

ОЦЕНКА СТАТИСТИЧЕСКОЙ СВЯЗИ МЕЖДУ ПОЛЯМИ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ СЖАТИЙ МОРСКОГО ЛЬДА С РАЗНОЙ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ДЕТАЛИЗАЦИЕЙ

© 2023 г. С. В. Клячкин

Арктический и Антарктический научно-исследовательский институт, Санкт-Петербург, Россия
e-mail: svkl@aari.ru

Поступила в редакцию 20.07.2021 г.

После доработки 01.11.2022 г.

Принята к публикации 06.03.2023 г.

С помощью численной модели эволюции ледяного покрова рассчитаны поля сжатия с разными вариантами пространственной детализации. Выявлена статистическая связь между средним сжатием и пространственной дисперсией сжатия, полученными по моделям с низким и высоким пространственным разрешением. Предложена основа алгоритма оценки экстремального сжатия в масштабе меньше, чем пространственное разрешение модели. Оговариваются границы применимости предложенного подхода.

Ключевые слова: Баренцево и Карское моря, численное моделирование, сжатие льда, пространственное разрешение, соотношение масштабов, аппроксимация, экстремальные значения, обеспеченность

DOI: 10.31857/S2076673423010088, **EDN:** MABIRX

ВВЕДЕНИЕ

Напряжения в ледяном покрове, обычно обозначаемые термином “сжатия льда” — важнейшее явление, оказывающее существенное влияние на любой вид морской деятельности в замерзающих морях, и их адекватный расчёт или прогноз считается актуальной научно-практической задачей.

Пространственная неоднородность динамики ледяного покрова (включая сжатия) определяется неоднородностью как самого ледяного покрова, так и воздействующих на него внешних сил. Макро- и мезомасштабные неоднородности динамики ледяного покрова (от первых километров до десятков–сотен километров) обуславливаются такими факторами как синоптическая неоднородность полей ветра и течений, конфигурация береговой линии, обширные зоны припая, зоны преобладания льдов того или иного возраста.

Что же касается мелкомасштабных (локальных) неоднородностей динамики, то они определяются прежде всего тем, что реальный ледяной покров состоит из ледяных образований, масштаб которых исчисляется сотнями или даже десятками метров (льдины, торосы, наслоения, сморози, и т.д.), характеризующихся широким разнообразием морфометрических, физико-механических и прочих свойств.

В сплочённых льдах локальная неоднородность динамики проявляется в первую очередь в

широком разбросе значений напряжений в ледяном покрове, зачастую достигающих предела прочности льда. Это приводит к откалыванию кусков льда вблизи краев льдин (то есть вблизи линий контакта между льдинами) и образованию торосов, в то время как вдали от линий контакта разломы льдин происходят значительно реже. Этот общеизвестный факт свидетельствует о том, что наибольшие напряжения в сплочённых льдах концентрируются, как правило, именно вблизи линий контактов между льдинами, а по мере удаления от линии контакта к “центру” льдины напряжения обычно ослабевают. Иными словами, реальное поле сжатий в ледяном покрове представляет собой мозаику участков с относительно высокими или относительно низкими напряжениями, причём размеры, конфигурации и расположение участков с высокими напряжениями преимущественно сопряжены с линиями контактов между льдинами.

При исследовании сжатий с помощью натуральных наблюдений возникают серьёзные затруднения. Инструментальные измерения напряжений в дрейфующих льдах чрезвычайно трудны с точки зрения логистики, и по этой причине носят эпизодический и локальный характер. Тем не менее, такие наблюдения, пусть и в небольших объёмах, проводились. В частности, в работах (Tucker et al., 1991; Tucker, Perovich, 1992; Richter-Menge, Elder, 1998; Richter-Menge et al., 2002; Lepparanta, 2005)

описываются разнообразные полевые эксперименты по измерению напряжений в дрейфующих льдах, что дало возможность оценить порядки величин напряжений, а также составить определенное представление о некоторых особенностях их пространственной и временной изменчивости. Однако именно в силу ограниченности объемов данных эти работы не позволили составить общую картину пространственного распределения напряжений.

Визуальная фиксация сжатий в обязательном порядке входит в программу визуальных авиационных и судовых наблюдений. С середины 30-х до начала 90-х годов XX века такие наблюдения выполнялись в СССР регулярно, и охватывали все арктические моря России, а также часть Центрального Арктического бассейна. В результате был накоплен значительный объем информации, и обобщение полученных данных дало возможность составить определенное представление о характере пространственной изменчивости сжатий. В работе (Воеводин, 1978) предложена оригинальная иерархическая система пространственных масштабов сжатий. Однако визуальные наблюдения, несмотря на достаточно широкий временной и географический охват, содержат два существенных недостатка: во-первых, они дают лишь качественную картину, и, во-вторых, достоверность визуальных наблюдений очень сильно зависит от квалификации наблюдателя.

Отмечено, что именно локальные, но сильные всплески сжатий могут оказаться наиболее серьезной угрозой для инженерных объектов, например, для судов, плавающих во льдах, поскольку судно непосредственно сталкивается не со “средним преобладающим фоном” сжатий, а именно с реальными локальными возмущениями, пространственный масштаб которых сопоставим с размерами судна. По этой причине информация о частоте и интенсивности локальных очагов сжатий считается интересной и актуальной как с научной, так и с практической точки зрения. Цель работы — исследование статистических характеристик полей сжатий ледяного покрова и определение основных подходов к алгоритму, позволяющему оценивать экстремальные сжатия в минимально возможном масштабе.

МЕТОД И ДАННЫЕ

Выше отмечено, что решение такой задачи на основе результатов натурных наблюдений невозможно. Поэтому применяются методы математического моделирования — виртуальная имитация динамики ледяного покрова, включая сжатия льдов.

Расчёт и прогноз сжатий ледяного покрова выполняется с помощью динамических моделей, численная реализация которых обычно предполагает аппроксимацию расчётной области с по-

мощью регулярной сетки. В общем случае более высокая пространственная детализация модели более предпочтительна. Однако применительно к моделям, имитирующим динамику ледяного покрова, нижний предел шага регулярной сетки имеет важное ограничение: шаг сетки должен быть существенно больше, чем характерный размер льдин в данном бассейне. По этой причине шаг сетки для модели динамики ледяного покрова не должен быть меньше 4–5 км, и обычно составляет от 5 до 50 км в зависимости от специфики задачи. Соответственно, сжатия, полученные с помощью численной модели динамики ледяного покрова — это значения, осредненные по площади ячейки сетки, составляющие десятки–сотни квадратных километров.

Такая пространственная детализация вполне приемлема для воспроизведения изменчивости динамики ледяного покрова, обусловленной как региональными макромасштабными факторами (десятки–сотни километров), так и мезомасштабными деталями ледовых условий (километры–первые десятки километров), но во втором случае необходимо применять максимально возможную пространственную детализацию, то есть шаг сетки должен составлять не более 5–10 км.

Как отмечалось выше, характерные размеры ледяных образований (льдин, торосов и т.д.), “ответственных” за сильные локальные возмущения поля напряжений, существенно меньше, чем размер ячейки сетки в любой модели динамики ледяного покрова; отсюда очевидно, что с помощью численной модели мелкомасштабную пространственную неоднородность сжатий воспроизвести невозможно. Оригинальная попытка оценить локальные сжатия, отталкивающаяся от результатов моделирования динамики ледяного покрова с шагом сетки 5.12 км, предпринята в работе (Lemieux et al., 2020).

В этой работе выполнено гидродинамическое моделирование динамики льда “внутри” ячейки сетки с применением средних значений сжатия в четырёх соседних ячейках как граничных условий. Получены оценки пространственной неоднородности сжатия в пределах ячейки сетки, причём местами эти локальные сжатия на порядок превышали среднее значение. Однако особенность этой работы заключается в том, что моделирование локальной динамики внутри ячейки было основано на допущении, что ледяной покров — это сплошная среда, то есть дискретный характер ледяного покрова игнорировался. Такое допущение, в принципе приемлемое при мезомасштабном моделировании, может дать существенные искажения при воспроизведении локальных эффектов динамики. Авторы работы, хорошо понимая эту особенность, опубликовали свое исследование в “дискуссионном” порядке.

В рамках нашей работы решено прибегнуть к статистическому анализу результатов моделиро-

вания динамики ледяного покрова с различным пространственным разрешением. Для этого была применена разработанная в Арктическом и Антарктическом научно-исследовательском институте (ААНИИ) численная динамико-термодинамическая модель эволюции ледяного покрова. Эта модель с середины 2000-х годов применяется для составления регулярных краткосрочных ледовых прогнозов в арктических и замерзающих неарктических морях России (одна из последних версий модели описана в работе (Клячкин и др., 2020)), и дает вполне удовлетворительные результаты (Клячкин и др., 2015).

