УДК 624.012.45

А.А. СУВОРОВ В.Б. ФИЛАТОВ

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ТРАЕКТОРИИ НАКЛОННОЙ ТРЕЩИНЫ НА ОСНОВЕ НЕЛИНЕЙНОЙ ДЕФОРМАЦИОННОЙ МОДЕЛИ

ANALYTICAL DESCRIPTION OF THE INCLINED CRACK TRAJECTORY BY THE METHOD OF NONLINEAR DEFORMATION MODEL

Предложено аналитическое решение по определению траектории наклонной трещины с применением нелинейной деформационной модели в зоне поперечного изгиба железобетонной балки. Использование нелинейной деформационной модели для анализа напряженно-деформированного состояния балки в зоне поперечного изгиба позволяет определить координаты траектории наклонной трещины, положение ее вершины и угол наклона к продольной оси балки. В дальнейшем это позволяет перейти от эмпирических зависимостей расчета прочности наклонных сечений к точным аналитическим методам. Предложенные алгоритмы расчета и анализа напряженно-деформированного состояния железобетонной балки создают предпосылки для реализации физической модели силового сопротивления железобетонного элемента при поперечном изгибе.

Ключевые слова: железобетон, поперечный изгиб, наклонное сечение, нелинейная деформационная модель, наклонная трещина

Современная нормативная методика расчета прочности железобетонных элементов по наклонным сечениям, представленная в СП 63.13330.2012 «СНиП 52-01-2003 Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения», базируется на ряде эмпирических и полуэмпирических зависимостей, условно отражающих напряженно-деформированное состояние (НДС) конструкции в зоне поперечного изгиба. Актуальным направлением дальнейшего развития теории железобетона является использование нелинейных деформационных моделей для исследования НДС железобетонных конструкций [1-4]. Применение нелинейных деформационных моделей (НДМ) позволяет совершенствовать нормативные методы расчета [5, 6], обеспечивая требуемый уровень конструктивной безопасности, с одной стороны, и возможность рационального использования материалов - с другой [7-9]. При расчете нормального сечения по методике НДМ с использованием нормативных и предложенных авторами аналитических зависимостей были получены результаты, имеющие наилучшую сходимость с результатами эксперимента на железобетонном образце. Шагово-итерационный метод определения НДС, реализованный в общем ядре НДМ, позволил проследить пластические процессы механики железобетона, происходящие в нормальном сечении элемента под нагрузкой [10]. НДМ поThe article proposes an analytical solution to determine the trajectory of inclined crack with the use of nonlinear deformation model in the area of the transverse bending of a reinforced concrete beam. The use of nonlinear deformation model for the analysis of stress-strain state of the beam in the zone of the transverse bending allows to determine the coordinates of the inclined crack trajectory, the position of its vertex, and the angle of inclination to the longitudinal axis of the beam. It is then possible to move from the empirical dependences for calculating the strength of the inclined sections to precise analytical techniques. The proposed algorithms calculate and analyze the stress-strain state of reinforced concrete beams create preconditions for the implementation of the physical model of a power resistance of reinforced concrete elements under transverse bending.

Keywords: reinforced concrete; shear bending, inclined section; nonlinear deformation model; inclined crack

зволяет применить закон ползучести бетона, а также спрогнозировать изменение НДС элемента во времени благодаря внедрению в расчетные зависимости параметров нелинейных свойств материалов.

Расчетная модель, представленная на рис. 1, состоит из двух блоков, разделенных наклонной трещиной. В нормальном сечении рассматриваются нормальные и касательные усилия в бетоне и осевое усилие в арматуре; в наклонном сечении, проходящем по наклонной трещине, дополнительно учитываются силы зацепления берегов наклонной трещины, осевое и тангенциальное усилия в арматуре, в точке ее пересечения с наклонной трещиной. Для формирования основной расчетной схемы принято нормальное сечение в вершине наклонной трещины (сечение 1-1). Затем были вычислены значения параметров, характеризующих НДС указанного нормального сечения под нагрузкой, которые в дальнейшем позволят рассчитать и оценить прочность наклонного сечения. Одним из главных параметров наклонного сечения, для оценки его НДС, является траектория наклонной трещины в этом сечении. Функциональная зависимость траектории наклонной трещины от длины и высоты балки позволяет проинтегрировать функцию напряжений по длине трещины и вычислить значения равнодействующих сил зацепления и величину нагельного эффекта в продольной растянутой арматуре.

