



Е.А. КРЕСТИН

К ВОПРОСУ О ТЕОРЕТИЧЕСКОМ ИССЛЕДОВАНИИ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ В ЗАЗОРАХ ПЕРЕМЕННОЙ ВЫСОТЫ

ON THE THEORETICAL STUDY OF THE HYDRODYNAMIC CHARACTERISTICS OF VISCOUS
INCOMPRESSIBLE FLUID FLOW IN GAPS OF VARIABLE HEIGHT

Приведен анализ работы прецизионных пар при наличии перекосов и несоосностей между плунжером и обоймой. Рассмотрено течение вязкой несжимаемой жидкости при пульсации перепада давления и осцилляции плунжера по периодическим произвольным законам в кольцевых щелевых зазорах с переменным по длине канала эксцентриситетом. Рассмотрен плоский канал, заполненный вязкой несжимаемой жидкостью, с углом наклона верхней стенки к нижней. Верхняя стенка совершает произвольные периодические движения в своей плоскости, перепад давления на концах канала изменяется также по произвольному периодическому закону, но с некоторым другим периодом. Задача решена в полярной системе координат. Так как краевая задача не имеет точного аналитического вывода, то найдено приближенное аналитическое решение.

Ключевые слова: плунжерные пары, зазор бесконтактного уплотнения, прецизионные пары, плоский канал, осцилляция стенки, пульсация перепада давления

Как известно, нестационарные гидродинамические процессы в гидродинамике представляют интерес со стороны прикладной гидромеханики. В работах автора [1–4] было отмечено, что в реальных условиях плунжеру в гильзе обычно ничто не препятствует перемещаться в радиальном направлении. Там же были указаны и другие причины нарушения соосности и перекоса подвижных элементов. Например, в механическом толкателе газораспределительного устройства такой причиной является сила трения между кулачком и цилиндрическим плунжером толкателя. Поэтому плунжер в гильзе может занять либо эксцентрич-

The analysis of the operation of precision pairs is given in the presence of distortions and misalignments between the plunger and the cage. The flow of a viscous incompressible fluid during the pulsation of the pressure drop and the oscillation of the plunger by periodic arbitrary laws in annular gap gaps with a variable eccentricity along the channel length is considered. A plane channel filled with a viscous incompressible fluid with an angle of inclination of the upper wall to the lower one is considered. The upper wall performs arbitrary periodic motions in its plane, the pressure difference at the ends of the channel also varies according to an arbitrary periodic law, but with some other period. The problem is solved in the polar coordinate system. Since the boundary-value problem does not have an exact analytic derivation, an approximate analytic solution is found

Keywords: plunger pairs, contactless seal gap, precision pairs, flat channel, wall oscillation, differential pressure pulsation

ное положение, либо установиться с перекосом, тогда эксцентриситет будет переменным по длине канала. В варианте постоянного эксцентриситета задача для стационарного течения жидкости в кольцевом щелевом зазоре подробно рассмотрена в работах [5–7].

В настоящей работе исследуется более общий случай: течение вязкой несжимаемой жидкости при пульсации перепада давления и осцилляции плунжера по периодическим произвольным законам в кольцевых щелевых зазорах с переменным по длине канала эксцентриситетом (рис. 1). Как правило, в таком варианте течение вязкой несжимаемой

