

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЧЕЛЮСТНЫХ КОСТЕЙ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Д.А. Трунин², А.В. Ревякин¹, М.А. Постников², И.Н. Колганов², И.А. Захарова², М.И. Захаров³, В.А. Разумный², А.В. Мальцева³

¹ ФГАОУ ВО «Самарский национальный исследовательский университет им. акад. С.П. Королева», Самара;

² ФГБОУ ВО «Самарский государственный медицинский университет» Минздрава России, Самара;

³ ООО «Клиника Академика Богатова», Самара

Для цитирования: Трунин Д.А., Ревякин А.В., Постников М.А., и др. Исследование напряженно-деформированного состояния математической модели челюстных костей методом конечных элементов // Аспирантский вестник Поволжья. – 2019. – № 1–2. – С. 131–139. <https://doi.org/10.17816/2072-2354.2019.19.1.131-139>

Поступила: 07.12.2018

Одобрена: 31.01.2019

Принята: 18.03.2019

■ Данная работа посвящена исследованию модели напряженно-деформированного состояния (НДС) методом конечных элементов (МКЭ) челюстных костей (системы нижняя (НЧ) – верхняя (ВЧ) челюсти) и является очередным этапом в развитии понимания механизма жевательного процесса как одной из основных функций зубочелюстной системы (ЗЧС). Вместе с тем достоверная информация о НДС костей НЧ и ВЧ с учетом особенностей их анатомо-топографического строения позволит выявить основные закономерности деформаций челюстных костей, что даст возможность осуществить выбор тех ортопедических конструкций на стадии планирования, которые в дальнейшем обеспечат минимальный уровень интенсивности атрофических процессов в опорных тканях, наиболее благоприятное биомеханическое взаимодействие костных структур, мягких тканей и элементов протезной конструкции. Результаты математических расчетов позволили выявить характерные особенности деформации и взаимодействия костей НЧ и ВЧ, что позволит сделать научно обоснованный выбор тех протезных конструкций, которые обеспечат наиболее длительное и нормальное функционирование зубочелюстной системы в целом.

■ **Ключевые слова:** модель напряженно-деформированного состояния (НДС); метод конечных элементов; биомеханическая система нижняя – верхняя челюсти.

STUDY OF STRESS-STRAIN STATE OF MATHEMATICAL MODEL OF JAWS USING THE FINITE-ELEMENTS METHOD

D.A. Trunin², A.V. Revyakin¹, M.A. Postnikov², I.N. Kolganov², I.A. Zakharova², M.I. Zakharov³, V.A. Razumnyi², A.V. Malceva³

¹ Samara National Research University, Samara, Russia;

² Samara State Medical University, Samara, Russia;

³ Clinic After Academichian Bogatova, Samara, Russia

For citation: DA Trunin, AV Revyakin, MA Postnikov, et al. Study of stress-strain state of mathematical model of jaws using the finite-elements method. *Aspirantskiy Vestnik Povolzh'ya*. 2019;(1-2):131-139. <https://doi.org/10.17816/2072-2354.2019.19.1.131-139>

Received: 07.12.2018

Revised: 31.01.2019

Accepted: 18.03.2019

■ This work is devoted to the study of the stress-strain state (SSS) model by using the finite-elements method (FEM) of jaw-bones (the system of lower jaw (LJ) – upper jaw (UJ)) and is the next step in understanding the mechanism of mastication as one of the main functions of the maxillofacial system (MFS). At the same time, reliable information about SSS of the LJ and UJ bones with account of the peculiarities of their anatomical and topographical structure will, firstly, reveal the main regularities of the jaw bone deformations. It will make possible to choose prosthetic appliances that will provide the minimum level of intensity of atrophic processes in supporting tissues and the most favorable biomechanical interaction of bone structures, soft tissues and elements of the prosthetic appliance. The results of mathematical calculations allowed to identify the characteristic features of the deformation and interaction of the LJ and UJ bones, which will ensure a scientifically based choice of those prosthetic appliances contributing to the most prolonged and normal functioning of the maxillofacial system in general.

■ **Keywords:** model of stress-strain state (SSS); finite-elements method; biomechanical system of lower – upper jaws.

Реализация жевательного процесса как одной из основных функций зубочелюстной системы (ЗЧС) начинается, в первую очередь, с механической обработки пищи во рту. Следовательно, жевательный аппарат человека, обеспечивающий эту жизненно важную функцию, следует рассматривать как биомеханическую систему, имеющую весьма сложное строение. Основные его части — нижнюю (НЧ) и верхнюю (ВЧ) челюсти с подвижным соединением между ними посредством височно-нижнечелюстного сустава (ВНЧС) с этой точки зрения можно рассматривать как несущую арматуру жевательного аппарата, то есть как силовые элементы, состоящие из упруго-деформируемых костных структур, воспринимающих и передающих механическую нагрузку от действия жевательной мускулатуры и обладающих вполне определенной механической жесткостью. Таким образом, процесс жевания, в том числе и сжатие челюстей под воздействием мышц, поднимающих НЧ, с точки зрения механики сводится к взаимодействию упругих твердых тел со сложной геометрией и различными физико-механическими свойствами. Соответственно, использование математического моделирования, численного эксперимента и анализа результатов расчета, иллюстрируемых полями деформаций и напряжений, которые построены с применением метода конечных элементов (МКЭ), не только вполне правомерно, но фактически на сегодняшний день является единственным доступным методом исследования напряженно-деформированного состояния (НДС) челюстных костей с различными конструкциями зубных протезов.