Алгоритм поиска координат траектории наклонной трещины по методике НДМ в среде компьютерной алгебры MathCAD. Основными результатами расчета нормального сечения с использованием алгоритма НДМ [11, 12] являются следующие параметры НДС: нормальные и касательные напряжения $\sigma(L_{c'}i)$, $\tau(L_{c'}i)$, $\sigma_{Loc}(L_{c'}i)$, равнодействующие усилия в сжатой N_{μ} , Q_{μ} и растянутой $N_{\mu\nu}$, $Q_{\mu\nu}$ зонах бетона, определенные с учетом прогноза ползучести во времени; кроме того, определяются относительные деформации продольной арматуры є и элементарных площадок бетонного сечения ε_{ν} , $\Gamma(i)$, плечо внутренней пары сил в сечении Z, высота сжатой зоны бетона Х,, координата вершины нормальной трещины и ее высота X_{потт}, координата положения вершины наклонной трещины по высоте сжатой зоны бетона.

Расчетный алгоритм реализован для однопролетной балки со следующими характеристиками: L×h×b – 2,0×0,45×0,2 (м); класс бетона – B40, продольное армирование в растянутой зоне – два стержня диаметром 28 мм класса А500С. Балка загружена сосредоточенной силой в середине пролета. Визуализация результатов расчета представлена на рис. 2–4, где i=0,1m....h/n – массив элементарных площадок сечения; n – количество элементарных площадок, устанавливаемых пользователем; h – координата крайнего сжатого волокна по высоте сечения; L_c – координата расчетного нормального сечения (сечение 1-1) по длине балки.

На рис. 2 представлены распределения указанных напряжений и деформаций по высоте сечения. На участках, где деформации растяжения бетона достигли предельных значений, образуется нормальная трещина, в которой нормальные и касательные напряжения снижаются до нуля. Уточним, что величина и характер распределения касательных напряжений рассчитаны с учетом влияния на них нормальных и локальных напряжений.

Заметим, что наличие локальных напряжений существенно меняет картину НДС расчетного нормального сечения, а именно увеличивает значения предельных деформаций сдвига и, следовательно, несущую способность сжатой зоны на сдвиг.

Поскольку значения деформаций $\varepsilon(i)$ вычисляются для всех элементарных площадок i по высоте балки, это позволяет определить деформации (напряжения) в растянутой и сжатой арматуре сечения балки. Деформации сдвига по высоте балки даны только для нетреснувшей части бетонного сечения.

На рис. З показана уточненная нелинейная функция кривизны на последней итерации расчета по методике НДМ. Функция кривизны R(h,L) позволяет определить интенсивность и характер распределения нормальных напряжений $\sigma_{bx}(h,L)$ на любой элементарной площадке *i* по высоте сечения с учетом влияния на НДС балки всех трещин по ее длине. Использование алгоритма трещинообразования по методике Eurocode 2 с функцией кривизны R(h,L) позволяет сформировать на дальнейших этапах расче-



Рис. 1. Расчетная модель нормального и наклонного сечений



Рис. 2. Эпюры нормальных $\varepsilon(i)$, сдвиговых $\Gamma(i)$ деформаций, нормальных $\sigma(L_{c'}i)$, касательных $\tau(L_{c'}i)$, локальных $\sigma_{Loc}(L_{c'}i)$ напряжений в расчетном нормальном сечении



Рис. 3. Эпюры нормальных сжимающих напряжений $\sigma_{bx}(h,L)$ и кривизны R(h,L) в крайнем сжатом волокне, главных растягивающих напряжений $\sigma_{Nl}(x)$, предельных напряжений растяжения $\sigma_{N2}(x)=R_{bt'}$ нормальных растягивающих напряжений $\sigma_{bx}(x)$ по длине элемента

та деформированную схему элемента с зонами трещин и блоков между ними.

Указанные выше параметры, полученные при расчете нормального сечения, используются в расчетной модели и аналитическом описании НДС наклонного сечения. В расчете принято допущение, что искомая наклонная трещина совпадает с наиболее напряженным наклонным сечением и имеет траекторию прямой. Началом данной прямой является точка пересечения функции $\sigma_{N2}(x)=R_{bt}$ и функции главных растягивающих напряжений $\sigma_{N1}(x)$ в крайнем растянутом волокне бетона сечения при одноосном напряжённом состоянии [13, 14].