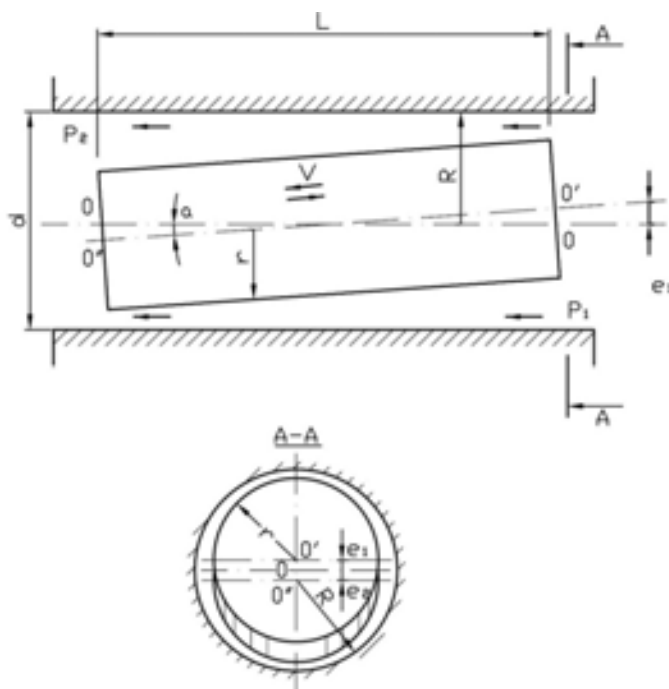


Рис. 1. Продольный и поперечный разрезы кольцевого канала с переменным эксцентриситетом по длине плунжера

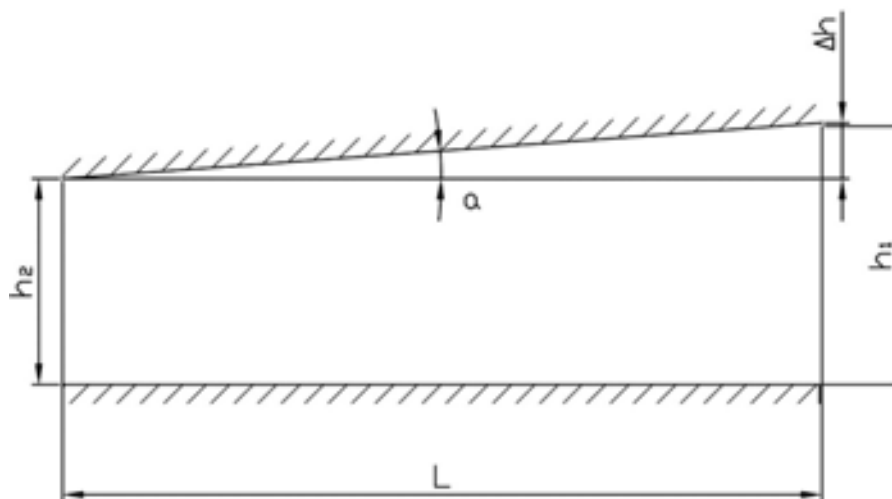


Рис. 2. Схема плоского канала переменной высоты

жидкости описывается полными дифференциальными уравнениями в компонентах напряжения или через составляющие вектора скорости. Однако ввиду того, что характер течения в кольцевых щелях цилиндрических плунжерных пар при малых зазорах получается близким к течению в плоских щелях, то задача решена как течение вязкой несжимаемой жидкости в плоском щелевом зазоре (рис. 2). При этом рабочая среда принималась несжимаемой, так как длины зазоров в реальных устройствах значительно меньше длин волн колебаний. При

условии несжимаемости жидкости квадратичные члены инерции в полных дифференциальных уравнениях течения тождественно обращаются в ноль [8]. Таким образом, из полных уравнений получены приближенные уравнения Стокса. Следует отметить, что при решении пренебрегли начальным участком из-за его малой протяженности по сравнению с общей длиной щели.

В работе расчеты с использованием данных экспериментов показали, что для рассматриваемых в задаче зазоров скорость азимутального течения

вокруг плунжера составляет менее 2 % от скорости меридиального течения жидкости (вдоль образующей плунжера). В работах [8, 9] применительно к плунжерным парам выполнено численное решение полного уравнения Навье-Стокса на ЭВМ для двумерной задачи и установлено, что в конусных щелях при $L/D < 1$ (где L – длина плунжера, D – его диаметр) градиент периферийного давления вокруг плунжера пренебрежимо мал по сравнению с градиентом давления вдоль плунжера [10–12].

Таким образом, в работе рассмотрен плоский канал с углом наклона α верхней стенки к нижней (см. рис. 2), заполненный вязкой несжимаемой жидкостью. Верхняя стенка выполняет произвольные периодические движения в своей плоскости, разница давления на концах канала изменяется также по произвольному периодическому закону, но с некоторым другим периодом.

Задача решена в полярной системе координат (рис. 3).

