

ЛЕДНИКИ И ЛЕДНИКОВЫЕ ПОКРОВЫ

УДК 551.324

ТОЛЩИНА И ОБЪЁМ ЛЕДНИКОВ МАССИВА МОНГУН-ТАЙГА, АЛТАЙ, В 2021 Г. ПО ДАННЫМ ГЕОРАДИОЛОКАЦИИ И МОДЕЛИРОВАНИЯ

© 2023 г. С. А. Грига^{1,*}, Д. А. Ганюшкин¹, Д. В. Банцев¹,
М. Р. Николаев, М. П. Кашкевич¹, К. А. Ибраев¹

¹Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

*e-mail: semyon.griga@yandex.ru

Поступила в редакцию 26.04.2023 г.

После доработки 18.08.2023 г.

Принята к публикации 02.10.2023 г.

Определены границы ледников массива Монгун-Тайга на основе гидрологического и морфологического подходов, определено сокращение площади оледенения за 2010–2021 гг. По данным георадиолокации произведена калибровка модели GlabTop2 для ледников плоской вершины. Получен диапазон значений объёма льда всего массива по модели GlabTop2, по степенным зависимостям при морфологическом и гидрологическом подходе к выделению границ ледников. Оценен вклад различных типов ледников в структуре запасов льда.

Ключевые слова: границы ледников, ледник плоской вершины, объём льда, ледниковый комплекс, модель GlabTop, георадиолокация

DOI: 10.31857/S2076673423040075, EDN: FSHRSF

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность проблемы и её современное состояние. Современные изменения климатических условий — главная причина отступления ледников, что активизирует экзогенные процессы в высокогорных геосистемах (Керимов и др., 2018; Докукин и др., 2020; Кедич и др., 2020; Chotchaev et al., 2020). Их высокий динамизм проявляется также в катастрофических событиях — прорывах озёр (Emmer et al., 2014; Докукин, 2015), обрушении ледников (Докукин и др., 2019; Agatova et al., 2022). Значимость оценки запасов льда возрастает в условиях более частого проявления катастрофических событий, связанных с ледниками (Kääb et al., 2021), а также для засушливых территорий — таких как аридный Алтай. Таяние ледников во многом формирует сток этих территорий. Так, в летнее время доля ледникового стока на территории массива Монгун-Тайга (высота точки гидрологических наблюдений около 2200 м) составляет до 90% в периоды отсутствия осадков и 40–60% на фоне дождевых паводков (Чистяков и др., 2012).

При оценке масштабов и параметров современного оледенения и его динамики важную роль играет каталогизация ледников, в рамках которой важнейшей задачей является выделение границ ледников. На территории СССР подобная работа была выполнена при составлении Каталога ледников СССР (Каталог..., 1965–1982 гг.), в кото-

ром нашло отражение состояние ледников во второй половине XX века. С учётом последующих изменений, а также развития методов и возможностей получения гляциологической информации недавно для территории нашей страны был создан Каталог ледников России на основе спутниковых снимков Sentinel-2 (2016–2019 гг.) (Хромова и др., 2021). Проблема каталогизации ледников на глобальном уровне решается в рамках международных баз данных о ледниках, таких как WGI, база данных проекта GLIMS (Global Land Ice Measurements from Space), Всемирного каталога ледников RGI (The Randolph Glacier Inventory). Тем не менее, как будет показано ниже на примере хребта Монгун-Тайга, проблему выделения границ ледников в рамках ледниковых комплексов, особенно применительно к таким задачам как математическое моделирование, нельзя считать окончательно решённой.

Одним из наиболее распространённых и перспективных методов измерения объёма ледников является георадиолокация (Лаврентьев и др., 2014; Петраков и др., 2014; Китов и др., 2018). Однако далеко не все ледники и не все их участки легкодоступны, поэтому съёмка выполняется преимущественно на доступной части ледника, для долинных ледников это часто лишь область абляции. В случае невозможности или недостаточности прямых измерений оценить толщину льда по всей площади ледника позволяет модели-

рование. С другой стороны, этот способ может давать большие отклонения от реальной картины. Валидация данных моделирования на основе полевых измерений способна дать более точную оценку толщины льда (Frey et al., 2014).

Впервые геофизические методы оценки объёма ледников Алтая применил С.А. Никитин в 1986 г. (Никитин и др., 1986); исследования продолжились (Никитин и др., 1993; 2000), и к 2001 г. на территории Катунского, Северо-Чуйского и Южно-Чуйского хребтов был прозондирован 131 ледник.

В работе (Нарожный, Никитин, 2003) представлены расчёты объёмов непрозондированной части алтайских ледников. Исследование основывалось на корреляционных зависимостях объёмов прозондированных ледников разных морфологических типов от их площади (метод Volume-Area scaling (VAS)). В работе (Никитин, 2009) данные зависимости были уточнены и с их помощью оценен суммарный объём ледников горных массивов и хребтов Алтая на 1850, 1952 и 2003 годы.

Полученные С.А. Никитиным зависимости были детализированы по новым данным в работе (Мачерет и др., 2013), впервые для ледников плоских вершин и котловинного типа были представлены общие для них эмпирические коэффициенты. Необходимо обратить внимание, что набор данных для двух морфологических типов в обновлённом варианте невелик — всего 5 ледников.

На протяжении всех исследований территория Восточного Алтая, в частности горный массив Монгун-Тайга, оставалась в тени: геофизические измерения не проводились, а объём льда оценивался лишь с использованием метода VAS (Ганюшкин, 2001; Никитин, 2009).

Единственное для территории массива Монгун-Тайга математическое моделирование толщины льда выполнено в рамках проекта по оценке объёма всех ледников Земли (Farinotti et al., 2019). В исследовании применены пять моделей с последующей агрегацией результатов. В качестве основы использовались данные Всемирного каталога ледников (RGI, The Randolph Glacier Inventory). С этим связан ряд ошибок и недостатков. Поскольку в каталоге границы ледников проведены по ледоразделам, то на них толщина льда оказалась нулевой. В результате оценка суммарного объёма льда для главного куполовидного комплекса и всего массива, а также пространственное распределение льда значительно искажены. Кроме того, в каталоге ошибочно выделены или не выделены некоторые ледники горного массива, что будет показано далее.

В центрах оледенения, где поверхности выравнивания преобладают над альпинотипными формами рельефа, основные запасы льда сосредоточены не в долинных, а в ледниках плоской вер-

шины. Данный морфологический тип ледников широко представлен в аридной части Центральной Азии. Кроме того, для юго-восточного и Монгольского Алтая ледники плоской вершины часто являются центрами ледниковых комплексов, включающих ледники разных морфологических типов. В подобных случаях выделение границ между ледниками существенно влияет на результаты расчётов объёма ледников при использовании методов моделирования. В полной мере это относится и к ледниковой системе массива Монгун-Тайга.

РАЙОН И ОБЪЕКТ ИССЛЕДОВАНИЯ, ОПЫТЫ КАТАЛОГИЗАЦИИ ЛЕДНИКОВ МАССИВА МОНГУН-ТАЙГА. ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ

Согласно физико-географическому районированию территории Внутренней Азии (Чистяков, 2001) горный массив Монгун-Тайга расположен на границе горных стран, Алтае-Саянской и Внутриазиатской. Климат массива резко континентальный с холодной сухой зимой. По данным ближайшей метеостанции Мугур-Аксы (1850 м) среднегодовая температура воздуха составляет -3.0°C , средняя температура воздуха в июле $+13.1^{\circ}\text{C}$, в январе -20.5°C . Аридности климата способствует большое число орографических барьеров. В результате среднегодовое количество осадков на Монгун-Тайге не превышает 310 мм, в орографической тени массива в среднем фиксируется 160 мм, при этом только 20% выпадает в холодный сезон. Зимний антициклон обуславливает малооблачную погоду, и, как следствие, снежный покров не имеет большой мощности (Чистяков и др., 2012).

Несмотря на малое количество осадков, на территории массива располагаются современные ледники. Первое описание ледников массива Монгун-Тайга было выполнено Ю.П. Селиверстовым (Селиверстов, 1972): это 30 ледников общей площадью 44 км^2 . В 1974–1975 гг. В.С. Ревякин при работе над Каталогом ледников СССР уточнил масштабы оледенения: 36 ледников суммарной площадью 28 км^2 (Ревякин, 1978). Дальнейшая детализация и обновление информации по современному оледенению массива дала следующие оценки: 52 ледника площадью 23.3 км^2 (Селиверстов и др., 1997), 32 ледника площадью 20.3 км^2 (Чистяков и др., 2012). Существующие оценки современных масштабов оледенения базируются в основном на использовании полевых данных.

В качестве одной из важнейших для существования ледников особенностей рельефа территории массива выделяются поверхности выравнивания (Горный массив..., 1993). Они принимают

и с помощью метелевого переноса перераспределяют твёрдые осадки, а кары их накапливают, что приводит к более эффективной и многократной концентрации снега. Это оказывает благоприятное воздействие на ледники (Чистяков и др., 2012). В наибольшей степени этот процесс выражен в центральной части массива, где расположен куполовидный ледниковый комплекс главной вершины (3970.5 м). Его морфологическая сложность затрудняет определение границ части комплекса, представленной плоской вершиной.

Согласно руководству по составлению Каталога ледников, при проведении границ между смежными ледниками используется гидрологический подход: “Если два ледника, или части одного ледника, относящиеся к разным речным бассейнам, граничат между собой (на перевале, горном гребне или просто на склоне горы), то они должны быть выделены отдельно. Граница проводится по водоразделу на их поверхности, т.е. по линии, разделяющей различное направление стока талых вод, даже в том случае, если известно о её несовпадении с ледоразделом — линией, разделяющей различное направление движения льда” (Виноградов и др., 1966).

Куполовидный ледник, выделенный В.С. Ревякиным при составлении Каталога ледников вокруг главной вершины массива (рис. 1, а) по данному им определению занимает промежуточное положение между ледниками плоских и конических вершин (Ревякин, 1978). Согласно Каталогу, ледник морфологически един, и в гидрологическом отношении он отнесён к бассейну р. Толайты.

Более поздние исследования показали невозможность совместить гидрологический и морфологический подходы при рассмотрении ледникового комплекса главной вершины массива. Фактически куполовидный ледник Монгун-Тайга относится к разным речным бассейнам: р. Мугур (северная и северо-восточная части), р. Шара-Хорагай (юго-восточная часть) и р. Толайты (западная, юго-западная и южная части). В соответствии с этим куполовидный ледник разделён на разные в гидрологическом отношении части, составившие либо отдельные ледники бассейна р. Толайты, либо верхние части ледников бассейна рек Мугур и Шара-Хорагай (см. рис. 1, б).

В Каталоге ледников России (см. рис. 1, в) (Хромова и др., 2021) за основу проведения границ ледников взяты стандарты GLIMS. Там, где между отдельными частями сплошной ледяной массы нет течения, их, как правило, следует рассматривать в качестве отдельных единиц, разделённых топографическим водоразделом. Однако для практических целей такая ледяная масса может быть проанализирована как единое целое по

усмотрению аналитика, если оконтуривание водоразделов невозможно или нецелесообразно (Raup, Khalsa, 2010). Очевидно, авторы каталога стремились выделить границы ледников, близкие к варианту Каталога ледников СССР, что облегчало сравнение, но с другой стороны, использование современных ЦМР позволяет легко выделить ледоразделы, после чего становится очевидно, что ледник Монгун-Тайга на данной схеме (см. рис. 1, в) гидрологически оказывается разделён почти пополам между бассейном р. Толайты на юго-западе и бассейнами р. Шара-Хорагай, Восточный Мугур и Правый Мугур на северо-востоке, при этом первые два принадлежат бассейну р. Кобдо, а последние два относятся к бассейну бессточного озера Урэг-Нур. Очевидна гидрологическая неоднородность ледника, хотя морфологически он однороден (ледник плоской вершины).

Гидрологический подход к выделению границ ледника, когда они проводятся по ледоразделам разных речных бассейнов, наиболее обоснован методически и при должной точности топографической основы исключает субъективность при проведении данной процедуры. Для решения некоторых задач приоритетна морфологическая однородность выделенных ледников, а как показано выше на примере ледникового комплекса основной вершины массива Монгун-Тайга, при соблюдении гидрологического подхода к выделению границ ледников их морфологическая однородность может нарушаться. Одна из таких задач — определение толщины и объёма ледников путём моделирования, например, при использовании эмпирических зависимостей, связывающих площадь ледников с его объёмом. Для Алтая такие зависимости были получены С.А. Никитиным (Никитин, 2009), при этом они различны для разных морфологических типов ледников. Выделение морфологически однородных ледников важно и для математического моделирования, например, для параметризации модели GlabTop (Linsbauer et al., 2012). В ней толщина льда зависит в том числе от формы поперечного сечения, которая соотносится с разными морфологическими типами.

Первая оценка современного объёма ледников массива (1 км^3) (Ганюшкин, 2001) получена с использованием зависимости Н.В. Ерасова (Ерасов, 1968), связывающей объём ледников с их площадью. Как отмечено в (Никитин и др., 2000), рассчитанный объём ледников Алтая по формуле Н.В. Ерасова даёт заниженные (на 30–60%) значения по сравнению с измеренным для ледников площадью до 3 км^2 , а для ледников площадью $3–12 \text{ км}^2$ возможно как занижение, так и завышение площади (отклонения от -33 до $+47\%$). Соответственно, более поздняя оценка по состоянию на