Также рис.3 содержит три графика функций: кроме двух вышеперечисленных $\sigma_{N1}(x)$ и $\sigma_{N2}(x)=R_{bt'}$ присутствует график распределения нормальных напряжений по длине элемента $\sigma_{bx}(x)$. Он необходим для оценки влияния касательных напряжений на НДС сечения в составе главных напряжений.

Алгоритм поиска нулей функций $\sigma_{_{NI}}(x)$ и $\sigma_{_{N2}}(x)$ представлен в табл. 1.

Дальнейший поиск точек прямой, определяющей положение наклонной трещины, производится на основе анализа функций напряженного состояния элемента [15]. Заметим, что вершина наклонной трещины, например, для однопролетной шарнирно опёртой балки, загруженной сосредоточенной силой с пролетом среза L/2, будет лежать в сечении с наименышей несущей способностью на сдвиг Δ (рис. 4). При этом координата вершины наклонной трещины по высоте сечения находится в точке максимума эпюры касательных напряжений в сжатой зоне бетона (рис. 5).

Алгоритм поиска вершины наклонной трещины по высоте сечения представлен в табл. 2.

Таким образом, основная расчетная модель наклонного сечения сформирована двумя блоками над и под вершиной наклонной трещины (см. рис. 1). Более точно дать описание образования наклонной трещины можно на основе анализа внутренних усилий (напряжений), действующих на элементарных площадках бетонного сечения при двухосном напряженном состоянии. Результирующий график, показывающий расположение наклонных и нормальных трещин на боковой грани балки, представлен на рис. 6.

Промежуточные значения координат траектории наклонной трещины найдены линейной интерполяцией графиков [16, 17], описанных выше. Функции, которые формируют данный график (рис. 6), в дальнейшем используются для определения целевых параметров расчета прочности наклонного сечения: сил зацепления по берегам наклонной трещины, нагельного эффекта от сопротивления изгибу продольной арматуры в наклонной трещине [18–20].

Использование разработанной методики расчета по нелинейной деформационной модели для определения положения наклонной трещины в зоне поперечного изгиба балки дает возможность вычислить прочность балки по наклонному сечению в нелинейного постановке, отражая действительное НДС конструкции. Сходимость результатов опреде-



Рис. 4. К определению положения вершины наклонной трещины по длине элемента:

 $Q_u = Q_b + Q_{sw}$ – предельная несущая способность сечения на срез;

Q_b – несущая способность бетона на срез;

 $Q_{_{\!\!S\!W}}$ – несущая способность поперечной арматуры на срез;

*с=с*⁰ – проекция наклонной трещины;

Q, *Q*_{*max*} – действующая и максимальная поперечные силы;

F– действующая нагрузка;

 h_0 – рабочая высота сечения



Рис. 5. Эпкора нормальных напряжений σ_{bx}(i) в сжатой зоне бетона с положением вершины наклонной трещины h,



Рис. 6. График расположения нормальных и наклонных трещин по высоте *h* и длине *L* балки

Таблица 1

Алгоритм определения положения начала наклонной трещины по длине элемента (язык среды MathCAD)

Формула	Описание
$\sigma_{N1}(L) \coloneqq \Delta \sigma_{mto}(L)$	Определение главных растягивающих напряжений
$\sigma_{N2}(L) \coloneqq \sigma_{bx}(L, i_t)$	Определение нормальных напряжений по длине балки в растянутой зоне бетона
$\sigma_{\scriptscriptstyle N3} \coloneqq R_{\scriptscriptstyle bt} = 2.7 M\Pi a$	Определение функции-прямой предельной растяжимости бетона в растянутой зоне
Given	Заголовок блока поиска нулей функций
$c_0 \coloneqq 2m \qquad c2 \coloneqq 0.5 \cdot L_{ef}$	Начальное приближение в окрестности поиска нулей функции
$\sigma_{N1}(c_0) = \sigma_{N3}$	Разрешающее уравнение
$c_1 \coloneqq Find(c_0) = 308$ мм	Оператор поиска нуля функций σN1(x) и σN2(x) (точки начала наклонной трещины)
$c_2 := Maximize(\sigma_{N1}, c2) = 358$ мм	Оператор поиска экстремума функции главных растягивающих напряжений
$c_0 := 0.5 \cdot L_{ef} - c_1 = 702 \text{ MM}$	Определение проекции наклонной трещины
$\theta \coloneqq \frac{1}{\deg} \cdot atan\left(\frac{h_0}{c_0}\right) = 28.61$	Определение угла наклона наклонной трещины, град