Анализ существующих на сегодняшний день работ как отечественных авторов [1–8, 11], так и ряда зарубежных исследователей [13–17], посвященных изучению биомеханики различных протезных конструкций с использованием метода конечных элементов свидетельствует о том, что в данных работах математическая модель содержит, как правило, фрагмент какого-либо из отделов НЧ или ВЧ. К сожалению, при такой постановке задачи авторы этих работ исследовали собственную модель в рамках конкретных граничных условий, а не НДС костной ткани как целостный биомеханический процесс в зубочелюстной системе. Причем, результаты их исследований ограничивались лишь численным расчетом НДС в опорных тканях. Велика вероятность того, что именно это обстоятельство стало основной причиной расхождения окончательных выводов исследователей по данному вопросу.

Вместе с тем анализ указанных источников свидетельствует о существенном влиянии различных ортопедических конструкций на картину НДС всей системы НЧ – ВЧ, накладывая свой отпечаток на деформацию челюстных костей, оригинальным образом влияя на жесткость челюстных ветвей, инициируя при этом соответствующую биомеханическую реакцию в ВНЧС.

Цель — построить твердотельную трехмерную математическую модель костных структур в системе НЧ – ВЧ с интактными зубными рядами на обеих челюстях и с максимально возможным сохранением особенностей их анатомо-топографического строения.

Задачи исследования:

- 1) найти методом конечного-элементного анализа численное решение системы уравнений, описывающей напряженно-деформированное состояние в системе НЧ – ВЧ, в первую очередь, для случая основной функциональной нагрузки — в положении центральной окклюзии;
- 2) изучить максимальное сокращение жевательной мускулатуры в центральной окклюзии, а соответственно и максимальное усилие сжатия челюстей.

Материалы и методы исследования

Определение НДС в системе челюстных костей НЧ – ВЧ представляет собой достаточно сложную математическую задачу ввиду необходимости рассмотрения механического взаимодействия твердых тел со сложной геометрией и различными физико-механическими свойствами. Вполне очевидно, что решение полной системы уравнений для рассматриваемой задачи, содержащей уравнения равновесия для рассматриваемого тела; соотношений Коши, определяющих связь смещений и деформаций; обобщенного закона Гука; условий совместности деформаций, определяющих неразрывность среды; краевых условий, определяющих места заделки и приложения сил в аналитическом виде, на сегодняшний день не представляется возможным.

Для поиска решения подобных по сложности задач обычно применяют численные методы, хорошо развитые и активно используемые в последнее время [9]. При выборе конкретного метода необходимо учитывать не только эффективность самой математической процедуры вычисления, но и возможности самого программного продукта обеспечить должный уровень контроля за проведением расчета и реализации верификационных испытаний.

Всем вышеперечисленным требованиям отвечает программный комплекс ANSYS (ANSYS, Inc, США) который уже четверть века входит в группу мировых лидеров в этой области (NASTRAN, ADAMS, LS-DYNA) и широко используется для расчетов НДС различных, сложных конструкций. Математической основой, на которой построен вычислительный аппарат этого программного продукта, является метод конечных элементов (МКЭ) [10].

Результаты и их обсуждение

Решение поставленной задачи с применением МКЭ состоит из следующих основных этапов:

- 1) постановка задачи;
- 2) создание твердотельной геометрической модели, пригодной для МКЭ;
- 3) разбиение модели на сетку конечных элементов;
- 4) приложение к модели граничных условий;
- 5) численное решение системы уравнений;
- 6) анализ результатов.

Постановка задачи. Требуется построить твердотельную трехмерную математическую модель костных структур в системе НЧ – ВЧ с интактными зубными рядами на обеих челюстях и с максимально возможным сохранением особенностей их анатомо-топографического строения.

Необходимо, также методом конечно-элементного анализа найти численное решение системы уравнений, описывающей НДС в системе НЧ – ВЧ, в первую очередь для случая основной функциональной нагрузки — в положении центральной окклюзии, которое сопровождается максимальным сокращением жевательной мускулатуры, а соответственно и максимальным усилием сжатия челюстей.

Создание твердотельной геометрической модели. При создании конечно-элементной модели челюстей использована компьютерная томограмма (КТ) конкретного больного. На основании послойных горизонтальных срезов были получены вертикальные изображения плоских срезов челюстей. Сборка полученных моделей челюстей с сохранением характерных особенностей губчатого и компактного вещества, резцов, клыков, премоляров, моляров с эндодонтической составляющей, периодонта НЧ и ВЧ осуществлялась в программе Solid Works.

На основании каждого такого изображения в программе ANSYS построена геометрическая модель соответствующего среза, причем выделены области, обладающие разными упругими свойствами: компактная кость, губчатое веще-

ство, периодонт и твердые ткани зубов с эндодонтической составляющей. Соответствующие модели срезов были расположены в пространстве на тех местах, которые они занимают в КТ оригинала, а соответствующие криволинейные четырехугольники были соединены между собой криволинейными параллелепипедами. При этом для облегчения вставки соответствующей трехмерной модели в программу ANSYS ее поверхность моделировалась плоскими гранями. Твердотельная модель создавалась криволинейными параллелепипедами. Моляры и премоляры моделировались цилиндрами эллипсоидного сечения. Клыки моделировались как рассеченный эллипсоид, поверхность резцов — как цилиндрические поверхности. При сборке объемной модели системы НЧ – ВЧ частично совпадающие геометрические объемы пересекались на соответствующие подобъемы.