Из геометрических соображений получили:

$$\left. \begin{aligned} L &= R_1 - R_2, \\ h_{\text{эф}} &= \alpha \frac{R_1 + R_2}{2} = \alpha, \\ R_* &= \frac{R_1 + R_2}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Таким образом, зазор переменной высоты привели к каналу с некоторой эффективной высотой зазора $h_{\text{эф}}$, проходящей через середину канала.

При решении задачи использованы следующие допущения:

- массовые силы пренебрежимо малы;
- нижняя стенка неподвижная;
- величина зазора h много меньше его длины $h \ll L$;

– концевые эффекты пренебрежимо малы по сравнению с общей длиной канала;

– угол наклона мал, т.е. $\Delta h \ll h_2$ (см. рис. 2), тогда $\text{tg} \alpha \cong d$, причем $\text{tg} \alpha \cong 1$;

– жидкость несжимаема и вязкость ее достаточно велика, так что конвективными членами инерции можно пренебречь;

– процесс изотермический.

Уравнения движения и неразрывности в полярных координатах с учетом принятых допущений имеют вид:

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left(\nabla^2 v_r - \frac{v_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} \right), \quad (2)$$

$$\frac{\partial v_\varphi}{\partial t} = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \varphi} + \nu \left(\nabla^2 v_\varphi - \frac{v_\varphi}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \varphi} \right), \quad (3)$$

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} = 0. \quad (4)$$

Граничные условия, с учетом прилипания жидкости к стенкам канала, следующие:

$$\varphi = 0, v_r = v_\varphi = 0; \quad (5)$$

$$\varphi = \alpha, v_r = V(t)_c, v_\varphi = 0, \quad (6)$$

где $V(t)_c$ – заданная периодическая скорость осцилляции стенки с периодом $2 \frac{\pi}{\omega_1} = T_1$;

$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}$ – оператор Лапласа;

ν – кинематический коэффициент вязкости;

ρ – плотность жидкости.

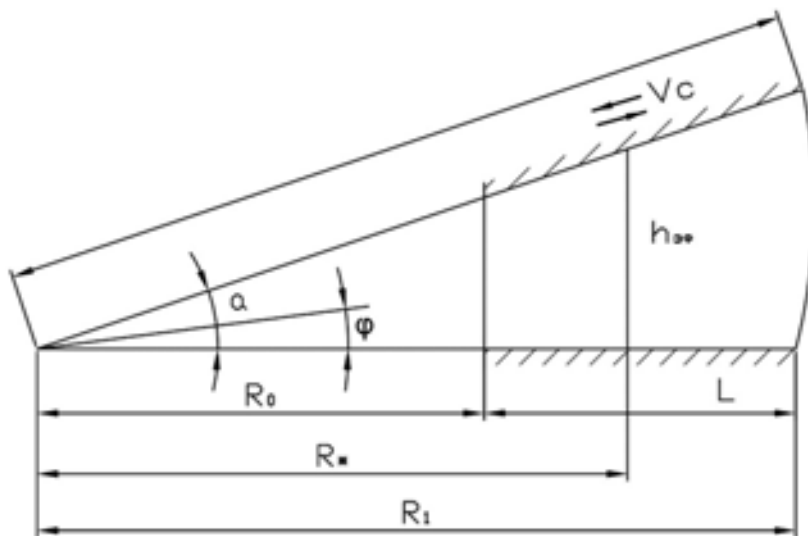


Рис. 3. Схема плоского канала переменной высоты в полярной системе координат

В силу того, что граничные условия для составляющей скорости v_φ при этом являются однородными, задача решена в предположении $v_\varphi = 0$ во всем поле течения. Для давления и радиальной скорости получили следующие уравнения:

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left(\nabla^2 v_r - \frac{v_r}{r^2} \right), \quad (7)$$

$$-\frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \varphi} + \frac{2\nu}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \varphi} = 0, \quad (8)$$

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} = 0 \quad (9)$$

с граничными условиями

$$\varphi = 0, v_r = 0; \quad (10)$$

$$\varphi = \alpha, v_r = V(t)_c. \quad (11)$$

Для обобщения результатов расчетов и удобства построения графических зависимостей решение задачи выполнено в безразмерном виде.