Таблица 2

Алгоритм определения положения вершины наклонной трещины по высоте расчетного нормального сечения элемента (язык среды MathCAD)

Формула	Описание
$\tau_{bc}(i) \coloneqq \tau_{b}(L_{c},i)$	Функция распределения касательных напряжений в расчетном сечении вершины наклонной трещины
Given	Заголовок блока поиска нулей функций
$i_p := 0.7 \cdot h$	Начальное приближение в окрестности поиска координаты
$X_{rvmt} := Maximize(\tau_{bc}, i_p) = 348.946$ мм	Оператор поиска координаты экстремума функции (вершины наклонной трещины)
$\tau_{bc}(L_c, X_{rvnt}) = 7.709 \ M\Pi a$	Максимальное значение функции касательного напряжения
$\sigma_{bx}(L_c, X_{rvnt}) = -9.281 M\Pi a$	Значение нормального напряжения в вершине наклонной трещины
$\Delta \sigma_{m}(L,i) \coloneqq \frac{\sigma_{hr}(L,i)}{2} + \sqrt{\left(\sigma_{hr}(L,i)\right)^2 + 4\left(\tau_{h}(L,i)\right)^2}$	Функция распределения главных растягивающих напряжений по длине элемента
$\boxed{X_{nt} \coloneqq \begin{vmatrix} X_{rnt} & \text{if } \Delta \sigma_{nt}(L_c, X_{rnt}) \ge R_{bt} \\ 0 \cdot mm & otherwise \end{vmatrix}} = 348.946 \text{ MM}$	Блок программируемого выбора значения вершины наклонной трещины при условии ее образования

ления координат наклонной трещины по данному расчету и по эксперименту составила не менее 92 %. Полученная траектория наклонной трещины, а именно ее проекция, точка начала роста и вершина, угол наклона, позволили полностью переработать несколько эмпирических зависимостей из нормативной методики расчета наклонного сечения. Совершенствование и оптимизация разработанного алгоритма реализации НДМ позволит исследовать характер распределения внутренних усилий в зоне поперечного изгиба железобетонных элементов и определить их количественные значения.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Карпенко Н.И., Соколов Б.С., Радайкин О.В. К оценке прочности, жесткости, момента образования трещин и их раскрытия в зоне чистого изгиба железобетонных балок с применением нелинейной деформационной модели // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2016. № 3 (687). С. 5–12.

2. Тамразян А.Г. К расчету железобетонных элементов с учетом ползучести и старения на основе реологической модели бетона // Промышленное и гражданское строительство. 2012. №7. С. 26–27.

3. Колчунов В.И., Губанова М.С. Напряженно-деформированное состояние нагруженного и коррозионно-поврежденного железобетона в зоне наклонных трещин // Научный журнал строительства и архитектуры. 2016. № 2 (42). С. 11–22.

4. *Travush V., Emelianov S., Kolchunov V., Bulgakov A.G.* Mechanical safety and survivability of buildings and building structures under different loading types and impacts // Procedia Engineering. 2016. T. 164. C. 416–424.

5. Тамразян А.Г., Фаликман В.Р. Основные требования к проектированию железобетонных конструкций по модельному кодексу ФИБ // Строительство и реконструкция. 2016. № 3 (65). С. 71–77.

6. Филатов В.Б. Сравнительная оценка прочности железобетонных элементов при поперечном изгибе по различным методикам // Современные проблемы расчета железобетонных конструкций, зданий и сооружений на аварийные воздействия: сборник докладов Международной научной конференции. М.: НИУ МГСУ, 2016. С. 484–488.

7. Алпатов В.Ю., Лукин А.О., Сахаров А.А., Жученко Д.И. Компьютерное моделирование и численные исследования узловых соединений структурных конструкций // Градостроительство и архитектура. 2016. № 4. С. 19–22. DOI: 10.17673/Vestnik.2016.04.3.

 Мордовский С.С. Уточнение расчетов как способ обеспечения безопасности зданий и сооружений // Градостроительство и архитектура. 2013. № 3. С. 26–28. DOI: 10.17673/Vestnik.2013.03.4.

9. Филатов В.Б. Арцыбасов А.С., Багаутдинов М.А., Гордеев Д.И., Кортунов А.И., Никитин Р.А. Анализ расчетных моделей при расчете прочности наклонных сечений железобетонных балок на действие поперечных сил // Известия Самарского научного центра РАН. 2014. Т. 16, № 4(3). С. 642–645.

