СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ, ЗДАНИЯ И СООРУЖЕНИЯ

УДК 624.012.41

DOI: 10.17673/Vestnik.2020.01.1

Н. А. ИЛЬИН
С. С. МОРДОВСКИЙ
В. А. МАЛЬГИНА
Н. А. КИРЕЕВА

К РАСЧЕТУ ПРОЧНОСТИ ВНЕЦЕНТРЕННО СЖАТОГО ЖЕЛЕЗОБЕТОННОГО ЭЛЕМЕНТА ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ

CALCULATING THE STRENGTH OF AN EXCENTRICALLY COMPRESSED REINFORCED CONCRETE ELEMENT OF RECTANGULAR SECTION

Одной из основных задач при расчётах железобетонных элементов является определение прочности. Данная задача является актуальной для конструкций, находящихся в различном напряженно-деформированном состоянии: изгибаемых, внецентренно-сжатых, внецентренно-растянутых, внецентренно-сжатых с кручением и т. д. В статье рассмотрено решение прочностной задачи при проектировании внецентренно сжатого железобетонного элемента прямоугольного сечения с симметричной арматурой. Усовершенствование касается учета влияния конструктивных параметров качества арматуры и бетона на величину расчетных нагрузок и предельное усилие прочности внецентренно сжатого железобетонного элемента с учетом его прогиба. За счёт упрощения математического описания влияния конструктивных показателей и параметров качества арматуры и бетона на расчётное значение изгибающего момента и на прочность внецентренно сжатого железобетонного элемента, а также упрощения расчета коэффициента увеличения начального эксцентриситета продольной силы с учетом прогиба сжатого железобетонного элемента получено данное усовершенствование. Использование предложенных формул при расчёте прочности внецентренно сжатого железобетонного элемента прямоугольного сечения позволяет обеспечить сходимость получаемого результата с классическим вариантом расчета с уменьшением трудозатрат из-за простоты формул.

One of the main tasks in the calculation of reinforced concrete elements is the determination of strength. This problem is relevant for structures in various stress-strain states - bending, eccentrically-compressed, eccentrically-stretched, eccentrically-compressed with torsion, etc. This article discusses the solution of the strength problem in the design of an eccentrically compressed reinforced concrete element of rectangular cross section with symmetrical reinforcement. The improvement relates to taking into account the influence of structural parameters of the quality of reinforcement and concrete on the value of the design loads and the ultimate tensile strength of an eccentrically compressed reinforced concrete element, taking into account its deflection. By simplifying the mathematical description of the influence of structural indicators and quality parameters of reinforcement and concrete on the calculated value of the bending moment and on the strength of an eccentrically compressed reinforced concrete element, as well as simplifying the calculation of the coefficient of increase in the initial eccentricity of the longitudinal force taking into account the deflection of the compressed reinforced concrete element, this improvement is obtained. Using the proposed formulas in calculating the strength of an eccentrically compressed reinforced concrete element of rectangular cross section allows us to ensure the convergence of the result with the classical version of the calculation with a reduction in labor costs due to the simplicity of the formulas.

Ключевые слова: железобетонные элементы, прямоугольное сечение, внецентренное сжатие, эксцентриситет продольной силы, влияние прогиба сжатого элемента, расчетный изгибающий момент, прочность элемента, снижение затрат на проектирование конструкций

Keywords: reinforced concrete elements, rectangular section, eccentric compression, eccentricity of the longitudinal force, the influence of the deflection of the compressed element, design bending moment, element strength, reduction of design costs

В условиях внецентренного сжатия находятся колонны производственных зданий, верхние пояса безраскосных ферм и т. п. В них действуют сжимающие силы (N) и изгибающие моменты (M). При расчете сжатых железобетонных элементов на действие сжимающей продольной силы учитывают эксцентриситет приложения силы.

При оценке несущей способности внецентренно сжатых железобетонных элементов по классическому методу могут быть использованы графики (Пособие по проектированию бетонных и железобетонных конструкций из тяжелого бетона без предварительного напряженной арматуры (к СП 52-101-2003). М., 2005).

