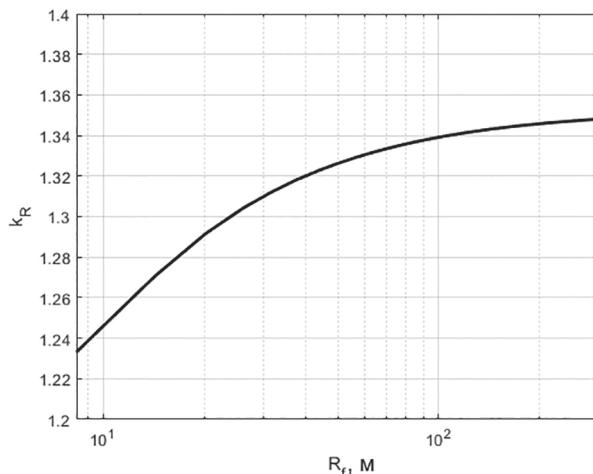


Рис. 4. Зависимость коэффициента  $k_R$  от фактического радиуса поворота  $R_f$

Fig. 4. Dependence of the coefficient  $k_R$  on the actual turning radius  $R_f$

$k_R = 1,3$ ). При этом для уточненных расчетов или анализа поворотов машины малым радиусом зависимость  $k_R(R_f)$  необходимо учитывать.

Рассмотрим влияние на коэффициент  $k_R$  конструктивных параметров ходовой части. В качестве варьируемых параметров для данного эксперимента приняты отношение базы машины к колесе  $L/B$  и число опорных катков на борту машины. Зависимость  $k_R(L/B)$  исследовалась в диапазоне  $1 \leq L/B \leq 2$ . Число опорных катков по борту для большинства высокоподвижных ГМ составляет 5–7 шт. Остальные величины, описывающие движение ГМ во внешней среде, приняты постоянными (таблицы 1 и 2). Изменение отношения  $L/B$  достигалось путем корректировки базы машины  $L$ .

Эксперимент проводился при наиболее вероятной кривизне поворота [13]:

$$\mu_{|k|} = 2 \int_0^\infty \frac{k_d}{\sigma_k \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{k_d^2}{2\sigma_k^2}} dk_d = \sigma_k \sqrt{2/\pi}. \quad (21)$$

Следовательно, математическое ожидание модуля дорожной кривизны лежит в диапазоне:

$$0,026 \text{ м}^{-1} \leq \mu_{|k|} \leq 0,032 \text{ м}^{-1}. \quad (22)$$

Для вычислительного эксперимента примем величину фактического радиуса поворота  $R_f$ , соответствующую кривизне из указанного промежутка, например  $R_f = 34$  м.

На рис. 5 представлена полученная зависимость коэффициента  $k_R$  от отношения  $L/B$  и количества опорных катков ГМ по борту  $n_{ok}$ .

Анализ полученных данных говорит о том, что коэффициент  $k_R$  имеет существенную зависимость от отношения  $L/B$ . Количество опорных катков также оказывает влияние на величину коэффициента  $k_R$  (рост  $k_R$  с уменьшением числа катков).

Существенное влияние на  $k_R$  могут оказывать параметры, описывающие взаимодействие движителя с опорной поверхностью. Так, в соответствии с математической моделью, для описания взаимодействия с грунтом используются следующие параметры: максимальный коэффициент взаимодействия движителя с опорной поверхностью в продольном направлении  $\mu_{sxmax}$ , коэффициент анизотропии  $\lambda_\mu$ , коэффициент  $S_0$ . Кроме того, для учета сопротивления движению ГМ используется коэффициент  $f_{gp}$ .

Согласно [14] при движении по дорогам и местности коэффициент  $\mu_{sxmax}$  может изменяться в пределах от 0,3 до 0,85. При этом [14] коэффициент сопротивления движению  $f_{gp}$  для различных типов ОП принимает значения в диапазоне от 0,035 до 0,3.

Коэффициент анизотропии зависит от формы контактной поверхности траков гусеницы. В случае транспортных машин его величина близка к единице, но у специализированной техники (например, тяговых машин) его величина может изменяться. В качестве примера проанализируем зависимость  $k_R$  от  $\lambda_\mu$  в диапазоне от 0,6 до 1 [8].

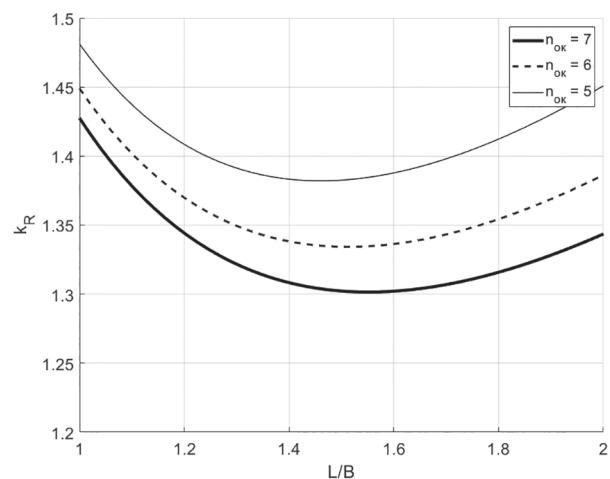
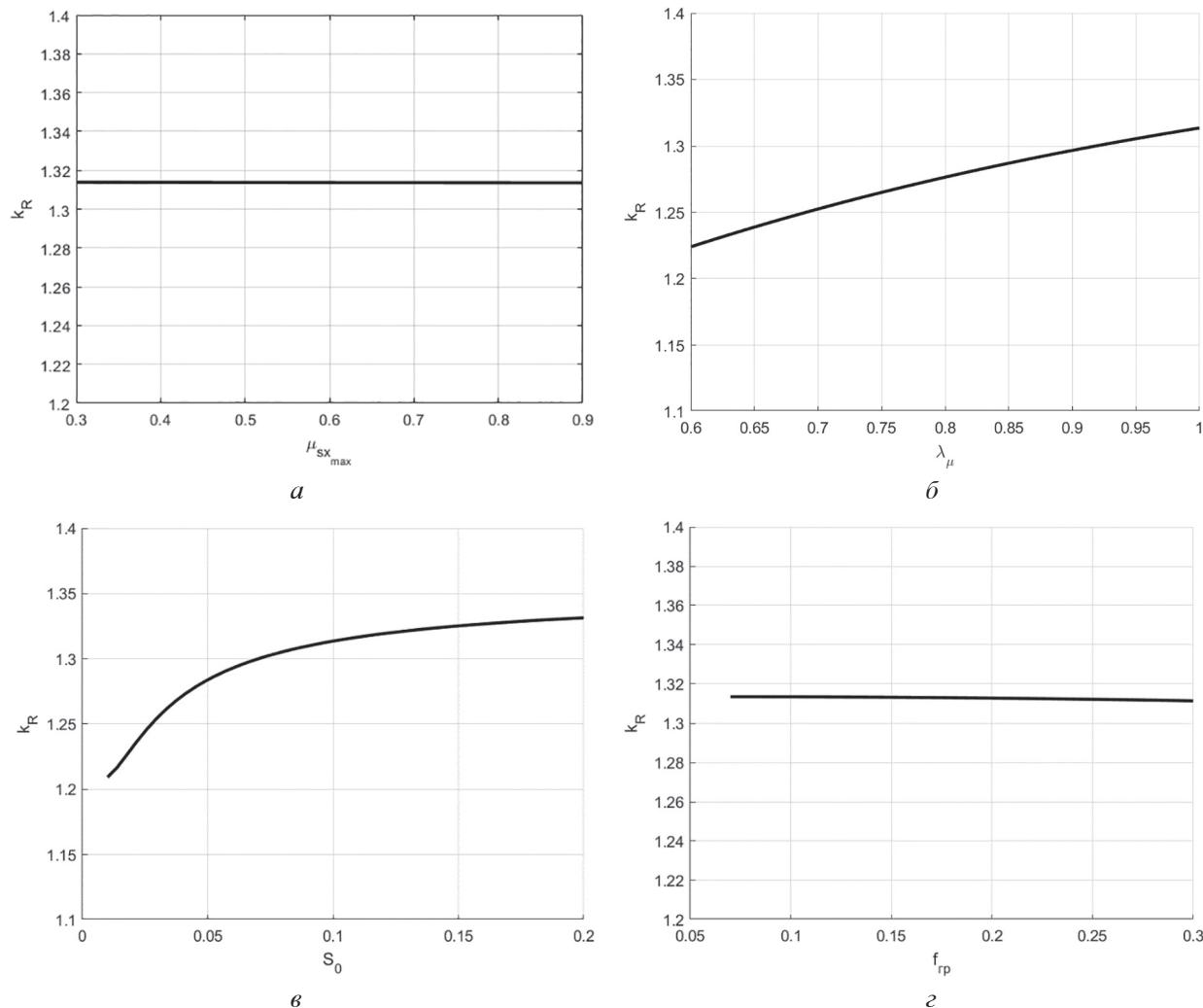


Рис. 5. Зависимость  $k_R$  от отношения  $L/B$  при различных значениях  $n_{ok}$

Fig. 5. Dependence of  $k_R$  on  $L/B$  ratio at different values  $n_{ok}$

Величина коэффициента  $S_0$  характеризует наклон касательной к зависимости коэффициента взаимодействия активных участков гусеницы с опорной поверхностью от коэффициента скольжения в области  $S = 0$  и, таким образом, показывает насколько рассматриваемое взаимодействие отличается от сухого трения (чем ближе

$S_0$  к 0, тем ближе описываемое взаимодействие к закону сухого трения). Так, для случая движения по асфальтобетонной опорной поверхности  $S_0$  может достигать величины 0,01, при этом в случае движения по грунтовой дороге в период распутицы или заболоченной местности  $S_0$  может принимать значения порядка 0,2.



**Рис. 6. Зависимость  $k_R$  от:**  
 $a - \mu_{sx\ max}; \delta - \lambda_\mu; \varepsilon - S_0; \varepsilon - f_{rp}$

*Fig. 6. The dependence of  $k_R$  on: a -  $\mu_{sx\ max}$ ;  $\delta - \lambda_\mu$ ;  $\varepsilon - S_0$ ;  $\varepsilon - f_{rp}$*

*Таблица 3*

**Пределы изменения параметров, описывающих взаимодействие движителя с опорной поверхностью**

*Table 3. Limits of variation of parameters describing the interaction  
of the propeller with the supporting surface*

Максимальный коэффициент взаимодействия с ОП в продольном направлении $\mu_{sx\ max}$	0,3...0,85 [14]
Коэффициент анизотропии $\lambda_\mu$	0,6...1 [8]
Коэффициент $S_0$	0,01...0,2
Коэффициент сопротивления движению $f_{rp}$	0,035...0,3[14]

Для исследования чувствительности коэффициента  $k_R$  к каждому из рассматриваемых параметров по отдельности, варьирование ими производится по очереди в указанных диапазонах. Постоянные параметры машины и условий движения принимались в соответствии с таблицами 1 и 2 по аналогии с предыдущими вычислительными экспериментами  $R_f = 34$  м. В таблице 3 перечислены пределы возможного изменения указанных параметров:

Полученные зависимости коэффициента  $k_R$  от указанных параметров представлены на рис. 6.