10. Суворов А.А. Особенности применения деформационной модели при расчете прочности наклонных сечений железобетонных балок // Традиции и инновации в строительстве и архитектуре. Строительство / СГАСУ. Самара, 2016. С. 79–82.

11. Кодыш Э.Н., Никитин И.К., Трекин Н.Н. Расчет железобетонных конструкций из тяжелого бетона по прочности, трещиностойкости и деформациям. М.: АСВ, 2010. 348 с.

12. *Filatov V.B., Suvorov A.A.* Research of the stress condition of the normal section of reinforced concrete elements using nonlinear deformation model // Procedia Engineering. 2016. T. 153. C. 144–150.

13. Гениев Г.А., Киссюк В.Н., Тюпин Г.А. Теория пластичности бетона и железобетона. М.: Стройиздат, 1974. 316 с.

Об авторах:

СУВОРОВ Александр Анатольевич

аспирант кафедры строительных конструкций Самарский государственный технический университет Архитектурно-строительный институт 443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 194 E-mail: a.suvorov163@mail.ru

ФИЛАТОВ Валерий Борисович

кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры строительных конструкций Самарский государственный технический университет Архитектурно-строительный институт 443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 194 E-mail: vb_filatov@mail.ru 14. Карпенко Н. И. Общие модели механики железобетона. М.: Стройиздат, 1996. 416 с.

15. Суворов А.А. Аналитическое описание нелинейной работы нормального сечения в вершине наклонной трещины // Урбанистика. 2016. № 2. С. 29–35. DOI: 10.7256/2310-8673.2016.2.18688. Режим доступа: http://enotabene.ru/urb/article_18688.html (дата обращения: 18.12.2016).

16. Суворов А.А., Карнилов Д.А., Капустин И.В. Математическое программирование работы нормального сечения железобетонных элементов в среде «Mathcad» // Развитие современной науки: теоретические и прикладные аспекты: сборник статей студентов, магистрантов, аспирантов, молодых ученых и преподавателей / под общ. ред. Т.М. Сигитова. Пермь, 2016. С. 74–76.

17. Суворов А.А. Обзор возможностей нелинейной деформационной модели при поиске траектории наклонной трещины в изгибаемых железобетонных элементах // Технические науки – от теории к практике: сб. ст. по матер. LXVI междунар. науч.-практ. конф. №1(61). Новосибирск: СибАК, 2017. С. 53–57.

18. Филатов В.Б. Расчет прочности наклонных сечений изгибаемых железобетонных элементов с учетом сил зацепления в наклонной трещине // Бетон и железобетон – взгляд в будущее: научные труды III Всероссийской (II Международной) конференции по бетону и железобетону: в 7 т. Т. 1. М.: МГСУ, 2014. С. 389–396.

19. Филатов В.Б. Экспериментальное исследование нагельного эффекта продольной арматуры железобетонных балок // Интеграция, партнерство и инновации в строительной науке и образовании: сборник докладов Международной научной конференции. М.: НИУ МГСУ, 2017. С. 293–297.

20. Филатов В.Б. Влияние сил зацепления в наклонной трещине на напряженное состояние железобетонных балок в зоне поперечного изгиба // Научно-технический вестник Поволжья. 2015. № 4. С. 136–138.

SUVOROV Alexandr A.

Post-Graduate Student of the Building Structures Chair Samara State Technical University Institute of Architecture and Civil Engineering 443001, Russia, Samara, Molodogvardeyskaya str., 194 E-mail: a.suvorov163@mail.ru

FILATOV Valery B.

PhD in Engineering Science, Associate Professor of the Building Structures Chair Samara State Technical University Institute of Architecture and Civil Engineering 443001, Russia, Samara, Molodogvardeyskaya str., 194 E-mail: vb_filatov@mail.ru

Для цитирования: *Суворов А.А., Филатов В.Б.* Аналитическое описание траектории наклонной трещины на основе нелинейной деформационной модели // Градостроительство и архитектура. 2017. Т.7, №3. С. 14-18. DOI: 10.17673/Vestnik.2017.03.3. For citation: *Suvorov A.A., Filatov V.B.* Analytical Description of the Inclined Crack Trajectory by the Method of Nonlinear Deformation Model // Urban Construction and Architecture. 2017. V. 7, 3. Pp. 14-18. DOI: 10.17673/Vestnik.2017.03.3.