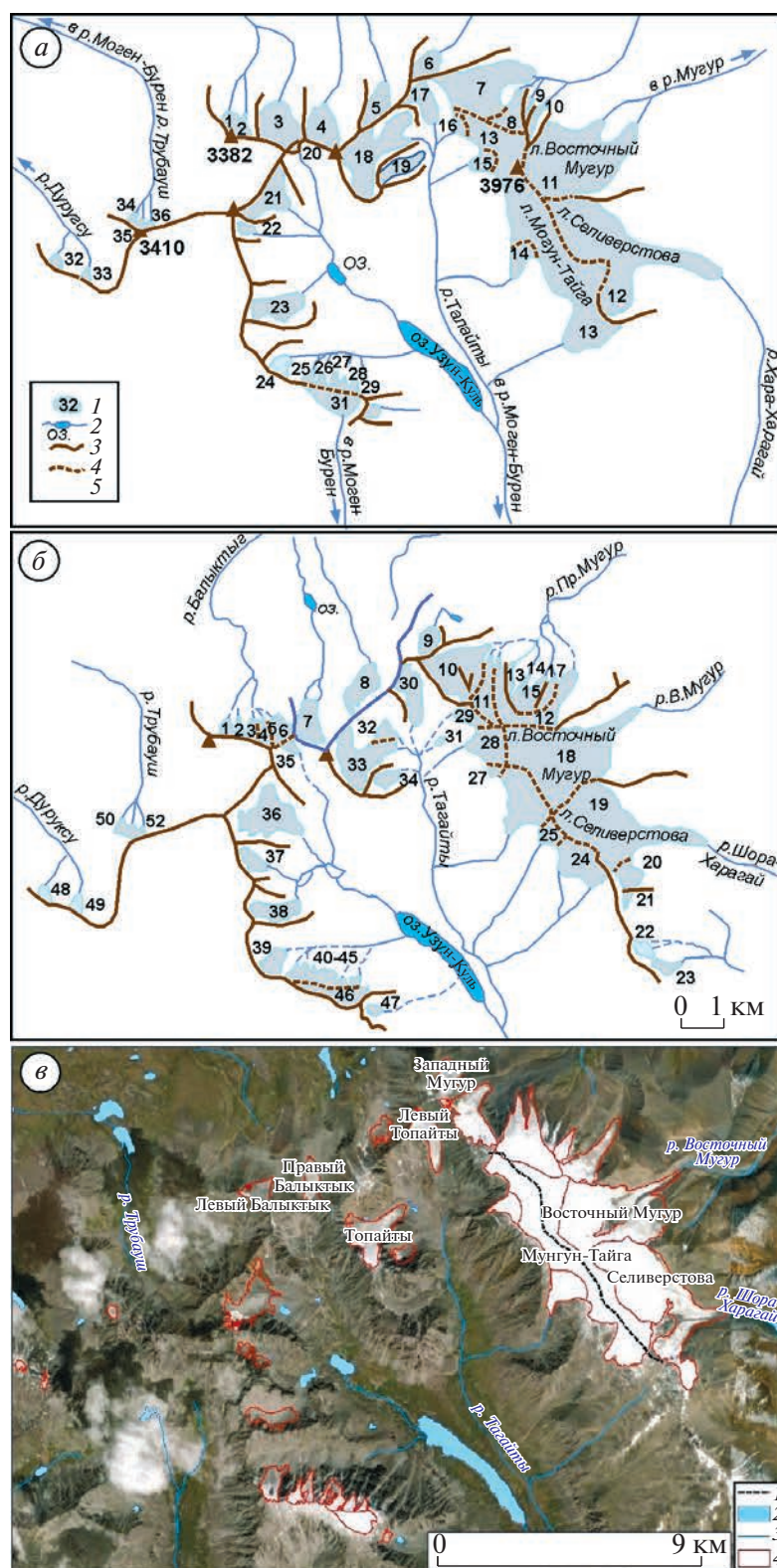


Рис. 1. Схема ледников массива Монгун-Тайга. а – (Ревякин, 1978) и б – (Селиверстов и др., 1997): 1 – ледник и его номер; 2 – озеро и река; 3 – водораздел; 4 – ледораздел; 5 – вершина. в – (Хромова и др., 2021): 1 – водораздел между бассейнами рек Талайты, Шора-Хорагай, Восточный Мугур и Правый Мугур; 2 – озера; 3 – реки; 4 – ледники.

Fig. 1. Diagram of the glaciers of the Mongun-Taiga massif. а – (Revyakin, 1978) and б – (Seliverstov et al., 1997): 1 – glacier and its number; 2 – lake and river; 3 – watershed; 4 – ice divide; 5 – peak. в – (Khromova et al., 2021): 1 – watershed between Tolaita river basins; Shara-Khoragai, Eastern Mугур and Right Mугур; 2 – lakes; 3 – rivers; 4 – glaciers.

2003 г., выполненная на основе использования эмпирических зависимостей, полученных для Алтая, дала более высокое значение (1.32 км^3) (Никитин, 2009).

Итак, при определении границ ледников в существующих схемах и каталогах ледников массива Монгун-Тайга существуют разночтения, кроме того, имеющиеся оценки объёма ледников массива основаны на применении только методов моделирования и опираются на устаревшие данные о площади и границах ледников или применены неправильно (Farinotti et al., 2019). Кроме того, существует определённый дефицит результатов оценки толщины ледников плоской вершины Алтая геофизическими методами. Это определяет ряд поставленных нами задач в рамках данного исследования: применение гидрологического и морфологического подходов к каталогизации ледников массива Монгун-Тайга и выявление различий в результатах; обновление каталога ледников по состоянию на 2021 год; оценка объёма ледников всего массива методом VAS на основе обновлённых данных о ледниках, оценка влияния на полученные результаты гидрологического и морфологического подходов к выделению границ ледников; моделирование толщины и оценка объёма ледников массива на основе модели GlabTop2; получение данных о толщине ледника плоской вершины основной части массива георадиолокационным методом; сопоставление результатов натурных измерений с расчётными данными как по методу VAS, так и по модели GlabTop2; калибровка и параметризация модели GlabTop2 как средства оценки объёма ледников плоской вершины.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Обработка спутниковых снимков. Границы современных ледников определяли путём дешифрирования в ручном режиме космических снимков. Полученные результаты корректировали по результатам полевых исследований, в частности экспедиции 2021 г., когда проводилась маркировка границ ледников в бассейне р. Правый Мугур, а также по результатам полевых исследований ледников массива в 2013, 2016 и 2019 гг. Границы ледников в рамках ледниковых комплексов определяли двумя способами — на основе упомянутых выше гидрологического и морфологического подходов. Принципы гидрологического подхода сформулированы в (Виноградов и др., 1966) и приведены выше.

Проведение границ ледников и создание каталогов на основе разных подходов даёт возможность проанализировать и уточнить расчётные объёмы ледников при переходе от традиционного гидрологического (при котором части ледников плоской вершины оказываются включёнными в

состав долинных и висячих ледников, что увеличивает возможную погрешность при расчётах) к морфологическому. Суть морфологического метода заключается в том, что при наличии ледникового комплекса разделить его на отдельные ледники следует так, чтобы каждый выделенный ледник был морфологически однороден, т.е. в нашем случае участки плоской вершины, относящиеся к верхним частям ледниковых бассейнов Правый Мугур, Восточный Мугур, Шара-Хорагай и Толайты выделяются как часть отдельного ледника плоской вершины. Однако участки относятся к разным бассейнам стока и стекающий с них лёд участвует в питании нижележащих долинных, карово-долинных и висячих ледников. Границы подобных ледников с лежащими ниже при таком подходе проводятся по местам резкого увеличения уклонов, соответствующих краям поледных поверхностей выравнивания.

Каталогизацию ледников вели на основе снимков Sentinel-2 от 27.07.2021 и Landsat 8 от 26.07.2021 (для уточнения результатов определения высоты фирновой границы и правильной интерпретации затенённых участков). Снимки были обработаны путём комбинирования каналов: “естественные цвета”, каналы 4, 3, 2, а также “искусственные цвета”, каналы 5, 4, 3. Кроме того, для снимка Landsat 8 проводилось улучшение пространственного разрешения (Pan-sharpening).

Дешифрирование выполнялось в программной среде GIS — Mapinfo. При дешифрировании ледников была принята минимальная площадь для картирования 0.01 км^2 . Систематическая ошибка составляла ± 1 пиксел (10 м). Она вычислялась по формуле (1) (Krumwiede et al., 2014):

$$A_{er} = 100\%(nm)/A_{gl}, \quad (1)$$

где A_{er} — ошибка, %; n — число пикселей; m — пространственное разрешение снимка, выраженное в виде площади пикселя, м^2 ; A_{gl} — площадь ледника, м^2 .

По результатам расчётов максимальная ошибка для отдельных ледников равна 45.0% , для суммарной площади — 6.6% . На тех заморенных участках ледников, где полевые наблюдения не проводились, границу между ледниками и мёртвым льдом находили при помощи индикаторов, определённых в работах (Loibl et al., 2014; Ganiushkin et al., 2015): индикаторы активного льда — сглаженный характер скоплений обломочного материала на его поверхности, его линейная вытянутость в плане, связанная с движением, обтекание его водотоками, как правило сходящимися к нижней точке ледника, уход водотоков в тоннели с последующим выходом ниже по склону. Добавим к этим признакам трещины, поперечные направлению движения льда; индикаторы мёртвого льда — неровная поверхность скоплений об-

ломочного материала, термокарстовые водоёмы на его поверхности, не сходимость водотоков и наличие пионерной растительности. Выбранные для работы снимки соответствуют концу сезона абляции 2021 г., они отвечают условиям наименьшей заснеженности и затенённости.

Для составления Каталога ледников использовалась глобальная цифровая модель рельефа ASTER GDEM V3 с горизонтальным разрешением 30 м и вертикальной точностью 12 м для горных районов (gdem.ersdac.jsracesystems.or.jp). Минимальные и максимальные высоты, средние уклоны, экспозиции ледников определяли автоматически на основе ЦМР в программе Global Mapper v.18.0 (digitizer tool). С целью верификации данных, полученных по дистанционным материалам, применяли полевые материалы за 2013, 2016, 2019 и 2021 гг., когда проводилось GPS-маркирование (Garmin 78s, точность 3 м в плане) и фотограмирование краёв ледников массива. Вспомогательную роль при составлении каталога играли топографические карты 1 : 100 000 (определение бассейновой принадлежности ледников).

Положение границы питания на ледниках определяли методом Куровского (Braithwaite, 2015; Kurowsky, 1891), основанном на допущении линейного характера изменения аккумуляции и абляции с высотой и стационарного состояния ледника. Высоту границы питания при этом определяли как среднюю взвешенную по площади высоту ледника:

$$\bar{\zeta}_f = \sum_i \frac{f_i \zeta_i}{F}, \quad (2)$$

где $\bar{\zeta}_f$ — высота фирновой границы или границы питания, f_i — площади разных высотных зон ледника, ζ_i — средние высоты этих зон, F — общая площадь ледника.

Допущение о линейности изменения абляции с изменением высоты вносит систематическую ошибку, связанную с вогнутым характером реальной кривой зависимости абляции от высоты, за счёт чего граница питания во многих случаях лежит ниже средневзвешенной высоты ледника. В то же время очевидно, что для современных ледников Алтая и массива Монгун-Тайга не приходится говорить о стационарном их состоянии, в условиях деградации, когда положение границы питания закономерно смещается вверх, это может компенсировать упомянутую выше системную ошибку.

Оценка толщины льда и объёма ледников. Один из наиболее распространённых методов прямого измерения толщины льда по профилям — георадарная съёмка (Лаврентьев и др., 2014; Петраков и др., 2014; Китов и др., 2018). В работе использовался георадар “ОКО-2” с частотой 150 МГц.

Измерение толщины части ледника плоской вершины (ледник № 17 по Каталогу, созданному на основе морфологического подхода) — главного куполовидного комплекса проводилось 12–15 июля 2021 г. Использовался георадар “ОКО-2” в универсальном комплекте с антенным блоком АБ-150 (центральная частота 150 МГц), данные записывали на ноутбук. Пространственную привязку профилей георадиолокации на местности выполняли с помощью GPS-навигатора (Garmin 78s, точность 3 м в плане). Съёмку вели в пеших маршрутах группой из четырёх человек. Измерения были выполнены на доступной части ледника. Трещиноватая поверхность ледника, перекрытая свежим снегом, не исследовалась ввиду опасности.

Кроме того, для оценки толщины льда применена модель GlabTop2 (Glacier bed topography 2) (Frey et al., 2014). Это модификация оригинальной концепции (Linsbauer et al., 2012; Paul et al., 2012), в которой предполагается постоянное напряжение сдвига на ложе вдоль всей центральной линии ледника и его ламинарное течение. Основное отличие GlabTop2 по сравнению с GlabTop состоит в том, что наклон поверхности вычисляется не вдоль осевой линии ледника, а как средний наклон поверхности. Это нововведение позволяет автоматизировать вычисления. Входными данными служит информация о границах ледника и рельефе его поверхности в виде цифровой модели рельефа (ЦМР) ASTER GDEM V3 (gdem.ersdac.jsracesystems.or.jp). Толщина льда в модели (Frey et al., 2014) оценивается по формуле:

$$h = \frac{\tau}{\rho g f \sin \alpha}, \quad (3)$$

где τ — напряжение сдвига на ложе; ρ — плотность льда; g — ускорение свободного падения; h — толщина льда; α — угол наклона поверхности ледника; f — коэффициент формы поперечного сечения ледника.

Автоматизированная реализация модели — GlabTop2-py (github.com; pypi.org). Это пакет на языке Python, который вычисляет распределение толщины льда. GlabTop2-py использует функции Python 3.8 (python.org) и PCRaster (pocraster.geo.uu.nl). Модель полностью основана на концепциях, описанных в (Frey et al., 2014).

Особенность модели заключается в присваивании нулевого значения толщины льда границам ледников, в том числе на ледоразделах, как например в работе по моделированию всех ледников мира (Farinotti et al., 2019), что не соответствует действительности. Для более корректного моделирования полигоны смежных ледников объединялись в один. Подобная обработка позволяет избежать локального, но достаточно значительного занижения толщины на ледоразделах.

Однако принималось допущение, что напряжение базального сдвига на ложе, получаемое из данных о высотном диапазоне ледника, считается для одного объединённого контура. В результате, чем меньше реальный высотный диапазон ледника, тем больше завышается его толщина в объединённом контуре. Завышение не локально, а равномерно распределяется по леднику.

Масса ледника частично распределяется на стенки долины, из-за чего напряжение сдвига на ложе на центральной линии меньше, чем в случае, если бы ледник был бесконечно широким. Для учёта этого аспекта Джон Най в своей работе (Nye, 1965) представил концепцию коэффициента формы поперечного сечения ледника (f). Поскольку у ледников плоской вершины отсутствует долина и, следовательно, не возникает трения о её борта, то в нашей работе для сравнения со стандартным значением $f=0.8$ и параметризации модели GlabTop2 с целью более достоверного моделирования данный коэффициент для ледников плоской вершины был приравнен к единице. Для остальных типов применялось значение $f=0.8$.

Для оценки объёма ледников использовались также региональные эмпирические коэффициенты, полученные для Алтая, в степенном отношении (4) площади и объёма ледника (метод VAS – Volume-Area scaling):

$$V = kS^y, \quad (4)$$

где S – площадь; k и y – коэффициенты, связанные с морфометрическими и морфологическими характеристиками ледника.

В работе использовались наиболее актуальные данные по эмпирическим зависимостям объёма ледников Алтая (табл. 1).

Для оценки качества моделирования применялся метод RMSE, где для определения среднеквадратической ошибки модели учитывается формула (5):

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}, \quad (5)$$

где N – количество измерений; y_i – смоделированное значение; $\hat{y}_i$ – измеренное значение.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

Выделение границ ледников на основании двух подходов, оценка их объёма методом VAS. По результатам каталогизации ледников массива Монгун-Тайга по гидрологическому принципу проведения границ ледников было выделено 38 ледников суммарной площадью 17.18 км² (рис. 2, а; табл. 2). Из этой цифры видно, что ледники массива продолжают сокращаться (площадь с 2010 г. (Чистяков и др., 2012) уменьшилась на 15%).