Из полученных данных следует, что коэффициент  $k_R$  существенно зависит от коэффициента  $S_0$  в диапазоне от 0,01 до 0,1. В области  $S_0 > 0,1$  степень его влияния снижается. Также присутствует зависимость коэффициента  $k_R$  от коэффициента анизотропии  $\lambda_\mu$  во всем рассматриваемом диапазоне, что необходимо учитывать. Связь между коэффициентом  $k_R$  и максимальным коэффициентом взаимодействия с опорным основанием  $\mu_{sxmax}$ , а также коэффициентом сопротивления движению  $f_{rp}$  при принятых допущениях практически отсутствует.

Рассмотрим зависимость коэффициента  $k_R$  от скоростного режима движения. Из-за смещения полюса поворота машины в сторону осей передних опорных катков при приближении к заносной скорости движения  $V_z$  происходит уменьшение момента сопротивления повороту ГМ [4, 8, 15], что подтверждается экспериментальными данными [8]. При этом следует учесть, что высота центра масс машины оказывает существенное влияние на перераспределение сил сопротивления перематыванию гусениц, которое может повлечь за собой невозможность реализации требуемого тормозного момента на отстающей гусенице. Таким образом, исследование влияния скоростного режима движения на коэффициент  $k_R$  целесообразно проводить с учетом различных вариантов высоты центра масс машины.

При исследовании зависимости коэффициента  $k_R$  от указанных параметров другие величины, описывающие движение машины, равно как и саму машину, приняты постоянными (таблицы 1 и 2). Для вычислительного эксперимента примем  $R_f = 34$  м по аналогии с предыдущими вычислительными экспериментами.

При проведении вычислительных экспериментов считается, что машина движется в по-

вороте наиболее вероятного радиуса  $R_f = 34$  м (так же, как и в предыдущих вычислительных экспериментах). В рассматриваемых дорожных условиях критическая скорость ГМ по заносу составляет 60,6 км/ч. Такая скорость вполне может быть достигнута современными ГМ. Это подтверждает, что исследование режимов движения близких к критической скорости по заносу представляет практический интерес.

Для определения диапазона изменения высоты центра масс машины рассмотрим зависимость критической скорости ГМ по опрокидыванию  $V_{op}$  [16] с учетом определения величины коэффициента поперечной устойчивости  $\eta_{py} = B / 2H_z$  [17]:

$$V_{op} = \sqrt{gR_f \eta_{py}}. \quad (23)$$

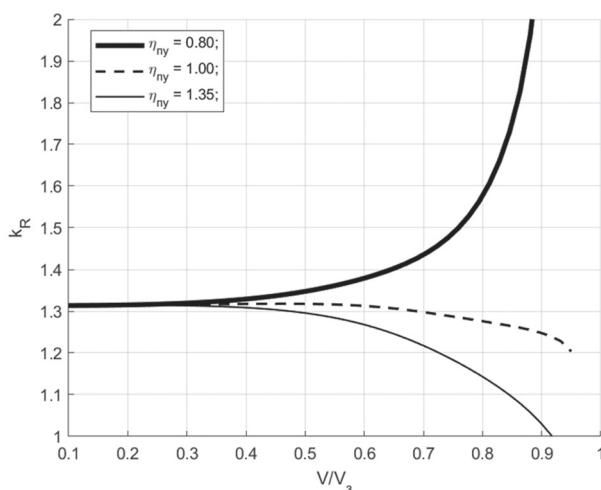
Если величина  $\eta_{py} > \mu_{symax}$ , то занос ГМ произойдет раньше, чем опрокидывание. В связи с этим с целью обеспечения высокого уровня подвижности величина  $\eta_{py}$  для современных машин должна быть более 0,65–0,85 (для высокоскоростного маневрирования по опорной поверхности типа «дернистый грунт»).

Для оценки максимального значения  $\eta_{py}$  проанализируем машины, обладающие низким центром тяжести (например, танки). Высота центра масс таких машин составляет порядка одного метра, а колея при этом находится на уровне 2,7 м. То есть при проведении вычислительного эксперимента максимальное значение  $\eta_{py}$  можно принять равным 1,35.

Таким образом, для оценки влияния скоростного режима движения на коэффициент  $k_R$  удобно использовать следующие удельные показатели: величину  $\eta_{py}$  и отношение  $V_x / V_z$ . Диапазон изменения  $\eta_{py}$  принимается от 0,8 до 1,35. Так как установившееся движение с заносной скоростью невозможно, диапазон изменения  $V_x / V_z$  принимается от 0,1 до 0,9.

На рис. 7 представлена полученная зависимость коэффициента  $k_R$  от отношения  $V_x / V_z$  при различных значениях  $\eta_{py}$ .

Анализ полученных данных показал, что при  $V_x / V_z > 0,5$  влияние отношения  $V_x / V_z$  и коэффициента  $\eta_{py}$  ярко выражено. При этом характер изменения коэффициента  $k_R$  существенно различается в зависимости от значения коэффициента поперечной устойчивости  $\eta_{py}$ . В случае  $\eta_{py} > 1$  теоретический радиус поворота машины стремится к фактическому [8] (машина проявляет избыточную поворачиваемость) при приближении скорости движе-



**Рис. 7. Зависимость  $k_R$  от отношения  $V_x/V_3$  при различных  $\eta_{ny}$**

*Fig. 7. The dependence of  $k_R$  on  $V_x/V_3$  ratio at various  $\eta_{ny}$*

ния к критической по заносу. При  $\eta_{ny} < 1$  разность между теоретическим и фактическим радиусами увеличивается (машина проявляет недостаточную поворачиваемость), что вызвано увеличением юза на отстающей гусенице из-за недостатка нормальной реакции при реализации тормозной силы.

### Заключение

Классический подход к тяговому расчету ГМ содержит ряд погрешностей, одной из которых является определение теоретического радиуса поворота. Введенный коэффициент  $k_R$  для наиболее распространенных геометрических параметров гусеничных машин находится в диапазоне от 1,2 до 1,4 при малых скоростях движения. Повысить точность классического расчета можно, приняв коэффициент  $k_R$  постоянным и равным 1,3 для случаев движения ГМ со скоростями, далекими от критической скорости по заносу.

Тем не менее, при исследованиях, связанных с движением гусеничной машины на скоростях, близких к критической скорости по заносу, например, при исследовании быстротходности ГМ, оценке ее энергоэффективности или определении необходимой для высокоскоростного маневрирования тяговооруженности, возникает необходимость учитывать влияние на коэффициент  $k_R$  таких параметров как коэффициент анизотропии  $\lambda_\mu$  сцепных свойств трака и коэффициент  $S_0$ . Это можно сделать, используя имитационное компьютерное мо-

делирование или уточненные с его помощью аналитические зависимости. Так, в работе [18] предлагается уточнять классический тяговый расчет поворота путем аппроксимации коэффициента  $k_R$  нейронной сетью.

Величина изменения коэффициента  $k_R$ , отражающего отношение теоретического и фактического радиусов (или отношение теоретической и фактической угловой скорости корпуса ГМ) имеет большое значение при практическом определении начала заноса ГМ [8]. В связи с этим качественно разный характер изменения  $k_R$  в зависимости от  $\eta_{ny}$  (или высоты центра масс ГМ) приближении к критической скорости необходимо учитывать как при оценке быстротходности машины и определении необходимой тяговооруженности, так и при разработке систем активной безопасности ГМ [8, 19], особенно учитывая тот факт, что высота центра масс транспортных ГМ существенно изменяется в зависимости от загрузки.

### Литература

1. G. Kotiev, B. Padalkin, A. Miroshnichenko, A. Stadukhin and B Kositsyn. The teoretical study on the high-speed electric tracked vehicle mobility. IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 820 (2020), IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 820 (2020), Moscow; Russian Federation doi:10.1088/1757-899X/820/1/012012
2. Косицын Б.Б., Котиев Г.О., Мирошниченко А.В., Падалкин Б.В., Стадухин А.А., Метод обеспечения подвижности разрабатываемых колесных и гусеничных машин с индивидуальным электроприводом ведущих колес // Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева. 2019. № 3 (126). С. 135–144.
3. Косицын Б.Б., Котиев Г.О., Мирошниченко А.В., Падалкин Б.В., Стадухин А.А. Определение характеристик трансмиссий колесных и гусеничных машин с индивидуальным электроприводом ведущих колес // Труды НАМИ. 2019. № 3 (278). С. 22–35.
4. Чобиток В.А. Теория движения танков и БМП. М.: Воениздат, 1984. 264 с.
5. Антонов А.С. Гусеничные тягачи. Часть первая. М.: Воениздат МО СССР, 1960. 356 с.
6. Фаробин Я.Е. Теория поворота транспортных машин. М.: Машиностроение, 1970. 176 с.
7. Олейко Ф.А. Экспериментальное исследование анизотропного трения // МИМЭСХ: Сб. научно-технических трудов. М.: Советская наука. 1952. С. 57–64.

