

Е.С. ВРОНСКАЯ

РАСЧЕТ ГИДРОТЕХНИЧЕСКИХ СООРУЖЕНИЙ, ДОПУСКАЮЩИХ ИХ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ВИДЕ ПРИЗМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

ANALYSIS OF HYDRAULIC STRUCTURES SUPPOSING THEIR SIMULATION IN THE FORM OF PRISMATIC SYSTEMS

Предложен новый метод расчета гидротехнических сооружений, допускающий их моделирование в виде призматических систем. Эффективность алгоритма и вычислительного комплекса обеспечивается значительно меньшим по сравнению с численными методами порядком разрешающей системы уравнений и высокой точностью получения результатов. Значительная часть работы посвящена построению алгоритмов автоматизированного формирования геометрической структуры, граничных условий, а также уравнений равновесия и совместности деформаций в узловых линиях составной конструкции произвольной конфигурации. Алгоритм формирования уравнений основан на решении дифференциальных уравнений равновесия пластины путем применения преобразований Фурье и использования начальных условий, в результате чего образуется разрешающая система алгебраических уравнений, откуда определяются начальные параметры и окончательные значения перемещений и усилий. Приведен пример расчета расширяемой части здания Волжской ГЭС им. В. И. Ленина при различных режимах работы станции.

Ключевые слова: матричная форма, призматическая оболочка, плотина, грани, начальные параметры, матрица инцидентов, дифференциальные уравнения, компоненты, напряженно-деформированное состояние, эпюры усилий

В соответствии с проектным решением расширения Волжской ГЭС им. В. И. Ленина перекрытие дополнительного здания гидроэлектростанции представляет собой призматическую систему, состоящую из жестко соединенных пластинчатых элементов (рис. 1). Расчет пространственных конструкций сложной конфигурации, как правило, производится методом конечных элементов, что приводит к высокой размерности разрешающей системы уравнений. Однако наряду с численными существуют аналитические методы, позволяющие существенно понизить размерность задачи при обеспечении высокой точ-

A new method for analysis of hydraulic structures supposing their simulation in the form of prismatic systems is proposed. Algorithm and computing system effectiveness is provided by smaller – in comparison with digital methods – equations resolution order and high accuracy of results. The main part of paper is devoted to development of algorithm of automated formation of geometric structure, edge conditions as well as of equilibrium equations and equations of strain compatibility in nodal lines of complex structure with free configuration. Algorithm of equations formulation is based on solution of differential equations of plate equilibrium through Fourier series transformation and start conditions use resulting in formation of resolving system of algebraic equations where initial parameters and final values of forces are defined. The example of structural analysis of Volzhskaya hydroelectric station building during different work modes is given.

Keywords: matrix form, prismatic shell, dam, edges, initial parameters, incidence matrix, differential equations, components, deflected mode, diagram of stresses

ности получаемых результатов. Впервые такой подход был предложен В.З. Власовым для призматических оболочек средней длины [1]. Развитие метода перемещений применительно к системам пластин позволило производить их расчет в более точной постановке, отказавшись от кинематических и статических гипотез полумоментной теории [2].

В настоящей работе предложено решение для призматических оболочек произвольного очертания, построенное на основе метода начальных параметров. В отличие от традиционного применения этого метода для последовательно соединенных эле-

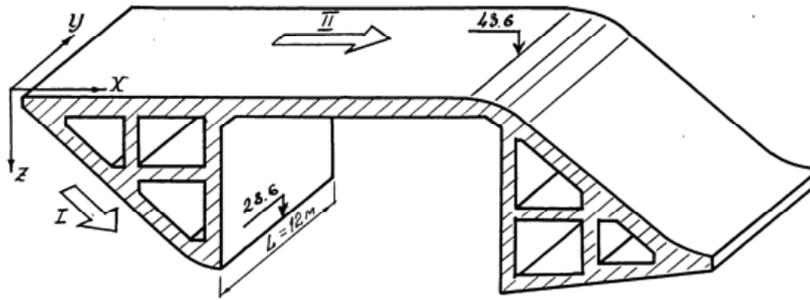


Рис. 1. Система жестко соединенных пластинчатых элементов

ментов, показана возможность его использования для призматических систем различной конфигурации [3, 4]. Матричная форма алгоритма позволяет производить автоматизацию вычислений как на этапе формирования расчетной схемы, так и в процессе получения результатов [5, 6].