Таблица 1. Степенные зависимости объёма ледника от его площади для территории Алтая (Мачерет и др., 2013)

Морфологический тип	Формула расчёта объёма
долинные	$V = 0.034S^{1.337}$
карово-долинные	$V = 0.049S^{1.048}$
каровые	$V = 0.048S^{1.222}$
плоских вершин и котловинные	$V = 0.044S^{0.89}$
все ледники Алтая	$V = 0.037S^{1.304}$

При применении морфологического подхода на территории массива выделяется 36 ледников (табл. 3), при этом ледник плоской вершины Монгун-Тайга имеет вытянутую форму и фактически состоит из участка к северу от главной вершины площадью 2.03 км² с преобладанием северных экспозиций и участка с южной стороны вершины площадью 2.39 км², преимущественно юго-восточной экспозиции (см. рис. 2, б). Аналогичная ситуация имеет место к западу от долины р. Толайты, где существует ледниковый комплекс, включающий ледник плоской вершины и три висячих ледника.

Математическое моделирование. На основе модели GlabTop2 для всего центра оледенения было оценено пространственное распределение толщины льда (рис. 3, а). Объём ледника плоской вершины, являющийся ядром комплекса, оценивался при моделировании с коэффициентом формы поперечного сечения $f=1$, для остальных ледников $f=0.8$.

Модель GlabTop2 дала суммарное значение для массива 0.814 ± 0.056 км³ льда. Согласно модели, главный комплекс куполовидной вершины содержит 0.744 ± 0.046 км³ льда. В работе (Farinotti et al., 2019) агрегированный по пяти моделям результат по главному куполовидному комплексу составил 0.611 км³, что на 12–23% меньше, чем по модели GlabTop2. Отклонение вызвано различием как в использовании моделей с агрегацией результатов, так и в выделении контуров (и не выделении) ледников, в том числе проведении контуров по ледоразделам (см. рис. 3, б).

Георадиолокация. В ходе георадиолокации ледника № 17 на всех характерных участках (склоны, выравненные поверхности) на площади 0.8 км² было пройдено более 6 км профилей. Практически на всём их протяжении полученные отражения от ложа идентифицируются без затруднений (рис. 4). Кроме рядовых маршрутов сети обязательно выполнялись секущие для взаимной увязки данных, что позволило оценить сходимость

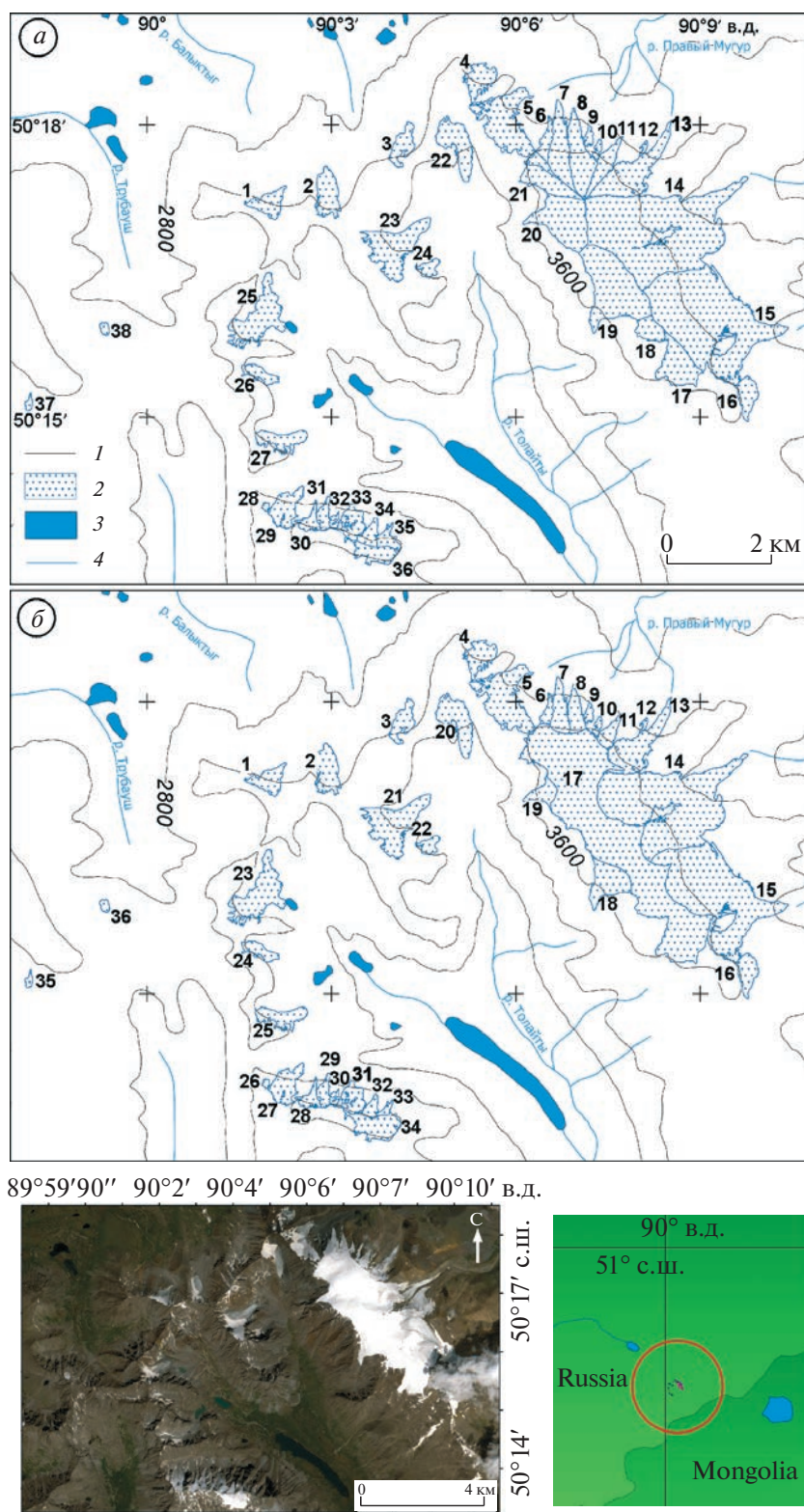


Рис. 2. Схема оледенения массива Монгун-Тайга на 2021 г. *а* – границы ледников выделены по гидрологическому принципу, *б* – границы ледников выделены по морфологическому принципу: 1 – изогипсы 400 м; 2 – ледники; 3 – озёра; 4 – реки.

Fig. 2. The scheme of glaciation of the Mongun-Taiga massif for 2021. *a* – the boundaries of glaciers are allocated according to the hydrological principle, *b* – the boundaries of glaciers are allocated according to the morphological principle: 1 – isohypses of 400 m; 2 – glaciers; 3 – lakes; 4 – rivers.

результатов. Среднеквадратическое отклонение разности толщины льда при двух измерениях в точке составило 0.5 м, что при средней толщине льда на пересечениях в 65 м соответствует точности измерения около 1%. Максимальная толщина ледника № 17 составила 90 м.

По данным георадиолокации методом интерполяции “kriging” в программе Surfer получено пространственное распределение толщины льда для участка ледника плоской вершины, на котором производилось зондирование (рис. 5, а). Для более корректного сравнения георадарных данных и моделирования пространственное разрешение интерполяции полевых данных было уменьшено до значений используемой в модели ЦМР (30 м в плане). По результатам георадиолокации выделено два выровненных участка ледника разных высотных уровней. Здесь мощность льда достигает наибольших значений, обозначая поверхность выравнивания. По их периферии толщина льда уменьшается, маркируя склоны ложа.

Сопоставление результатов измерений и моделирования. Смоделированные значения толщины льда по модели GlabTop2 (см. рис. 5, в) по сравнению с георадиолокацией оказались завышены, но её распределение в значительной степени повторяет результаты георадиолокации, кроме двух участков, где наблюдаются большие отклонения. Для их более подробного рассмотрения с помощью стандартных инструментов ГИС получили пространственное распределение отклонений модели от георадиолокации в интервальном отображении (см. рис. 5, б).

Первый из участков расположен к северу от вершины горного массива (3970.5 м). В ходе полевых работ на этом относительно пологом участке были обнаружены небольшие по площади (до 20 м²) выходы горных пород. Второй такой участок находится на северо-западной границе ледника.

В обоих случаях причина такого сильного отклонения модели кроется в невысоком пространственном разрешении ЦМР (30 × 30 м). Она не позволяет модели зафиксировать небольшие по площади объекты и с большой точностью границу ледника. Использование более детальной ЦМР позволило бы обойти это ограничение и повысить точность моделирования на краях ледника. Однако решение этой проблемы приведёт к другой. Чем меньше размер ячейки ЦМР, тем более детальной будет поверхность ледника. Поэтому небольшие в плане ячейки с большим или крайне малым уклоном будут иметь аномальные значения толщины льда, что в свою очередь вновь приведёт к ошибке оценки объёма ледника.

Для каждого пикселя была получена пара значений: смоделированное и измеренное. Опреде-

лены и удалены статистические выбросы, связанные в первую очередь с пространственным разрешением ЦМР, выходящие за пределы двух среднеквадратических отклонений ($\pm 2\sigma$). Доля этих аномальных значений составила всего 4.2% (37 из 866) от всей длины ряда данных. Медианное завышение смоделированных данных составило 38%. Среднее арифметическое оказалось выше: 50% — за счёт больших отклонений на малых площадях, описанных выше. Поправочный коэффициент в виде дополнительного множителя к результатам вычислений по уравнению (3) оказался равен 0.72. Его применение для изучения ложа на других участках может привести к ошибке, но в случае оценки общего объёма позволяет получить более близкие к реальной картине значения.

По полученному поправочному коэффициенту скорректировали смоделированные значения толщины для всей плоской вершины. На участке георадиолокационного зондирования были получены сечения со значениями, выявленными с помощью георадара, модели с коэффициентом $f = 0.8$, модели с коэффициентом $f = 1$ и откалиброванной модели с коэффициентом $f = 1$ (рис. 6). Для сравнения данных сечений использовали метод RMSE (табл. 4).

Среднеквадратическое отклонение модели с коэффициентом $f = 1$ в 1.7 раза меньше, чем при $f = 0.8$. Среднеквадратическое отклонение скорректированной модели с коэффициентом $f = 1$ в 3.9 раза меньше, чем при $f = 0.8$. Модель с коэффициентом $f = 1$ и её скорректированный вариант показывает значительно более качественный результат, чем модель со стандартным и рекомендованным для моделирования значением $f = 0.8$. При этом на участке 1500–2000 м сечения А–Б нескорректированная модель даёт результаты более близкие к измеренным, чем скорректированная. Также с учётом того, что получение ЦМР ASTER GDEM завершилось к 2009 г., а часть отклонений представлена не ошибками модели, а действительными изменениями объёма (толщины) льда, то можно заключить, что модель GlabTop2 при $f = 1$ позволяет получить схожую с георадиолокацией картину пространственного распределения толщины льда и близкие значения толщины льда для ледников плоской вершины, что говорит о её надёжности.

С использованием лучшего варианта модели был оценен объём всего ледника № 17. Объём по скорректированной модели при $f = 1$ составил 0.202 ± 0.008 км³. Средняя толщина равна 46 м. Ложем ледника плоской вершины служит поверхность выравнивания, а значит подледниковый рельеф имеет сглаженный характер. Исходя из этого можно допустить, что толщина льда меняется сравнительно мало в разных частях ледни-

Таблица 2. Каталог ледников массива Монгун-Тайга по состоянию на 2021 г, выделенных по гидрологическому принципу

№	М	S, км ²	Z _{min} , м	Z _{max} , м	Λ, °	Φ, °	Z _f		α _{ав} , °	E	VAS		GlabTop2	
							по методу Куровского	по снимкам			V, км ³	H _{ср} , м	V, км ³	H _{ср} , м
1	вис	0.22 ± 0.03	2983 ¹	3396	90.0322	50.2867	3218	3275	30.0	N (16°)	0.0075 ± 0.0007	34	0.0033 ± 0.0004	15
2	кар-дол	0.32 ± 0.04	2991 ¹	3340	90.0491	50.2885	3118	3105	20.7	NE (31°)	0.0148 ± 0.0017	46	0.0065 ± 0.0008	20
3	кар	0.21 ± 0.03	2979 ¹	3399	90.0691	50.2967	3102		26.1	NW (334°)	0.0071 ± 0.0007	34	0.0033 ± 0.0005	16
4	кар	0.26 ± 0.04	3050 ¹	3492	90.0903	50.3071	3190	3250	27.1	N (17°)	0.0093 ± 0.0009	36	0.0045 ± 0.0007	17
5	кар-дол	0.89 ± 0.10	3014 ²	3753	90.0999	50.2984	3360	3321	21.8	NE (24°)	0.0434 ± 0.0044	49	0.0444 ± 0.005	50
6	скл	0.13 ± 0.02	3109 ¹	3655	90.1079	50.2973	3492	3539	30.7	N (352°)	0.004 ± 0.0004	31	0.0053 ± 0.0008	41
7	скл	0.46 ± 0.05	3021 ²	3835	90.1137	50.2957	3530	3445	22.8	N (356°)	0.0186 ± 0.0012	40	0.0234 ± 0.0025	51
8	скл	0.50 ± 0.04	3049 ²	3835	90.1181	50.2951	3598	3414	22.5	N (357°)	0.0206 ± 0.0009	41	0.0244 ± 0.002	49
9	вис	0.05 ± 0.01	3195 ¹	3510	90.1197	50.2982	3385		35.5	N (5°)	0.0012 ± 0.0002	24	0.0014 ± 0.0003	29
10	вис	0.04 ± 0.01	3378 ¹	3654	90.1221	50.2958	3524		35.7	NE (28°)	0.0009 ± 0.0002	23	0.0012 ± 0.0003	30
11	скл	0.23 ± 0.03	3174 ¹	3831	90.1239	50.2926	3623	3520	26.2	NE (41°)	0.008 ± 0.0007	35	0.0109 ± 0.0014	47
12	скл	0.02 ± 0.01	3034 ²	3214	90.1346	50.296	3155		22.2	N (19°)	0.0004 ± 0.0002	20	0.0011 ± 0.0006	56
13	дол	0.71 ± 0.06	2949 ²	3831	90.1275	50.2899	3459	3411	26.0	NE (50°)	0.0215 ± 0.0008	30	0.0314 ± 0.0027	44
14	дол	3.43 ± 0.13	2985 ³	3971	90.1366	50.2834	3548	3441	18.7	NE (64°)	0.1767 ± 0.0022	52	0.2086 ± 0.0079	61
15	дол	2.98 ± 0.15	3155 ¹	3795	90.1541	50.2657	3530	3442	16.8	E (81°)	0.1464 ± 0.0027	49	0.1923 ± 0.0097	65
16	скл	0.21 ± 0.02	3436 ¹	3614	90.163	50.2531	3540	3527	21.2	E (74°)	0.0071 ± 0.0004	34	0.0096 ± 0.0009	46
17	скл	0.48 ± 0.04	3574 ¹	3794	90.1442	50.2601	3685	3663	11.4	S (170°)	0.0196 ± 0.0009	41	0.0417 ± 0.0035	87
18	вис	0.19 ± 0.02	3685 ¹	3798	90.1363	50.2651	3766		10.4	SW (235°)	0.0063 ± 0.0004	33	0.0164 ± 0.0017	86
19	вис	1.22 ± 0.05	3372 ¹	3968	90.1271	50.2718	3752		13.5	S (200°)	0.0612 ± 0.0012	50	0.0928 ± 0.0038	76
20	вис	0.78 ± 0.04	3451 ¹	3964	90.1108	50.2831	3800		16.8	W (282°)	0.0354 ± 0.0009	45	0.0524 ± 0.0027	67
21	вис	0.34 ± 0.03	3521 ¹	3832	90.1098	50.2902	3695		14.5	W (280°)	0.012 ± 0.0007	38	0.0241 ± 0.0021	71