8. Бекетов С.А. Теория управляемого движения гусеничных машин. М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2017. 125 с.
9. Красненков В.И., Харитонов С.А. Динамика криволинейного движения транспортной гусеничной машины // Вопросы расчета и конструирования гусеничных машин. Труды МВТУ. 1980. № 339. С. 3–67.
10. Васильев А.В., Докучаева Е.Н. [и др.]. Влияние конструктивных параметров гусеничного трактора на его тягово-цепные свойства. М.: Машиностроение. 1969. 196 с.
11. Павлов В.В. Теория поворота гусеничных транспортных машин. Учебное пособие. М.: МАДИ(ТУ). 2000. 224 с.
12. Антонов А.С., Благонравов А.И., Бинович Я.Е. [и др] Танки основы теории и расчета / Под ред. М.К. Кристи. Москва/Ленинград: Главная редакция машиностроительной и автотракторной литературы. 1937. 436 с.
13. Савочкин В.А., Дмитриев А.А. Статистическая динамика транспортных и тяговых гусеничных машин. М.: Машиностроение. 1993. 320 с.
14. Платонов В.Ф., Лесашвили Г.Р. Гусеничные и колесные транспортно-тяговые машины. М.: Машиностроение. 1986. 296 с.
15. Забавников Н.А. Основы теории транспортных гусеничных машин. М.: Машиностроение. 1967. 356 с.
16. Ларин В.В. Теория движения полноприводных колесных машин: учебник. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010. 391 с.
17. Литвинов А.С., Фаробин Я.Е. Автомобиль: Теория эксплуатационных свойств. М.: Машиностроение. 1989.
18. Косицын Б.Б., Котиев Г.О., Мирошниченко А.В., Падалкин Б.В., Стадухин А.А. Определение характеристик трансмиссий колесных и гусеничных машин с индивидуальным электроприводом ведущих колес // Труды НАМИ. 2019. № 3 (278). С. 22–35.
19. Наумов В.Н., Машков К.Ю., Пехтерев А.А., Рубцов В.И. Алгоритм предотвращения неуправляемого движения гусеничных роботов // Известия ЮФУ. Технические науки. 2017. № 1 (186). С. 29–42. DOI: 10.18522/2311-3103-2017-1-2942
- enace and Engineering 820 (2020), Moscow; Russian Federation doi:10.1088/1757-899X/820/1/012012.
2. Kositin B.B., Kotiyev G.O., Miroshnichenko A.V., Padalkin B.V., Stadukhin A.A. Method for ensuring the mobility of the developed wheeled and tracked vehicles with individual electric drive of the driving wheels. *Trudy NGTU im. R.E. Alekseyeva*. 2019. No 3(126), pp. 135–144 (in Russ.).
3. Kositin B.B., Kotiyev G.O., Miroshnichenko A.V., Padalkin B.V., Stadukhin A.A. Determination of the characteristics of transmissions of wheeled and tracked vehicles with individual electric drive of the driving wheels. *Trudy NAMI*. 2019. No 3 (278), pp. 22–35 (in Russ.).
4. Chobitok V.A. *Teoriya dvizheniya tankov i BMP* [The theory of movement of tanks and infantry fighting vehicles]. Moscow: Voyenizdat Publ., 1984. 264 p.
5. Antonov A.S. *Gusenichnyye tyagachi* [Tracked tractors]. Chast' pervaya. Moscow: Voenizdat MO SSSR Publ., 1960. 356 p.
6. Farobin YA.E. *Teoriya poverota transportnykh mashin* [The theory of turning transport vehicles]. Moscow: Mashinostroyeniye Publ., 1970. 176 p.
7. Opeyko F.A. Experimental study of anisotropic friction. *MIM-ESKH: Sb. nauchno-tehnicheskikh trudov*. Moscow: Sovetskaya nauka Publ. 1952, pp. 57–64 (in Russ.).
8. Beketov S. A. *Teoriya upravlyayemogo dvizheniya gusenichnykh mashin* [The theory of controlled movement of tracked vehicles]. Moscow: Izdatel'stvo MGTU im. N. E. Baumana Publ. 2017. 125 p.
9. Krasnen'kov V.I., Kharitonov S.A. Dynamics of the curvilinear movement of a transport tracked vehicle. *Voprosy rascheta i konstruirovaniya gusenichnykh mashin*. *Trudy MVTU*. 1980. No 339, pp. 3–67 (in Russ.).
10. Vasil'yev A.V. Dokuchayeva YE.N. [i dr.]. *Vliyanie konstruktivnykh parametrov gusenichnogo traktora na yego tyagovo-stsepn-yye svoystva* [Influence of design parameters of a caterpillar tractor on its traction and coupling properties]. Moscow: Mashinostroyeniye Publ.. 1969. 196 p.
11. Pavlov V.V. *Teoriya poverota gusenichnykh transportnykh mashin* [The theory of turning of tracked transport vehicles]. Uchebnoye posobiye. Moscow: MADI(TU). 2000. 224 p.
12. Antonov A.S., Blagonravov A.I., Binovich YA.E. [i dr] *Tanki osnovy teorii i rascheta* [Tanks: fundamentals of theory and calculation]. Pod red. M.K. Kri-sti. Moscow/Leningrad: Glavnaya redaktsiya mashinostroitel'noy i avtotraktornoy literatury Publ. 1937. 436 p.

### References

1. G. Kotiev, B. Padalkin, A. Miroshnichenko, A. Stadukhin and B Kositin. The theoretical study on the high-speed electric tracked vehicle mobility. IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 820 (2020), IOP Conf. Series: Materials Sci-

13. Savochkin V.A., Dmitriyev A.A. *Statisticheskaya dinamika transportnykh i tyagovykh gusenichnykh mashin* [Statistical dynamics of transport and traction tracked vehicles]. Moscow: Mashinostroyeniye Publ. 1993. 320 p.
14. Platonov V.F., Leishvili G.R. *Gusenichnye i kolesnye transportno-tyagovyye mashiny* [Tracked and wheeled transport and traction vehicles]. Moscow: Mashinostroyeniye Publ. 1986. 296 p.
15. Zabavnikov N.A. *Osnovy teorii transportnykh gusenichnykh mashin* [Fundamentals of the theory of transport tracked vehicles]. Moscow: Mashinostroyeniye Publ. 1967. 356 p.
16. Larin V.V. *Teoriya dvizheniya polnoprivodnykh kolesnykh mashin* [Theory of motion of all-wheel drive vehicles]: uchebnik. Moscow: Izd-vo MGTU im. N.E. Baumana Publ., 2010. 391 p.
17. Litvinov A.S., Farobin YA.E. *Avtomobil': Teoriya ekspluatatsionnykh svoystv* [Automobile: Performance theory]. Moscow: Mashinostroyeniye Publ. 1989.
18. Kositsyn B.B., Kotiyev G.O., Miroshnichenko A.V., Padalkin B.V., Stadukhin A.A. Determination of the characteristics of transmissions of wheeled and tracked vehicles with individual electric drive of the driving wheels. *Trudy NAMI*. 2019. No 3 (278), pp. 22–35 (in Russ.).
19. Naumov V.N., Mashkov K.YU., Pekhterev A.A., Rubtsov V.I. Algorithm for preventing uncontrolled movement of tracked robots. *Izvestiya YUFU. Tekhnicheskiye nauki*. 2017. No 1 (186), pp. 29–42 (in Russ.). DOI: 10.18522/2311-3103-2017-1-2942.

## INVESTIGATION OF THE RELATIONSHIP BETWEEN THEORETICAL AND ACTUAL TURNING RADII OF A TRACKED VEHICLE USING MATHEMATICAL MODELING

PhD in Engineering **A.A. Stadukhin**

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia  
ant.m9@ya.ru

**Introduction.** Determination of the traction force and power required in a turn by a tracked vehicle is based on analytical dependencies given in classical literary sources. In this case, the dependence of the theoretical and actual turning radius is usually not described accurately enough.

**Subject of study.** A study of the dependence of the theoretical and actual turning radius and the influence of the parameters of the undercarriage of the tracked vehicle, the characteristics of the support base and the mode of movement on it was made.

**Methodology and methods.** The study was carried out using a specially developed stationary rotation tracked vehicle (TV) model, which differs by taking into account the redistribution of normal reactions and implementation, allowing one to quickly carry out multifactorial experiments. The rotation of the TV in the model is described as a plane motion of a rigid body. In contrast to the classical approaches, the model allows one to study the rotation of the TV at a speed close to the critical drift.

**Results and scientific novelty.** During computational experiments, the parameters of the chassis of the TV, the properties of the support base, as well as the speed of movement and the actual turning radius were varied. It was found that the classical dependences of the actual and theoretical turning radius need to be refined when driving at a speed close to the critical drift, while the form of the dependence is determined by the height of the center of mass of the TV.

**Practical significance.** These features should be taken into account both when assessing the speed of the vehicle and determining the required thrust-to-weight ratio, and when working on the development of active safety systems for tracked vehicles.

**Keywords:** traction calculation, tracked vehicle, turn, mathematical modeling, turning radius.

**Cite as:** A.A. Stadukhin *Investigation of the relationship between theoretical and actual turning radii of a tracked vehicle using mathematical modeling*. *Izvestiya MGTU «MAMI»*. 2020. No 4 (46), pp. 80–91 (in Russ.). DOI: 10.31992/2074-0530-2020-46-4-80-91.

# ОПТИМИЗАЦИЯ КОНСТРУКЦИИ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ БАЛАНСИРА ЗАДНЕЙ ПОДВЕСКИ ВЕЗДЕХОДНОГО ТРАНСПОРТНОГО СРЕДСТВА

Шаболин М.Л.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

shabolin@bmstu.ru

Снижение снаряженной массы колесных машин давно является одним из приоритетных направлений работы автомобильных инженеров, так как за счет этого можно значительно улучшить эксплуатационные свойства колесной машины: улучшить динамику, проходимость, снизить расход топлива и выбросы вредных веществ. Значительная доля снаряженной массы автомобиля приходится на высоконагруженные детали несущей системы, трансмиссии и подвески. Поэтому создание облегченных высоконагруженных деталей даст весомый вклад в снижение снаряженной массы автомобиля в целом.

В статье описано применение метода топологической оптимизации на базе конечно-элементного моделирования при проектировании высоконагруженных деталей шасси автомобиля. Показан пример синтеза силовой схемы балансира задней подвески вездеходного транспортного средства с описанием расчетной модели, нагрузочных режимов и интерпретацией полученных результатов. Задача оптимизации решалась с использованием конечно-элементной модели переменной плотности. В качестве целевой функции использовалась минимизация потенциальной энергии деформации, в качестве ограничения – целевой объем в долях от исходного пространства проектирования. Приведен сравнительный анализ полученной конструкции с конструкциями-аналогами. Описана постановка и результаты экспериментального изучения напряженно-деформированного состояния оптимизированного балансира.

В результате оптимизации удалось добиться снижения массы балансира до 49 % по сравнению с конструкцией – аналогом с сохранением требуемой прочности. Экспериментальная проверка несущей способности балансира показала необходимость более тщательного проведения поверочных расчетов оптимизированных деталей, в том числе с учетом погрешностей изготовления и сборки.

**Ключевые слова:** топологическая оптимизация, метод конечных элементов, балансирная подвеска, вездеходное транспортное средство.

**Для цитирования:** Шаболин М.Л. Оптимизация конструкции и экспериментальное исследование напряженно-деформированного состояния балансира задней подвески вездеходного транспортного средства // Известия МГТУ «МАМИ». 2020. № 4 (46). С. 92–104. DOI: 10.31992/2074-0530-2020-46-4-92-104.