Алгоритм расчета призматических оболочек предполагает наличие соотношений для перемещений и усилий, возникающих в прямоугольной пластине при действии продольно-поперечных статических нагрузок [7, 8]. При этом решение должно быть представлено в форме метода начальных параметров, позволяющего учитывать в правой части уравнений равновесия различные виды нагрузки [11].

Метод начальных параметров, введенный А.Н. Крыловым, нашел широкое применение для расчета стержневых элементов, пластин и оболочек [7–9]. В отличие от традиционного применения метода для одного дифференциального уравнения, в настоящей работе он используется для интегрирования трех уравнений: двух связанных уравнений плоской задачи теории упругости и одного уравнения изгибного состояния пластины. Такое представление результатов является наиболее удобным для построения алгоритма расчета призматических систем с распределенными параметрами [5, 10].

Рассмотрим применение структурного подхода на примере перекрытия плотины, образованного из n прямоугольных жестко соединенных пластин и m поперечных ребер (см. рис. 1). Опирается конструкция производится на быки, которые при наличии продольных деформационных швов на границах секций могут рассматриваться как абсолютно жесткие в своей плоскости диафрагмы, не препятствующие перемещениям системы поперек потока.

Предварительно рассмотрим отдельную пластину, имеющую на кромках $y = 0; L$ – шарнирное опирание; а на других сторонах – произвольное закрепление. Действие на e -й элемент нагрузки с компонентами $P_{xe}(x, y), P_{ye}(x, y), P_{ze}(x, y)$ вызывает появление в его срединной плоскости напряженно-деформированного состояния, которому соответствуют вектор-функции:

$$\begin{aligned} \vec{d}_e(x, y) &= [\vec{U}_e, \vec{V}_e, \vec{W}_e, \vec{\Psi}_e]^T; \\ \vec{f}_e(x, y) &= [\vec{N}_{xe}, \vec{N}_{yxe}, \vec{Q}_{xe}, \vec{M}_{xe}]^T, \end{aligned} \quad (1)$$

где U_e, V_e, W_e – линейные перемещения пластины; N_{xe}, S_{xe}, Q_{xe} – соответствующие им компоненты вектора усилий; Ψ_{xe}, M_{xe} – угол поворота поперечного сечения и изгибающий момент в плоскости ZOX .

Дифференциальные уравнения равновесия пластины и соответствующие граничные условия представляют математическую формулировку задачи, точное решение которой в рамках моментной технической теории Кирхгофа-Лява хорошо известно [11]. Представим эти результаты в форме метода начальных параметров [2,11]:

$$\begin{aligned} \vec{d}_e(x, y) &= 2 \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_n(y) \vec{d}_{en}(x); \vec{f}_e(x, y) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_n(y) \vec{f}_{en}(x); \quad (2) \\ \vec{d}_{en}(x) &= a_{en}^{(d)}(x) \times [\vec{d}_{en}^0, \vec{f}_{en}^0]^T + \vec{d}_{en}^p(x); \\ \vec{f}_{en}(x) &= a_{en}^{(f)}(x) \times [\vec{d}_{en}^0, \vec{f}_{en}^0]^T + \vec{f}_{en}^p(x), \end{aligned} \quad (3)$$