Главный комплекс куполовидной вершины

Таблица 2. Окончание

№	М	S, км ²	Z _{min} , м	Z _{max} , м	Λ, °	Φ, °	Z _г		α _{ав} , °	Е	VAS		GlabTop2	
							по методу Куровского	по снимкам			V, км ³	H _{ср} , м	V, км ³	H _{ср} , м
22	дол	0.43 ± 0.04	3090 ¹	3416	90.0831	50.297	3247	3234	15.4	SE (121°)	0.011 ± 0.0005	26	0.0093 ± 0.0009	22
23	кар-дол	0.68 ± 0.06	3009 ¹	3587	90.0761	50.2754	3241	3205	22.1	NE (42°)	0.0327 ± 0.0026	48	0.0233 ± 0.0021	34
24	кар	0.09 ± 0.02	2947 ¹	3293	90.0673	50.2786	3110		36.8	NE (41°)	0.0025 ± 0.0004	28	0.0008 ± 0.0002	9
25	кар-дол	0.62 ± 0.07	2900 ³	3367	90.0298	50.2681	3087	3089	16.6	E (76°)	0.0297 ± 0.003	48	0.0192 ± 0.0022	31
26	кар	0.14 ± 0.02	2987 ¹	3347	90.0307	50.2572	3119		30.4	NE (65°)	0.0043 ± 0.0004	31	0.0013 ± 0.0002	9
27	кар-вис	0.25 ± 0.04	2944 ¹	3335	90.0364	50.2456	3106	3146	24.9	NE (39°)	0.0088 ± 0.0009	35	0.0039 ± 0.0006	16
28	вис	0.02 ± 0.01	3268 ¹	3387	90.0321	50.2345	3339		31.7	N (18°)	0.0004 ± 0.0002	20	0.00007 ± 0.00004	4
29	вис	0.29 ± 0.04	2978 ¹	3604	90.0377	50.2345	3302	3313	35.9	N (359°)	0.0106 ± 0.0009	37	0.0052 ± 0.0007	18
30	вис	0.11 ± 0.02	3143 ¹	3651	90.0439	50.2314	3515	3489	37.2	N (5°)	0.0032 ± 0.0004	29	0.0019 ± 0.0003	17
31	вис	0.10 ± 0.02	3049 ¹	3639	90.0048	50.2335	3402	3436	40.1	N (11°)	0.0029 ± 0.0004	29	0.0015 ± 0.0003	15
32	вис	0.03 ± 0.02	3246 ¹	3641	90.0504	50.2325	3480		45.9	N (11°)	0.0007 ± 0.0004	23	0.0003 ± 0.0002	9
33	вис	0.20 ± 0.04	3078 ¹	3642	90.0561	50.2322	3405	3400	41.8	N (15°)	0.0067 ± 0.0009	34	0.0037 ± 0.0007	19
34	вис	0.13 ± 0.02	3207 ¹	3649	90.06	50.2308	3541		37.7	N (5°)	0.004 ± 0.0004	31	0.0029 ± 0.0004	22
35	вис	0.12 ± 0.02	3364 ¹	3638	90.0645	50.2304	3589		33.3	N (1°)	0.0036 ± 0.0004	30	0.0045 ± 0.0008	38
36	плоск	0.23 ± 0.03	3604 ¹	3607	90.0611	50.2275	3618		11.5	S (142°)	0.0119 ± 0.0019	52	0.0113 ± 0.0015	294
37	кар-вис	0.03 ± 0.01	3024 ¹	3283	89.9679	50.2525	3173		14.4	NE (46°)	0.0007 ± 0.0002	23	0.00013 ± 0.00004	4
38	вис	0.03 ± 0.01	3163 ¹	3349	89.9885	50.265	3250		31.8	N (2°)	0.0007 ± 0.0002	23	0.00011 ± 0.00004	4
ИТОГО		17.18 ± 1.13									0.7572 ± 0.0365		0.8885 ± 0.0614	

Таблица 3. Каталог ледников массива Монгун-Тайга по состоянию на 2021 г, выделенных по морфологическому принципу

№**	М	S, км ²	Z _{min} , м	Z _{max} , м	λ, °	φ, °	Z _f		α _{div} , °	E	VAS		GlabTop2	
							по методу Куровского	по сни- мкам			V, км ³	H _{ср} , м	V, км ³	H _{ср} , м
1	вис	0.22 ± 0.03	2983 ^{1*}	3396	90.0348	50.284	3218	3275	30.0	N (16°)	0.0075 ± 0.0007	34	0.0033 ± 0.0004	15
2	кар-дол	0.32 ± 0.04	2991 ¹	3340	90.047	50.2847	3118	3105	20.7	NE (31°)	0.0134 ± 0.0014	46	0.0065 ± 0.0008	20
3	кар	0.21 ± 0.03	2979 ¹	3399	90.0693	50.2929	3102		26.1	NW (334°)	0.0071 ± 0.0007	34	0.0033 ± 0.0005	16
4	кар	0.26 ± 0.04	3050 ¹	3492	90.088	50.304	3190	3250	27.1	N (17°)	0.0093 ± 0.0009	36	0.0045 ± 0.0007	17
5	кар-дол	0.80 ± 0.10	3014 ²	3594	90.1048	50.2951	3329	3321	23.0	NE (32°)	0.0364 ± 0.0029	48	0.0375 ± 0.0047	47
6	скл	0.08 ± 0.02	3109 ¹	3602	90.1082	50.2962	3421	3539	38.6	N (351°)	0.0022 ± 0.0004	27	0.0023 ± 0.0006	28
7	скл	0.25 ± 0.05	3021 ²	3625	90.1115	50.2948	3394	3445	30.0	N (3°)	0.0088 ± 0.0012	35	0.0087 ± 0.0017	35
8	скл	0.20 ± 0.04	3049 ²	3616	90.1198	50.2951	3407	3414	31.2	N (5°)	0.0067 ± 0.0009	34	0.0064 ± 0.0013	32
9	вис	0.05 ± 0.01	3195 ¹	3510	90.1186	50.2965	3385		35.5	N (5°)	0.0012 ± 0.0002	25	0.0014 ± 0.0003	29
10	вис	0.04 ± 0.01	3378 ¹	3654	90.1215	50.2943	3524		35.7	NE (28°)	0.0009 ± 0.0002	23	0.0012 ± 0.0003	30
11	скл	0.14 ± 0.03	3174 ¹	3710	90.1236	50.2923	3532	3520	34.7	NE (44°)	0.0043 ± 0.0007	31	0.0044 ± 0.0009	31
12	скл	0.02 ± 0.01	3034 ²	3214	90.1336	50.2948	3155		22.2	N (19°)	0.0004 ± 0.0002	20	0.0011 ± 0.0006	56
13	дол	0.60 ± 0.06	2949 ²	3777	90.1247	50.2882	3397	3411	28.4	NE (46°)	0.0172 ± 0.0015	29	0.0229 ± 0.0023	38
14	дол	2.87 ± 0.13	2985 ³	3897	90.1243	50.2807	3493	3441	20.1	NE (61°)	0.1392 ± 0.004	49	0.1599 ± 0.0072	56
15	дол	2.39 ± 0.15	3155 ¹	3758	90.1426	50.2661	3479	3442	18.4	E (82°)	0.109 ± 0.0047	46	0.1429 ± 0.009	60
16	скл	0.21 ± 0.02	3436 ¹	3614	90.1603	50.2534	3540	3527	21.2	E (74°)	0.0071 ± 0.0004	34	0.0096 ± 0.0009	46
17	плоск	4.42 ± 0.17	3524 ¹	3971	90.1193	50.2796	3763	3663	12.5	NE (30°)	0.1651 ± 0.0055	37	0.20224 ± 0.00784	464
18	вис	0.43 ± 0.03	3372 ¹	3761	90.1208	50.2736	3653		17.4	SW (219°)	0.0171 ± 0.0007	40	0.0252 ± 0.0018	59
19	вис	0.17 ± 0.02	3442 ¹	3759	90.1103	50.2834	3662		25.7	W (265°)	0.0055 ± 0.0004	32	0.007 ± 0.0008	41
20	дол	0.43 ± 0.04	3090 ¹	3416	90.0787	50.297	3247	3234	15.4	SE (121°)	0.011 ± 0.0005	26	0.0093 ± 0.0009	22

Главный комплекс куполовидной вершины

Таблица 3. Окончание

№**	М	$S, \text{ км}^2$	$Z_{\min}, \text{ м}$	$Z_{\max}, \text{ м}$	$\lambda, ^\circ$	$\phi, ^\circ$	Z_f		$\alpha_{\text{дн}}, ^\circ$	Е	VAS		GlabTop2	
							по методу Куровского	по сни- по мкам			$V, \text{ км}^3$	$H_{\text{ср}}, \text{ м}$	$V, \text{ км}^3$	$H_{\text{ср}}, \text{ м}$
21	кар-дол	0.68 ± 0.06	3009 ¹	3587	90.0681	50.2734	3241	3205	22.1	NE (42°)	0.0305 ± 0.0022	48	0.0233 ± 0.0021	34
22	кар	0.09 ± 0.02	2947 ¹	3293	90.0752	50.274	3110		36.8	NE (41°)	0.0025 ± 0.0004	28	0.0008 ± 0.0002	9
23	кар-дол	0.62 ± 0.07	2900 ³	3367	90.022	50.263	3087	3089	16.6	E (76°)	0.0276 ± 0.0026	48	0.0192 ± 0.0022	31
24	кар	0.14 ± 0.02	2987 ¹	3347	90.0259	50.2571	3119		30.4	NE (65°)	0.0043 ± 0.0004	31	0.0013 ± 0.0002	9
25	кар-вис	0.25 ± 0.04	2944 ¹	3335	90.0302	50.2454	3106	3146	24.9	NE (39°)	0.0088 ± 0.0009	35	0.0039 ± 0.0006	16
26	вис	0.02 ± 0.01	3268 ¹	3387	90.0325	50.234	3339		31.7	N (18°)	0.0004 ± 0.0002	20	0.00007 ± 0.00004	4
27	вис	0.29 ± 0.04	2978 ¹	3604	90.0398	50.2315	3302	3313	35.9	N (359°)	0.0106 ± 0.0009	36	0.0052 ± 0.0007	18
28	вис	0.11 ± 0.02	3143 ¹	3651	90.0426	50.2306	3515	3489	37.2	N (5°)	0.0032 ± 0.0004	29	0.0019 ± 0.0003	17
29	вис	0.10 ± 0.02	3049 ¹	3639	90.0473	50.2306	3402	3436	40.1	N (11°)	0.0029 ± 0.0004	29	0.0015 ± 0.0003	15
30	вис	0.03 ± 0.02	3246 ¹	3641	90.0517	50.2307	3480		45.9	N (11°)	0.0007 ± 0.0004	22	0.0003 ± 0.0002	9
31	вис	0.19 ± 0.03	3078 ¹	3641	90.0544	50.2298	3387	3400	41.8	N (15°)	0.0067 ± 0.0009	33	0.0032 ± 0.0005	17
32	вис	0.09 ± 0.02	3207 ¹	3633	90.0581	50.2293	3497		37.7	N (5°)	0.0025 ± 0.0004	28	0.0016 ± 0.0003	17
33	вис	0.04 ± 0.01	3354 ¹	3603	90.0625	50.229	3536		33.3	N (1°)	0.0009 ± 0.0002	23	0.0008 ± 0.0002	20
34	плоск	0.36 ± 0.04	3559 ¹	3649	90.056	50.2289	3620		11.5	SE (142°)	0.0177 ± 0.0009	49	0.00994	± 0.00114
35	кар-вис	0.03 ± 0.01	3116 ¹	3206	89.9669	50.2523	3173		14.4	NE (46°)	0.0007 ± 0.0002	22	0.00013 ± 0.00004	4
36	вис	0.03 ± 0.01	3163 ¹	3349	89.9892	50.264	3250		31.8	N (2°)	0.0007 ± 0.0002	22	0.00011 ± 0.00004	4
ИТОГО		17.18 ± 1.13									0.6897 ± 0.0380		0.7327 ± 0.0525	

*Верхние индексы обозначают источник информации: 1 – по ЦМР; 2 – по данным экспедиционных исследований 2021 г.; 3 – по данным экспедиционных исследований 2011 г.; 4 – скорректированная модель GlabTop2; **№ – номер ледника; М – морфологический тип; $S, \text{ км}^2$ – площадь ледника; $Z_{\min}, \text{ м}$ – высота нижней точки ледника; $Z_{\max}, \text{ м}$ – высота верхней точки ледника; $\lambda, ^\circ$ – долгота средней точки ледника; $\phi, ^\circ$ – широта средней точки ледника; $Z_f, \text{ м}$ – высота фирновой границы; $\alpha_{\text{дн}}, ^\circ$ – средний уклон ледника; Е – экспозиция (°); $V, \text{ км}^3$ – объём ледника; $H_{\text{ср}}, \text{ м}$ – средняя толщина ледника.

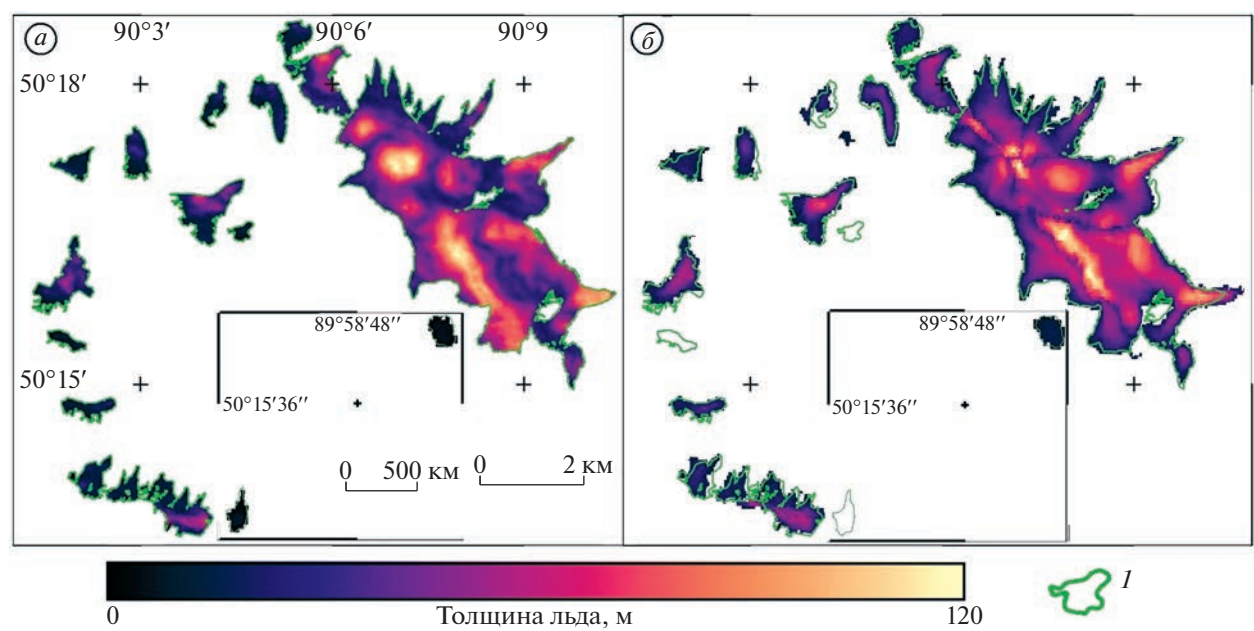


Рис. 3. Пространственное распределение толщины ледников массива Монгун-Тайга. *a* – модель GlabTop2, *б* – (Farinotti et al., 2019); *l* – ледники.
Fig. 3. Spatial distribution of ice thickness of the glaciers of the Mongun-Taiga massif. *a* – GlabTop2 model, *б* – (Farinotti et al., 2019); *l* – glaciers.