Тогда уравнения (7) – (11) в безразмерном виде запишем в виде:

$$\frac{\partial \bar{v}_r}{\partial \bar{t}} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{r}} + \frac{\partial^2 \bar{v}_r}{\partial \bar{r}^2} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \bar{v}_r}{\partial \bar{r}} + \frac{1}{\alpha^2 \bar{r}^2} \frac{\partial^2 \bar{v}_r}{\partial \bar{\varphi}^2} - \frac{\bar{v}_r}{\bar{r}^2}, \quad (12)$$

$$-\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{\varphi}} + \frac{2}{\bar{r}} \frac{\partial \bar{v}_r}{\partial \bar{\varphi}} = 0, \quad (13)$$

$$\frac{\partial \bar{v}_r}{\partial \bar{r}} + \frac{\bar{v}_r}{\bar{r}} = 0, \quad (14)$$

а граничные условия в виде:

$$\bar{\varphi} = 0, \bar{v}_r = 0; \quad (15)$$

$$\bar{\varphi} = 1, \bar{v}_r = \bar{V}(\bar{t})_c. \quad (16)$$

Краевая задача (12) – (16) не имеет точного аналитического решения. Чтобы построить приближенное аналитическое решение, заменим не зависящее от r граничное условие (16) следующим граничным условием:

$$\bar{\varphi} = 1, \bar{v}_r = \frac{\bar{R}_*}{\bar{r}} \bar{V}(\bar{t})_c. \quad (17)$$

На рис. 4 показано, как точное граничное условие (16) в некоторый момент времени отличается от приближенного граничного условия (17). Сравнение осуществлено на интервале $\bar{R}_2 \leq \bar{r} \leq \bar{R}_1$.

Чтобы показать, что граничные условия (16) и (17) на самом деле близки на интервале $\bar{R}_2 \leq \bar{r} \leq \bar{R}_1$, определим относительное отклонение этих двух функций:

$$\begin{aligned} \delta &= \left| \frac{\frac{\bar{R}_*}{\bar{r}} \bar{V}(\bar{t})_c - \bar{V}(\bar{t})_c}{\bar{V}(\bar{t})_c} \right| = \left| \frac{\bar{R}_*}{\bar{r}} - 1 \right| = \left| \frac{\bar{R}_* - \bar{r}}{\bar{r}} \right| \leq \max \left\{ \frac{\bar{R}_* - \bar{R}_1}{\bar{R}_1}, \frac{\bar{R}_* - \bar{R}_2}{\bar{R}_2} \right\} = \\ &= \frac{1}{2} \frac{\bar{R}_1 - \bar{R}_2}{\bar{R}_2} = \frac{\bar{L}}{2\bar{R}_* - \bar{L}} \leq \frac{\bar{L}}{2(\bar{R}_* - \bar{L})} = \frac{1}{2} \frac{1}{\frac{\bar{R}_*}{\bar{L}} - 1} \approx \frac{1}{2} \frac{\bar{L}}{\bar{R}_*} \leq 1. \end{aligned}$$

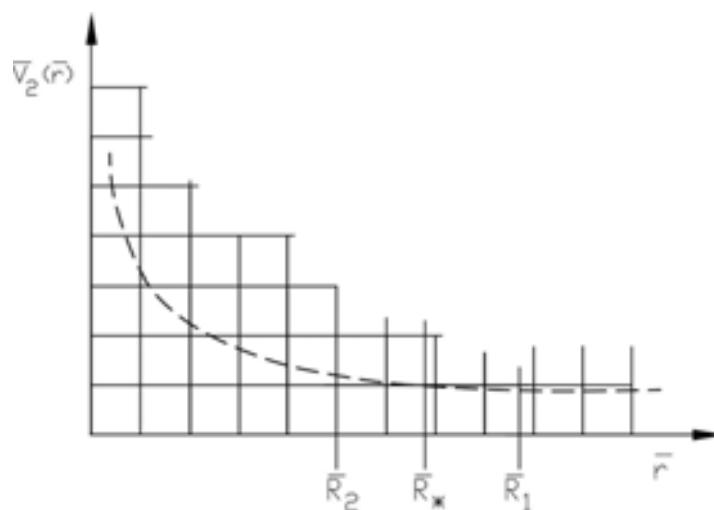


Рис. 4. Сравнение точного граничного условия с приближенным:
 ————— точное условие (16)
 - - - - - приближенное условие (17)

Следовательно, граничные условия (16) и (17) действительно близки на интересующем нас интервале $\bar{r} \in [\bar{R}_2, \bar{R}_1]$.