где $\vec{d}_{en}(x), \vec{f}_{en}(x)$ – амплитудные значения разложений соответствующих функций перемещений и усилий в гармонические ряды; $\Phi_n(y)$ – диагональная матрица синус - и косинус преобразования Фурье; $a_{en}^{(d)}(x), a_{en}^{(f)}(x)$ – матрица частных решений соответствующей однородной задачи при отсутствии нагрузок; $\vec{d}_{en}^p(x), \vec{f}_{en}^p(x)$ – векторы грузовых коэффициентов. В формулах (3) $\vec{d}_{en}^0(x), \vec{f}_{en}^0(x)$ – начальные параметры пластины, являющиеся значениями функций $\vec{d}_{en}(x), \vec{f}_{en}(x)$ при $x=0$:

$$\begin{aligned} \vec{d}_{en}^0 &= [U_{en}^0, V_{en}^0, W_{en}^0, \Psi_{en}^0]^T; \\ \vec{f}_{en}^0 &= [N_{xen}^0, N_{yxe}^0, Q_{xe}^0, M_{xe}^0]^T. \end{aligned} \quad (4)$$

Элементами матрицы $a_{en}^{(d)}(x), a_{en}^{(f)}(x)$ являются комбинации гиперболических функций аргумента $i\pi x/l_e$ [7].

Свободные члены равенства (3), полученные методом вариации произвольных постоянных для различных видов нагрузок, определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} \bar{d}_{en}^p(x) &= \int_0^x \tilde{a}_{en}^{(d)}(x-\zeta) \times \bar{P}_{en}(\zeta) d\zeta; \\ \bar{f}_{en}^p(x) &= \int_0^x \tilde{a}_{en}^{(f)}(x-\zeta) \times \bar{P}_{en}(\zeta) d\zeta, \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{a}_{en}^{(d)} &= \begin{bmatrix} a_{13} & a_{14} & a_{18} \\ a_{23} & a_{24} & a_{28} \\ a_{33} & a_{34} & a_{38} \\ a_{43} & a_{44} & a_{48} \end{bmatrix}, \\ \tilde{a}_{en}^{(f)} &= \begin{bmatrix} a_{53} & a_{54} & a_{58} \\ a_{63} & a_{64} & a_{68} \\ a_{73} & a_{74} & a_{78} \\ a_{83} & a_{84} & a_{88} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (6)$$

элементы которой формируются на основе третьего, четвертого и восьмого столбцов матрицы фундаментальных решений.

Решение (2), (3) использовано в работе [2], в которой получены формулы метода перемещений для отдельных пластин и разработаны процедуры формирования матрицы жесткости составной призматической конструкции. В случае применения предлагаемой методики отпадает необходимость в определении функций единичных реакций на краях прямоугольного элемента [5,6].

Воспользуемся решением (3) для описания напряженно-деформированного состояния всей призматической оболочки через неизвестные начальные параметры ее элементов (4). Запишем уравнения равновесия во всех продольных узловых линиях призматической системы в виде [11]:

$$\sum_{e=1}^m b_{ek} h_e \vec{f}_e(x, y) + \vec{q}_k(y) = 0, \quad (k = 1, 2 \dots j). \quad (7)$$

Здесь $\vec{q}_k(y)$ – вектор узловой нагрузки k-го ребра конструкции:

$$\vec{q}_k(y) = [\vec{q}_{kx}(y), \vec{q}_{ky}(y), \vec{q}_{kz}(y), M_y(y)]^T, \quad (8)$$

где $\vec{q}_{kx}, \vec{q}_{ky}, \vec{q}_{kz}$ – проекции нагрузки на главные координатные оси; M_y – момент пары, действующий в плоскости, нормальной к продольному ребру.

Аналогично обеспечим совместность перемещений в узловых линиях конструкции с помощью равенств [6, 11]:

$$\sum_{e=1}^m b'_{ek'} h_e \vec{d}_e(x, y) = 0, \quad (k' = 1, 2 \dots j'). \quad (9)$$

Здесь b_{ek} и b'_{ek} – элементы прямоугольных матриц инцидентий ориентированного графа B, B' . Число строк матрицы B равно числу поперечных узловых линий оболочки, а число столбцов – числу ее граней. Любая k -я строка при этом соответствует k -му ребру, а e -й столбец – e -й пластине системы. Ненулевыми элементами матрицы B являются числа 1 и –1. Элементы матрицы B' образованы на базе матрицы B путем замены строк, содержащих по три и более ненулевых элемента на строки, содержащие пары ненулевых элементов [5,14]. Матрица h_e обеспечивает преобразование усилий и перемещений из локальных в глобальную систему координат. Замечаем, что элементы матриц инцидентий обеспечивают примыкание к k -й узловой линии только тех пластин, которые соответствуют заданной конфигурации системы. Топология системы пластин удачно описывается двумя матрицами инцидентий, одна из которых используется для образования уравнений равновесия, а другая – для формирования уравнений совместности деформаций.