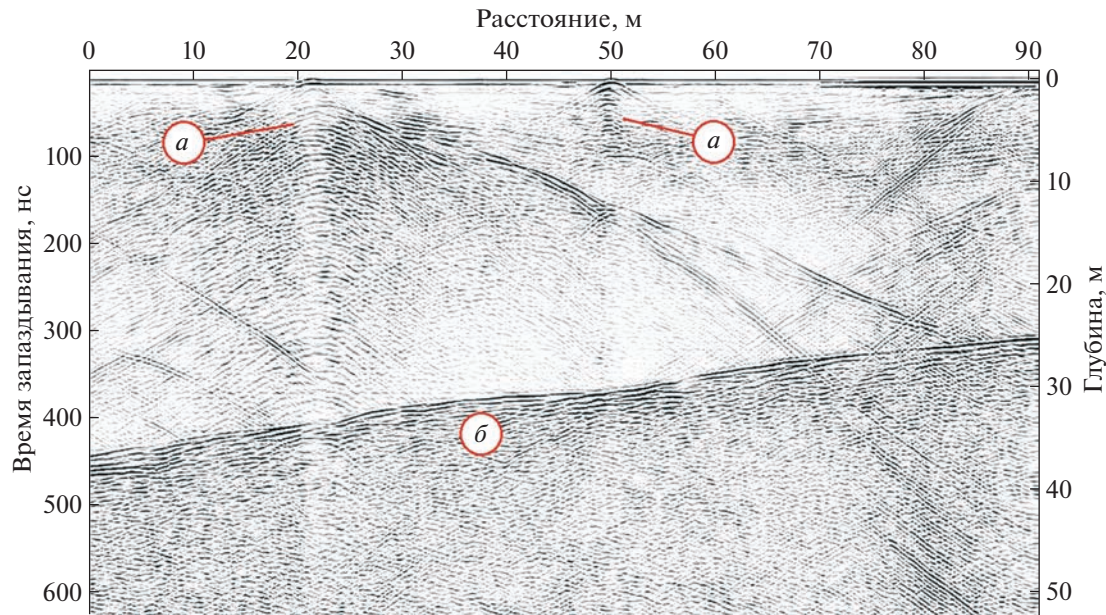


Рис. 4. Пример радарограммы. *a* – зоны дифракции, маркирующие трещины; *б* – отраженный сигнал от ложа.
Fig. 4. An example of a radarogram. *a* – diffraction zones marking cracks; *б* – reflected signal from the bed.

ка, а значит и для прозондированного участка она должна оставаться таковой. Действительно, значение по георадару для прозондированного участка отличается не сильно и равно 49 м. Для небольшого ледника плоской вершины (№ 34), к

юго-западу от основного комплекса, значения оказались $0.010 \pm 0.001 \text{ км}^3$, 27 м соответственно. Метод VAS при морфологическом подходе дал следующие значения объёма и средней толщины. Ледник № 17 при средней толщине 38 м содержит

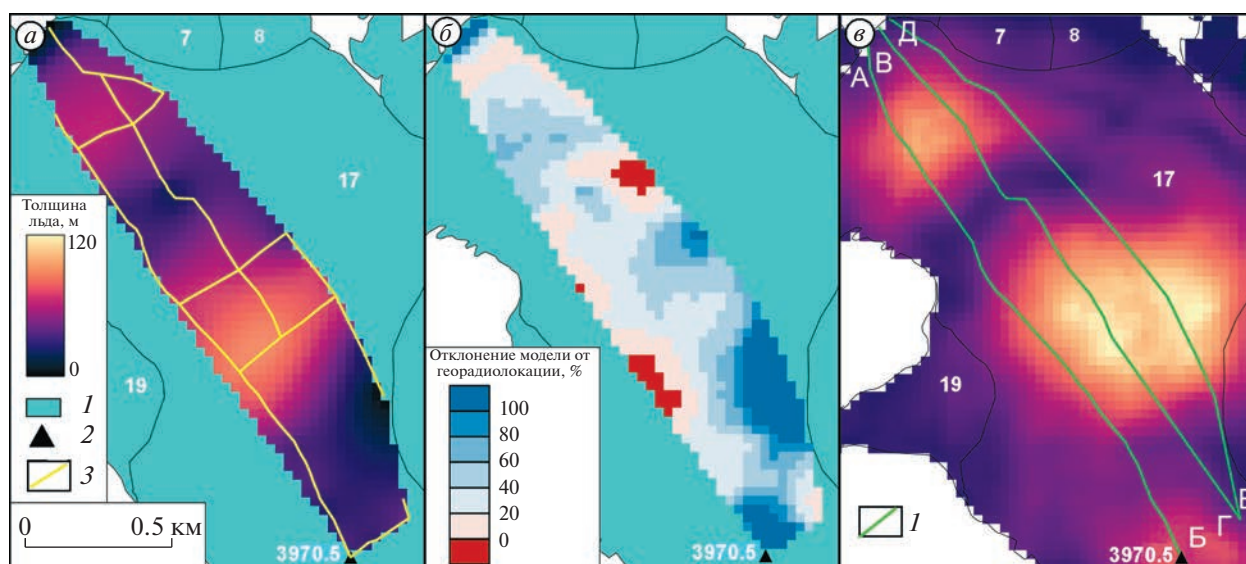


Рис. 5. Пространственное распределение толщины льда. *а* – результат георадиолокации, *б* – отклонение модели от георадара, *в* – результат моделирования: 1 – ледники; 2 – вершина; 3 – профили георадиолокации; 4 – сечения (на рис. 6).

Fig. 5. The spatial distribution of ice thickness. *a* – result of GPR, *b* – deviation models from the GPR, *v* – the result of modeling: 1 – glaciers; 2 – top; 3 – GPR profiles, 4 – sections (in Fig. 6).

$0.165 \pm 0.006 \text{ км}^3$ льда. Ледник № 34 по площади более чем в 12 раз меньше, но его средняя толщина больше: 49 м. При таком значении объём ледника № 34 составляет $0.018 \pm 0.001 \text{ км}^3$ льда. Отклонение метода VAS от GlabTop2 для средней толщины составляет -17% , для объёма -18% . Подобные расхождения вызывают определённые сомнения в корректности работы метода VAS для ледников плоской вершины.

При гидрологическом подходе фактический ледник плоской вершины оказывается разделённым на сегменты в составе отдельных ледников, т.е. для каждого из сегментов значения средней толщины, рассчитанные методом VAS, оказываются разными. Соответственно, для того чтобы сравнить среднюю толщину ледника плоской вершины, полученную геофизически, с расчётной, последнюю мы получили как результат деления суммарного объёма упомянутых сегментов на их суммарную площадь.

Очевидно, что более корректно сопоставить с данными натурных наблюдений результаты расчётов толщины только того участка, который соответствует тем сегментам ледника, где мы проводили измерения. Поэтому мы проводили измерения именно на таких участках (табл. 5).

Расчёт толщины льда для суммы ледников куполовидного комплекса даёт более близкую к измеренным значениям оценку, чем вычисления по отдельности. Так, суммарный объём всех сегментов ледника плоской вершины составляет 0.198

км^3 , что всего на 4% меньше, чем по скорректированным результатам модели GlabTop2.

Для всего куполовидного комплекса модель GlabTop2 при $f = 1$, с поправкой для ледника плоской вершины, и при $f = 0.8$ для остальных типов даёт значение в $0.6653 \pm 0.0431 \text{ км}^3$ льда. При использовании морфологического подхода по методу VAS общий объём льда главного куполовидного комплекса был оценен в $0.521 \pm 0.024 \text{ км}^3$. При гидрологическом подходе значение оказалось выше и оставило $0.582 \pm 0.018 \text{ км}^3$.

Распределение льда по морфологическим типам ледников. Распределение льда по различным морфологическим типам ледников в зависимости от подхода к определению их границ сильно варьирует (рис. 7). При гидрологическом подходе фактически не учитывается полностью крупнейший ледник плоской вершины, так как он оказывается

Таблица 4. Среднеквадратические отклонения (СКО) моделей при применении на леднике плоской вершины

СКО. м	Модель $f = 1$ скорректированная	Модель $f = 1$	Модель $f = 0.8$
Сечение А–Б	11.07	16.91	30.46
Сечение В–Г	6.48	23.12	40.73
Сечение Д–Е	18.12	33.14	48.72

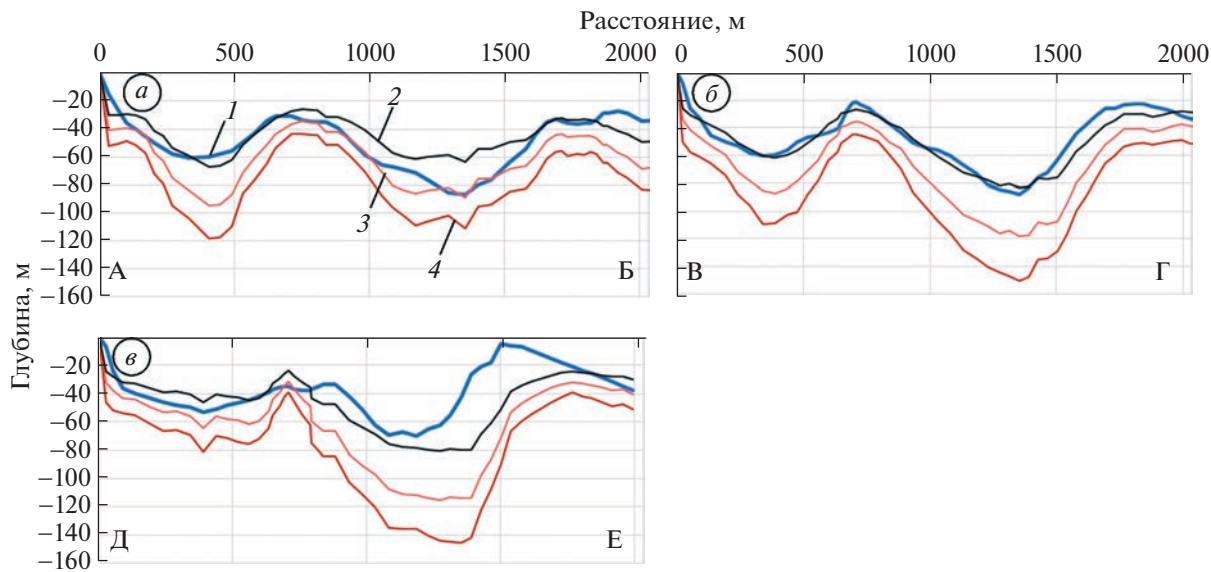


Рис. 6. Сечения толщины льда на рис. 5, *а* – сечение А–Б; *б* – сечение В–Г; *в* – сечение Д–Е: 1 – толщина льда по георадару; 2 – толщина льда по скорректированной аппроксимирующим уравнением модели GlabTop2 при $f=1$; 3 – толщина льда по модели GlabTop2 при $f=1$; 4 – толщина льда по модели GlabTop2 при $f=0.8$.

Fig. 6. Sections of ice thickness in Fig. 5, *a* – section А–Б; *б* – section В–Г; *в* – section Д–Е: 1 – ice thickness according to georadar; 2 – ice thickness according to the model GlabTop2 adjusted by the approximating equation at $f=1$; 3 – ice thickness according to the model GlabTop2 at $f=1$; 4 – ice thickness according to the model GlabTop2 at $f=0.8$.

разделённым между своими соседями, принадлежащими к другим морфологическим типам ледников. Соответственно, при оценке распределения объёмов льда по итогам расчётов по модели GlabTop2 при гидрологическом подходе объём льда в ледниках плоских вершин оказался в 19 раз ниже по отношению к морфологическому, отражающему реальное распределение запасов льда по морфологическим типам. Применение степенных функций при использовании гидрологического подхода, как было показано ранее, даёт ещё и другой суммарный объём ледников, но так-

же занижает суммарный объём ледников плоской вершины по той же причине. Напротив, доля всех прочих морфологических типов оказывается завышенной.

ОБСУЖДЕНИЕ

Использование разных подходов к выделению границ ледников. Гидрологический и морфологический подходы дают одинаковую оценку суммарной площади ледников. Однако оценка площади отдельных ледников может сильно зависеть от

Таблица 5. Результаты оценки толщины льда на участке, где проводилось георадиозондирование

№ ледника по гидрологическому каталогу	Средняя толщина льда по георадару, м	Средняя толщина льда по методу VAS, м	Разность толщины по георадару и VAS, %
5	52	48	–7
6	35	27	–22
7	45	35	–22
8	51	34	–34
11	67	31	–54
13	67	29	–57
14	29	49	+67
21	63	48	–24
22	49	28	–43
Сумма ледников	49	44	–10

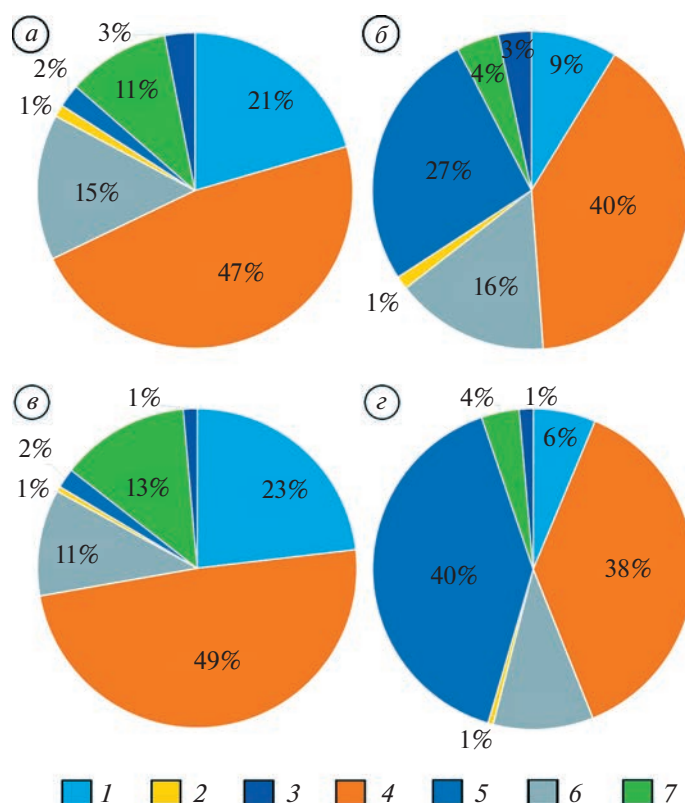


Рис. 7. Распределение суммарного объёма льда по различным морфологическим типам ледников при различных подходах и моделях. *а* – степенные функции при гидрологическом подходе; *б* – степенные функции при морфологическом подходе; *в* – GlabTop2 при гидрологическом подходе; *г* – GlabTop2 при морфологическом подходе. Типы ледников: 1 – висячие; 2 – карово-висячие; 3 – каровые; 4 – долинные; 5 – плоской вершины; 6 – карово-долинные; 7 – склоновые.