Одним из наиболее важных этапов в конечно-элементном анализе является **построение на модели сетки из конечных элементов**, то есть разделение всей модели на «маленькие кусочки» (конечные элементы), связанные между собой в узлах. Созданная модель разбивалась на тетраэдральные конечные элементы, общее количество которых в результате составило около 700 тысяч. В дальнейшем для разных конечных элементов, определяемых соответствующими геометрическими объемами, задавались упругие свойства, а совпадающие узлы сшивались.

Следующий немаловажный шаг — **выбор схемы нагружения костей исследуемой системы и задание граничных условий**, так как для получения наиболее достоверных результатов необходимо задать такие граничные условия для искомой модели, которые наиболее адекватно отражали бы те биомеханические процессы, которые возникают при воздействии функциональной нагрузки в положении центральной окклюзии на костные структуры, периодонт и твердые ткани зубов в системе НЧ – ВЧ.

Поскольку, с точки зрения механики, нижнюю челюсть можно рассматривать как арочную консоль с двумя узлами полулабильного крепления в области суставных головок, вполне очевидно, что НДС челюстных костей формируется под воздействием активных сил, то есть сил жевательных мышц, в первую очередь благодаря усилию мышц, поднимающих НЧ (жевательной, височной и медиальной крыловидной), и под действием пассивной силы, возникающей как реакция шарнирной опоры на поверхности суставной головки. Считаем, что зубные ряды

НЧ и ВЧ взаимодействуют между собой по контактными пунктам антагонистов в области премоляров и первых двух моляров. Жесткая заделка сформирована по контуру сложного сечения ВЧ, выполненного чуть выше небной кости. Результаты дальнейших расчетов показали сильное влияние на общую картину НДС направления тяги поднимающих мышц, их распределения по наружной поверхности НЧ в местах прикрепления к ее кости, а также от их величины и соотношения между ними. Благодаря фиксации указанных мышц с другого конца на черепе человека направление их тяги можно считать также фиксированным под определенным углом в рассматриваемой модели. Информация о величине силы поднимающих мышц и соотношения между ними была заимствована из исследования [9], авторы которого утверждают, что о величине силы поднимающих мышц можно судить по их поперечному сечению. Проведенный ими сравнительный анализ взаимодействия сил мышц, обеспечивающих движение нижней челюсти они считают достаточным, а результаты вполне достоверными, так как убеждены, что при любых условиях соотношения величин абсолютной силы мышц остаются без изменений. Полученные ими результаты, которые использованы в последующих расчетах, были следующими: абсолютная сила жевательной мышцы — 24,2 кг; височной мышцы — 28,0 кг; медиальной крыловидной мышцы — 15,6 кг.

Вполне очевидно, что возникающая реакция шарнирной опоры в данной модели распределена по наружной поверхности составных головок. Анализ анатомо-морфологического строения ВНЧС позволил смоделировать ее в виде жесткой шарнирной заделки, повторяющей форму суставной головки с равномерно распределенной нагрузкой по поверхности последней и мягкой прокладки, моделирующей суставной диск между суставной головкой НЧ и височной ямкой.

Информация о механических свойствах костных структур нижней челюсти также была заимствована из источника [11], где представлены результаты экспериментального исследования модуля упругости (Юнга), предела прочности влажной кости, коэффициента Пуассона губчатого и компактного вещества различных фрагментов нижней челюсти: области резцов, клыков, премоляров; моляров. Результаты этих исследований также свидетельствуют о том, что область упругой деформации по шкале сжимающей нагрузки образцов костной ткани занимает в среднем около 70 % от той максимальной величины, при которой происходило их разрушение.

Следовательно, в пределах этой области будет справедливо предположение о действии закона Гука, а следовательно, и легитимность математической модели и результатов расчета, полученных методом конечных элементов.

Анализ результатов расчета. Выше были изложены основные принципы построения математической модели и все необходимые параметры для расчета НДС в системе НЧ – ВЧ.

Для анализа деформаций, возникающих в костных структурах челюстных костей, использованы картины перемещений ее составляющих по направлениям осей X, Y, Z.

Для исследования напряженного состояния твердого тела в теории упругости существуют шесть величин: три нормальных ($\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$) и три касательных ($\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$) составляющих напряжений. В пределах данного исследования для анализа НДС в системе НЧ – ВЧ вполне достаточно ограничиться результатами расчетов: главных максимальных напряжений и главных минимальных напряжений. Для анализа полученных результатов будут также использованы так называемые эквивалентные напряжения, или напряжения по фон Мизесу, которые рассчитываются по известной формуле:

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}.$$

Эти напряжения представляют собой величину, полученную исходя из их составляющих, которые используются для оценки абсолютной величины очагов и концентраторов напряжений. Трехмерные напряжения и нагрузки образуются в нескольких направлениях. Обычно эти многонаправленные напряжения суммируются для получения эквивалентного напряжения, которое также называется напряжением по фон Мизесу. В этом случае сочетание шести компонентов напряжения к одному эквивалентному напряжению относится к реальному напряженному состоянию и используется для определения запаса прочности для пластичных материалов. Современные программы, реализующие метод конечных элементов, в том числе и ANSYS, рассчитывают эквивалентное напряжение в автоматическом режиме.