Как показано в работах авторов [5, 11, 12], количество начальных параметров $[\vec{d}_{en}^0, \vec{f}_{en}^0]$ ($e = 1, 2 \dots m$) всегда соответствует числу краевых условий (7), (9), содержащих $8n$ равенств.

Таким образом, соотношения (7), (9) представляют замкнутую неоднородную алгебраическую систему уравнений размерностью $8n$ относительно неизвестных начальных параметров. Решение этой системы дает возможность по формулам (2)–(4) определить все компоненты напряженно-деформированного состояния конструкции в любой точке [5, 11].

Описанный выше алгоритм реализован в виде вычислительного комплекса и эксплуатируется в настоящее время в АО «Самарагидропроект» при расчете различных гидротехнических сооружений. Ниже приведены некоторые результаты расчета перекрытия здания ГЭС при паводковом сбросе воды. Расчеты выполнены для трех случаев (см. рис. 1): проточный тракт заполнен, через водослив идет сброс (потоки I и II); проточный тракт заполнен, через водослив сброса нет (поток I); проточный тракт осушен, через водослив идет сброс (поток II). Для всех расчетных случаев одновременно учитывался собственный вес конструкций, а коэффициент перегрузки принимался равным 1,25.

На рис. 2 показаны наиболее характерные эпюры усилий и перемещений сооружения в сечении $Y=L/2$. Расчеты показали, что наиболее неблаго-