Таким образом, математически задача сформулирована.

Выводы. 1. Проведен анализ существующих решений о движении вязкой жидкости в щелевых зазорах плунжерных пар.

2. Указаны причины несоосности и перекоса прецизионных пар при работе подвижных бесконтактных уплотнений.

3. Рассмотрено течение вязкой несжимаемой жидкости при пульсации перепада давления и осцилляции плунжера по периодическим произвольным законам в кольцевых щелевых зазорах с переменным по длине канала эксцентриситетом.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Крестин Е.А. Определение утечек жидкости через зазор бесконтактного уплотнения поршня гидравлического вибратора // Научное обозрение. 2014. №5. С.108–110.
2. Крестин Е.А. Релаксационное течение в щелевом зазоре при ступенчатом изменении давления // Научное обозрение. 2015 №3. С. 116–121.
3. Крестин Е.А. Исследование гидродинамических параметров в зазоре при импульсном изменении давления // Научное обозрение. 2015. №4. С. 134–140.
4. Вибрации в технике: справочник. Том 4. Вибрационные процессы и машины / под ред. Э.Э. Левендела. М.: Машиностроение, 1981. 509 с.
5. Лозовецкий В.В. Гидро- и пневмосистемы транспортно-технологических машин. СПб., 2012. 555 с.
6. Гидравлика и гидропневмопривод. Ч. 2: Гидравлические машины и гидропневмопривод / под ред. А.А. Шейпака. 4-е изд., доп. и перераб. М.: МПИУ, 2009. 352 с.
7. Крестин Е.А. Расчет бесконтактного уплотнения при ступенчатом изменении давления // Тезисы докл. X международной научно-практической конференции «Научные перспективы XXI века. Достижения и перспективы нового столетия». Новосибирск, 2015. С. 84–87.
8. Слезкин Н.А. Динамика вязкой несжимаемой жидкости. М.: Гос. издат. техн.-теорет. лит., 1955. 520 с.
9. Численное исследование устойчивости течения Тейлора между двумя цилиндрами в двумерном случае // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2009. № 4. С.754–768.
10. Крестин Е.А. Определение гидродинамических характеристик вязкой жидкости в канале переменной высоты // XII международная научно-практическая конференция «Научные перспективы XXI века. Достижения и перспективы нового столетия». Новосибирск, 2015. №5. С. 69–74.
11. Гойдо М. Е. Проектирование объемных гидроприводов: справочное пособие. М.: Машиностроение, 2009. 304 с.
12. Журных Б. Уплотнительные устройства в машиностроении. М.: Издательство МГТУ им. Баумана, 2017. 24 с.

Об авторе:

КРЕСТИН Евгений Александрович

кандидат технических наук, профессор кафедры общей и прикладной физики и химии
Самарский государственный технический университет
Академия строительства и архитектуры
443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 194
E-mail: krestin@bk.ru

KRESTIN Evgeny A.

PhD in Engineering Science, Professor of the General and Applied Physics and Chemistry Chair
Samara State Technical University
Academy of Civil Engineering and Architecture
443001, Russia, Samara, Molodogvardeyskaya str., 194
E-mail: krestin@bk.ru

Для цитирования: Крестин Е.А. К вопросу о теоретическом исследовании гидродинамических характеристик течения вязкой несжимаемой жидкости в зазорах переменной высоты // Градостроительство и архитектура. 2018. Т.8, №1. С.130–134. DOI: 10.17673/Vestnik.2018.01.22.

For citation: Krestin E.A. On the theoretical study of the hydrodynamic characteristics of viscous incompressible fluid flow in gaps of variable height // Urban construction and architecture. 2018. V.8, 1. Pp. 130-134. DOI: 10.17673/Vestnik.2018.01.22.