В классическом методе расчета допускается производить расчет конструкции по недеформированной схеме, а учет влияния прогиба сжатого элемента производить путем умножения моментов на коэффициенты η_v и η_h . При этом для расчета коэффициента необходимо определить жесткость железобетонного элемента в предельной стадии работы, величину условной критической силы N_{cr} . Для определения жесткости требуется определить ещё ряд показателей, таких как: коэффициент, учитывающий влияние длительного действия нагрузки на прогиб элемента, относительный эксцентриситет δ_e , коэффициент армирования. Всё это увеличивает трудоёмкость инженерного расчета.

Свод правил (СП 63.13330.2012. Актуализированная редакция. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения «СНиП 52-01-2003». М., 2012) в настоящее время рекомендует выполнять расчёты с применением нелинейной деформационной модели (с некоторыми исключениями), которая предполагает использование в расчётах законов деформирования материалов в виде диаграмм. Данный подход реализован в научных работах по расчёту внецентренно сжатых железобетонных элементов [1–9], что позволяет достаточно точно определить не только несущую способность, но и напряжённо-деформированное состояние конструкции на любой стадии нагружения.

Расчёты с использованием нелинейной деформационной модели практически всегда можно выполнить только с применением компьютера. Более простое решение по расчету прочности внецентренно сжатого железобетон-

ного элемента прямоугольного сечения, не требующее обязательного применения компьютера, возможно с помощью изложенных ниже математических зависимостей.

Суть предлагаемого усовершенствования классической прочностной задачи заключается в упрощении учета влияния конструктивных параметров на расчетное физическое действие внешних нагрузок и на величину предельного усилия по прочности внецентренно сжатого железобетонного элемента прямоугольного сечения с симметричной арматурой.

Предлагаемое решение применимо для расчета прочности внецентренно сжатых железобетонных элементов прямоугольного сечения с симметричным армированием с учетом влияния прогиба на прочность (несущую способность). Расчётная схема нормального сечения приведена на рисунке.

Особенностью предполагаемого метода является то, что вначале вычисляют относительную величину изгибающего момента без учета прогиба железобетонной колонны α_M по уравнению

$$\alpha_M = M / (b \cdot h_0^2 \cdot R_b), \quad (1)$$

где M – изгибающий момент без учета прогиба колонны, кН·м; b – ширина прямоугольного сечения колонны, мм; h_0 – рабочая высота сечения, равная $(h - a)$, мм; R_b – расчетное сопротивление бетона сжатию, МПа.

Затем вычисляют коэффициент увеличения эксцентриситета продольной силы с учетом прогиба железобетонной колонны (η_h) по уравнению

$$\eta_h = 1 + \alpha_M = 1 + M / (b \cdot h_0^2 \cdot R_b), \quad (2)$$

где α_M – относительная величина изгибающего момента без учета прогиба железобетонной колонны.

Далее определяют расчетный изгибающий момент в опасном сечении, с учетом влияния прогиба железобетонной колонны, по уравнению

$$M_\eta = M_v \cdot \eta_v + M_h \cdot \eta_h, \quad (3)$$

где M_v и M_h – изгибающий момент от вертикальных нагрузок и соответственно от ветровых нагрузок, кН·м; η_v и η_h – коэффициенты увеличения эксцентриситета от вертикальных нагрузок и соответственно от ветровых нагрузок.

Граничное значение относительной высоты сжатой зоны бетона ξ_R вычисляется по уравнению

$$\xi_R = 0,8/(1+R_s/700), \quad (4)$$

где R_s – расчетное сопротивление растяжению арматуры, МПа.

Затем определяют относительную величину продольной силы α_N по уравнению

$$\alpha_N = N/(b \cdot R_b \cdot h_0), \quad (5)$$

где N – продольная сила, кН; b – ширина сечения железобетонной колонны, мм; R_b – расчетное сопротивление бетона на сжатие, МПа.