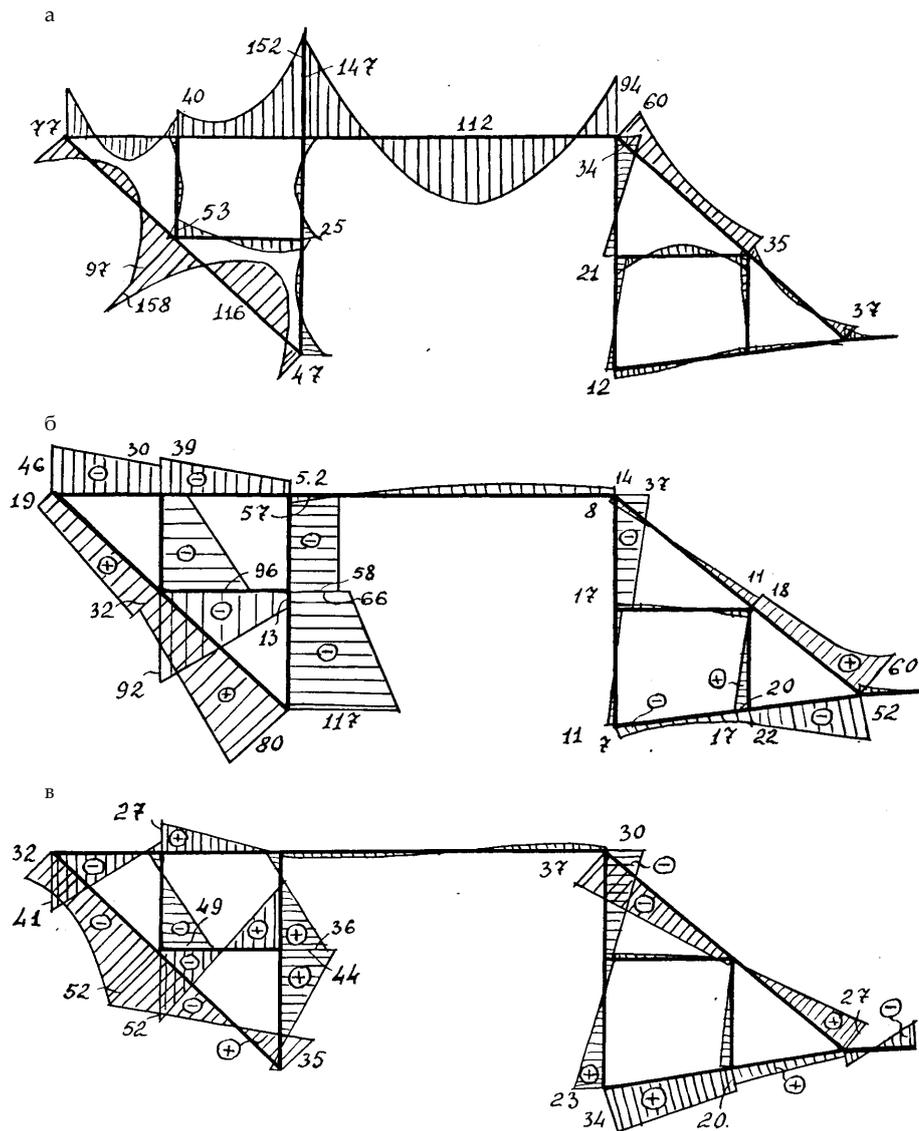


Рис. 2. Эпюры усилий и перемещений сооружения в сечении $\gamma = L/2$:
 а – изгибающие моменты; б – поперечные растягивающие усилия; в – продольные растягивающие усилия

приятным для всего сооружения в целом является первый расчетный случай. Давление сверху и противодействие снизу вызывает характерную картину распределения изгибающих моментов M_x (рис. 2, а) и приводит к появлению перерезывающих усилий высокой интенсивности. Отсутствие сброса через водослив, как и следовало ожидать, приводит к перераспределению усилий с верхних элементов сооружения в нижнюю его часть. Обращает на себя внимание наличие зон с растягивающими усилиями, как поперечными N_x (рис. 2, б), так и продольными N_y (рис. 2, в). Здесь положительный знак соответствует растяжению. Применение описанного метода позволило обеспечить экономию арматуры по отношению к первоначальному проектному решению в пределах 20–30 %.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Власов В.З. Тонкостенные пространственные системы. М.: АН СССР, 1964. 472 с.
2. Милейковский И.Е. Практические методы расчета оболочек и складок покрытий. М.: Строительство, 1979. 400 с.
3. Бидерман В.П. Теория механических колебаний: учебник для вузов. М.: Высшая школа, 1980. 416 с.
4. Еленицкий Э.Я., Дьяченко Ю.П. Свободные колебания прямоугольной пластины ступенчатого сечения с конечной сдвиговой жесткостью // Задачи со свободными границами и нелокальные задачи для нелинейных параболических уравнений. Киев: Институт математики НАН Украины, 1996. С. 17–20.
5. Еленицкий Э.Я. Расчет свободных колебаний призматических систем с распределенными параметрами // Изв. вузов. Строительство. 1996. №7. С. 26–32.