В основе модели — система уравнений динамики и термодинамики океана и ледяного покрова с соответствующими начальными и граничными условиями. Океанский блок основан на модели Принстонского университета США, в которой для описания вертикальной структуры океана применяются так называемые σ -координаты, то есть вертикальная структура представлена фиксированным количеством слоев, толщина которых зависит от глубины места. Термические изменения ледяного покрова рассчитываются с помощью уравнения теплового баланса двухслойной среды “лёд–снег” (Николаева, Шестериков, 1970).

Динамика ледяного покрова рассчитывается на основе уравнения движения, где в правой части присутствуют слагаемые, описывающие касательные напряжения на верхней и нижней поверхностях льда, силу Кориолиса, силу, обусловленную наклоном уровня, и силу внутреннего взаимодействия в ледяном покрове.

Напряжения на поверхностях льда, обусловленные воздействием ветра и течений, оцениваются с помощью известного квадратичного закона (Гудкович, Доронин, 2001), при этом коэффициенты трения зависят от торосистости льда. Сила Кориолиса и проекция силы тяжести на поверхность моря задаются традиционно.

В данной модели считается, что ледяной покров проявляет свойства, характерные для вязкопластических сред. Вязкое взаимодействие в ледяном покрове подробно рассмотрено в работе (Аппель, Гудкович, 1992). Согласно этой работе, сила внутреннего взаимодействия пропорциональна дивергенции внутренних напряжений. Внутренние напряжения $\dot{\sigma}_{\xi\xi}$, $\dot{\sigma}_{\chi\chi}$, соответствующие главным осям тензора скоростей деформаций, рассчитываются по формуле:

$$\sigma_{\xi\xi} = K\dot{\epsilon}_{\xi\xi} \quad \sigma_{\chi\chi} = K\dot{\epsilon}_{\chi\chi} \quad (1)$$

Параметр K определяется следующим образом:

1) $K = K_0 H(3N - 2)$ при выполнении каждого из всех следующих условий:

$$a) N \geq 0.67$$

$$b) \operatorname{div}\{\vec{W}\} \leq 0 \quad (2)$$

$$в) \dot{\epsilon}_{\xi\xi} < 0 \text{ либо } \dot{\epsilon}_{\chi\chi} < 0$$

2) $K = 0$ при невыполнении хотя бы одного из условий (2).

Здесь $K_0 = 1.2 \times 10^{10} \text{ кг с}^{-1} \text{ м}^{-2}$, $\dot{\epsilon}_{\xi\xi}$, $\dot{\epsilon}_{\chi\chi}$ — инварианты тензора скоростей деформаций, соответствующие осям $\xi\chi$ эллипса деформаций, N — сплоченность льда, W — скорость дрейфа.

Особенность деформирования пластических сред — наличие порогового механизма, то есть среда деформируется при достаточно больших внешних нагрузках. Если напряжения в ледяном покрове превышают некоторый предел, то в этом случае модель допускает возможность накопления “лишнего” объема льда в пределах некоторой площади (ячейки сетки), то есть торования. В данном случае этот предел оценивается как устойчивость ледяной пластины, лежащей на упругом основании, по отношению к продольному изгибу (Хейсин, Ивченко, 1975). Если напряжение недостаточно, то чтобы накопления лишнего объема не происходило, применяется специальный искусственный приём, заключающийся в итеративной коррекции поля дрейфа в соответствии с условием неотрицательной дивергенции. Описанный принцип, по существу, имитирует пластическое поведение ледяного покрова.

Численная реализация модели основана на аппроксимации расчётной области регулярной равноплощадной сеткой. Шаг сетки может варьироваться от 5 до 50 км в зависимости от размеров выбранной расчётной области.

Ледяной покров представлен набором маркеров, каждый из которых характеризуется пространственными координатами в декартовой системе, толщиной, прибавкой толщины за счёт торосов и скоростью. Перемещение и термическое изменение толщины рассчитываются отдельно для каждого маркера. Силы внутреннего взаимодействия, возникающие при дрейфе, считаются одинаковыми в пределах ячейки. Выторашиваемые маркеры исключаются из дальнейшего расчёта, а их суммарная толщина равномерно распределяется среди оставшихся маркеров данной ячейки как прибавка толщины за счёт торосов. Соотношение толщины ровного льда и прибавки толщины, обусловленной торосами, определяет торосистость данного маркера, которая, как отмечалась выше, учитывается при расчете тангенциальных напряжений на поверхностях льда.

Для задания начальных условий по термохалинной структуре океана при составлении “нового” прогноза (расчёта) учитываются результаты предыдущего прогноза (расчёта) с применением специальной процедуры согласования расчётных полей температуры и солёности с фактическим состоянием ледяного покрова.

Для задания атмосферного форсинга применяются результаты глобальной системы прогно-

зов (Global Forecasting System, GFS) с временным шагом, равным трем часам.

Для задания начальных условий по ледяному покрову применяются электронные ледовые карты ААНИИ в векторном формате “шейп-файл”, в соответствии с международным стандартом SIGRID-3. С помощью специальной процедуры векторная ледовая карта преобразуется в набор матриц, где каждый элемент каждой матрицы означает величину соответствующего параметра ледяного покрова в соответствующей ячейке сетки. Понятно, что сетки с более высоким пространственным разрешением полнее отражают как мелкие подробности ледовых условий, так и мелкие детали конфигурации береговой черты. Это приводит к тому, что при мелкой сетке контрасты ледовых условий между соседними ячейками в среднем оказываются более резкими, и, следовательно, поле напряжений в ледяном покрове, полученное с помощью модели с более детальной сеткой, должно быть менее гладким. Собственно, в природе так оно и есть, только ещё более выражено, поскольку в природе ещё существует совсем мелкомасштабная пространственная неоднородность с характерным масштабом десятки–сотни метров (разнообразные льдины, торосы, и т.д.). Предположено, что различия в результатах моделирования динамики ледяного покрова при применении сеток с различной пространственной детализацией имеют под собой реальную природную основу.

ОПИСАНИЕ РАСЧЁТОВ

С помощью описанной выше модели выполнены имитационные расчеты ледовых условий с пятью вариантами регулярной сетки: сетка с шагом 50 км, охватывающая весь Северный Ледовитый океан, включая арктические моря России; сетка с шагом 25 км, охватывающая восточную половину Баренцева моря и целиком Карское море; сетка с шагом 12.5 км, охватывающая юго-западную часть Карского моря; сетка с шагом 10 км, охватывающая Печорское море; сетка с шагом 5 км, охватывающая Байдарацкую губу с прилегающими с севера подходами.

Таким образом, Байдарацкая губа с подходами попадает в четыре сетки: 50 км, 25 км, 12.5 км и 5 км, а Печорское море попадает в три сетки: 50 км, 25 км и 10 км. Соответственно, именно эти два региона – Байдарацкая губа и Печорское море – играют роль “тестовых полигонов” для исследования статистики сжатий. В зависимости от шага сетки количество ячеек, попадающих в эти тестовые полигоны, различно: в сетке с шагом 50 км – 90 ячеек (из них на Печорское море приходится 69 ячеек и на Байдарацкую губу – 21 ячейка); в сетке с шагом 25 км – 363 ячейки (из них на Печорское море приходится 284 ячейки и

на Байдарацкую губу – 79 ячеек); в сетке с шагом 12.5 км – 315 ячеек (все – Байдарацкая губа); в сетке с шагом 10 км – 1749 ячеек (все – Печорское море); в сетке с шагом 5 км – 2052 ячейки (все – Байдарацкая губа). Географический охват сеток и положение тестовых полигонов показаны на рис. 1.

Продолжительность моделирования составила 92 суток – со 2 января по 3 апреля 2018 г. Временная дискретность записи результатов составила 1 час, что позволило получить для каждой ячейки каждой сетки 2208 значений сжатия. Выбор такого периода для анализа сжатий с начала января до начала апреля обусловлен тем, что именно в это время в Карском и Баренцевом морях наблюдается “оптимальное” сочетание толщины и подвижности льда. В начале зимы (до января) ещё слишком мала толщина льда, а в конце зимы (после марта) из-за большой толщины снижается мобильность ледяного покрова. На рис. 2 показаны примеры полей сжатия льда за один и тот же момент времени в сетках с разным шагом.

Поскольку расчёты выполнялись для одного и того же региона, но с разной пространственной детализацией, то несложно определить, какие ячейки “мелкой” сетки географически попадают в пределы некоторой заданной ячейки “грубой” сетки. То есть, каждой ячейке “грубой” сетки географически соответствует некоторая группа ячеек “мелкой” сетки. В общей сложности получается восемь вариантов географического соответствия между “грубыми” и “мелкими” сетками. Схематично этот принцип проиллюстрирован на рис. 3.