## Введение

Снижение снаряженной массы колесных машин давно является одним из приоритетных направлений работы автомобильных инженеров, так как за счет этого можно значительно улучшить эксплуатационные свойства колесной машины: улучшить динамику, проходимость, снизить расход топлива и выбросы вредных веществ. Значительная доля снаряженной массы автомобиля приходится на высоконагруженные детали несущей системы, трансмиссии и подвески. Поэтому создание облегченных высоконагруженных деталей даст весомый

вклад в снижение снаряженной массы автомобиля в целом.

Наиболее широкие возможности по совершенствованию конструктивно-силовой схемы силовых деталей дает топологическая оптимизация, исходными данными для которой служат граничные условия, нагрузки и пространство, которое могут занимать элементы конструктивно-силовой схемы. В результате проведения оптимизации можно получить количество, расположение и размеры частей конструктивно-силовой схемы оптимизируемой детали. Математические основы метода топологической

оптимизации с использованием метода конечных элементов изложены в работах Бендсое, Кикучи, Зигмунда [1, 2, 3]. В настоящее время ведется работа по совершенствованию как алгоритмов оптимизации, так и методик их применения [4, 5, 6]. Современные алгоритмы топологической оптимизации активно внедряются в коммерческие программные комплексы [7, 8], доступные широкому кругу инженеров-конструкторов. Ведется научная работа по изучению применимости топологической оптимизации при создании различных деталей и узлов автомобилей [9, 10, 11, 13].

### Цель исследования

В данной работе рассматривается пример использования топологической оптимизации на базе конечно-элементной модели переменной плотности при конструировании балансира задней подвески вездеходного транспортного средства. Вездеходное транспортное средство (рис. 1) оснащено балансирной задней подвеской, одним из наиболее нагруженных элементов которой является балансир. Балансирная подвеска обеспечивает выравнивание вертикальных нагрузок на вторую и третью оси автомобиля и обеспечивает вдвое меньшее вертикальное перемещение рамы автомобиля по сравнению с относительным перемещением его колес при движении по пересеченной местности.



Рис. 1. Вездеходное транспортное средство

Fig. 1. All-terrain vehicle

### Анализ и выбор нагрузочных режимов

Балансир подвески является связующим звеном между ведущими мостами автомобиля и его рамой. Крепление балансира к балке моста осуществляется через упругую резинометалли-

ческую опору. К раме балансир крепится через промежуточный кронштейн со стремянками и ось с подшипниками, дающими балансиру одну вращательную степень свободы.

В рассматриваемой подвеске балансир воспринимает нагрузку преимущественно в вертикальной плоскости. Продольные и поперечные усилия воспринимаются реактивными тягами. Упругие элементы в подвеске отсутствуют, так как автомобиль оснащен шинами низкого давления, которые обеспечивают приемлемую для тихоходного грузового автомобиля плавность хода. Кинематическая схема подвески приведена на рис. 2

Исходя из анализа условий работы балансира к нему предъявляются следующие требования:

- 1) минимальная жесткость в поперечном направлении для снижения кинематического нагружения элементов подвески;
- 2) максимальная толщина балансира ограничена по компоновочным соображениям и должна составлять не более 70 мм. Присоединительные размеры должны соответствовать существующей конструкции подвески;
- 3) выполнение условия прочности во всех эксплуатационных режимах.

Помимо описанных выше требований накладывались технологические ограничения: балансир должен быть изготовлен из листовой стали 10ХСНД толщиной не более 10 мм.

Рассматриваемое транспортное средство предназначено для движения по дорогам IV и V категории, а также в отдельных случаях по местности без оборудованных дорог. При движении в указанных условиях на автомобиль действуют значительные вертикальные перегрузки, которые могут доходить до  $3g$  [12]. Исходя из анализа предполагаемых условий эксплуатации для балансира задней подвески были выбраны следующие наиболее тяжелые нагрузочные режимы: основной нагрузочный режим – передача усилий в вертикальной плоскости при действующей на автомобиль трехкратной перегрузке. В качестве дополнительных нагрузочных режимов рассматривалось кинематическое нагружение балансира при максимальном скрещивании осей. Кроме перечисленных нагрузок, на центральную часть балансира действует постоянная сжимающая нагрузка от стремянок, которыми балансир притянут к кронштейну. Усилие затяжки стремянок составляет 500...700 кН, что сравнимо с внешней нагрузкой на балансир.

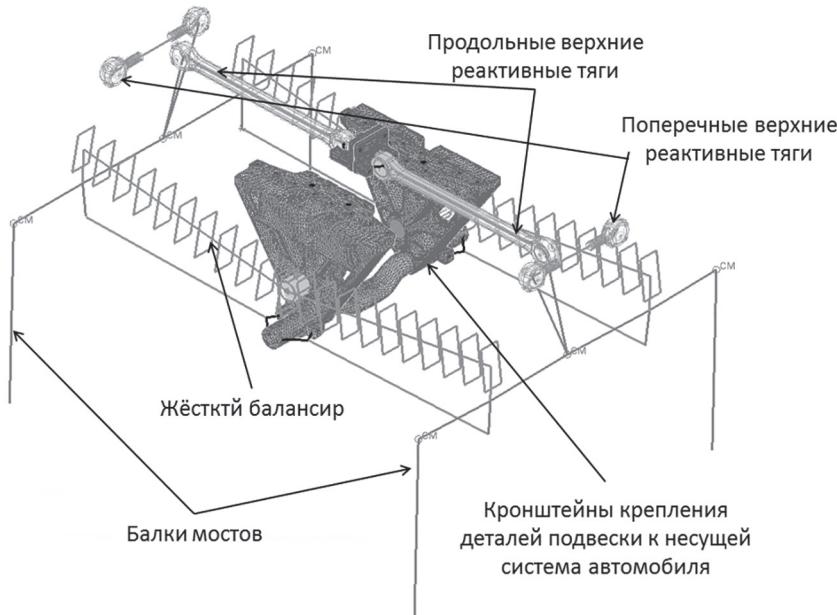


Рис. 2. Схема задней балансирной подвески

Fig. 2. Rear balance bar suspension diagram

Так как от балансира требуется сочетать в себе противоречивые свойства, иметь высокую жесткость в вертикальной плоскости и минимальную жесткость в боковом направлении и при кручении, при постановке задачи оптимизации учитывался только один нагрузочный случай – передача максимальной вертикальной нагрузки. В этом же нагрузочном случае учитывалось усилие от затяжки стремянок. Боковые нагрузки были исключены из задачи оптимизации, так как их учет привел бы к созданию силовой схемы, обладающей высокой жесткостью в боковом направлении, что противоречит требованиям к детали. Прочность балансира при действии боковых нагрузок обеспечивалась традиционным расчетно-конструкторским подходом.

Действующие на балансир внешние силовые факторы приведены в таблице 1.

### Описание расчетной модели

Пространство проектирования (рис. 3) было построено с учетом компоновочных ограничений и совпадения присоединительных размеров с существующей конструкцией подвески.

Так как при постановке оптимизационной задачи рассматривался один расчетный случай с нагрузкой, действующей в плоскости детали, использовалась оболочечная конечно-элементная модель.

Кронштейн, через который балансир крепится к опорному подшипнику, был смоделирован

гексаэдральными восьмиузловыми элементами. Стремянки моделировались балочными элементами круглого сечения. Соединение стремянок и кронштейна балансира смоделировано абсолютно жесткими элементами. Между нижней частью балансира и его кронштейном учтено контактное взаимодействие. Из пространства проектирования были исключены части балансира, к которым крепятся резинометаллические опоры. Нагрузка от резинометаллических опор распределена по точкам крепления опор к балансиру при помощи уравнений связи для перераспределения силовых факторов. Усилие от затяжки стремянок в виде двух одинаковых по модулю и противоположно направленных сил распределено равномерно по узлам центральной части балансира, контактирующих с кронштейном стремянок, и верхней части кронштейна, контактирующего с балансиром. Границные условия представляют собой закрепление по всем степеням свободы кронштейна крепления балансира.

Задача оптимизации решалась в следующей постановке: в качестве целевой функции была принята суммарная энергия деформации, в качестве ограничения – целевой объем, составляющий 30 % от объема пространства проектирования. Значение целевого объема выбиралось на основании существующего опыта решения подобных задач и корректировалось после анализа первых результатов оптимизации.

Таблица 1

**Нагрузочные режимы**

*Table 1. Load modes*

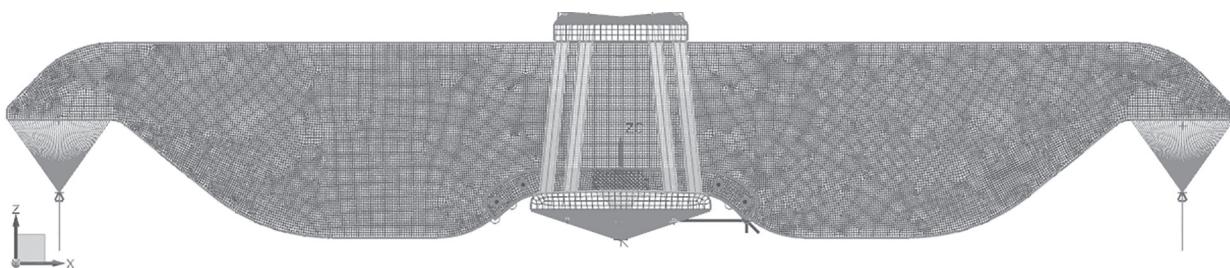
Нагрузочный режим	Усилие в местах крепления резинометаллических опор			Суммарное усилие от затяжки стремянок	Перемещение точки приложения нагрузки
	$F_x$ , кН	$F_y$ , кН	$F_z$ , кН		
Трехкратная вертикальная перегрузка	0	0	150	700	0
Диагональное вывешивание	0	0	0	700	$\pm 15$
Скрешивание осей	0	0	100	700	$\pm 12$

Таблица 2

**Механические характеристики материала**

*Table 2. Mechanical characteristics of the material*

Название детали	Материал	Модуль упругости, $E$ , МПа	Коэффиц. Пуассона	Предел текучести $St$ , МПа	Предел прочности $S_b$ , МПа	Удлинение при разрыве, $d5$ , %
Балансир	10ХСНД	200000	0,3	390	530	19