Fig. 7. Distribution of the total volume of ice by different morphological types of glaciers with different approaches and models. *a* – power functions with the hydrological approach; *б* – power functions with the morphological approach; *в* – GlabTop2 with the hydrological approach; *г* – GlabTop2 with the morphological approach. Types of glaciers: 1 – hanging; 2 – corrie-hanging; 3 – corrie; 4 – valley; 5 – flat-summit; 6 – corrie-valley; 7 – slope.

выбранного подхода – вплоть до полного невыделения ледника. Дальнейшее использование данных площадей приводит к завышению оценки объёма льда при гидрологическом подходе. Это происходит по причине “присоединения” в верхних гипсометрических уровнях ледников гидрологически связанных с ними участков плоской вершины. Выделение же на этих уровнях морфологически однородного ледника плоской вершины ведёт к меньшей оценке объёма льда.

Этот аспект связан с выраженной в эмпирических расчётных уравнениях связи площади и объёма для разных морфологических типов ледников меньшей наблюдаемой толщиной ледников плоской вершины в условиях отсутствия трения о борта долины, при прочих равных условиях, по отношению к другим морфологическим типам ледников. В наших исследованиях полученные путём геофизических измерений значения толщины ледника плоской вершины также меньше, чем расчётные для этих участков при использова-

нии гидрологического подхода (т.е. когда эти участки включаются в состав ледников других морфологических типов). Это же означает, что при моделировании толщины ледников плоской вершины использование коэффициента формы поперечного сечения $f = 0.8$ также ведёт к ошибке в оценке объёма льда в большую сторону.

При расчёте объёмов ледниковых комплексов уравнениями с помощью зависимостей объёма от площади ледников для разных морфологических типов ледников морфологический подход даёт более адекватную оценку толщины ледников, чем гидрологический. Тем не менее, поскольку чаще всего данные по объёму льда нужны для гидрологических расчётов, то для решения подобных задач необходимо сочетание обоих подходов. Так, рассчитав объём ледника плоской вершины, выделенного исходя из морфологического подхода, можно определить его среднюю толщину (очевидно, при сглаженном подлёдном рельефе толщина меняется сравнительно мало в разных ча-

стях ледника). Далее, используя значения средней толщины, рассчитывается объём сегментов ледника плоской вершины, принадлежащих разным речным бассейнам.

Использование метода Куровского для оценки положения границы питания. Согласно недавним исследованиям (Braithwaite, 2015), названный метод был протестирован для 103 ледников разной морфологии из различных регионов мира, и была выявлена высокая степень корреляции между высотой балансовой границы питания и значениями, полученными методом Куровского, со средним отклонением между ними в -36 м со стандартным отклонением ± 56 м. При этом отмечено, что балансовая граница питания существенно ниже, чем высота, полученная методом Куровского для выводных и долинных ледников, и несущественно ниже для горных ледников.

В недавних работах мы тестировали применение метода Куровского для ледников Шапшальского хребта (Ганюшкин и др., 2021a; Ганюшкин и др., 2021b), массива Таван-Богдо-Ола (Ganyushkin et al., 2018; Ganyushkin et al., 2022) и для Северо-Чуйского хребта (Ganyushkin et al., 2023). На территории Шапшальского хребта исследовались 26 ледников карового и висячего типов площадью менее 0.6 км^2 каждый, различия с положением границы питания, определённом по снимкам, составили в среднем -8 м. Для массива Таван-Богдо-Ола было рассмотрено 26 ледников площадью от 3.3 до 23.1 км^2 для 4 лет (Ganyushkin et al., 2022), среднее завышение границы питания методом Куровского относительно положения границы питания, определённого на снимках, составило 77 м. При рассмотрении 35 долинных ледников Северо-Чуйского хребта подобное завышение составило уже в среднем 128 м. Для массива Монгун-Тайга, где лишь один долинный ледник по площади превышает 3 км^2 и преобладают малые ледники, очевидно, использование метода Куровского для определения положения границы питания представляется оправданным. Отметим, что медианная высота ледника (отношение площади области аккумуляции к площади всего ледника, т.е. accumulation area ratio, AAR = 0.5) близка к средней высоте ледника по методу Куровского, хотя и не является её полным аналогом. Подобное сниженное значение AAR в случае массива Монгун-Тайга может быть связано с сочетанием поверхностей выравнивания (служащих приёмниками-распределителями снега, который сдувается с этих поверхностей) с карами (где этот снег откладывается), что даёт более существенную концентрацию снега (Чистяков и др., 2012) по сравнению с альпийским рельефом, при котором в метелевый перенос вовлекается сравнительно узкая пригребневая полоса.

Оценка толщины ледников плоской вершины и объёма всех ледников горного массива Монгун-Тайга. Результаты сравнения данных, полученных разными методами, говорит об определённых ограничениях в возможностях расчётов по методике VAS для некоторых ледников плоской вершины. Очевидно, в тех случаях, когда подобные ледники находятся в составе ледниковых комплексов на их внешних границах, толщина льда может быть весьма значительной и сильно отличаться от околонулевых значений по периметру изолированных ледников плоской вершины. Соответственно, для таких ледников в составе комплексов связь объёма и площади может иметь другой вид. В этом отношении, модель GlabTop2, как нам представляется, даёт для таких ледников более приемлемые результаты, поскольку расчёты в ней выполняются для всего ледникового комплекса без учёта границ по ледоразделам. Вместе с тем применение метода VAS для оценки объёма отдельного ледника может приводить к большому неточностям. Так, в одном из последних обзоров данного метода (Bahr et al., 2015) показано, что адекватно оценить объём льда можно только для группы ледников. Действительно, как показал наш анализ данных георадиолокации в сравнении с методом VAS, последний показывает наименьшее отклонение на выборке из нескольких ледников.

Опыт изучения ледников плоской вершины Алтая невелик. Для сравнения использовались доступные результаты бурения, радиолокационного и вертикального электрического зондирования двух ледников плоской вершины на хребте Цамбагарав в Монгольском Алтае, представленные в работах (Kadota et al., 2011; Herren et al., 2013; Сергеев и др., 2018).

Так, средняя толщина ледника плоской вершины комплекса С, расположенного на высотах $3550\text{--}3800$ м, по данным георадиолокации (Kadota et al., 2011) в точках составила 53 м. Мы провели расчёты по скорректированной модели GlabTop2 и получили значение 59 м ($+11\%$). Средняя толщина по методу VAS значительно ниже, как и в случае с ледником плоской вершины Монгун-Тайги, и составляет 36 м. Вероятно, подобное отклонение также связано с тем, что метод VAS не корректен в использовании для ледников плоской вершины в составе комплексов и ведёт к занижению реального объёма льда.

Измерения на куполе ледникового комплекса Е, расположенного на высотах $3900\text{--}4100$ м (Herren et al., 2013; Сергеев и др., 2018), имеют всего три значения, но сравнение было проведено и с ними. Согласно данным бурения максимальная толщина льда составляет 70 м, значение по скорректированной модели GlabTop2: 84 м ($+19\%$). Толщина льда, согласно вертикальному электри-

ческому зондированию, составляет 74 м, модель GlabTop2 с поправочным коэффициентом 0.72 даёт значение 61 м (–18%).

Оценка суммарного объёма льда Монгун-Тайги проводилась в разных исследованиях для нескольких временных срезов. В работе (Никитин, 2009) на время максимума малого ледникового периода, приходящегося условно на 1850 год, было получено значение 1.88 км^3 льда. Здесь же получены значения на 1952 г. — 1.46 км^3 и 2003 г. — 1.32 км^3 . Следующая оценка в 2019 г. в работе (Farinotti et al., 2019) показала суммарный объём льда Монгун-Тайги в 0.741 км^3 . Однако, как было показано выше, оценка выполнялась с нулевыми значениями на ледоразделах главного куполовидного комплекса, где сосредоточена основная масса льда. Принимая последнее значение заниженным, мы видим, что результаты, представленные в настоящей статье, вполне адекватны. Так, средняя оценка общего объёма льда такова: при гидрологическом подходе методом VAS получено $0.757 \pm 0.036 \text{ км}^3$; при морфологическом подходе модель GlabTop2 показала результат $0.733 \pm 0.052 \text{ км}^3$. Предельные значения получены при морфологическом подходе методом VAS: 0.690 ± 0.038 и при гидрологическом подходе при использовании скорректированной модели GlabTop2: $0.888 \pm 0.061 \text{ км}^3$. Учёт разных подходов к выделению ледников важен также для математического моделирования, так как в случае выделения ледника плоской вершины вводятся определённые поправки. Соответственно модель показывает разные оценки суммарного объёма. Без ввода поправок результат расчёта суммарного объёма ледников для разных подходов был бы одинаковым.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты каталогизации ледников по состоянию на 2021 г. посредством георадиолокации куполовидного ледникового комплекса главной вершины Монгун-Тайга и математического моделирования толщины льда всех ледников массива позволили сделать ряд выводов.

1. При составлении каталогов по состоянию на 2021 г. выделено 38 ледников по гидрологическому принципу и 36 ледников по морфологическому принципу. Суммарная их площадь оценена в $17.18 \pm 1.13 \text{ км}^2$. Ледники массива продолжают сокращаться. С 2010 г. площадь ледников сократилась на 15%.

2. При моделировании толщины льда ледников плоской вершины с использованием коэффициента формы поперечного сечения $f = 1$ полученные результаты ближе к измеренным, чем при стандартном значении $f = 0.8$. По данным георадиолокации выполнена калибровка модели

GlabTop2 для применения к ледникам плоской вершины. Согласно модели, суммарный объём ледников массива Монгун-Тайга при морфологическом подходе оценен в $0.733 \pm 0.052 \text{ км}^3$, при гидрологическом в $0.888 \pm 0.061 \text{ км}^3$. Поправочный коэффициент в виде дополнительного множителя в формуле (2) оказался равен 0.72, что говорит об изначальном завышении смоделированных данных для ледников плоской вершины.

3. Объём ледников, полученный на основе эмпирических степенных зависимостей с региональными коэффициентами для разных морфологических типов ледников, при морфологическом подходе составил $0.690 \pm 0.038 \text{ км}^3$, при гидрологическом: $0.757 \pm 0.036 \text{ км}^3$. Сравнение расчётных данных по толщине ледников плоской вершины с результатами натурных наблюдений даёт основания считать гидрологический подход более точным при расчётах VAS, причиной чего может служить неприемлемость формул, полученных для изолированных ледников плоской вершины, к тем ледникам плоской вершины, которые служат центрами ледниковых комплексов и имеют границы, проходящие по ледоразделам. В этом отношении более приемлемым для адекватной оценки запасов льда подобных ледниковых комплексов представляется метод GlabTop2, в котором не используются границы ледников по ледоразделам, а морфология ледников отчасти учитывается через уклоны ледниковой поверхности.

4. Выбранный подход к определению границ ледников влияет не только на оценку их объёма, но и на оценку распределения запасов льда по морфологическим типам ледников. Морфологический подход, очевидно, даёт более адекватную картину распределения площадей и запасов льда по морфологическим типам ледников. Вклад крупных форм оледенения в суммарный объём ледников массива Монгун-Тайга резко преобладает при морфологическом подходе. Больше всего льда содержат ледники плоской вершины (27–40%). При гидрологическом подходе, который используется чаще всего, завышается роль малых форм оледенения. При этом вклад ледников плоской вершины оценивается всего в 2%.

Благодарности. Исследования производились при поддержке РНФ и в рамках реализации проекта № 22-67-00020 “Изменения климата, ледников и ландшафтов Алтая в прошлом, настоящем и будущем как основа модели адаптации населения внутриконтинентальных горных районов Евразии к климатообусловленным изменениям среды”.

Acknowledgments. The study was supported by Russian National Science Foundation within the framework of the project No. 22-67-00020 “Changes in climate, glaciers and landscapes of Altai in the past,