Таким образом, сжатие в крупной ячейке, определённое по модели с “грубой” сеткой, представляет собой среднее значение, а сжатия в группе малых ячеек, географически соответствующих крупной ячейке, можно интерпретировать как некоторую случайную величину, характеризующую пространственную изменчивость сжатий в пределах данной крупной ячейки.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЁТОВ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Анализ модельных результатов выполнялся следующим образом – рассматривались сетки с шагом 25 км (регион – всё Карское море, восточная часть Баренцева и прилегающая часть Центрального бассейна, всего порядка 4 тыс. ячеек) и 5 км (регион – Байдарацкая губа с подходами, всего порядка 2 тыс. ячеек). По результатам моделирования на некоторый момент времени существуют значения сжатия в каждой ячейке 25 км, и на этот же момент времени – значения сжатия в каждой ячейке 5 км. Из большого региона (Карское и Баренцево моря) выбираются те ячейки сетки, которые попадают в район Байдарацкой губы с подходами (79 ячеек). Для каждой из этих

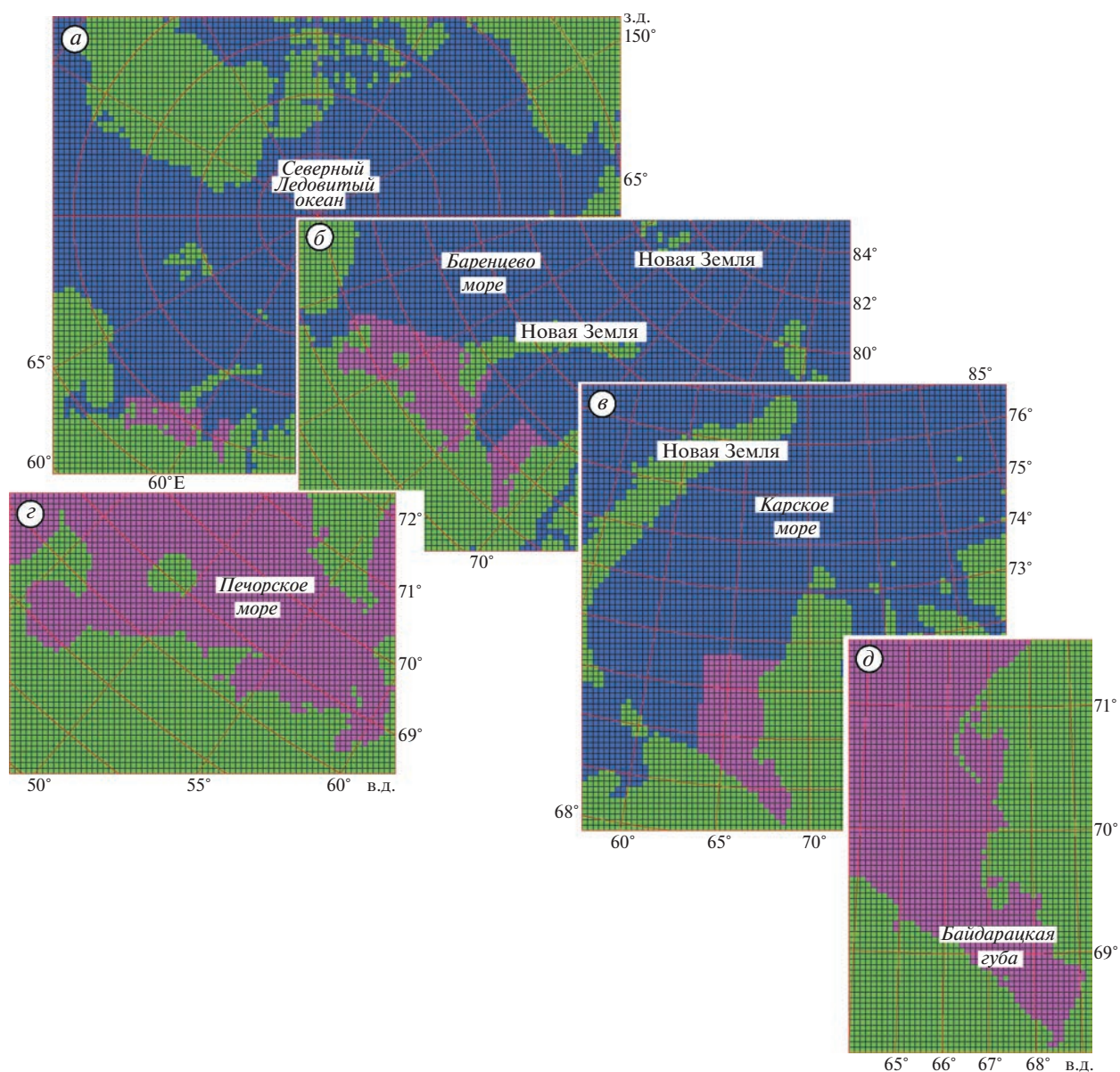


Рис. 1. Схемы пяти расчётных сеток, примененных для модельных расчетов (розовым цветом отмечены ячейки, по которым проводился анализ модельных результатов): а) Северный Ледовитый океан, сетка с шагом 50 км; б) Баренцево и Карское моря, сетка с шагом 25 км; в) юго-западная часть Карского моря, сетка с шагом 12.5 км; г) Печорское море, сетка с шагом 10 км; д) Байдарацкая губа с северными подходами, сетка с шагом 5 км.

Fig. 1. Diagrams of five model grid nets used for the simulations. Pink color indicates the grid cells used for the analysis: а) the Arctic Ocean, grid net with 50 km spatial resolution; б) the Barents and Kara Seas, grid net with 25 km spatial resolution; в) the south-western Kara Sea, grid net with 12.5 km spatial resolution; г) the Pechora Sea, grid net with 10 km spatial resolution; д) the Baidarra Bay with northern approaches, grid net with 5 km spatial resolution.

79 “больших” ячеек подбирается группа из 25 географически соответствующих “малых” ячеек. По каждой группе (в группе — 25 малых ячеек с шагом 5 км) вычисляются среднее и среднеквадратическое отклонение (СКО). Тогда для каждой из 79 больших 25 км ячеек получается три числа: значение сжатия в большой 25-километровой ячейке (получено непосредственно из модельных расчётов); среднее сжатие в группе из 25 малых

5-километровых ячеек (получено в результате статистической обработки); СКО сжатия в группе из 25 малых 5-километровых ячеек (получено в результате статистической обработки).

Та же процедура повторяется для следующего момента времени, потом — для следующего и т.д. В результате набирается порядка 170 тыс. таких “троек”.

Затем всё множество получившихся значений разделено на три подмножества: случаи “слабо-

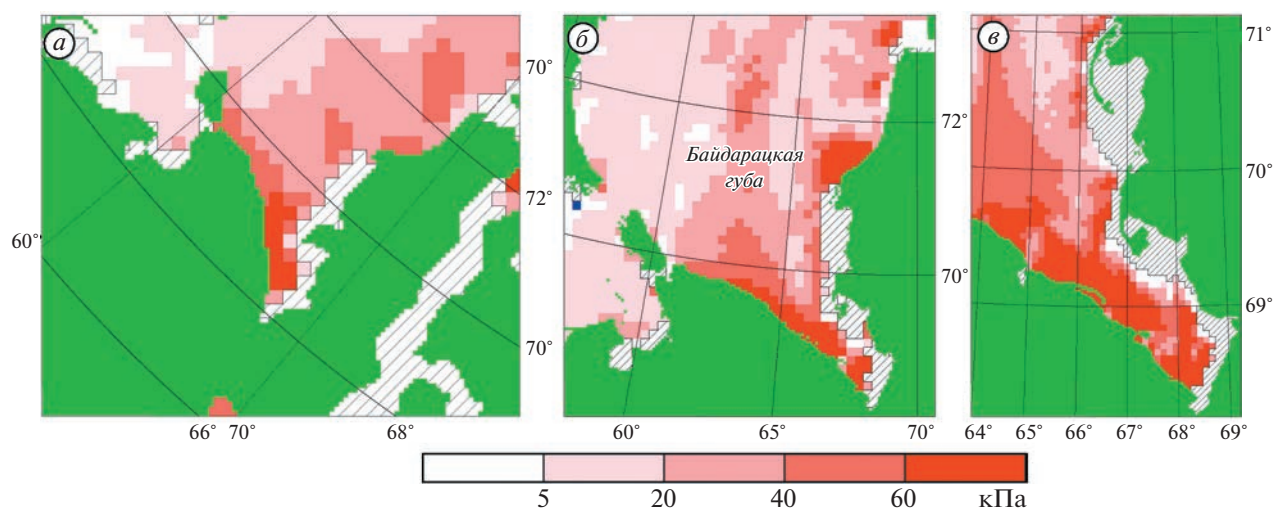


Рис. 2. Примеры полей сжатий в Байдарацкой губе и северных подходах к ней на 02.03.2018 г. 02–00 UTC (Universal Time Corrected), рассчитанных с помощью модели с разным пространственным шагом: а) сетка с шагом 25 км; б) сетка с шагом 12.5 км; в) сетка с шагом 5 км.