**Рис. 3. Общий вид конечно-элементной модели пространства проектирования балансира**

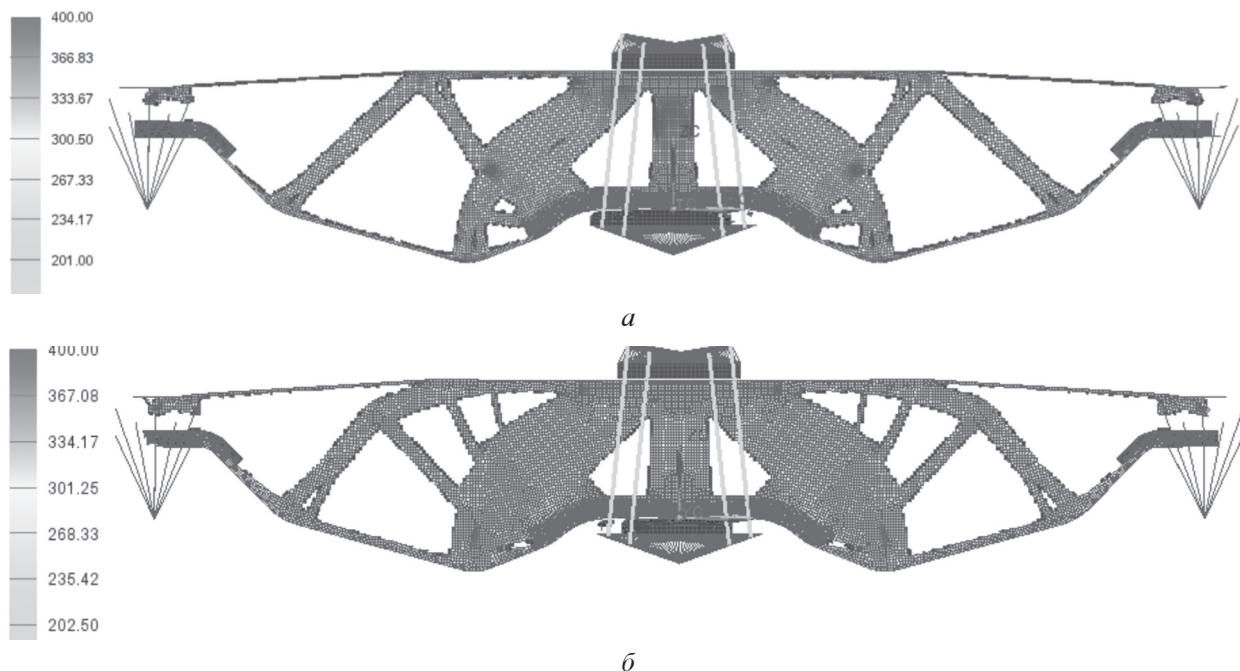
*Fig. 3. General view of the finite element model of the balance bar design space*

**Анализ результатов и пример интерпретации силовой схемы**

Полученная в результате оптимизации силовая схема показана на рис. 4. Напряжение в отдельных частях силовой схемы превышает предел текучести применяемого материала, поэтому ограничение на целевой объем было скорректировано: 40 % вместо 30 %. В этом случае напряжение в элементах силовой схемы составляет 200...350 МПа, что соответствует прочностным характеристикам применяемого материала.

Для геометрической интерпретации полученной силовой схемы был создан stl файл, включающий в себя области пространства проектирования с плотностью 0,85 и выше. Значение пороговой плотности выбрано на том уровне, на котором явно видны отдельные части силовой схемы и отсутствуют обширные области с промежуточным значением плотности.

Геометрическая интерпретация силовой схемы проводится инженером-конструктором в программной среде твердотельного моделирования. При этом сложные формы изоповерхности равных плотностей целесообразно аппроксимировать более простыми геометрическими примитивами – отрезками и дугами. Это упрощает и ускоряет процесс интерпретации силовой схемы и последующего изготовления детали. Места сопряжения частей силовой схемы следует по возможности выполнять дугами большого радиуса для исключения концентрации напряжения в этих местах. Части силовой схемы, имеющие малые размеры, можно исключить не только на этапе постановки задачи оптимизации, но и на этапе геометрической интерпретации. При этом на этапе поворотного расчета необходимо убедиться, что исключенные части не оказывают существенного влияния на работу силовой схемы в целом.

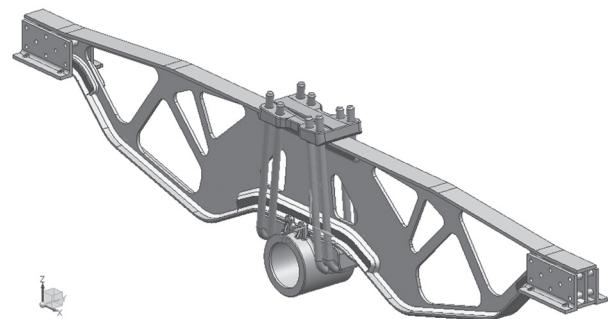


**Рис. 4. Сравнение результатов оптимизации с ограничением на целевой объем 30 % (а) и 40 % (б).**  
Цветом показано распределение эквивалентного напряжения, МПа

*Fig. 4. Comparison of optimization results with a target volume constraint of 30 % (a) and 40 % (b).  
The color shows the distribution of the equivalent stress, MPa*

Так как большая часть элементов силовой схемы работает на растяжение или сжатие, справедливо следующее утверждение: площадь сечения силового элемента, работающего на растяжение или сжатие пропорциональна ширине плоского элемента изоповерхности равных плотностей. При этом форма сечения значения не имеет. Этим утверждением следует пользоваться при интерпретации частей силовой схемы, работающих на сжатие, так как они должны иметь сечение, максимально противостоящее потере устойчивости, чего можно добиться введением в конструкцию ребер жесткости.

Окончательный вариант конструкции балансира приведен на рис. 5. Балансир состоит из центрального несущего листа с вырезанными в нем окнами, верхнего и нижнего гнутых листов, локальные пластин-усилители и съемных кронштейнов резинометаллических опор ведущих мостов. Локальные усилители введены в конструкцию из-за невозможности менять толщину используемого листового металла по технологическим соображениям. Центральный, верхний, нижний листы и усилители соединены между собой угловым сварным швом с катетом 8 мм. Съемные кронштейны резинометаллических опор ведущих мостов крепятся к балансиру 8 болтами M12



**Рис. 5. Окончательный вариант конструкции балансира в сборе с кронштейном его крепления и съемными кронштейнами резинометаллических опор ведущих мостов**

*Fig. 5. The final design of the balance bar assembly with its mounting bracket and removable brackets of rubber-metal bearings of driving axles*

через трубчатые проставки. Расчетная масса балансира без кронштейна и стремянок составляет 97 кг.

### **Поверочный расчет разработанного балансира**

Поверочный расчет разработанной конструкции балансира проводился для следующих расчетных случаев: действие на автомобиль трехкратной вертикальной перегрузки, кинематическое нагружение балансира при диагональ-

ном вывешивании колес задней тележки автомобиля с касанием ограничителей хода подвески, действие на автомобиль двукратной вертикальной перегрузки при максимальном скрещивании осей задней тележки без касания ограничителей хода подвески. Действующие на балансир внешние силовые факторы, учитываемые в поверочном расчете, приведены в таблице 1.

Общий вид математической конечно-элементной модели балансира в сборе с кронштейном крепления показан на рис. 6.

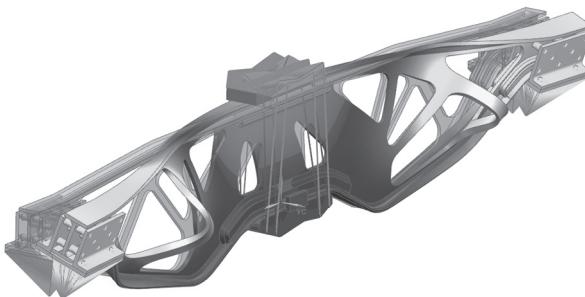
Распределение по поверхности балансира эквивалентного напряжения показано на рис. 10, в. Если сравнить данный результат с уровнем напряжения, который был получен при синтезе силовой схемы на последней итерации процесса оптимизации (рис. 4, б), видно, что максимальное напряжение выросло, при этом в некоторых частях конструкции напряжение значительно снизилось. Данная картина обусловлена следующими причинами:

1. В результате интерпретации силовой схемы из-за технологических и конструктивных ограничений (использование листового металла одинаковой толщины, введение элементов, предотвращающих потерю устойчивости конструкции и т.д.) форма детали отличается от результата, полученного путем топологической оптимизации, что привело к появлению частей детали с избыточной прочностью с одной стороны и концентраторов напряжения с другой стороны.

2. На последней итерации процесса оптимизации элементы, исключенные из состава силовой схемы обладают минимальной, но, тем не менее, отличной от нуля жесткостью и по этой причине воспринимают часть нагрузки, тем самым разгружая элементы силовой схемы, что приводит к заниженному значению напряжения в силовой схеме.

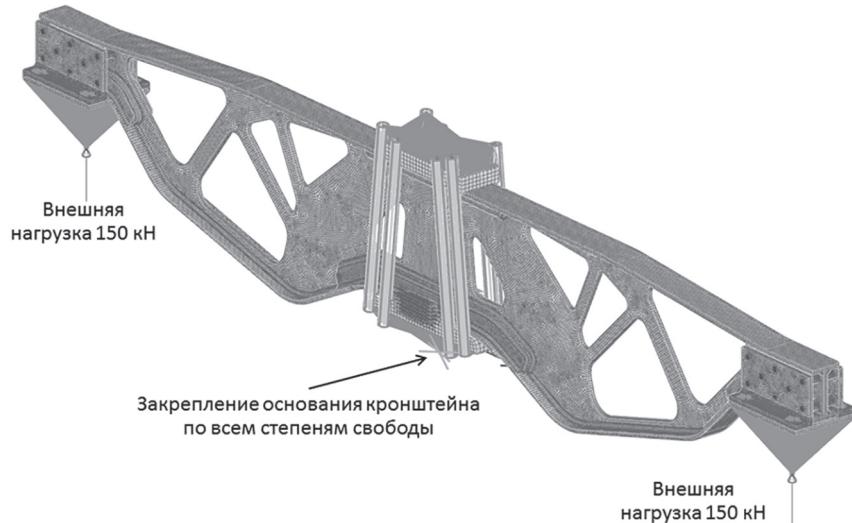
3. При выполнении поверочного расчета использовалась твердотельная конечно-элементная модель с меньшим размером элементов, что обеспечивает более точный расчет напряжения в местах его концентрации.

Так как оптимизированный вариант балансира содержит тонкие части, работающие на сжатие (рис. 11), необходимо выполнить анализ устойчивости конструкции. На рис. 7 показана первая форма потери устойчивости, коэффициент запаса по устойчивости  $n_y = 2,8$  относительно заданной нагрузки.