С целью получения более подробной картины НДС в дальнейшем для различных составляющих исследуемой системы (компактное и губчатое вещество костной ткани, твердые ткани зубов, периодонт) будут выбраны вполне определенные диапазоны величин (нижний и верхний пределы) рассматриваемых перемещений и напряжений, соответствующие их механическим свойствам. При этом в область

серого цвета попадают элементы с большими значениями расчетных величин, чем указаны в рассматриваемом диапазоне, обозначенном в цветовой расшивке, а элементы с меньшими значениями будут соответственно синего цвета.

На рис. 1 продемонстрирована картина трансверсальных перемещений (вдоль оси Y) составляющих системы НЧ – ВЧ. Вполне очевидно, что максимальные трансверсальные перемещения, около 0,16 мм (160 мкм), осуществляют края углов нижней челюсти и концы венечных отростков 0,17 мм (170 мкм). При этом первые расходятся, а последние сходятся, что говорит о вращательном характере перемещений в противоположных направлениях ветвей нижней челюсти, что становится следствием действия результирующей силы поднимающих мышц.

Анализ картин сагиттальных перемещений (вдоль оси X) для исследуемой системы (рис. 2) свидетельствует о том, что максимальные перемещения ветвей НЧ в этом направлении составляют около 0,18 мм (180 мкм). При этом перемещение зубного ряда ВЧ относительно неподвижного зубного ряда ВЧ составляет около 0,13 мм (130 мкм).

Вместе с тем, как показывает анализ картины вертикальных перемещений (вдоль оси Z, рис. 3), величина максимальных перемещений углов нижней челюсти по направлению оси Z составляет 0,18 мм (180 мкм).

Таким образом, картины перемещений по трем направлениям (см. рис. 1–3) НЧ относительно практически неподвижной ВЧ поясняют сам механизм пережевывания пищи при смыкании зубных рядов НЧ и ВЧ. А именно: при смыкании челюстей перетирание пищи осуществляется при одновременном сагиттальном и трансверсальном перемещении зубного ряда НЧ относительно неподвижного ряда ВЧ.

Вместе с тем под действием внешних сил в положении центральной окклюзии челюстей возникают сложные пространственные деформации костных структур исследуемой модели. Результаты расчетов свидетельствуют о том, что НДС нижней и верхней челюстей характеризуется деформациями растяжения-сжатия, изгиба и сдвига. Напряжения при этом распределяются неравномерно, воспринимаются и перераспределяются в основном за счет компактного слоя костей НЧ и ВЧ.

Во-первых, деформации изгиба в сагиттальной плоскости возникают в венечных и суставных отростках нижней челюсти, а также в каждой из ветвей ее тела, результатом чего является возникновение изгибных

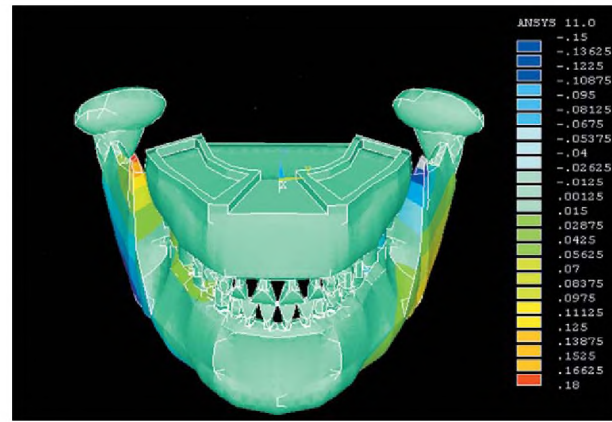


Рис. 1. Картина трансверсальных перемещений (вдоль оси Y в мм): в системе НЧ – ВЧ с интактными зубными рядами

Fig. 1. The view of transversal displacements (along Y axis, mm): in the mandible – maxilla system with intact dentition

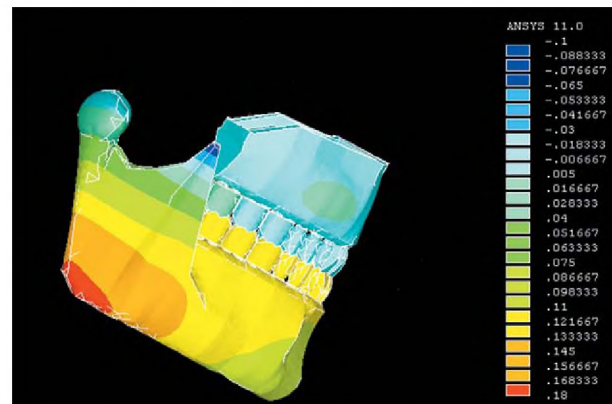


Рис. 2. Картина сагиттальных перемещений (вдоль оси X в мм) в системе НЧ – ВЧ с интактными зубными рядами

Fig. 2. The view of sagittal displacement (along the X axis, mm) in the mandible – maxilla system with intact dentition