present and future as the basis for a model of adaptation of the population of the intracontinental mountainous regions of Eurasia to climate-conditioned environmental changes”.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Виноградов О.Н., Кренке А.Н., Огановский П.Н. Руководство по составлению каталога ледников СССР. Л.: Гидрометеиздат, 1966. 154 с.
- Ганюшкин Д.А. Эволюция климата и оледенения массива Монгун-Тайга (Юго-Западная Тува) в вюрме и голоцене. Дис. на соиск. уч. степ. канд. геогр. наук. СПб.: СПбГУ, 2001. 195 с.
- Ганюшкин Д.А., Конькова О.С., Чистяков К.В., Банцев Д.В., Терехов А.В., Кунаева Е.П., Курочкин Ю.Н., Андреева Т.А., Волкова, Д.Д. Сокращение ледников Восточного Алтая (Шапшальский центр) после максимума малого ледникового периода // Лёд и Снег. 2021. Т. 61. № 4. С. 500–520. <https://doi.org/10.31857/S2076673421040104>
- Ганюшкин Д.А., Конькова О.С., Чистяков К.В., Екайкин А.А., Волков И.В., Банцев Д.В., Терехов А.В., Кунаева Е.П., Курочкин, Ю.Н. Состояние Шапшальского центра оледенения (Восточный Алтай) в 2015 году // Лёд и Снег. 2021. Т. 61. № 1. С. 38–57. <https://doi.org/1031857/S2076673421010070>
- Докукин М.Д. Выдающиеся прорывы озёр в 2012–2013 гг. (по материалам ДЗЗ) Часть 2 // Сб. трудов Северо-Кавказского института по проектированию водохозяйственного и мелиоративного строительства, 2015. С. 41–58.
- Докукин М.Д., Бекчиев М.Ю., Калов Р.Х., Савернюк Е.А., Черноморец С.С. Признаки подготовки катастрофических сходов ледников (анализ разновременной космической информации // Опасные природные и техногенные процессы в горных регионах: модели, системы, технологии. 2019. С. 522–528.
- Докукин М.Д., Бекчиев М.Ю., Калов Р.Х., Черноморец С.С., Савернюк Е.А. Активизация обвалов на Центральном Кавказе и их влияние на динамику ледников и селевые процессы // Лёд и Снег. 2020. Т. 60. № 3. С. 361–378. <https://doi.org/10.31857/S2076673420030045>
- Ерасов Н.В. Метод определения объёма горных ледников // Материалы гляциол. исследований. 1968. № 14. С. 307–308.
- Каталог ледников СССР. М.-Л.: Гидрометеиздат, 1965–1982.
- Кедич А.И., Харченко С.В., Голосов В.Н., Успенский М.И. Рельефообразование в прогляциальных зонах: его специфика, проблемы и перспективы изучения // VIII Шукинские чтения: рельеф и природопользование. 2020. С. 174–180.
- Керимов А.М., Гегиев К.А., Анаев М.Т., Гергокова З.Ж. Изменение селевой активности в бассейне реки Черек-Безенгийский в связи с интенсивной деградацией оледенения // Устойчивое развитие горных территорий Кавказа. Т. I. Ин-т истории естествознания и техники РАН, 2018. 589 с.
- Китов А.Д., Иванов Е.Н., Плюснин В.М., Гладков А.С., Лунина О.В., Серебряков Е.В., Афонькин А.М. Геоадиолокационные исследования ледника Перетолчина (Южная Сибирь) // География и прир. ресурсы. 2018. № 1. С. 158–166. [https://doi.org/10.21782/GIPR0206-1619-2018-1\(158-166\)](https://doi.org/10.21782/GIPR0206-1619-2018-1(158-166))
- Лаврентьев И.И., Кутузов С.С., Петраков Д.А., Попов Г.А., Поповнин В.В. Толщина, объём льда и подлёдный рельеф ледника Джанкуат (Центральный Кавказ) // Лёд и Снег. 2014. Т. 54. № 4. С. 7–19. <https://doi.org/10.15356/2076-6734-2014-4-7-19>
- Мачерет Ю.Я., Кутузов С.С., Мацковский В.В., Лаврентьев И.И. Об оценке объёма льда горных ледников // Лёд и Снег. 2013. Т. 53. № 1. С. 5–15. <https://doi.org/10.15356/2076-6734-2013-1-5-15>
- Москаленко И.Г., Селиверстов Ю.П., Чистяков К.В. Горный массив Монгун-Тайга (Внутренняя Азия). Опыт эколого-географической характеристики. СПб.: Изд-во РГО, 1993. 94 с.
- Нарожный Ю.К., Никитин С.А. Современное оледенение Алтая на рубеже XXI века // Материалы гляциол. исследований. 2003. № 95. С. 93–101.
- Никитин С.А. Закономерности распределения ледниковых льдов в Русском Алтае, оценка их запасов и динамики // Материалы гляциол. исследований. 2009. № 107. С. 87–96.
- Никитин С.А., Веснин А.В., Осипов А.В., Игловская Н.В. Результаты радиофизических исследований ледников Северо-Чуйского хребта на Алтае // Материалы гляциол. исследований. 1993. № 87. С. 188–195.
- Никитин С.А., Веснин А.В., Осипов А.В., Игловская Н.В. Результаты радиозондирования ледников Центрального Алтая (Северо-Чуйский и Южно-Чуйский хребты) // Материалы гляциол. исследований. 2000. № 88. С. 145–149.
- Никитин С.А., Меньшиков В.А., Веснин А.В., Селин Г.А. Результаты зондирования ледников Алтая портативным радиолокатором // Материалы гляциол. исследований. 1986. № 56. С. 116–121.
- Петраков Д.А., Лаврентьев И.И., Коваленко Н.В., Усубалиев Р.А. Толщина льда, объём и современные изменения площади ледника Сары-Тор (массив Ак-Шыйрак, внутренний Тянь-Шань) // Криосфера Земли. 2014. Т. 18. № 3. С. 91–100.
- Ревякин В.С. Часть 8. Бассейны р. Каргы, Моген-Бурен // Каталог ледников СССР. Л.: Гидрометеиздат. 1978. 80 с.
- Селиверстов Ю.П. Современное оледенение Мунгун-Тайги (юго-запад Тувы) // Изв. Всес. геогр. об-ва. 1972. Т. 104. № 1. С. 40–44.
- Селиверстов Ю.П., Москаленко И.Г., Новиков С.А. Современное оледенение массива Монгун-Тайга (Внутренняя Азия) и агроклиматические условия его существования // Материалы гляциол. исслед. 1997. Т. 82. С. 33–42.
- Сергеев И.С., Штыкова Н.Б., Ганюшкин Д.А. Глебова А.Б. Измерение мощности ледников на основе анализа переменной составляющей потенциала при вертикальном электрическом зондировании // Тезисы

- докл. всерос. конф. “Междисциплинарные научные исследования в целях освоения горных и арктических территорий”. Сочи: Ин-т географии РАН, 2018. С. 79.
- Хромова Т.Е., Носенко Г.А., Глазовский А.Ф., Муравьев А.Я., Никитин С.А., Лаврентьев И.И. Новый Каталог ледников России по спутниковым данным (2016–2019 гг.) // Лёд и Снег. 2021. Т. 61. № 3. С. 341–358.
<https://doi.org/10.31857/S2076673421030093>
- Чистяков К.В. Ландшафты Внутренней Азии: Динамика, история и использование. Дис. на соиск. уч. степ. д-ра геогр. наук. СПб. 2001. 269 с.
- Чистяков К.В., Ганюшкин Д.А., Москаленко И.Г., Зеленикина Е.С., Амосов М.И., Волков И.В., Глебова А.Б., Гузель Н.И., Журавлев С.А., Прудникова Т.Н., Прякина Г.В. Горный массив Монгун-Тайга / Ред. К.В. Чистякова. СПб.: Арт-Экспресс, 2012. 310 с.
- Agatova A., Nepov R., Ganyushkin D., Otgonbayar D., Griga S., Ovchinnikov I. Specific Effects of the 1988 Earthquake on Topography and Glaciation of the Tsambagarav Ridge (Mongolian Altai) Based on Remote Sensing and Field Data // Remote Sensing. 2022. V. 14. № 4. 917 p.
<https://doi.org/10.3390/rs14040917>
- Bahr D.B., Pfeffer W.T., Kaser G. A review of volume-area scaling of glaciers // Reviews of Geophysics. 2015. V. 53. № 1. P. 95–140.
<https://doi.org/10.1002/2014RG000470>
- Braithwaite R.J. From Doktor Kurowski’s Schneegrenze to our modern glacier equilibrium line altitude (ELA) // The Cryosphere. 2015. V. 9. № 6. P. 2135–2148.
<https://doi.org/10.5194/tc-9-2135-2015>
- Chotchaev K., Zaalishvili V., Dzeranov B. Natural endogenous factors of geoecological transformation of the mountain part of North Ossetia // E3S Web of Conferences. EDP Sciences. 2020. V. 164. 07025 p.
<https://doi.org/10.1051/e3sconf/202016407025>
- Emmer A., Vilímek V., Klimeš J. Glacial lake outburst floods (GLOFs) database project // Landslide Science for a Safer Geoenvironment. The International Programme on Landslides (IPL). Springer International Publishing. 2014. V. 1. P. 107–111.
https://doi.org/10.1007/978-3-319-04999-1_10
- Frey H., Machguth H., Huss M., Huggel C., Bajracharya S., Bolch T., Kulkarni A., Linsbauer A., Salzmann N., Stoffel M. Estimating the volume of glaciers in the Himalayan-Karakoram region using different methods // The Cryosphere. 2014. V. 8. № 6. P. 2313–2333.
<https://doi.org/10.5194/tc-8-2313-2014>
- Ganyushkin D., Bantsev D., Derkach E., Agatova A., Nepov R., Griga S., Rasputina V., Ostanin O., Dyakova G., Pryakhina G., Chistyakov K., Kurochkin Y., Gorbunova, Y. Post-Little Ice Age Glacier Recession in the North-Chuya Ridge and Dynamics of the Bolshoi Maashei Glacier, Altai // Remote Sensing. 2023. V. 15. № 8. P. 2186.
<https://doi.org/10.3390/rs15082186>
- Ganyushkin D.A., Chistyakov K.V., Volkov I.V., Bantsev D.V., Kunaeva E.P., Andreeva T.A., Terekhov A.V., Otgonbayar D. Present glaciers of Tavan Bogd massif in the Altai Mountains, Central Asia, and their changes since the Little Ice Age // Geosciences. 2018. V. 8. № 11. P. 414.
<https://doi.org/10.3390/geosciences8110414>
- Ganyushkin D., Chistyakov K., Derkach E., Bantsev D., Kunaeva E., Terekhov A., Rasputina V. Glacier Recession in the Altai Mountains after the LIA Maximum // Remote Sensing. 2022. V. 14. № 6. P. 1508.
<https://doi.org/10.3390/rs14061508>
- Ganiushkin D., Chistyakov K., Kunaeva E. Fluctuation of glaciers in the southeast Russian Altai and northwest Mongolia Mountains since the Little Ice Age maximum // Environmental Earth Sciences. 2015. V. 74. № 3. P. 1883–1904.
<https://doi.org/10.1007/s12665-015-4301-2>
- gdem.ersdac.jspacesystems.or.jp // Электронный ресурс. <https://gdemdl.aster.jspacesystems.or.jp> (Дата обращения: 14.03.2023)
- Global Land Ice Measurements from Space // Электронный ресурс. (<https://www.glims.org/>) (Дата обращения: 24.04.2023)
- Herren P.A., Eichler A., Machguth H., Papina T., Tobler L., Zapf A., Schwikowski M. The onset of Neoglaciation 6000 years ago in western Mongolia revealed by an ice core from the Tsambagarav mountain range // Quaternary Science Reviews. 2013. V. 69. P. 59–68.
<https://doi.org/10.1016/j.quascirev.2013.02.025>
- Kadota T., Gombo D., Kalsan P., Namgur D., Ohata T. Glaciological research in the Mongolian Altai, 2003–2009 // Bulletin of Glaciological Research. 2011. V. 29. P. 41–50.
- Krumwiede B.S., Kamp U., Leonard G.J., Kargel J.S., Dashtseren A., Walther M. Recent Glacier Changes in the Mongolian Altai Mountains: Case Studies from Munkh Khaikhan and Tavan Bogd // Global Land Ice Measurements from Space. 2014. P. 481–508.
https://doi.org/10.1007/978-3-540-79818-7_22
- Kurowsky, L. Die Hohe Der Schneegrenze Mit Besonderer Berücksichtigung Der Finsteraargornggruppe. Pencks Geogr. Abh. 1891. 5. P. 115–160.
- Linsbauer A., Paul F., Haeblerli W. Modeling glacier thickness distribution and bed topography over entire mountain ranges with glabtop: Application of a fast and robust approach // Journ. of Geophys. Research: Earth Surface. 2012. V. 117. № 3. P. 1–17.
<https://doi.org/10.1029/2011JF002313>
- Loibl D., Lehmkuhl F., Griesinger J. Reconstructing glacier retreat since the Little Ice Age in SE Tibet by glacier mapping and equilibrium line altitude calculation // Geomorphology. 2014. V. 214. P. 22–39.
<https://doi.org/10.1016/j.geomorph.2014.03.018>
- Nye J.F. The flow of a glacier in a channel of rectangular, elliptic or parabolic cross-section // Journ. of Glaciology. 1965. V. 5. № 41. P. 661–690.
<https://doi.org/10.3189/S0022143000018670>
- Paul F., Linsbauer A. Modeling of glacier bed topography from glacier outlines, central branch lines, and a DEM // Intern. Journ. of Geographical Information

Science. 2012. V. 26. № 7. P. 1173–1190.
<https://doi.org/10.1080/13658816.2011.627859>
 Randolph Glacier Inventory // Электронный ресурс.
<https://www.glims.org/RGI/index.html> (Дата обращения: 24.04.2023).

Raup B., Khalsa S.J.S. GLIMS Analysis Tutorial. National Snow and Ice Data Center, Boulder, CO. 2010 // Электронный ресурс. http://www.glims.org/MapsAndDocs/assets/GLIMS_Analysis_Tutorial_letter.pdf, p. 5. (Дата обращения: 24.04.2023).

Citation: Griga S.A., Ganyushkin D.A., Bantsev D.V., Nikolaev M.R., Kashkevich M.P., Ibraev K.A. Thickness and volume of glaciers of the Mongun-Taiga massif, Altai, in 2021 based on ground penetrating radar data and modeling. *Led i Sneg. Ice and Snow*. 2023, 63 (4): 489–512 [In Russian]. doi 10.31857/S2076673423040075

Thickness and Volume of Glaciers of the Mongun-taiga Massif, Altai, in 2021 Based on Ground Penetrating Radar Data and Modeling

S. A. Griga^{a,#}, D. A. Ganyushkin^a, D. V. Bantsev^a, M. R. Nikolaev^a,
 M. P. Kashkevich^a, and K. A. Ibraev^a

^a*Saint-Petersburg State University, St. Petersburg, Russia*

[#]*e-mail: semyon.griga@yandex.ru*

Received April 26, 2023; revised August 18, 2023; accepted October 2, 2023

This article presents the results of estimating the scale of the present-day glaciation of the Mongun-Taiga Mountain range (Eastern Altai) based on the decoding multi-time satellite images, GPR data and modelling using GlabTop2 and the Volume-Area Scaling (VAS) method. By 2021, 38 glaciers have been identified according to the hydrological principle and 36 ones – by the morphological principle. The total area is estimated as $17.18 \pm 1.13 \text{ km}^2$. Since 2010, area of the glaciers has decreased by 15%. The thickness of the glacial complex on the main peak of the Mongun-Taiga Mountain range was measured in the ablation season of 2021. More than 6 km of profiles were obtained by the GPR survey with accuracy of about 1%. Based on these data, the GlabTop2 model was calibrated. Then the spatial distribution of the ice thickness was obtained over the entire massif. The total volume of ice in the flat-summit glacier № 17 is estimated at $0.202 \pm 0.008 \text{ km}^3$ of ice. According to the GlabTop2 model with the morphological approach the ice volume of the whole massif was estimated at $0.733 \pm 0.052 \text{ km}^3$, and with the hydrological approach: $0.888 \pm 0.061 \text{ km}^3$. Determination of the boundaries of glaciers by the VAS method gave larger values: $0.690 \pm 0.038 \text{ km}^3$ with a morphological approach and $0.757 \pm 0.036 \text{ km}^3$ with a hydrological method. Consequently, with the same area of glaciers, volume determined by two different approaches can be rather different. This has a decisive influence on the morphological structure of ice reserves: the role of large forms of glaciation sharply prevails with the morphological approach. Most of the ice is contained in glaciers of the flat summit (27–40%). With the hydrological approach, which is used most often, the role of small forms of glaciation is overestimated. At the same time, the contribution of flat-summit glaciers is estimated at only 2%.