**Рис. 7. Первая форма потери устойчивости**

*Fig. 7. The first form of stability loss (buckling)*

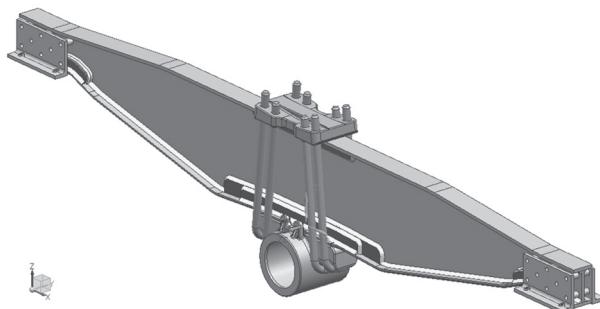


**Рис. 6. Общий вид математической конечно-элементной модели балансира в сборе с кронштейном крепления. Показаны граничные условия и нагрузки для случая трехкратной вертикальной перегрузки**

*Fig. 6. General view of the mathematical finite element model of the balance bar assembled with a mounting bracket. Boundary conditions and loads are shown for the case of three-fold vertical overload*

### **Сравнение оптимизированного балансира с аналогами**

Сравнение массово-прочностных характеристик разработанного балансира проводилось с двумя балансирами различного конструктивного исполнения. Первый вариант имеет аналогичное оптимизированному балансиру конструктивное исполнение (рис. 8). Масса балансира составляет 110 кг.



**Рис. 8. Общий вид первого варианта балансира-аналога, параметры которого (форма и толщины) подбирались вручную с итерационным использованием поверочного расчета для максимального облегчения и получения минимально допустимого коэффициента запаса**

*Fig. 8. General view of the first version of the analogue balance bar, which parameters (shape and thickness) were selected manually with iterative use of verification calculation for maximum relief and obtaining the minimum allowable safety factor*

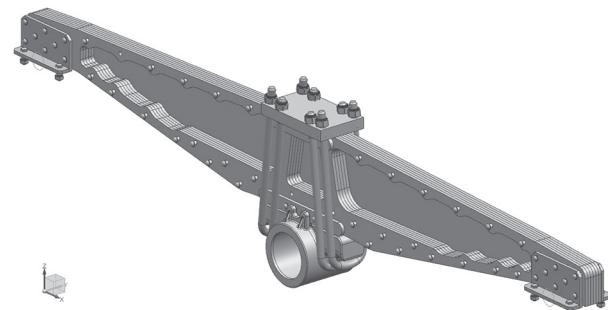
Второй вариант представляет собой собранную на болтах конструкцию из пакета листов различного профиля толщиной 10 мм каждый (рис. 9). Масса балансира составляет 201 кг. Этот балансир в настоящее время штатно используется на рассматриваемом автомобиле.

Из анализа результатов поверочного расчета следует, что жесткость оптимизированной конструкции в вертикальном направлении больше на 19 % по сравнению с первым аналогом и меньше на 15 % по сравнению со вторым аналогом. Жесткость в вертикальном направлении для всех трех вариантов удовлетворяет требованиям, предъявляемым к балансиру, разница в жесткости разных вариантов конструкции незначительна и не делает ни одну конструкцию более или менее предпочтительной.

На рис. 10 приведено сравнение эквивалентного по Мизесу напряжения оптимизированного балансира и конструкций-аналогов.

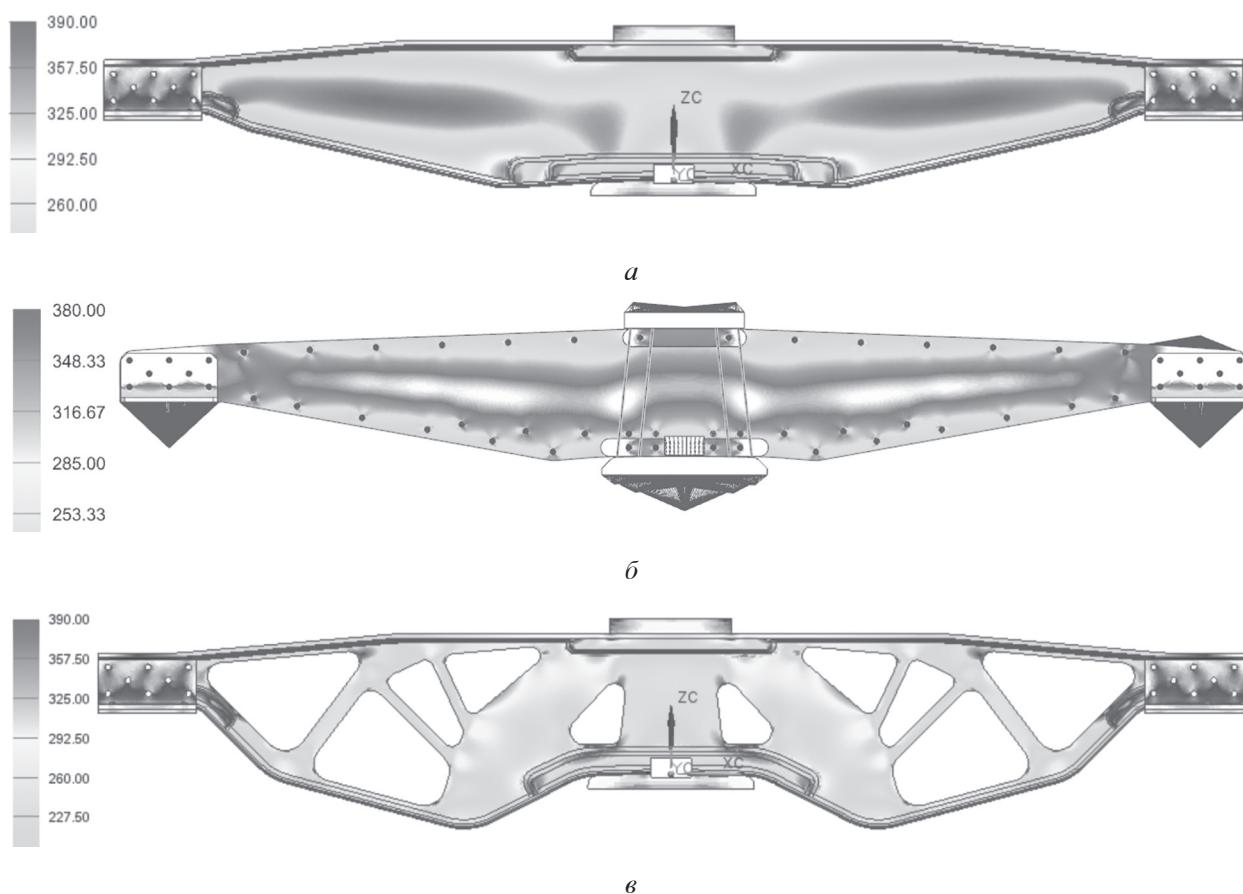
Из анализа этих данных следует, что максимальное напряжение в двух конструкциях достигает предела текучести материала, однако возникновение локальной пластической деформации не ведет к потере несущей способности деталей. Напряжение во втором варианте конструкции-аналога меньше предела текучести. Недостатком первого варианта конструкции-аналога является то, что максимальное значение напряжения достигается в области сварных швов, где металл имеет худшие показатели прочности и пластичности. Недостатком второго варианта конструкции-аналога является ее избыточная прочность и перетяженность.

В балансире, силовая схема которого создана с использованием метода топологической оптимизации, напряжение распределено по конструкции равномернее. Стоит отметить, что создать сложную конструкцию, строго удовлетворяющую требованию равнопрочности, и которую можно изготовить с использованием выбранной технологии, затруднительно, так как использование листовых заготовок стандартной толщины и угловых сварных швов приводит к резкому изменению жесткости в отдельных частях конструкции, где возникает концентрация напряжения. Характерной особенностью оптимизированной конструкции является наличие частей, работающих преимущественно на растяжение или сжатие, что хорошо видно по распределению первого главного напряжения (рис. 11).



**Рис. 9. Общий вид балансира-аналога, созданного без применения методов оптимизации на основе существующего конструкторского опыта. Один из листов не показан**

*Fig. 9. General view of an analogue balance bar created without the use of optimization methods on the basis of existing design experience. One of the sheets is not shown*



**Рис. 10. Эквивалентное напряжение по Мизесу в балансире при действии на автомобиль трехкратной вертикальной перегрузки, МПа:**  
**а – первый вариант базовой конструкции; б – второй вариант базовой конструкции;**  
**в – оптимизированная конструкция**

*Fig. 10. Equivalent von Mises stress in the balance bar under the action of a threefold vertical overload on the vehicle, MPa: a – the first version of the basic design; b – the second version of the basic design; c – optimized design*