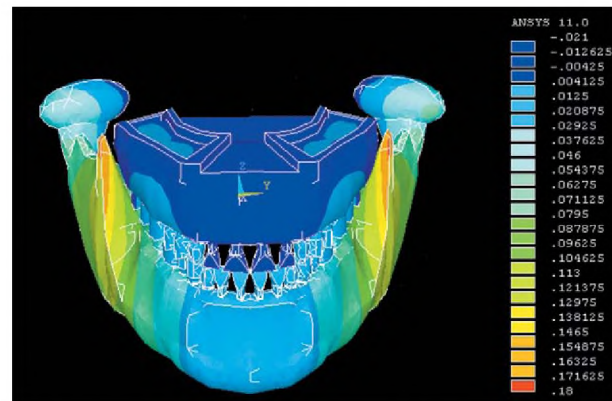


Рис. 3. Картина вертикальных перемещений (вдоль оси Z в мм) в системе НЧ – ВЧ с интактными зубными рядами

Fig. 3. The view of vertical displacement (along Z axis, mm) in the mandible – maxilla system with intact dentition

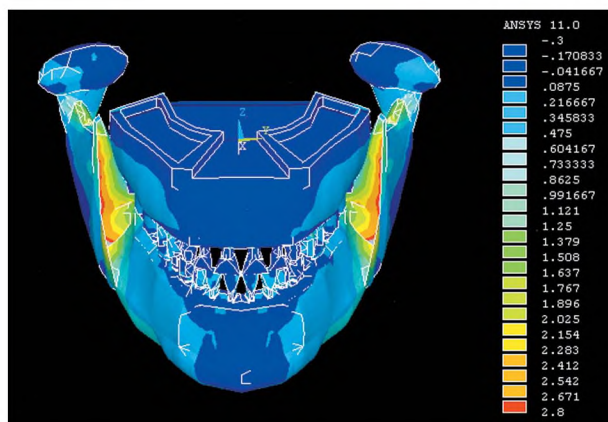


Рис. 4. Внешняя картина НДС (главные максимальные напряжения кг/мм^2) в системе НЧ – ВЧ с интактными зубными рядами

Fig. 4. External view of stress-strain state (the main maximal stress, kg/mm^2) in the mandible – maxilla system with intact dentition

напряжений в их различных участках соответствующего знака.

Характерные особенности НДС исследуемой модели демонстрирует рис. 4, где представлены картины главных максимальных или напряжений растяжения, действующих по наружной поверхности челюстей. Анализ этих изображений свидетельствует о наличии больших напряжений растяжения с медиальной стороны венечных отростков, которые достигают своей максимальной величины в их основании и действуют по всей наружной косой линии. Обнаруживается также присутствие заметных напряжений растяжения в ямке суставных отростков. Наблюдается присутствие ощутимых по величине напря-

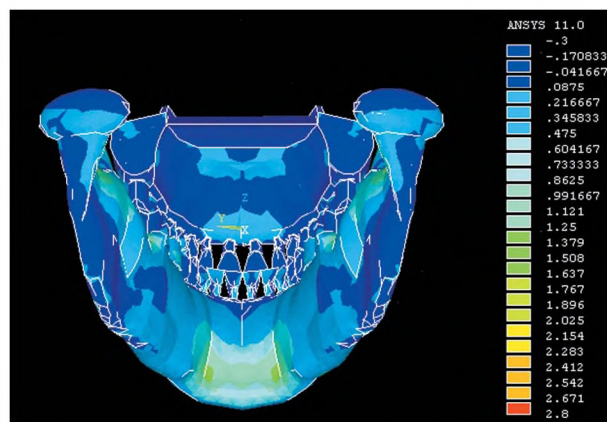


Рис. 5. Внешняя картина НДС (главные максимальные напряжения в кг/мм^2) в системе НЧ – ВЧ с интактными зубными рядами

Fig. 5. External view of stress-strain state (the main maximal stress, kg/mm^2) in the mandible-maxilla system with intact dentition

жений растяжения с оральной стороны шеек суставных отростков, а также в подбородочном отделе нижней челюсти с явно выраженными очагами в области клыков. Вместе с тем в результате частичного разворота ветвей НЧ в трансверсальной плоскости наблюдается возникновение растягивающих напряжений с оральной стороны подбородочной части (рис. 5) и, соответственно, сжимающих напряжений по альвеолярному гребню как с оральной, так и с вестибулярной сторон, преимущественно во фронтальной части нижней челюсти.

Картины главных минимальных или сжимающих напряжений, действующих по наружной поверхности нижней челюсти, представле-

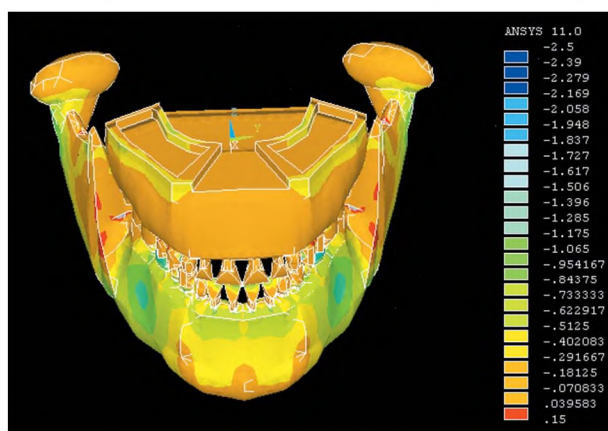


Рис. 6. Внешняя картина НДС (главные минимальные напряжения в кг/мм^2) в системе НЧ – ВЧ с интактными зубными рядами