6. Еленицкий Э.Я., Вронская Е.С. Нестационарная задача динамики для призматических систем с учетом внутреннего трения // Изв. вузов. Строительство. 1998. №7. С. 26–32.
7. Сильвестров В.В., Шумилов А.В. Задача соединения упругих пластин в пакет вдоль кривых // Известия АН СССР Механика твердого тела. 1997. №1. С. 165–170.
8. Ванюшенков М.Г. Расчет тонких упругих пластин методом начальных функций. М.: МИСИ, 1965. 160 с.
9. Daniel A.N., Doyle J.F., Rizzi S.A. Динамический расчет складчатых пластинчатых конструкций. Dynamic analysis of folded plate structures // Trans. ASME J. Vibr. And Acoust. [Trans. ASME]. J. Vibr., Acoust., Stress and Rel. Des]. 1996. №4. С. 591–598.
10. Вронская Е.С. Расчет призматических оболочек структурным методом начальных параметров // Материалы 5-й Международной научной конференции «Проблемы дифференциальных уравнений, анализа и алгебры». Казахстан, Актобе, 2009. С.183–185.
11. Ляв А. Математическая теория упругости. М.–Л.: ОНТИ, 1935. 674 с.
12. Вронская Е.С. Учет внутреннего трения в динамических расчетах призматических систем // Актуальные проблемы трибологии. М.: Машиностроение, 2007. Т. 2. С. 127–137.
13. Сеницкий Ю.Э., Еленицкий Э.Я., Холопов И.С., Вронская Е.С. Определение ветровой нагрузки на здания ГРЭС с подвесными котлами // Энергетическое строительство. 1995. №4. С. 127–137.
14. Харари Ф. Теория графов. М.: Наука, 1973. 400 с.
15. Савович М.К. Динамический расчет каркасных зданий: учебное пособие. Ханты-Мансийск: Югорский государственный университет, 2005. 200 с.
16. Дукарт А.В., Олейник А.И. Динамический расчет балок и рам. М.: Издательство АСВ, 2002. 162 с.

Об авторе:

ВРОНСКАЯ Елена Сергеевна

кандидат технических наук, доцент кафедры сопротивления материалов и строительной механики Самарский государственный технический университет
Архитектурно-строительный институт
443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 194,
тел. (846) 242-37-01

VRONSKAYA Elena S.

PhD in Engineering Science, Associate Professor of the Theory of Strength of Materials and Structural Mechanics Chair
Samara State Technical University
Institute of Architecture and Civil Engineering
443001, Russia, Samara, st. Molodogvardeyskaya, 194,
tel. (846) 242-37-01

Для цитирования: Вронская Е.С. Расчет гидротехнических сооружений, допускающих их моделирование в виде призматических систем // Градостроительство и архитектура. 2016. №4(25). С. 59-63. DOI: 10.17673/Vestnik.2016.04.11.
For citation: Vronskaya E.S. Analysis of hydraulic structures supposing their simulation in the form of prismatic systems // Urban Construction and Architecture. 2016. №4(25). Pp. 59-63. DOI: 10.17673/Vestnik.2016.04.11.

**ПРИГЛАШАЕМ СТРОИТЕЛЬНЫЕ И ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ КОМПАНИИ!
(РЕКЛАМОДАТЕЛИ)**

Предлагаем разместить информационные и рекламные материалы на страницах нашего издания. Информация о Вашей компании обязательно найдет своих потребителей среди нашей целевой аудитории. По всем вопросам размещения рекламных материалов обращаться в издательский отдел, тел. (846) 242-36-98

УВАЖАЕМЫЕ ЧИТАТЕЛИ!

ПРИ ПОДАЧЕ СТАТЕЙ ДЛЯ ПУБЛИКАЦИИ ПРОСЬБА СОБЛЮДАТЬ ВСЕ ТРЕБОВАНИЯ, ПРИВЕДЕННЫЕ НА САЙТЕ ЖУРНАЛА «ГРАДОСТРОИТЕЛЬСТВО И АРХИТЕКТУРА» (journal.samgasu.ru) В РАЗДЕЛЕ «АВТОРАМ»

УВАЖАЕМЫЕ ЧИТАТЕЛИ!

ПОДПИСАТЬСЯ НА НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ «ГРАДОСТРОИТЕЛЬСТВО И АРХИТЕКТУРА» МОЖНО ПО КАТАЛОГУ АГЕНТСТВА «РОСПЕЧАТЬ» (ПОДПИСНОЙ ИНДЕКС 70570)

С ПОЛНЫМИ ТЕКСТАМИ СТАТЕЙ,
ОПУБЛИКОВАННЫХ В ЖУРНАЛЕ «ГРАДОСТРОИТЕЛЬСТВО И АРХИТЕКТУРА»,
МОЖНО ОЗНАКОМИТЬСЯ НА ОФИЦИАЛЬНОМ САЙТЕ journal.samgasu.ru