Fig. 2. Examples of ice pressure fields in the Baidara Bay and its northern approaches on 02.03.2018 02–00 UTC simulated with the help of model with various spatial resolution: а) grid net with 25 km spatial resolution; б) grid net with 12.5 km spatial resolution; в) grid net with 5 km spatial resolution.

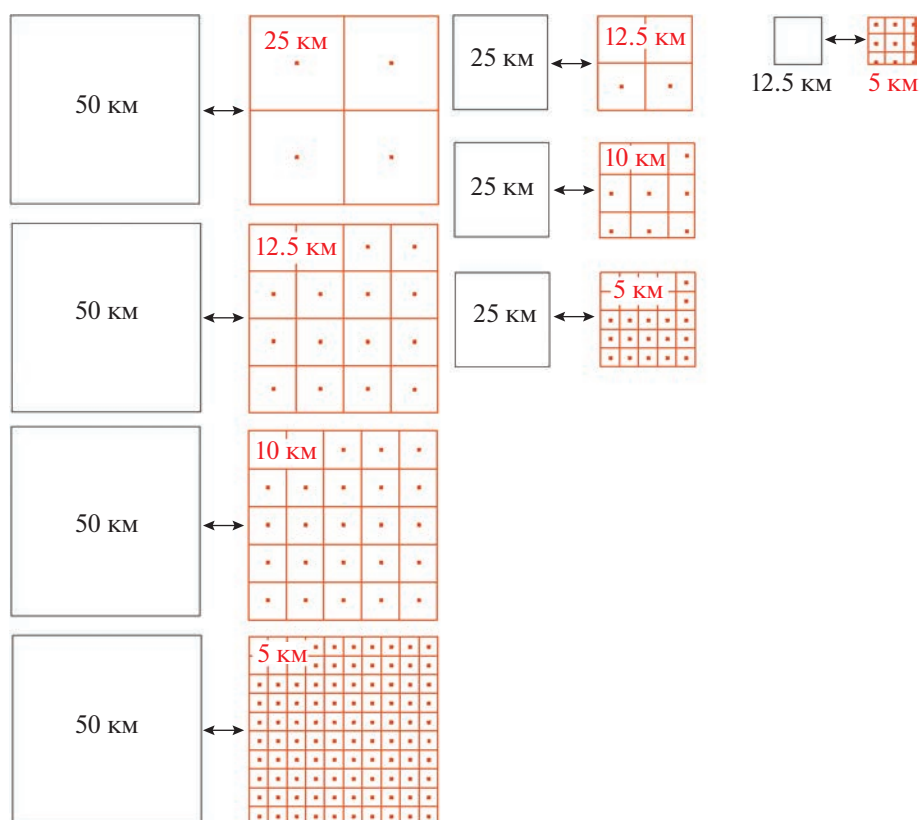


Рис. 3. Варианты географического соответствия между одной ячейкой “грубой” сетки и группой ячеек “мелкой” сетки. “Малая” ячейка соответствует “большой” в случае, если центр “малой” ячейки попадает в пределы площади “большой” ячейки.

Fig. 3. Variants of the geographical correspondence between one cell of “rough” grid net and the group of cells of “detailed” grid net. “Smaller” cell corresponds to “larger” one if the center of “smaller” cell is located within the area of “larger” cell.

го” дрейфа (менее 0.15 м/с), случаи “среднего” дрейфа (от 0.15 до 0.60 м/с) и случаи “сильного” дрейфа (более 0.60 м/с). Для каждого подмножества вычислены следующие статистики: средние сжатия в “больших” ячейках ($P_{сб}$); средние сжатия в группах “малых” ячеек ($P_{см}$); средние СКО сжатия в группах малых ячеек ($\sigma_{рм}$); коэффициенты корреляции между сжатием в большой ячейке и средним сжатием в группе малых ячеек ($CC_{б/м}$); коэффициенты корреляции между сжатием в большой ячейке и СКО сжатия в группе малых ячеек ($CC_{б/σ}$); коэффициенты корреляции между средним сжатием в группе малых ячеек и СКО сжатия в группе малых ячеек ($CC_{м/σ}$).

Аналогично весь расчёт повторяется для всех остальных пар сеток (50/25, 50/10, 25/10 и т.д.).

Все перечисленные статистики получены для 8 вариантов сопоставления сжатий в разных сетках и для трёх вариантов скоростей дрейфа, итого получилось 24 набора статистик. Отмечено, что соотношение рассматриваемых пространственных детализаций таково, что группа малых ячеек, соответствующая одной большой ячейке, насчитывает в лучшем случае 100 штук (50/5 км), а в худшем — 4 (50/25 км и 25/12.5 км). Оценка среднего и СКО, полученная по такой малой выборке, не может быть устойчивой. Но поскольку количество выборок исчисляется десятками тысяч, то конечная статистика, обобщающая значения средних и СКО, должна быть вполне надежной. Результаты этих расчетов приведены в табл. 1.

Данные табл. 1 свидетельствуют о следующем. *Во-первых*, сжатия, рассчитанные по большим ячейкам, и средние сжатия по группам малых ячеек в целом достаточно близки между собой. При слабом дрейфе разница в среднем составляет 0.1 кПа (менее 1%), при среднем — 3.3 кПа (чуть выше 11%), и при сильном — 8.9 кПа (около 19%). Это также подтверждается довольно высокими положительными значениями коэффициентов корреляции $CC_{б/м}$ (между сжатиями по большим ячейкам и средними сжатиями по группам малых ячеек). При слабом и среднем дрейфе эти коэффициенты в среднем составляют 0.61, при сильном — 0.53. С усилением дрейфа различия увеличиваются, но общая закономерность не вызывает сомнений: модели с разным шагом сетки в целом дают достаточно похожие картины, что подтверждает адекватность модельных расчётов. *Во-вторых*, среднеквадратическое отклонение сжатия — прямая связь со средним сжатием: с увеличением средних значений сжатий увеличивается и их пространственная неоднородность. Это видно как по средним характеристикам, приведенным в первых трёх строках каждой таблицы, так и по коэффициентам корреляции $CC_{б/σ}$ (между сжатиями в больших ячейках и СКО сжатий по группам малых ячеек) и $CC_{м/σ}$ (между средними сжатиями

по группам малых ячеек и СКО сжатий по группам малых ячеек). Коэффициенты $CC_{б/σ}$ в среднем составляют: при слабом дрейфе — 0.50, при среднем — 0.47, при сильном — 0.42. Коэффициенты $CC_{м/σ}$ заметно выше: при слабом и среднем дрейфе — 0.67, при сильном — 0.64. Как и в предыдущем случае, с усилением дрейфа связь ослабевает, но в целом закономерность сохраняется: чем в среднем сильнее сжатие, тем оно более неоднородно по пространству.

Чтобы получить количественное описание этой зависимости, для каждого варианта скорости дрейфа значения средних сжатий по большой ячейке и значения СКО сжатий по группе малых ячеек были осреднены по всем 8 вариантам соотношения пространственных масштабов. В результате для каждого варианта скорости дрейфа получились пары обобщённых значений: сжатие по большой ячейке и СКО сжатия по группе малых ячеек: *при слабом дрейфе*: среднее $P_{сб} = 18.50$ кПа, СКО $\sigma_{рм} = 7.37$ кПа; *при среднем дрейфе*: среднее $P_{сб} = 29.03$ кПа, СКО $\sigma_{рм} = 9.78$ кПа; *при сильном дрейфе*: среднее $P_{сб} = 47.40$ кПа, СКО $\sigma_{рм} = 13.37$ кПа.

Эти значения хорошо аппроксимируются зависимостью вида

$$\sigma_{рм} = C(P_{сб})^{0.5} \quad (3)$$

при значении коэффициента C , равном 1.85 (коэффициент детерминации $R^2 = 0.99$).

Предлагаемая форма аппроксимирующего выражения (3), при всей своей очевидной простоте, обеспечивает соблюдение двух важных условий: по мере увеличения сжатия в большой ячейке также возрастает СКО, причём рост СКО постепенно замедляется; если сжатие в большой ячейке равно нулю, то и СКО тоже становится нулевым.