Fig. 6. External view of stress-strain state (the main minimal stress, in kg/mm^2) in the mandible – maxilla system with intact dentition

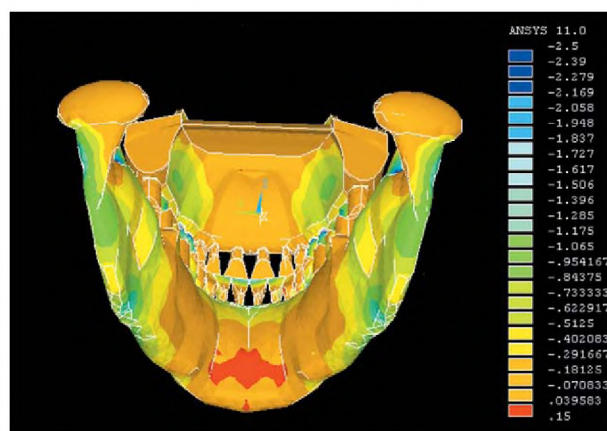


Рис. 7. Внешняя картина НДС (главные минимальные напряжения в кг/мм^2) в системе НЧ – ВЧ с интактными зубными рядами

Fig. 7. External view of stress-strain state (the main minimal stress, kg/mm^2) in the mandible – maxilla system with intact dentition

ны на рис. 6, 7. Выделяются очаги сжимающих напряжений с дистальной стороны венечных отростков и присутствие ощутимых по величине напряжений с вестибулярной стороны шеек суставных отростков. Зоны сжатия костной ткани заметны с оральной и вестибулярной сторон в области угла и края тела нижней челюсти на уровне ретромолярной области. Значительные по величине сжимающие напряжения присутствуют на уровне вершечек коронок резцов на нижней челюсти (рис. 8).

Выводы

1. Результаты расчетов уравнений, описывающих НДС костных структур в системе НЧ – ВЧ, которые были получены методом конечно-элементного анализа, в положении центральной окклюзии свидетельствуют о следующем. В положении центральной окклюзии ветви НЧ осуществляют одновременно трансверсальные, сагиттальные и вертикальные перемещения при относительно неподвижной ВЧ, что поясняет сам механизм пережевывания пищи при смыкании зубных рядов НЧ и ВЧ. А именно: при смыкании челюстей перетирание пищи осуществляется при одновременном сагиттальном и трансверсальном перемещении зубного ряда НЧ относительно неподвижного ряда ВЧ. При этом до момента максимального сжатия челюстей в сагиттальном направлении зубной ряд ВЧ расположен чуть дальше зубного ряда НЧ. Резцы НЧ меньше, чем в ВЧ, а, анатомически дуга зубного ряда ВЧ чуть больше дуги зубного ряда НЧ таким образом, чтобы его небный скат фактически не только скользил по вестибулярному скату НЧ, но и частично осуществлял вращательное движение. Это создано костной природой для обеспечения беспрепятственного относительного перемещения зубных рядов НЧ и ВЧ в процессе реализации функции жевания с наименьшими возникающими при этом напряжениями.
2. В положении центральной окклюзии возникают сложные пространственные деформации костных структур НЧ и ВЧ исследуемой модели. Результаты расчетов свидетельствуют о том, что НДС нижней и верхней челюстей характеризуется деформациями растяжения-сжатия, изгиба и сдвига.
3. В положении центральной окклюзии основные очаги напряжений (см. рис. 8) возникают с медиальной стороны венечных отростков, которые достигают своей максимальной величины в их основании

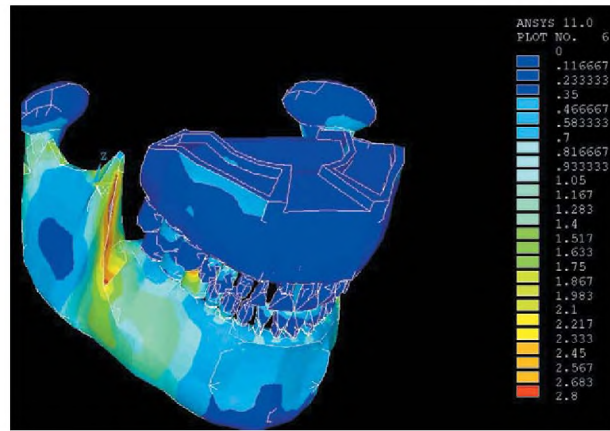


Рис. 8. Картина НДС (эквивалентные напряжения по Мизесу в кг/мм^2) в системе НЧ – ВЧ с интактными зубными рядами

Fig. 8. The view of stress-strain state (equivalent stress by von Mises, kg/mm^2) in the mandible – maxilla system with intact dentition

и действуют по всей наружной кривой линии. Наблюдается присутствие заметных напряжений в ямке суставных отростков. В результате частичного разворота ветвей НЧ в трансверсальной плоскости наблюдается возникновение растягивающих напряжений с оральной стороны подбородочной части и, соответственно, сжимающих напряжений по альвеолярному гребню как с оральной, так и с вестибулярной сторон, преимущественно во фронтальной части нижней челюсти. Вместе с тем наблюдаются очаги напряжений в области первого моляра НЧ (см. рис. 8) и присутствие относительно больших напряжений в области премоляров ВЧ (см. рис. 7, 8), что является наиболее вероятной причиной первоочередной потери шестого зуба в зубном ряду НЧ и проблем с возможной преждевременной атрофией костной ткани в области четвертого и пятого зубов в зубном ряду ВЧ.