Keywords: glacier boundaries, flat-summit glacier, ice volume, glacier complex, GlabTopmodel, ground penetrating radar (GPR)

REFERENCES

- Vinogradov O.N., Krenke A.N., Oganovsky P.N. Rukovodstvo po sostavleniyu kataloga lednikov SSSR. Guide to compiling a catalog of glaciers of the USSR. Leningrad: Hydrometeoizdat, 1966: 154 p. [In Russian].
- Ganyushkin D.A. Evolution of climate and glaciation of the Mongun-Taiga massif (South-Western Tuva) in the Wurm and Holocene. PhD. St. Petersburg: St. Petersburg State University, 2001: 195 p. [In Russian].
- Ganyushkin D.A., Konkova O.S., Chistyakov K.V., Bantsev D.V., Terekhov A.V., Kunaeva E.P., Kurochkin Yu.N., Andreeva T.A., Volkova, D.D. Shrinking of the glaciers of East Altai (Shapshal Center) after the maximum of the Little Ice Age. *Led i Sneg. Ice and Snow*. 2021, 61 (4): 500–520 [In Russian].
<https://doi.org/10.31857/S2076673421040104>
- Ganyushkin D.A., Konkova O.S., Chistyakov K.V., Ekaykin A.A., Volkov I.V., Bantsev D.V., Terekhov A.V., Kunaeva E.P., Kurochkin Yu.N. The state of the Shapshalsky glacierization center (Eastern Altai) in 2015. *Led i Sneg. Ice and Snow*. 2021, 61 (1): 38–57 [In Russian].
<https://doi.org/10.31857/S2076673421010070>
- Dokukin M.D. Outstanding breakthroughs of lakes in 2012–2013 (based on remote sensing materials) Part 2. *Sbornik trudov Severo-Kavkazskogo instituta po proektirovaniu vodohoziaistvennogo i meliorativnogo stroitelstva*. Proc. of the North Caucasus Institute for the Design

- of Water Management and Reclamation Construction. 2015: 41–58 [In Russian].
- Dokukin M.D., Bekkiev M.Yu., Kalov R.H., Savernyuke E.A., Chernomorets S.S. Signs of preparation of catastrophic glacier descents (analysis of multi-temporal space information). *Opasnie prirodnie I tehnogennie processy v gornih regionah: modeli, sistemi, tehnologii*. Dangerous natural and technogenic processes in mountain regions: models, systems, technologies, 2019: 522–528 [In Russian].
- Dokukin M.D., Bekkiev M.Yu., Kalov R.H., Chernomorets S.S., Savernyuk E.A. Activation of landslides in the Central Caucasus and their influence on the dynamics of glaciers and mudflow processes. *Led i Sneg*. Ice and snow. 2020, 60 (3): 361–378 [In Russian]. <https://doi.org/10.31857/S2076673420030045>
- Yerasov N.V. Method of determining the volume of mountain glaciers. *Materialy glaciologicheskikh issledovaniy*. Materials of glaciological research. 1968, 14: 307–308 [In Russian].
- Katalog lednikov SSSR. USSR Glacier Inventory. Moscow–Leningrad: Hydrometeoizdat, 1965–1982 [In Russian].
- Kedich A.I., Kharchenko S.V., Voices. V.N., Uspensky M.I. In Relief formation of proglacial zones: its specificity, problems and prospects of study. *VIII Shchukinskie chtenia: rel'ef i prirodopolzovanie*. VIII Shchukin readings: relief and nature management. 2020: 174–180 [In Russian].
- Kerimov M.A., Gegiev K.A., Anaev M.T., Gergokova Z.Zh. In The change of mudflow Cherek-Bezengi activity in the Vyazi river basin with intensive degradation of glaciation. *Ustojchivoe razvitiye gornyh territorij Kavkaza. T. I. IIET RAN*. Sustainable development of the mountainous territories of the Caucasus. V. I.: IIET RAS. 2018: 589 [In Russian].
- Kitov A.D., Ivanov E.N., Plyusnin V.M., Gladkov A.S., Lunina O.V., Serebryakov E.V., Afonkin A.M. Georadiolocation studies of the Peretolchin glacier (Southern Siberia). *Geografiya i prirodnye resursy*. Geography and Natural resources. 2018, 1: 158–166 [In Russian]. [https://doi.org/10.21782/GIPR0206-1619-2018-1\(158-166\)](https://doi.org/10.21782/GIPR0206-1619-2018-1(158-166))
- Lavrentiev I.I., Kutuzov S.S., Petrakov D.A., Popov G.A., Popovnin V.V. Thickness, volume of ice and subglacial relief of the Dzhankuat glacier (Central Caucasus). *Led i Sneg*. Ice and Snow. 2014, 54 (4): 7–19 [In Russian]. <https://doi.org/10.15356/2076-6734-2014-4-7-19>
- Macheret Yu.Ya., Kutuzov S.S., In Matskovsky V., Lavrentiev I. On the assessment of the volume of ice of mountain glaciers. *Led i sneg*. Ice and Snow. 2013, 53 (1): 5–15 [In Russian]. <https://doi.org/10.15356/2076-6734-2013-1-5-15>
- Moskalenko I.G., Seliverstov Yu.P., Chistyakov K.V. Mongun-Taiga mountain range (Inner Asia). *Gorniy massif Mongun-Taiga (Vnutrennaya Azia). Opyt ekologo-geograficheskoy harakteristiki*. Experience of ecological and geographical characteristics. Saint Petersburg: Publishing House of Russian Geographical Society. 1993: 94 [In Russian].
- Narozhnyi Yu.K., Nikitin S.A. Present-day glaciation of Altai on the boundary of XXI century. *Materialy Glyatsiologicheskikh Issledovaniy*. Data of Glaciological Studies. 2003, 95: 93–101 [In Russian].
- Nikitin S.A. Regularities of the distribution of glacial ice in the Russian Altai, assessment of their reserves and dynamics. *Materialy Glyatsiologicheskikh Issledovaniy*. Data of Glaciological Studies. 2009, 107: 87–96 [In Russian].
- Nikitin S.A., Vesnin A.V., Osipov A.V., Iglovskaya N.V. Results of radiophysical studies of glaciers of the North Chui ridge in Altai. *Materialy Glyatsiologicheskikh Issledovaniy*. Data of Glaciological Studies. 1993, 87: 188–195 [In Russian].
- Nikitin S.A., Vesnin A.V., Osipov A.V., Iglovskaya N.V. Results of radiosounding of glaciers of the Central Altai (North-Chuisky and South-Chuisky ridges). *Materialy Glyatsiologicheskikh Issledovaniy*. Data of Glaciological Studies. 2000, 88: 145–149 [In Russian].
- Nikitin S.A., Menshikov V.A., Vesnin A.V., Selin G.A. Results of sounding Altai glaciers with portable radar. *Materialy Glyatsiologicheskikh Issledovaniy*. Data of Glaciological Studies. 1986, 56: 116–121 [In Russian].
- Petrakov D.A., Lavrentiev I.I., Kovalenko N.V., Usabaliev R.A. Ice thickness, volume and modern changes in the area of the Sary-Tor glacier (Ak-Shyrak massif, inner Tien Shan). *Kriosfera Zemli*. Cryosphere of the Earth. 2014, 18 (3): 91–100 [In Russian].
- Revyakin V.S. P. 8. Basins of the Kargy river, Mogen-Buren. *Katalog lednikov SSSR*. Catalog of glaciers of the USSR. Leningrad: Hydrometeoizdat. 1978: 80 p. [In Russian].
- Seliverstov Yu.P. Modern glaciation of the Mungun Taiga (southwest of Tuva). *Izvestiya vsesoyuznogo geograficheskogo obshchestva*. Proc. VGO. 1972, 104 (1): 40–44 [In Russian].
- Seliverstov Yu.P., Moskalenko I.G., Novikov S.A. Modern glaciation of the Mongun Taiga massif (Inner Asia) and agroclimatic conditions of its existence. *Materialy Glyatsiologicheskikh Issledovaniy*. Data of Glaciological Studies. 1997, 82: 33–42 [In Russian].
- Sergeev I.S., Shtykova N.B., Ganyushkin D.A., Glebova A.B. Measuring the power of glaciers based on the analysis of the variable component of the potential in vertical electric sounding. *Mezhdistsiplinarnyye nauchnyye issledovaniya v tselyakh osvoyeniya gornyykh i arkticheskikh territoriy*. Interdisciplinary scientific research for the development of mountain and Arctic territories. Sochi: Publishing House of the Institute of Geography of the Russian Academy of Sciences. 2018: 79 [In Russian].
- Khromova T.E., Nosenko G.A., Glazovsky A.F., Muravyev A.Ya., Nikitin S.A., Lavrentiev I.I. New Catalog of glaciers of Russia according to satellite data (2016–2019). *Led i Sneg*. Ice and Snow. 2021, 61 (3): 341–358 [In Russian]. <https://doi.org/10.31857/S2076673421030093>
- Chistyakov K.V. Landscapes of Inner Asia: Dynamics, history and use Doctor of Sciences in Geography. St. Petersburg. 2001: 269 p [In Russian].

- Chistyakov K.V., Ganyushkin D.A., Moskalenko I.G., Zelepukina E.S., Amosov M.I., Volkov I.V., Glebova A.B., Guzel N.I., Zhuravlev S.A., Prudnikova T.N., Pryakhina G.V. Gorniy massif Mongun-Taiga. Mongun-Taiga mountain massif. Saint Petersburg: Art-Ekspress. 2012: 310 p. [In Russian].
- Agatova A., Nepop R., Ganyushkin D., Otgonbayar D., Griga S., Ovchinnikov I. Specific effects of the 1988 earthquake on the topography and glaciation of the Tsambagarav ridge (Mongolian Altai) based on remote sensing and field data. *Remote sensing*. 2022, 14 (4): 917 p. <https://doi.org/doi.org/10.3390/rs14040917>
- Bahr D.B., Pfeffer W.T., Kaser G. A review of volume-area scaling of glaciers. *Reviews of Geophysics*. 2015, 53 (1): 95–140. <https://doi.org/10.1002/2014RG000470>
- Braithwaite R.J. From Doktor Kurowski's Schneegrenze to our modern glacier equilibrium line altitude (ELA). *The Cryosphere*. 2015, 9 (6): 2135–2148. <https://doi.org/10.5194/tc-9-2135-2015>
- Chotchaev K., Zaalishvili V., Dzeranov B. Natural endogenous factors of geoecological transformation of the mountainous part of North Ossetia. *E3S Web of Conferences*. EDP Sciences. 2020, 164: 07025. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202016407025>
- Emmer A., Vilimek V., Klimesh Ya. Project of the database on floods caused by emissions from glacial lakes (GLOFs). *Science of landslides for safer geoecology. International Program on Landslides (IPL)*. Springer International Publishing House. 2014, 1: 107–111. https://doi.org/10.1007/978-3-319-04999-1_10
- Frey H., Machgut H., Huss M., Haggel S., Bayracharya S., Bolch T., Kulkarni A., Linsbauer A., Salzmann N., Stoffel M. Estimation of the volume of glaciers in the Himalayan-Karakoram region using various methods. *Cryosphere*. 2014, 8 (6): 2313–2333. <https://doi.org/10.5194/tc-8-2313-2014>
- Ganyushkin D., Bantsev D., Derkach E., Agatova A., Nepop R., Griga S., Rasputina V., Ostanin O., Dyakova G., Pryakhina G., Chistyakov K., Kurochkin Y., Gorbunova, Y. Post-Little Ice Age Glacier Recession in the North-Chuya Ridge and Dynamics of the Bolshoi Maashei Glacier, Alta. *Remote Sensing*. 2023, 15 (8): 2186. <https://doi.org/10.3390/rs15082186>
- Ganyushkin D.A., Chistyakov K.V., Volkov I.V., Bantsev D.V., Kunaeva E.P., Andreeva T.A., Terekhov A.V., Otgonbayar D. Present glaciers of Tavan Bogd massif in the Altai Mountains, Central Asia, and their changes since the Little Ice Age. *Geosciences*. 2018, 8 (11): 414. <https://doi.org/10.3390/geosciences8110414>
- Ganyushkin D., Chistyakov K., Derkach E., Bantsev D., Kunaeva E., Terekhov A., Rasputina V. Glacier Recession in the Altai Mountains after the LIA Maximum. *Remote Sensing*. 2022, 14 (6): 1508. <https://doi.org/10.3390/rs14061508>
- Ganyushkin D., Chistyakov K., Kunaeva E. Fluctuations of glaciers in the mountains of the southeastern Russian Altai and northwestern Mongolia after the maximum of the Little Ice Age. *Ecological Earth Sciences*. 2015, 74 (3): 1883–1904. <https://doi.org/10.1007/s12665-015-4301-2>
- gdem.ersdac.jspacesystems.or.jp. Retrieved from: <https://gdemdl.aster.jspacesystems.or.jp> (Last access: 14 March 2023).
- Global Land Ice Measurements from Space. Retrieved from: <https://www.glims.org/> (Last access: 24 April 2023).
- Herren P.A., Eichler A., Machguth H., Papina T., Tobler L., Zapf A., Schwikowski M. The onset of Neoglaciation 6000 years ago in western Mongolia revealed by an ice core from the Tsambagarav mountain range. *Quaternary Science Reviews*. 2013, 69: 59–68. <https://doi.org/10.1016/j.quascirev.2013.02.025>
- Kadota T., Gombo D., Kalsan P., Namgur D., Ohata T. Glaciological research in the Mongolian Altai, 2003–2009. *Bulletin of Glaciological Research*. 2011, 29: 41–50.
- Krumvide B.S., Kamp U., Leonard G.J., Kargel J.S., Dashtseren A., Walter M. Recent changes of glaciers in the mountains of the Mongolian Altai: case studies of Munkh Khaikhan and Tavan Bogda. *Global measurements of ground ice from space*. 2014: 481–508. https://doi.org/10.1007/978-3-540-79818-7_22
- Kurowsky L. Die Hohe Der Schneegrenze Mit Besonderer Berucksichtigung Der Finsteraargorngruppe. *Pencks Geogr. Abh.* 1891, 5: 115–160. [In German].
- Linsbauer A., Paul F., Heberly U. Modeling the distribution of glacier thickness and bed relief over entire mountain ranges using glabtop: the application of a fast and reliable approach. *Journ. of Geophysical Research: The Surface of the Earth*. 2012, 117 (3): 1–17. <https://doi.org/10.1029/2011JF002313>
- Loibl D., Lemkul F., Griesinger J. Reconstruction of glacier retreat since the Little Ice Age in Southern Tibet by mapping glaciers and calculating the height of the equilibrium. *Geomorphology*. 2014, 214: 22–39. <https://doi.org/10.1016/j.geomorph.2014.03.018>
- Nye J.F. Glacier flow in a channel of rectangular, elliptical or parabolic cross-section. *Journ. of glaciology*. 1965, 5 (41): 661–690. <https://doi.org/10.3189/S0022143000018670>
- Paul F., Linsbauer A. Modeling of glacier bed relief based on glacier contours, central branches and DEM. *International Journ. of Geographical Informatics*. 2012, 26 (7): 1173–1190. <https://doi.org/10.1080/13658816.2011.627859>
- Randolph Glacier Inventory Retrieved from: <https://www.glims.org/RGI/index.html> (Last access: 24 April 2023).
- Raup B., Khalsa S.J.S. GLIMS Analysis Tutorial. National Snow and Ice Data Center, Boulder, CO. 2010. Retrieved from: http://www.glims.org/MapsAndDocs/assets/GLIMS_Analysis_Tutorial_letter.pdf, p. 5 (Last access: 24 April 2023)