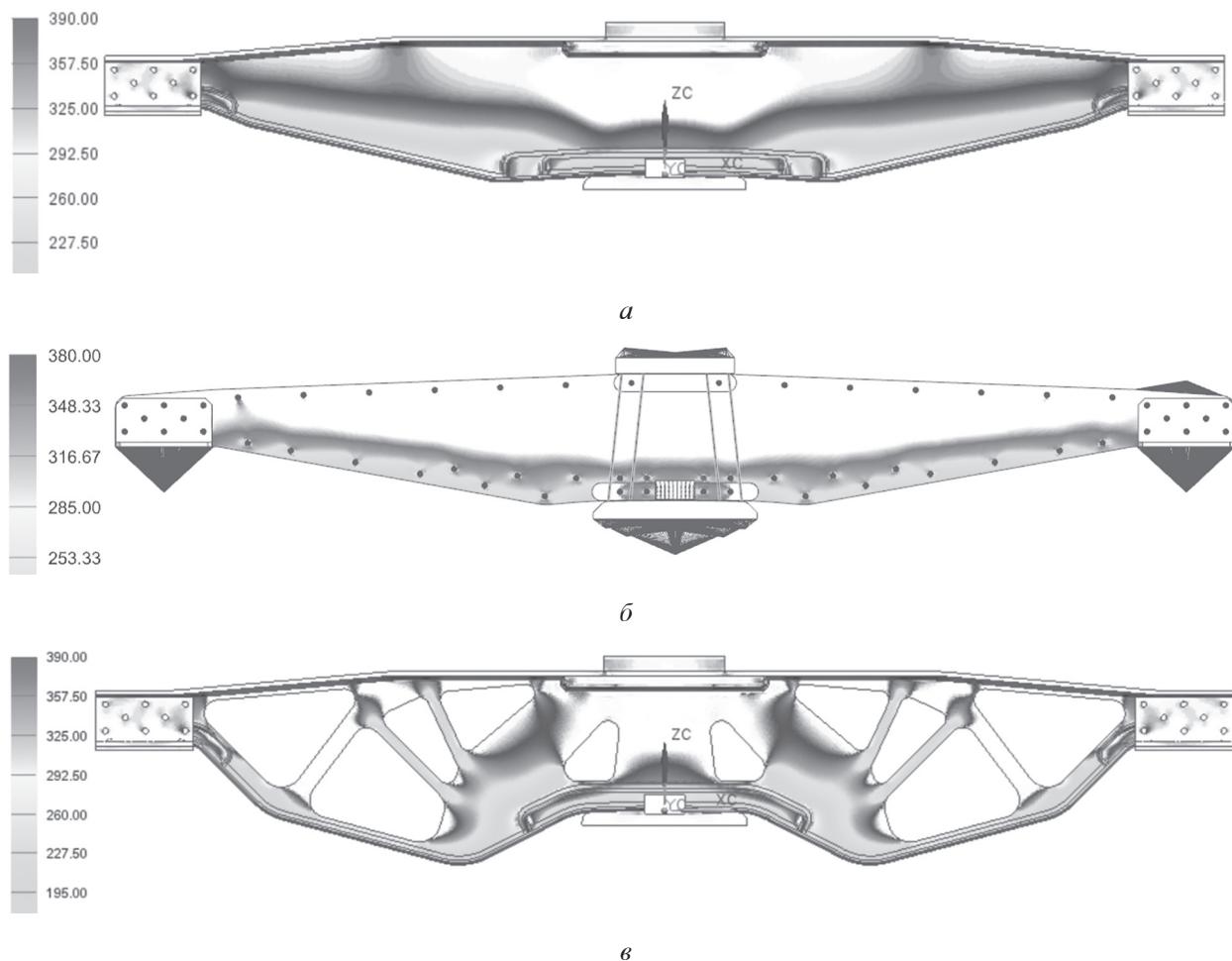
Важной характеристикой рассматриваемого балансира является жесткость в поперечном направлении, которая должна быть минимально возможной для уменьшения кинематического нагружения направляющего аппарата подвески. Минимальной жесткостью в поперечном направлении обладает оптимизированный балансир. Жесткость первого аналога сварной конструкции на 24 % выше, а жесткость второго аналога выше в 3,3 раза, что является значительным недостатком этого варианта.

Таким образом, применение метода топологической оптимизации позволило снизить массу балансира на 19 % по сравнению с балансиром аналогичного конструктивного исполнения и на 49 % по сравнению с балансиром, штатно используемым на рассматриваемом автомобиле, при сохранении требуемой жесткости и прочности.

### **Экспериментальное исследование напряженно-деформированного состояния оптимизированного балансира**

Целью экспериментального исследования является проверка работоспособности созданной силовой схемы детали, валидация математической модели балансира подвески и оценка влияния особенностей технологии изготовления на напряженно-деформированное состояние оптимизированной детали.

Для валидации математической модели необходимо экспериментально определить напряжение в наиболее нагруженных частях детали, а также перемещение в месте приложения нагрузки. Для определения момента выхода за пределы упругой деформации необходимо зафиксировать остаточную деформацию. Напряжение вычислялось при помощи показаний,



**Рис. 11. Первое главное напряжение в балансире при действии на автомобиль трехкратной вертикальной перегрузки, МПа:**

*a – первый вариант базовой конструкции; б – второй вариант базовой конструкции;*  
*в – оптимизированная конструкция*

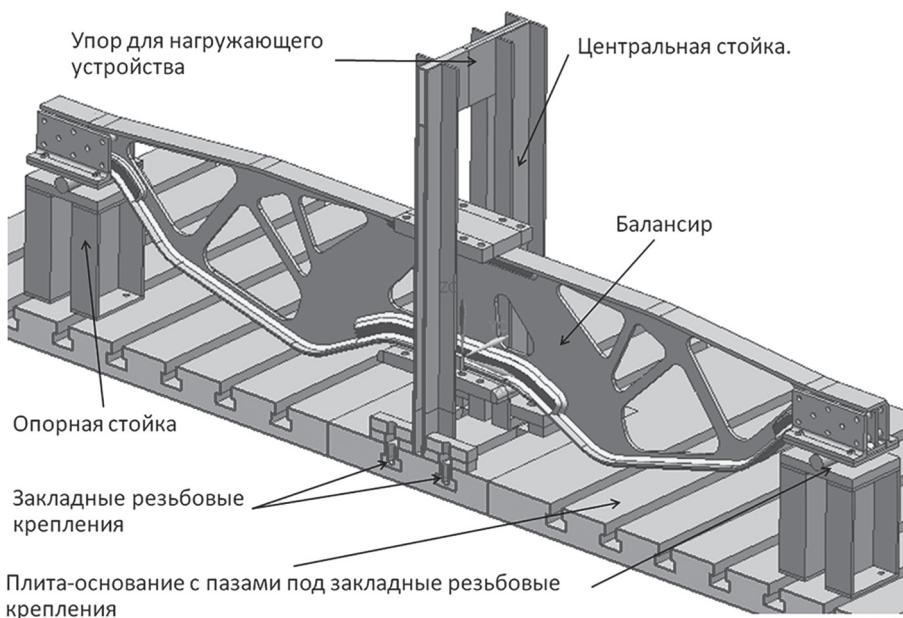
*Fig. 11. The first main stress in the balance bar under the action of a threefold vertical overload on the vehicle, MPa: a – the first version of the basic design; b – the second version of the basic design; в – optimized design*

снятых с набора тензорезисторов, наклеенных на наиболее нагруженных участках балансира.

Нагружающий стенд представляет собой сварную центральную стойку, которая болтами через закладные детали крепится к плите-основанию и является упором для гидравлического нагружающего устройства. Балансир через две сварные стойки опирается на плиту-основание. Стойки закреплены на плите при помощи прижимных планок. Возможность изменения длины балансира при его деформации обеспечивается податливостью стоек и скользящей опорой балансира на эти стойки. Гидравлическое нагружающее устройство имеет ручной привод и снабжено манометром для контроля создаваемого усилия. Прогиб балансира в месте приложения нагрузки изменялся индикатором часового типа. Общий вид стенда показан на рис. 12.

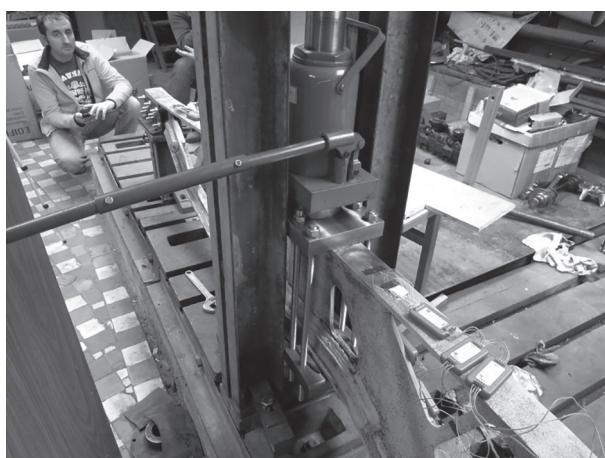
Установленный на стенде балансир с наклеенными тензорезисторами, закрепленной регистрирующей аппаратурой и установленным нагружочным устройством показан на рис. 13.

При подготовке эксперимента было проведено его математическое моделирование с использованием разработанной ранее математической конечно-элементной модели балансира. Необходимость математического моделирования эксперимента обусловлена отличием граничных условий и приложениями нагрузки на испытательном стенде от закрепления и нагружения балансира на автомобиле (использование иного расположения стремянок, замена резинометаллических опор стальными цилин-



**Рис. 12. Конструкция испытательного стенда**

*Fig. 12. Test bench design*



**Рис. 13. Балансир с тензорезисторами, регистрирующей аппаратурой и нагрузочным устройством**

*Fig. 13. Balance bar with strain gauges, recording equipment and load device*

дрическими, приложение внешней нагрузки к верхней части балансира). При моделировании эксперимента имитировалось статическое нагружение балансира максимальной эксплуатационной нагрузкой, составляющей 300 кН.

Сравнение результатов поверочного расчета балансира и результатов математического моделирования эксперимента позволяет говорить о возможности адекватно воспроизвести эксплуатационную нагрузку на испытательном стенде, так как расчетное напряжение в регулярных зонах балансира, где производится его определение с помощью тензорезисторов, отличается не более чем на 1 %.

#### **Анализ результатов эксперимента**

Балансир сохранил несущую способность вплоть до предельной расчетной нагрузки, однако по достижении максимальной нагрузки произошла локальная потеря устойчивости конструкции (рис. 14). Форма потери устойчивости совпадает с предсказанной по результатам поверочного расчета (рис. 7), но потеря устойчивости произошла при нагрузке в 2,8 раза меньше расчетной. Осмотр конструкции показал, что потеря устойчивости с большой вероятностью произошла из-за отклонения формы детали от проектной, которые возникли в результате погрешностей изготовле-

ния детали. Кроме того, потери устойчивости способствовали погрешности, возникшие при установке и нагружении балансира на испытательном стенде.



Рис. 14. Локальная потеря устойчивости

Fig. 14. Local loss of stability

Сравнение расчетных и экспериментально определенных значений напряжения для каждого исследуемого участка балансира приведено на рис. 15.

Расхождение напряжения, полученного на математической модели с измеренным в процессе эксперимента составило от 3 до 11 %. Указанное расхождение объясняется наличием погрешности позиционирования балансира относительно нагружающего и опорного устройств, погрешности измерительной аппаратуры, а также отличием формы балансира от эталонной ввиду погрешностей, допущенных при его изготовлении. Однако указанные погрешности не носят принципиального характера.

## Выводы

- Использование оболочечных конечно-элементных моделей позволяет значительно снизить трудоемкость подготовки модели и уменьшить машинное время, затрачиваемое на выполнение оптимизационного расчета.

- В случае оптимизации толстостенных деталей на этапе решения оптимизационной задачи можно использовать оболочечные конечно-элементные модели при условии, что принимаемые в расчет нагрузки действуют в плоскости детали. В этом случае получаемая силовая схема будет одинакова по толщине детали.

- При поверочном расчете толстостенных деталей также можно использовать оболочечные конечно-элементные модели, в случае если нагрузки действуют в плоскости детали. Если при поверочном расчете добавляются нагрузки, действующие вне плоскости детали, для более точного учета граничных условий, и контактного взаимодействия между деталями целесообразно использовать твердотельные конечно-элементные модели.