Конфликт интересов отсутствует.

Литература

1. Зинкевич О.К. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. [Zinkevich O.K. Metod konechnykh elementov v tekhnike. Moscow: Mir, 1975. (In Russ.)]
2. Качанов Л.М. Основы теории пластичности. – М.: Наука, 1969. [Kachanov L.M. Osnovy teorii plastichnosti. Moscow: Nauka; 1969. (In Russ.)]
3. Лебеденко И.Ю., Глебова Т.Э. Компьютерное моделирование конструкций зубных протезов // Маэстро стоматологии. – 2003. – № 4. – С. 73–75. [Lebedenko I.Yu., Glebova T.E. Komp'yuternoe modelirovaniye konstruktsiy zubnykh protezov // Maestro stomatologii. – 2003. – № 4. – S. 73–75.]

- denko IY, Glebova TE. Komp'yuternoe modelirovanie konstruktivnykh protezov. *Maestro stomatologii*. 2003;(4):73-75. (In Russ.)]
4. Матвеева А.И., Гветадзе Р.Ш., Логинов В.Э., Гаврушин С.С. Исследование биомеханики дентальных имплантатов с использованием методики трехмерного объемного математического моделирования // *Стоматология*. – 1998. – Т. 77. – № 6. – С. 38–40. [Matveeva AI, Gvetadze RSh, Loginov VE, Gavryushin SS. Issledovanie biomekhaniki dental'nykh implantatov s ispol'zovaniem metodiki trekhmernogo ob'emnogo matematicheskogo modelirovaniya. *Stomatologiya (Mosk)*. 1998;77(6):38-40. (In Russ.)]
 5. Олесева В.Н., Осипов А.В. Изучение процессов напряженно-деформированного состояния в системе «протез–имплант–кость» при ортопедическом лечении беззубой нижней челюсти. Часть 2: Несъемное протезирование // *Проблемы стоматологии и нейростоматологии*. – 1998. – № 4. – С. 8–11. [Olesova VN, Osipov AV. Izuchenie protsessov napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya v sisteme "protez–iplant–kost'" pri ortopedicheskom lechenii bezzuboy nizhney chelyusti. Chast' 2: Nes'emnoe protezirovanie. *Problems of dentistry and neurodentistry*. 1998;(4):8-11. (In Russ.)]
 6. Олесева В.Н., Осипов А.В. Новые аспекты в оценке результатов математического анализа напряженно-деформированного состояния системы протез–кость–имплантат // *Проблемы стоматологии и нейростоматологии*. – 1999. – № 2. – С. 18–23. [Olesova VN, Osipov AV. Novye aspekty v otsenke rezul'tatov matematicheskogo analiza napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya sistemy protez–kost'–implantat. *Problems of dentistry and neurodentistry*. 1999;(2):18-23. (In Russ.)]
 7. Олесева В.Н., Осипов А.В. Новые аспекты в оценке результатов математического анализа напряженно-деформированного состояния системы протез–кость–имплантат // *Проблемы стоматологии и нейростоматологии*. – 1999. – № 2. – С. 18–23. [Olesova VN, Osipov AV. Novye aspekty v otsenke rezul'tatov matematicheskogo analiza napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya sistemy protez–kost'–implantat. *Problems of dentistry and neurodentistry*. 1999;(2):18-23. (In Russ.)]
 8. Олесева В.Н. Биомеханическое обоснование несъемного протезирования с опорой на внутрикостные имплантаты при полном отсутствии зубов на нижней челюсти // *Институт стоматологии*. – 1999. – № 4. – С. 39–40. [Olesova VN. Biomekhanicheskoe obosnovanie nes'emnogo protezirovaniya s oporoy na vnutrikostnye implantaty pri polnom otsutstvii zubov na nizhney chelyusti. *Institut stomatologii*. 1999;(4):39-40. (In Russ.)]
 9. Олесева В.Н., Балгурина О.С., Мушуев И.У., и др. Характеристика напряженно-деформированного состояния в кортикальной костной ткани вокруг опорных зубов и под базисом малого седловидного протеза // *Стоматология*. – 2003. – Т. 82. – № 1. – С. 55–60. [Olesova VN, Balgurina OS, Mushuev IU, et al. Kharakteristika napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya v kortikal'noy kostnoy tkani vokrug opornykh zubov i pod bazisom malogo sedlovidnogo proteza. *Stomatologiya (Mosk)*. 2003;82(1):55-60. (In Russ.)]
 10. Ревякин А.В. Анализ напряженно-деформированного состояния нижней челюсти методом конечных элементов // *Маэстро стоматологии*. – 2005. – № 17. – С. 30–36. [Revyakin AV. Analiz napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya nizhney chelyusti metodom konechnykh elementov. *Maestro stomatologii*. 2005;(17):30-36. (In Russ.)]
 11. Самедов Т.И., Крылова В.М., Диденко Е.Н. Абсолютная сила мышц, прикрепляющихся к нижней челюсти // *Архив анатомии, гистологии и эмбриологии*. – 1983. – Т. 84. – № 1. – С. 80–83. [Samedov TI, Krylova VM, Didenko EN. Absolyutnaya sila myshts, prikreplyayushchikhsya k nizhney chelyusti. *Arkhiv anatomii, gistologii i embriologii*. 1983;84(1):80-83. (In Russ.)]
 12. Чуйко А.Н., Вовк В.Е. Особенности биомеханики в стоматологии. – Харьков: Прапор, 2006. 304 с. [Chuyko AN, Vovk VE. Osobennosti biomekhaniki v stomatologii. Khar'kov: Prapor; 2006. 304 p. (In Russ.)]
 13. Al-Sukhun J, Kelleway J, Helenius M. Development of a three-dimensional finite element model of a human mandible containing endosseous dental implants. I. Mathematical validation and experimental verification. *J Biomed Mater Res A*. 2007;80(1):234-246. <https://doi.org/10.1002/jbm.a.30894>.
 14. Clayton JA, Simonet PF. L'occlusion en prothèse ostéo-intégrée. *Cah Prothèse*. 1990;72:114-138.
 15. Field C, Li Q, Li W, Swain M. Biomechanical Response in Mandibular Bone due to Mastication Loading on 3-Unit Fixed Partial Dentures. *J Dent Biomech*. 2010;2010:902537. <https://doi.org/10.4061/2010/902537>.
 16. Muhlberger G, Svejda M, Lottersberger C, et al. Mineralization density and apparent density in mandibular condyle bone. *Oral Surg Oral Med Oral Pathol Oral Radiol Endod*. 2009;107(4):573-579. <https://doi.org/10.1016/j.tripleo.2008.11.006>.
 17. Schwartz-Dabney CL, Dechow PC. Edentulation alters material properties of cortical bone in the human mandible. *J Dent Res*. 2002;81(9):613-617. <https://doi.org/10.1177/154405910208100907>.