Такая высокая точность аппроксимации осреднённых характеристик с помощью формулы (3) приводит к построению аналогичных зависимостей (то есть определение коэффициента перед радикалом) для каждого варианта соотношения пространственных масштабов независимо от скоростей дрейфа. В результате данного расчёта сделаны два важных заключения: *во-первых*, точность аппроксимации с помощью формулы (3) более чем удовлетворительна практически для каждого варианта соотношения масштабов. Даже худшие аппроксимации (в случае “50/25 км” $R^2 = 0.62$, и в случае “25/10 км” $R^2 = 0.75$) считаются приемлемыми, а во всех остальных случаях коэффициент детерминации уверенно превышает 0.90; *во-вторых*, изменение коэффициента C в выражении (3) при разных соотношениях масштабов подчиняется такой закономерности — чем больше разница масштабов, тем больше коэффициент. Это даёт возможность найти аппроксимирующее выражение для коэффициента C , где в

Таблица 1. Статистические характеристики сжатий при сопоставлении модельных результатов с разными пространственными шагами сеток

Соотношение шагов сеток, км*	50/25	50/12.5	50/10	50/5	25/12.5	25/10	25/5	12.5/5
<i>При слабом дрейфе (менее 0.15 м/с)</i>								
$P_{сб}$, кПа	14.42	22.01	17.54	22.01	17.88	15.06	17.88	21.20
$P_{см}$, кПа	13.48	22.03	13.95	19.16	20.57	18.96	19.79	20.96
$\sigma_{рм}$, кПа	5.17	8.29	7.61	11.77	4.84	6.25	9.46	5.54
$CC_{б/м}$	0.58	0.60	0.49	0.55	0.63	0.64	0.62	0.79
$CC_{б/\sigma}$	0.53	0.49	0.41	0.48	0.53	0.53	0.52	0.50
$CC_{м/\sigma}$	0.66	0.66	0.76	0.75	0.60	0.66	0.70	0.58
<i>При среднем дрейфе (0.15–0.60 м/с)</i>								
$P_{сб}$, кПа	19.15	36.24	19.50	36.24	33.96	21.50	33.96	31.66
$P_{см}$, кПа	17.37	27.55	18.57	23.50	35.34	24.48	32.01	27.30
$\sigma_{рм}$, кПа	5.23	13.08	8.75	19.49	5.88	8.01	13.28	7.50
$CC_{б/м}$	0.60	0.61	0.54	0.54	0.62	0.62	0.64	0.73
$CC_{б/\sigma}$	0.50	0.44	0.42	0.42	0.48	0.51	0.49	0.52
$CC_{м/\sigma}$	0.67	0.64	0.76	0.80	0.54	0.69	0.63	0.63
<i>При сильном дрейфе (более 0.60 м/с)</i>								
$P_{сб}$, кПа	21.69	69.80	26.70	69.80	65.61	15.88	65.61	44.11
$P_{см}$, кПа	22.39	41.62	38.28	27.31	71.41	20.49	53.56	33.03
$\sigma_{рм}$, кПа	3.87	17.85	13.55	52.48	8.27	5.14	31.09	8.61
$CC_{б/м}$	0.52	0.46	0.46	0.33	0.65	0.63	0.59	0.57
$CC_{б/\sigma}$	0.48	0.28	0.44	0.27	0.40	0.50	0.44	0.51
$CC_{м/\sigma}$	0.71	0.50	0.73	0.84	0.41	0.77	0.48	0.66

* $P_{сб}$ – Среднее сжатие в “больших” ячейках; $P_{см}$ – среднее сжатие в группах “малых” ячеек; $\sigma_{рм}$ – среднее квадратическое отклонение (СКО) сжатия в группах малых ячеек; $CC_{б/м}$ – коэффициент корреляции между сжатием в большой ячейке и средним сжатием в группе малых ячеек; $CC_{б/\sigma}$ – коэффициент корреляции между сжатием в большой ячейке и среднее квадратическим отклонением сжатия в группе малых ячеек; $CC_{м/\sigma}$ – коэффициент корреляции между средним сжатием в группе малых ячеек и среднее квадратическим отклонением сжатия в группе малых ячеек.

качестве аргументов выступали бы значения масштабов, то есть шаг “грубой” сетки и шаг “мелкой” сетки (табл. 2.)

На рис. 4 данные табл. 2 представлены в виде кружков, при допущении, что при равенстве

Таблица 2. Значения коэффициентов перед радикалом в формуле (3) (числитель) и значения коэффициентов детерминации R^2 (знаменатель)

Шаг большой ячейки, км	Шаг малой ячейки, км			
	25	12.5	10	5
50	1.1/0.62	2.1/0.98	2.3/1.00	4.1/0.97
25	—	1.1/0.98	1.5/0.75	3.0/0.93
12.5	—	—	—	1.3/0.98

Прочерк – отсутствие данных.

“большого” и “малого” масштабов коэффициент C равен нулю. Если “большой” и “малый” масштабы равны (то есть “малая” ячейка содержит такой же размер, как “большая”), то СКО сжатия в пределах большой ячейки равно нулю при любом значении среднего сжатия в большой ячейке, то есть коэффициент C в формуле (3) должен быть равен нулю. Кривые на рис. 4, аппроксимирующие значения коэффициента C из табл. (2), построены по формулам вида:

$$C = a_1 \ln(\Delta_m) + a_2, \quad (4)$$

где Δ_m – масштаб пространственной детализации “мелкой” сетки, a_1 и a_2 – коэффициенты.

Необходимо особо оговорить аппроксимацию для случая, когда шаг “грубой” сетки составляет 12.5 км (зелёные кружки и зелёная кривая на рис. 4). Здесь в качестве аппроксимирующей применена логарифмическая функция, построенная

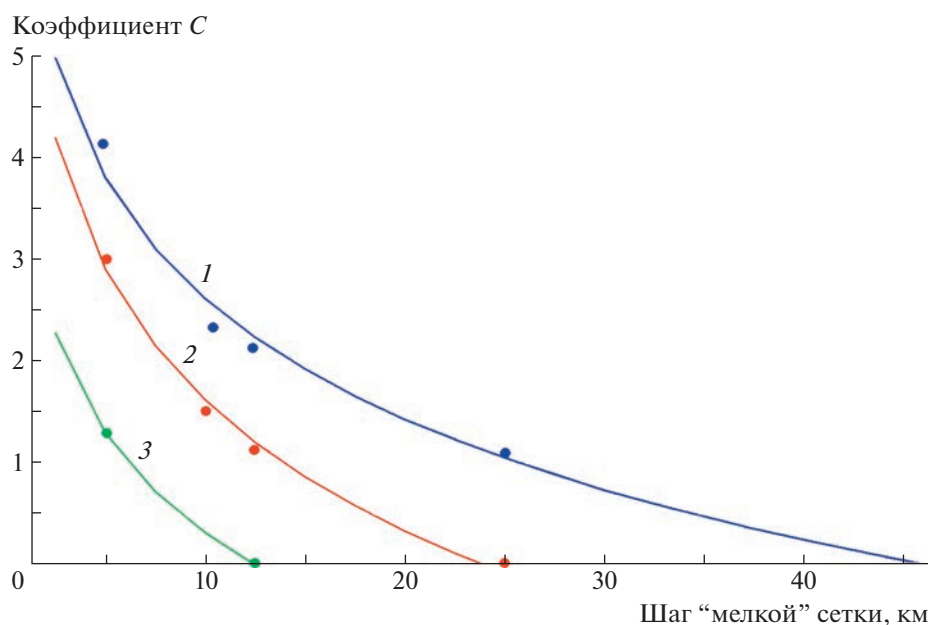


Рис. 4. Значения коэффициента C из табл. 2 (кружки) и соответствующие аппроксимации (кривые линии) при разных значениях размера "большой" ячейки. Коэффициент C связывает среднеквадратическое отклонение сжатия по группе "малых" ячеек и квадратный корень из среднего сжатия в "большой" ячейке: 1 – при шаге "грубой" сетки 50 км; 2 – при шаге "грубой" сетки 25 км; 3 – при шаге "грубой" сетки 12.5 км.

Fig. 4. Values of the coefficient C taken from the Table 2 (circles) and corresponding approximations (curves) at various values of the size of "larger" cell. The coefficient C connects the standard deviation of ice pressure in the group of "smaller" cells and the square root of mean ice pressure in the "larger" cell: 1 – "rough" net resolution equals 50 km; 2 – "rough" net resolution equals 25 km; 3 – "rough" net resolution equals 12.5 km.

всего по двум точкам. В математическом смысле выбор именно логарифмической функции для аппроксимации двух точек представляется неубедительным. Как известно, по двум точкам можно подобрать любую элементарную функцию, при условии, что у этой функции есть только два неизвестных коэффициента. Однако учитывая, что и для двух других случаев ("грубая" сетка 25 и 50 км) аппроксимирующая кривая построена на основе логарифмической функции, и что во всех случаях речь идёт об одном и том же феномене, представляется логичным применять аналогичную логарифмическую аппроксимацию и для случая, когда "грубая" сетка содержит шаг 12.5 км.