- Для максимального облегчения оптимизируемой детали необходимо тщательно изучать условия ее нагружения в реальной эксплуатации с целью уточнения нагрузочных режимов и минимизации количества неучтенных нагрузок.

- На этапе создания конечно-элементной модели пространства проектирования необходимо иметь представление об основных требованиях к силовой схеме будущей детали с точки зрения конструкции и технологии изготовления (минимальный и максимальный размер отдельных частей силовой схемы, наличие неизменяемых по конструкторским со-

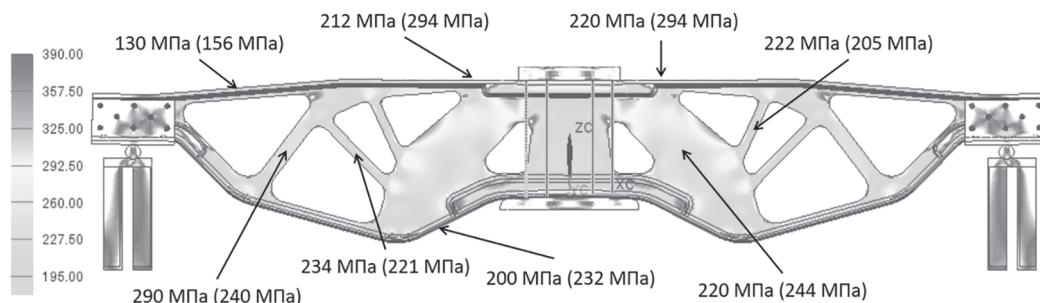


Рис. 15. Экспериментально определенное напряжение в различных частях балансира.  
В скобках приведены расчетные значения

Fig. 15. Experimentally determined voltage in different parts of the balance bar.  
Calculated values are given in brackets

образениям областей и т.д.), так как от этих требований зависят параметры создаваемой конечно-элементной модели и настройки решателя (размер конечного элемента, используемые геометрические ограничения и т.д.).

6. Эксперимент показал работоспособность силовой схемы детали и адекватность ее математической модели. Расхождение напряжения, полученного на математической модели с измеренным в процессе эксперимента, составило от 3 до 11 %. Результаты эксперимента показали важность учета возможных погрешностей изготовления и сборки оптимизированной детали при проведении поверочного расчета и анализе устойчивости конструкции.

### **Литература**

1. Bendsoe, Martin Philip, Kikuchi, Noboru (1988/11)."Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method." Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 71(2): 197–224.
2. Bendsoe M.P. Optimization of Structural Topology, Shape, and Material. Berlin: Springer, 1995. 271 p.
3. Bendsoe M.P. Sigmund O. Topology Optimization: Theory, Methods and Applications. Springer 2003.
4. Болдырев А.В. Топологическая оптимизация силовых конструкций на основе модели переменной плотности // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. 2011. № 1 (3). Т. 13. С. 670–673.
5. Шевцова В.С., Шевцова М.С. Сравнительный анализ методов оптимизации топологии (SIMP и Level Set) на примере реконструкции крыла стрекозы // Вестник Южного Научного Центра. Том 9, № 1, 2013. С. 8–16.
6. Сысоева В.В., Чедрик В.В. Алгоритмы оптимизации топологии силовых конструкций // Ученые Записки ЦАГИ. Том XLII. 2011. № 2. С. 91–101.
7. Кишов Е.А. Автоматизация проектирования сложных высоконагруженных узлов и деталей машин на основе топологической оптимизации. Дисс. к.т.н. Самара, 2018.
8. Новокшенов А.Д. Оптимальное проектирование конструкций в интегрированной системе компьютерного инжиниринга. Дисс. к.т.н. С. Петербург, 2018.
9. Костенко А.Ю., Зузов В.Н. Применение параметрической и топологической оптимизации оболочечных элементов кузовов колесных машин из слоистых композитов с целью снижения массы // Будущее машиностроения россии: сборник докладов Двенадцатой Всероссийской конференции молодых ученых и специалистов (с международным участием). М., 2019.
10. Гончаров Р.Б., Зузов В.Н. Особенности поиска оптимальных параметров усилителей задней части кабины грузового автомобиля на базе параметрической и топологической оптимизации с целью обеспечения требований по пассивной безопасности по международным правилам и получения ее минимальной массы // Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева. 2019. № 2 (125). С. 163–170.
11. Шаболин М.Л., Вдовин Д.С. Снижение требований к прочности материала подрамника грузового автомобиля с независимой подвеской путем параметрической оптимизации конструктивно-силовой схемы // Известия Московского государственного технического университета МАМИ. 2016. № 4 (30). С. 90–96.
12. Проектирование полноприводных колесных машин: В 2 т. Учебник для вузов / Б.А. Афанасьев, Л.Ф. Жеглов, В.Н. Зузов и др. Под общ. ред. А.А. Полунгяна. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, Т. 1. 1999. 488 с, Т 2. 2000. 640 с.
13. Басов А.О., Смирнов А.А. Современные методы оптимизации несущих систем автомобилей, учитывающие пассивную безопасность // Журнал автомобильных инженеров.

### **References**

1. Bendsoe, Martin Philip, Kikuchi, Noboru (1988/11)."Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method." Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 71(2): 197–224.
2. Bendsoe M.P. Optimization of Structural Topology, Shape, and Material. Berlin: Springer, 1995. 271 p.
3. Bendsoe M.P. Sigmund O. Topology Optimization: Theory, Methods and Applications. Springer 2003.
4. Boldyrev A.V. Topological optimization of load-bearing structures based on a variable density model. *Izvestiya Samarskogo nauchnogo tsentra Rossiyskoy akademii nauk.* 2011. No 1 (3). Vol. 13, pp. 670–673 (in Russ.).
5. Shevtsova V.S., Shevtsova M.S. Comparative analysis of topology optimization methods (SIMP and Level Set) on the example of dragonfly wing reconstruction. *Vestnik Yuzhnogo Nauchnogo Tsentra.* Vol. 9. No 1, 2013, pp. 8–16 (in Russ.).
6. Sysoyeva V.V., Chedrik V.V. Algorithms for optimizing the topology of power structures. *Uchenyye Zapiski TSAGI.* Tom XLII. 2011. No 2, pp. 91–101 (in Russ.).

7. Kishov YE.A. *Avtomatizatsiya proyektirovaniya slozhnykh vysokonagruzhennykh uzlov i detaley mashin na osnove topologicheskoy optimizatsii*. Diss. k.t.n. [Automation of the design of complex highly loaded units and machine parts based on topological optimization: Dissertation for Degree of DSc in Engineering] Samara, 2018.
8. Novokshenov A.D. *Optimal'noye proyektirovaniye konstruktsiy v integrirovannoy sisteme kompyuternogo inzhiniringa*. Diss. k.t.n. [Optimal structural design in an integrated computer engineering system: Dissertation for Degree of DSc in Engineering] S. Peterburg, 2018.
9. Kostenko A.YU., Zuzov V.N. Application of parametric and topological optimization of shell elements of wheeled vehicle bodies made of laminated composites in order to reduce weight. *Budushcheye mashinostroyeniya Rossii: sbornik dokladov Dvendnadtsatoy Vserossiyskoy konferentsii molodykh uchenykh i spetsialistov (s mezhdunarodnym uchastiyem)* [The future of Russian mechanical engineering: a collection of reports of the Twelfth All-Russian conference of young scientists and specialists (with international participation)]. Moscow, 2019 (in Russ.).
10. Goncharov R.B., Zuzov V.N. Features of the search for the optimal parameters of the amplifiers of the rear part of the truck cab on the basis of parametric and topological optimization in order to meet the requirements for passive safety in accordance with international rules and to obtain its minimum weight. *Trudy NGTU im. R.E. Alekseyeva*. 2019. No 2 (125), pp. 163–170 (in Russ.).
11. Shabolin M.L., Vdovin D.S. Reducing the strength requirements of the material of the subframe of a truck with independent suspension by parametric optimization of the structural-power scheme. *Izvestiya Moskovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta MAMI*. 2016. No 4 (30), pp. 90–96 (in Russ.).
12. *Proyektirovaniye polnoprиводных колесных машин* [Design of all-wheel drive vehicles]: V 2 t. Uchebnik dlya vuzov. B.A. Afanas'yev, L.F. Zheglov, V.N. Zuzov i dr. Pod obshch. red. A.A. Polun-gyan. Moscow: Izd-vo MGTU im. N.E. Baumana, Vol. 1. 1999. 488 p, Vol 2. 2000. 640 p.
13. Basov A.O., Smirnov A.A. Modern methods of optimization of load-bearing systems of vehicles, taking into account passive safety. *Zhurnal avtomobil'nykh inzhenerov*. (in Russ.).

## OPTIMIZATION OF THE DESIGN AND EXPERIMENTAL STUDY OF THE STRESS-STRAIN STATE OF THE REAR SUSPENSION BALANCER OF AN ALL-TERRAIN VEHICLE

**M.L. Shabolin**

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia  
shabolin@bmstu.ru

*Reducing the curb weight of wheeled vehicles has long been one of the priority areas of work of automotive engineers, since this can significantly improve the operational properties of a wheeled vehicle: improve dynamics, passability, reduce fuel consumption and emissions of harmful substances. A significant proportion of the vehicle's curb weight belongs to highly loaded parts of the frame, transmission and suspension. Therefore, the creation of lightweight, highly loaded parts will make a significant contribution to reducing the curb weight of the whole vehicle.*

*The paper describes the application of the topological optimization method based on finite element modeling in the design of highly loaded parts of the chassis of vehicle. An example of the synthesis of the power circuit of the rear suspension balance bar of an all-terrain vehicle with a description of the design model, load modes and interpretation of the results is shown. The optimization problem was solved using a finite element model of varying density. Minimization of the potential energy of deformation was used as an objective function, and the target volume in fractions of the original design space was used as a limitation. A comparative analysis of the obtained design with analogous designs is presented. The formulation and results of an experimental study of the stress-strain state of the optimized balance bar are described. As a result of optimization, it was possible to achieve a reduction in the weight of the balance bar to 49 % in comparison with an analogue design while maintaining the required strength. Experimental verification of the bearing capacity of the balance bar showed the need for more thorough verification calculations of optimized parts, including taking into account manufacturing and assembly errors.*

**Keywords:** topological optimization, finite element method, balance suspension, all-terrain vehicle.

**Cite as:** M.L. Shabolin Optimization of the design and experimental study of the stress-strain state of the rear suspension balancer of an all-terrain vehicle. *Izvestiya MGTU «MAMI»*. 2020. No 4 (46), pp. 95–104 (in Russ.). DOI: 10.31992/2074-0530-2020-46-4-95-104.