■ Информация об авторах

Дмитрий Александрович Трунин — профессор, директор стоматологического института СамГМУ, зав. кафедрой стоматологии ИПО СамГМУ, лауреат премии правительства РФ, президент СтАР.
E-mail: trunin-027933@yandex.ru.

■ Information about the authors

Dmitri A. Trunin — Doctor of Medical Sciences, Professor, Director of the Dental Institute of SamSMU, Head of the Department of Dentistry, IPE, RF Government Prize Holder, President of the Dental Association of Samara Region.
E-mail: trunin-027933@yandex.ru.

Александр Владимирович Ревякин — инженер кафедры «Автоматические системы энергетических установок», ФГАОУ ВО «Самарский национальный исследовательский университет им. акад. С.П. Королева», Самара. E-mail: revyakin_a@mail.ru.

Михаил Александрович Постников — доктор медицинских наук, доцент кафедры стоматологии ИПО, ФГБОУ ВО «Самарский государственный медицинский университет», Самара. E-mail: postnikovortho@yandex.ru.

Игорь Николаевич Колганов — клинический аспирант кафедры челюстно-лицевой хирургии и стоматологии, ФГБОУ ВО «Самарский государственный медицинский университет», Самара. E-mail: igor.kolganov.90@mail.ru.

Ирина Анатольевна Захарова — кандидат медицинских наук, доцент кафедры стоматологии ИПО, ФГБОУ ВО «Самарский государственный медицинский университет», Самара. E-mail: zakharova-samara@mail.ru.

Максим Игоревич Захаров — стоматолог-хирург, ООО «Клиника Академика Богатова». E-mail: zaharov-max@mail.ru.

Владимир Анатольевич Разумный — доктор медицинских наук, доцент кафедры стоматологии ИПО, ФГБОУ ВО «Самарский государственный медицинский университет», Самара. E-mail: razumnyy63@mail.ru.

Арина Викторовна Мальцева — стоматолог-ортопед, ООО «Клиника Академика Богатова». E-mail: arina_smolina@inbox.ru.

Alexandr V. Revyakin — Engineer of the Department of Automatic Systems of Power Plants, Samara National Research University, Samara, Russia. E-mail: revyakin_a@mail.ru.

Mikhail A. Postnikov — Doctor of Medical Sciences, Professor, Samara State Medical University, Samara, Russia. E-mail: postnikovortho@yandex.ru.

Igor N. Kolganov — Postgraduate, Department of Maxillofacial Surgery and Dentistry, Samara State Medical University, Samara, Russia. E-mail: igor.kolganov.90@mail.ru.

Irina A. Zakharova — Candidate of Medical Sciences, Assistant Professor, Department of Dentistry, Samara State Medical University, Samara, Russia. E-mail: zakharova-samara@mail.ru.

Maksim I. Zakharov — Dental surgeon, Clinic After Academichian Bogatova, Samara, Russia. E-mail: zaharov-max@mail.ru.

Vladimir A. Razumnii — Doctor of Medical Sciences, Associate Professor, Department of Dentistry IPE, Samara State Medical University, Samara, Russia. E-mail: razumnyy63@mail.ru.

Arina V. Maltseva — Restorative Clinician, Clinic After Academichian Bogatova, Samara, Russia. E-mail: arina_smolina@inbox.ru.