Для каждой кривой, то есть для каждого варианта "грубой" сетки, подобраны свои значения коэффициентов a_1 и a_2 . Коэффициент a_1 определяет форму кривой (по существу – её "крутизну"), а коэффициент a_2 – точку пересечения кривой с осью абсцисс. Из рис. 4 "крутизна" всех трёх кривых примерно одинаковая (коэффициенты a_1 при разных значениях шага "грубой" сетки мало отличаются друг от друга), тогда как положение кривых относительно оси абсцисс существенно меняется при изменении шага "грубой" сетки. Это означает, что без большого ущерба для точности расчета можно принять, что коэффициент a_1 не зависит от шага "грубой" сетки и в среднем ра-

вен –1.66, а коэффициент a_2 , отвечающий за положение кривой на оси абсцисс, наоборот, зависит. Эта зависимость может быть выражена формулой:

$$a_2 = (\Delta_6)^{0.5}, \quad (5)$$

где Δ_6 – масштаб пространственной детализации "грубой" сетки (показатель точности аппроксимации R^2 составляет 0.84).

Таким образом, формула (4) с учетом формулы (5) преобразуется к виду:

$$C = -1.66 \ln(\Delta_m) + (\Delta_6)^{0.5} \quad (6)$$

Расчёт коэффициентов C с помощью формулы (6) показал, что данные табл. 2 воспроизводятся с точностью $R^2 = 0.77$, то есть точность аппроксимации вполне удовлетворительная. Соответственно, окончательный вид выражения для оценки СКО сжатия в заданном пространственном масштабе получается путём подстановки правой части выражения (6) в формулу (3):

$$\sigma_{PM} = (-1.66 \ln(\Delta_m) + (\Delta_6)^{0.5})(P_{c6})^{0.5} \quad (7)$$

Поскольку пространственное разнообразие сжатия в рамках ячейки грубой сетки рассматривается как случайная величина, то необходимо оценить её экстремальное значение. Для решения этой задачи можно применить известный метод

Гумбеля (Гумбель, 1965), который позволяет получить оценку экстремума (максимума) заданной обеспеченности по известным значениям среднего арифметического и среднеквадратического отклонения при условии, что в области максимальных значений распределение близко к нормальному или экспоненциальному. В рамках работы специальный анализ закона распределения сжатий в области больших значений не проводился, однако из литературных источников известно, что слабые сжатия (1 балл) встречаются чаще всего, средние (2 балла) — реже, сильные (3 балла) — совсем редко. Об этом свидетельствуют обобщения как авиационных наблюдений (Воеводин, 1978), так и судовых (Клячкин и др., 2010). Таким образом, в области сильных сжатий кривая плотности вероятности асимптотически стремится к нулю, что характерно для экспоненциальных распределений.

Заданная обеспеченность жёстко связана с соотношением рассматриваемых масштабов. Допущено, что из расчётов по численной модели известно сжатие, осредненное в масштабе ячейки сетки с шагом 50 км, а необходимо оценить экстремальное сжатие в масштабе квадрата со стороной 5 км. Поскольку в квадрате размером 50×50 км умещается 100 участков (квадратов) размером 5×5 км, то, следовательно, обеспеченность оценки такого экстремума составляет 1% (“1 случай из 100”). Отсюда следует весьма важный вопрос: до какого минимального масштаба можно “опускаться” в попытке оценить экстремальное сжатие? С чисто “алгебраической” точки зрения, сам по себе вид формулы (7) каких-либо ограничений на минимальное значение Δ_m не накладывает, то есть формально в выражение (7) можно подставлять сколь угодно малые значения Δ_m , вплоть до абсурдных. Однако необходимо помнить, что формула (7) получена путём анализа результатов модельных расчётов с шагами сетки, которые во всех случаях больше, чем характерный размер льдин. Ни одна из моделей, применявшихся в рамках настоящего исследования, не учитывала первопричину локального разнообразия сжатий, которая заключается в том, что очаги сжатий преимущественно “привязаны” к линиям контактов между льдинами, а те, в свою очередь, обладают колоссальным разнообразием форм, размеров, толщин и т.д. Отсюда логически следует, что при использовании формулы (7) в качестве “малого” масштаба нельзя брать значения меньшие, чем характерный размер льдин. Представляется, что минимальный масштаб оценки экстремальных сжатий должен быть таков, чтобы в его пределах умещалось бы достаточное количество линий контактов между льдинами. Это позволит избежать методически необоснованной и, следовательно, некорректной оценки сжатия в

масштабе, соответствующем одной линии контакта.

Известно, что в морях российской Арктики крайне редко встречаются обширные и гигантские ледяные поля (размером более 2 и более 10 км соответственно). Крупно- и мелкобитые льды (менее 100 м и менее 20 м соответственно) также не играют определяющей роли в облике ледяного покрова. Преобладающие формы ледяного покрова — это ледяные поля (500–2000 м) и обломки ледяных полей (100–500 м). С учётом этой особенности, а также всех приведённых выше рассуждений предположено, что в рамках данного подхода минимальный обоснованный масштаб оценки экстремальных сжатий в арктических морях составляет не менее 1 км. Действительно, практический опыт свидетельствует, что в пределах площадки размером 1×1 км практически всегда можно встретить достаточное количество стыков между льдинами, гряд торосов, свежих трещин и т.д., а в пределах площадки меньшего размера количество таких элементов будет явно недостаточным для корректного осреднения.

С помощью формулы (7) и метода Гумбеля выполнен тестовый расчёт экстремальных сжатий при разных значениях среднего сжатия в масштабе большой ячейки и разных вариантах соотношения масштабов. В качестве минимального масштаба оценки экстремального сжатия принято значение 1 км. Результаты этих расчётов представлены в табл. 3.

В табл. 3 экстремальное сжатие в масштабе 1 км (минимально допустимый масштаб в рамках данной задачи) в несколько раз превышает среднее сжатие по “большой” ячейке. Например, если среднее сжатие в масштабе 50 км составляет 200 кПа, то экстремальное сжатие в масштабе 1 км достигает почти 765 кПа, то есть почти в четыре раза больше. Это следует понимать так: если в среднем на площади 50×50 км (2500 км^2) сжатие составляет 200 кПа, то где-то в пределах этой площади есть хотя бы один квадрат размером 1×1 км, где среднее сжатие достигает 765 кПа.

Следует отметить, что сжатие 200 кПа в среднем по площадке 50×50 км — это очень сильное сжатие. Но даже и в этом случае экстремум в масштабе 1 км не достигает значений, характерных для предела прочности льда на сжатие, который, согласно обобщающей работе (Гаврило, 1997), варьируется в диапазоне от 0.5 до 5 МПа при одноосном сжатии и от 2 до 20 МПа — при двухосном. Это означает, что и при таком высоком среднем фоне сжатия (200 кПа в среднем по площадке 2500 км^2) даже на самом экстремальном участке (765 кПа в среднем по площадке 1 км^2) лёд не будет ломаться и крошиться по всей площади этого участка, превращаясь чуть ли не в порошок, что в природе не наблюдается. Следовательно, можно с

Таблица 3. Результаты расчётов экстремальных сжатий

Параметры			Малый масштаб (масштаб оценки экстремального сжатия)			
			25 км	10 км	5 км	1 км
Большой масштаб (масштаб среднего сжатия)	<i>Среднее сжатие по “большой” ячейке, 50 кПа</i>					
	50 км	СКО, кПа	12.20	23.00	31.10	50.00
		Обеспеченность, %	25.00	4.00	1.00	0.04
		Экстрем. сжатие, кПа	58.30	106.40	154.20	332.40
	25 км	СКО, кПа	—	8.30	16.50	35.40
		Обеспеченность, %	—	16.00	4.00	0.16
		Экстрем. сжатие, кПа	—	59.60	90.40	211.50
	10 км	СКО, кПа	—	—	3.50	22.40
		Обеспеченность, %	—	—	25.00	1.00
		Экстрем. сжатие, кПа	—	—	52.40	124.90
	5 км	СКО, кПа	—	—	—	15.80
		Обеспеченность, %	—	—	—	4.00
		Экстрем. сжатие, кПа	—	—	—	88.80
	<i>Среднее сжатие по “большой” ячейке, 100 кПа</i>					
	50 км	СКО, кПа	17.3	32.5	44.0	70.7
		Обеспеченность, %	25.00	4.00	1.00	0.04
		Экстрем. сжатие, кПа	111.7	179.7	247.4	499.4
	25 км	СКО, кПа	—	11.8	23.3	50.0
		Обеспеченность, %	—	16.00	4.00	0.16
		Экстрем. сжатие, кПа	—	113.5	157.1	328.4
	10 км	СКО, кПа	—	—	4.9	31.6
		Обеспеченность, %	—	—	25.00	1.00
		Экстрем. сжатие, кПа	—	—	103.3	205.9
	5 км	СКО, кПа	—	—	—	22.4
		Обеспеченность, %	—	—	—	4.00
		Экстрем. сжатие, кПа	—	—	—	154.9
	<i>Среднее сжатие по “большой” ячейке, 200 кПа</i>					
	50 км	СКО, кПа	24.4	45.9	62.2	100.0
		Обеспеченность, %	25.00	4.00	1.00	0.04
		Экстрем. сжатие, кПа	216.6	312.7	408.4	764.8
	25 км	СКО, кПа	—	16.7	32.9	70.7
		Обеспеченность, %	—	16.00	4.00	0.16
		Экстрем. сжатие, кПа	—	219.2	280.8	523.0
	10 км	СКО, кПа	—	—	6.9	44.7
		Обеспеченность, %	—	—	25.00	1.00
		Экстрем. сжатие, кПа	—	—	204.7	349.8
	5 км	СКО, кПа	—	—	—	31.6
		Обеспеченность, %	—	—	—	4.00
		Экстрем. сжатие, кПа	—	—	—	277.6

Прочерк — отсутствие данных.

достаточной степенью уверенности констатировать, что цифры, приведенные в табл. 3, в целом не противоречат здравому смыслу.

Соотношение между экстремальным сжатием в “малом” масштабе и средним сжатием в мас-

штабе “большой” ячейки (то есть ячейки численной модели) зависит от двух основных факторов — значения сжатия в масштабе ячейки численной модели и соотношения масштаба ячейки численной модели: *значение сжатия в масштабе ячейки*

численной модели. Чем сильнее среднее сжатие в масштабе “большой” ячейки, то есть чем выше средний преобладающий фон сжатия, тем меньше отношение “экстремума” к среднему; это значит, что экстремальные значения дают относительно менее резкие всплески. Физически это можно объяснить тем, что вообще сжатие должно иметь некое максимально возможное значение, своего рода “потолок”. Этот “потолок” — предел прочности льда. Как любой материал, лед имеет свои предельные значения прочности на сжатие, на изгиб, на разрыв и т.д. Эти пределы, во-первых, отличаются друг от друга, и, во-вторых, меняются во времени и пространстве в широких диапазонах в зависимости от ряда причин. Но как бы ни была широка и сложна изменчивость пределов прочности льда, то есть как бы ни был изменчив этот “потолок”, ключевой принцип должен оставаться неизменным: напряжения не могут быть выше предела прочности. Как только напряжение во льду, вызванное внешними воздействиями, достигает предела прочности, происходит разрушение структуры льда, и напряжения сбрасываются. Это относится и к напряжениям, осредненным по некоторой площади, и к локальным напряжениям. Следовательно, чем выше средний фон сжатий, тем он ближе к “потолку”, а, следовательно, тем меньший “запас” остаётся для локальных всплесков сжатий; *соотношение масштаба ячейки численной модели (“большой” ячейки) и масштаба оценки экстремума (“малой” ячейки) таково: чем больше разница этих масштабов, тем резче всплеск экстремума.* Чем меньше пространственный масштаб оценки экстремального сжатия, тем меньше обеспеченность такого экстремума, и, по законам статистики, тем выше сам экстремум. Аналогичные эффекты характерны для любых гидрометеорологических величин, что особенно наглядно демонстрируют оценки, выраженные в терминах “один раз в N лет”. Например, 1 раз в 10 лет скорость ветра может достигать 25 м/с, 1 раз в 50 лет — 35 м/с, 1 раз в 100 лет — 40 м/с, и т.д.

Изложенный в работе подход ни в коем случае не претендует на полное и окончательное решение проблемы мелкомасштабной пространственной изменчивости сжатий ледяного покрова. Несколько важных факторов остались за рамками данного исследования: *мелкомасштабная пространственная изменчивость сжатий в первую очередь определяется разнообразием форм, размеров и толщин ледяных образований.* Применённая в данной работе численная модель не способна имитировать размеры и формы льдин, однако разнообразие толщин в определенной степени имитируется, так как ледяной покров в данной модели представляется как набор маркеров (условных льдин неопределённого размера), каждый из которых имеет свою индивидуальную тол-

щину и торосистость. Есть все основания полагать, что преобладающий фон и разнообразие толщин в пределах некоторой площади каким-то образом должны влиять на картину сжатий; *сжатия в ледяном покрове подвержены не только пространственной, но и временной изменчивости.*

Численные модели позволяют вычислять сжатия, осреднённые за промежутки времени, равные временному шагу модели. Обычно временной шаг нестационарной модели динамики ледяного покрова исчисляется минутами, то есть значения сжатий, осреднённых за столь малые промежутки времени, можно получить непосредственно из модельных расчётов. Это обстоятельство должно существенно облегчить задачу оценки экстремальных сжатий в заданном временном масштабе. В работе вопрос о временной изменчивости сжатий не рассматривался, и ответ на него ещё предстоит получить; *результаты, полученные в рамках работы, основаны на модельных расчетах динамики ледяного покрова в определенном районе (Печорское море и Байдарацкая губа) и в определенный период времени (январь—март 2018 г.).* Если бы аналогичный численный эксперимент был проведен для другого района и другого временного отрезка, то численные значения коэффициентов были бы иными, хотя качественно картина принципиально похожей. Так или иначе, вопрос об устойчивости выявленных закономерностей должен быть предметом дальнейших исследований.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ результатов модельных расчётов динамики ледяного покрова в одном и том же регионе и в один и тот же временной отрезок, но с разными вариантами пространственной детализации, позволил выявить некоторые закономерности формирования пространственной неоднородности сжатий ледяного покрова. Эти закономерности аппроксимированы количественными соотношениями, в результате чего удалось сформулировать достаточно простой алгоритм оценки экстремальных сжатий в масштабе, меньшем, чем пространственный шаг численной модели. При этом статистическая обеспеченность экстремальных оценок жёстко связана с соотношением между пространственным разрешением численной модели и пространственным масштабом оценки экстремума. Отмечено, что предложенный алгоритм не позволяет оценивать экстремальные сжатия в масштабе, меньшем, чем характерные размеры льдин в данном регионе. Высказано предположение, что для рассматриваемых регионов (Печорское море и Байдарацкая губа) минимально допустимый пространственный масштаб оценки экстремального сжатия может быть принят равным 1 км.

Таким образом, с учётом результатов расчётов динамики ледяного покрова с помощью численной модели с пространственным разрешением от первых до первых десятков километров, открылась возможность получать ориентировочные количественные оценки экстремального сжатия в масштабе меньшем, чем пространственная детализация численной модели. Это позволяет существенно приблизиться к решению одной из наиболее актуальных прикладных задач динамики ледяного покрова — оперативному прогнозу сжатий в масштабах, сопоставимых с размерами судна.

Благодарности. Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 18-05-60109 “Формирование и эволюция опасных ледовых явлений и ледяных образований в Арктике при современных изменениях климата”.

Acknowledgments. The study was supported by the Russian Foundation for Basic Researches no. 18-05-60109 “Formation and evolution of the dangerous ice phenomena and ice features at modern climate changes”.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Аппель И.Л., Гудкович З.М. Численное моделирование и прогноз эволюции ледяного покрова арктических морей в период таяния. СПб: Гидрометеоздат, 1992. 143 с.
- Воеводин В.А. Ветровые сжатия морских льдов и их влияние на судоходство. Дис. на соиск. уч. степ. канд. геогр. наук. Л.: ААНИИ, 1978. 212 с.
- Гаврило В.П. Механические свойства морского льда. Терминология, экспериментальные характеристики // Морской лёд. СПб.: Гидрометеоздат, 1997. С. 126–171
- Гудкович З.М., Доронин Ю.П. Дрейф морских льдов. СПб.: Гидрометеоздат, 2001. 112 с.
- Гумбель Э. Статистика экстремальных значений. М.: Мир, 1965. 586 с.
- Клячкин С.В., Гудкович З.М., Май Р.И., Фролов С.В. Сжатия льдов // Опасные ледовые явления для судоходства в Арктике / Ред. Е.У. Миронова. СПб.: Изд-во ААНИИ, 2010. С. 33–91.
- Клячкин С.В., Гузенко Р.Б., Май Р.И. Численная модель эволюции ледяного покрова арктических морей для оперативного прогнозирования // Лёд и Снег. 2015. Т. 55. № 3. С. 83–96.
<https://doi.org/10.15356/2076-6734-2015-3-83-96>
- Клячкин С.В., Гузенко Р.Б., Май Р.И. Статистические особенности экстремального дрейфа льда в юго-западной части Карского моря, полученные по результатам модельных расчетов // Проблемы Арктики и Антарктики. 2020. № 66 (4). С. 427–445.
<https://doi.org/10.30758/0555-2648-2020-66-4-427-445>
- Николаева А.Я., Шестериков Н.П. Метод расчёта ледовых условий (на примере моря Лаптевых) // Тр. ААНИИ. 1970. Т. 292. С. 143–217.
- Хейсин Д.Е., Ивченко В.О. Распространение ледовых сжатий в сплочённых льдах // Океанология. 1975. Т. 15. № 5. С. 803–812.
- Lemieux J.-F., Tremblay B., Plante M. Toward a method for downscaling sea ice pressure for navigation purposes // The Cryosphere. 2020. № 14. P. 3465–2020.
<https://doi.org/10.5194/tc-14-3465-2020>
- Leppäranta M. The drift of sea ice. Heidelberg. Germany. Springer-Praxis, 2005. 282 p.
- Richter-Menge J.A., Elder B.C. Characteristics of pack ice stress in the Alaskan Beaufort Sea // Journ. of Geophys. Research. 1998. V. 103. № C10. P. 21817–21829.
- Richter-Menge J.A., McNutt S.L., Overland J.E., Kwok R. Relating arctic pack ice stress and deformation under winter conditions // Journ. of Geophys. Research. 2002. V. 107. № C10. 8040 p.
<https://doi.org/10.1029/2000JC000477>
- Tucker W.B. III., Perovich D.K., Hopkins M.A., Hibler III W.D. On the relationship between local stresses and strains in Arctic pack ice // Annals of Glaciology. 1991. № 15. P. 265–270.
- Tucker W.B. III., Perovich D.K. Stress measurements in drifting pack ice // Cold Region Science and Technology. 1992. № 20 (2). P. 119–139.
[https://doi.org/10.1016/0165-232X\(92\)90012-J](https://doi.org/10.1016/0165-232X(92)90012-J)

Citation: Klyachkin S.V. Estimates of the statistical correlation between the extreme ice pressure patterns with various spatial resolution. *Led i Sneg. Ice and Snow*. 2023, 63 (1): 116–129 [In Russian]. doi 10.31857/S2076673423010088

Estimates of the Statistical Correlation Between the Extreme Ice Pressure Patterns with Various Spatial Resolution

S. V. Klyachkin

Arctic and Antarctic Research Institute, St. Petersburg, Russia

e-mail: svkl@aari.ru

Ice pressure is characterized with significant spatial variability. Study of this variability with the help of in situ observations is rather difficult, because (1) the instrumental measurements are expensive and technically complicated, and, hence, the amount of such measurements is little, and (2) the visual observations have pre-

dominantly qualitative character and depend significantly on the observer's experience. The most widely used method of obtaining the ice pressure information is model simulations. The existing ice dynamics models allow simulating the ice pressure averaged within the area of the model grid cell, which usually has the spatial size varying from 5 to 25 km, sometimes - up to 50 km. It is clear that such spatial resolution does not give the picture of local peaks of ice pressure with spatial scale much less than the size of the grid cell. The aim of the presented paper is, basing on the model results with spatial resolution from 5 to 50 km, to study the statistical correlations between the ice pressure fields with various spatial resolutions, and to evaluate the possibility of calculating the intensity and probability of ice pressure peaks with spatial scale less than the spatial resolution of the model. In order to solve this problem, the numerical dynamic-thermodynamic model of ice cover evolution developed both for the entire Arctic Ocean and for large regions (the Barents and Kara Seas), and, for more detailed spatial resolution, for some smaller basins (the Pechora Sea, the south-western Kara Sea, the Baidara Bay), was used. The ice pressure fields within the same region and the same period of time were simulated with various spatial resolutions – from 5 to 50 km. The initial ice conditions were stated with the help of the AARI ice charts which cover both the entire Arctic Ocean and the specific regions mentioned above. The comparison of model results with various spatial resolutions allowed revealing moderate statistical correlation between the average ice pressure obtained from the lower resolution model, and ice pressure dispersion obtained from the higher resolution one (correlation coefficients comprise from 0.3 to 0.7). This correlation is put into base of the main principles of calculating the extreme ice pressure in the spatial scale much less than the spatial resolution of the model. The statistical probability of the extreme ice pressure is strictly connected with the ratio between the spatial resolution of the model and the spatial scale of the extreme ice pressure to be estimated. For example, as the preliminary calculations show, if the spatial resolution of the numerical model equals 50 km, the extreme ice pressure in the scale of 1 km can exceed the mean value by 5–7 times. It gives an opportunity to obtain more comprehensive picture of ice pressure, and, as the method would be developed further, to increase significantly the informative value of the ice pressure forecasts. The limits of applicability of the proposed approach are discussed specifically.

Keywords: the Kara and Barents Seas, numerical modeling, ice pressure, spatial resolution, scales ratio, approximation, extreme values, probability

REFERENCES

- Appel I.L., Gudkovich Z.M. *Chislennoye modelirovaniye i prognoz evolyutsii ledyanogo pokrova arkticheskikh morei v period tayaniya*. Numerical modeling and forecast of the ice cover evolution of the Arctic seas in melting period. St. Petersburg: Hydrometeoizdat, 1992: 143 p. [In Russian].
- Voyevodin V.A. *Vetroviye szhatiya morskikh ldov i ikh vliyaniye na sudokhodstvo*. Wind-caused ice pressure and its effect on navigation. PhD. Leningrad: AARI, 1978: 212 p. [In Russian].
- Gavrilo V.P. Mechanical properties of sea ice. Terminology, experimental characteristics. In: *Morskoy led*. Sea ice. St. Petersburg: Hydrometeoizdat, 1997: 126–171 [In Russian].
- Gudkovich Z.M., Doronin Yu.P. *Dreif morskikh l'dov*. Sea ice drift. St. Petersburg: Hydrometeoizdat, 2001: 112 p. [In Russian].
- Gumbel E. *Statistika ekstremalnykh znacheniy*. Statistics of extremes. Moscow: Mir, 1965: 586 p. [In Russian].
- Klyachkin S.V., Gudkovich Z.M., May R.I., Frolov S.V. Ice pressure. *Opasniye ledoviye yavleniya dlya sudokhodstva v Arktike*. Ice phenomena threatening Arctic shipping. Edited by Ye.U. Mironov. St. Petersburg: AARI, 2010. 33–91 [In Russian].
- Klyachkin S.V., Guzenko R.B., May R.I. Numerical model of the ice cover evolution in Arctic Seas for the operational forecasting. *Led i Sneg*. Ice and Snow. 2015, 55 (3): 83–96 [In Russian].
<https://doi.org/10.15356/2076-6734-2015-3-83-96>
- Klyachkin S.V., Guzenko R.B., May R.I. Statistical features of sea ice drift extremes in the south-western Kara Sea from the results of numerical modelling. *Problemy Arktiki i Antarktiki*. Problems of Arctic and Antarctic. 2020, 66 (4): 427–445 [In Russian].
<https://doi.org/10.30758/0555-2648-2020-66-4-427-445>
- Nikolayeva A.Ya., Shesterikov N.P. Method of calculating the ice conditions (on the example of the Laptev Sea). *Trudy AANII*. Proc. AARI. 1970, 292: 143–217 [In Russian].
- Kheisin D.Ye., Ivchenko V.O. *Propagation of ice pressure in close ice*. *Okeanologiya*. Oceanography. 1975, 15 (5): 803–812 [In Russian].
- Lemieux J.-F., Tremblay B., Plante M. Toward a method for downscaling sea ice pressure for navigation purposes // *The Cryosphere*. 2020, 14: 3465–2020.
<https://doi.org/10.5194/tc-14-3465-2020/>
- Leppäranta M. The drift of sea ice. Heidelberg. Germany. Springer-Praxis, 2005: 282 p.
- Richter-Menge J.A., Elder B.C. Characteristics of pack ice stress in the Alaskan Beaufort Sea // *Journ. of Geophys. Research*. 1998, 103 (C10): 21817–21829.
- Richter-Menge J.A., McNutt S.L., Overland J.E., Kwok R. Relating arctic pack ice stress and deformation under winter conditions // *Journ. of Geophys. Research*. 2002, 107 (C10): 8040.
<https://doi.org/10.1029/2000JC000477>
- Tucker W.B. III., Perovich D.K., Hopkins M.A., Hibler III W.D. On the relationship between local stresses and strains in Arctic pack ice // *Annals of Glaciology*. 1991, 15: 265–270.
- Tucker W.B. III., Perovich D.K. Stress measurements in drifting pack ice // *Cold Region Science and Technology*. 1992, 20 (2): 119–139.
[https://doi.org/10.1016/0165-232X\(92\)90012-J](https://doi.org/10.1016/0165-232X(92)90012-J)