При $\alpha_N < \xi_R$ высоту сжатой зоны бетона (x) определяют по уравнению

$$x = \alpha_N \cdot h_0 \quad (6)$$

где α_N – относительная величина продольной силы; h_0 – рабочая высота сечения колонны, мм.

Прочность опасного сечения железобетонной колонны M_{cc} , кН·м, определяют по уравнению

$$M_{cc} = R_b \cdot b \cdot x \cdot (h_0 - 0,5 \cdot x) + (R_{sc} \cdot A'_s - 0,5 \cdot N) \cdot (h_0 - a'), \quad (7)$$

где b – ширина сечения колонны, мм; R_b – расчетное сопротивление бетона на сжатие, МПа; x – высота сжатой зоны бетона, мм; h_0 – рабочая высота сечения, мм; a' – расстояние от верхней сжатой грани до центра тяжести сжатой арматуры, мм; R_{sc} – расчетное сопротивление арматуры на сжатие, МПа; A'_s – площадь сечения сжатой арматуры, мм²; N – продольная сила, кН.

В заключение производят сравнение прочности опасного сечения железобетонной колонны M_{cc} , кН·м, с расчетным изгибающим моментом в опасном сечении M_{η} , кН·м.

Пример. Задан внецентренно сжатый железобетонный элемент – колонна прямоугольного сечения ($b \times h = 400 \times 500$ мм) с симметричной арматурой класса А400 ($R_s = R_{sc} = 350$ МПа; площадь сечения $A_s = 1140$ мм² [3v22], $a = a' = 40$ мм), бетон класса В25 ($R_b = 14,5$ МПа); продольная сила и изгибающие моменты в опорном сечении от вертикальных нагрузок всех $N_v = 650$ кН, $M_v = 140$ кН·м; от постоянных и длительных $N_l = 650$ кН, $M_l = 130$ кН·м, от ветра $N_h = 50$ кН, $M_h = 73$ кН·м; высота этажа $l = 6$ м; расчетная длина колонны $l_0 = 1,2 \cdot 6 = 7,2$ м.

Требуется проверить прочность прямоугольного сечения с учетом влияния прогиба колонны.

Схема расчета на прочность внецентренно сжатого железобетонного элемента прямоугольного сечения с симметричной арматурой: продольное сечение (А-А) и поперечное сечение (Б-Б):

1 – геометрическая ось элемента; 2 – граница сжатой зоны; 3 – центр тяжести площади бетона сжатой зоны; 4 – продольная арматура в растянутой зоне (S); 5 – продольная арматура в сжатой зоне (S'); b и h – ширина и длина поперечного сечения, мм; a и a' – расстояние от грани колонны до центра тяжести сечения арматуры S и S' соответственно, мм; x – высота сжатой зоны сечения, мм; e_0 – начальный эксцентриситет продольной силы относительно центра тяжести приведенного сечения, мм; R_s и R_{sc} – расчетное сопротивление арматуры по прочности на растяжение и, соответственно, на сжатие, МПа; R_b – сопротивление бетона по прочности на сжатие, МПа; z_b – плечо пары сил, мм

Последовательность расчета:

1) Рабочая высота сечения: $h_0 = h - a = 500 - 40 = 460$ мм.

Усилия от всех нагрузок составляют:

$$M = M_v + M_h = 140 + 73 = 213 \text{ кН·м.}$$

$$N = N_v + N_h = 650 + 50 = 700 \text{ кН.}$$

2) Начальный эксцентриситет продольной силы равен:

$$e_0 = M/N = 213/700 = 0,3 \text{ м} > e_a = h/30 = 500/30 = 16,66 \text{ мм.}$$

3) Относительную величину изгибающего момента α_M без учета прогиба колонны вычисляют по уравнению (1):

$$\alpha_M = M/(b \cdot h_0^2 \cdot R_b) = 213 \cdot 10^6 / (400 \cdot 460^2 \cdot 14,5) = 0,174.$$

4) Коэффициент увеличения эксцентриситета под влиянием прогиба колонны вычисляют по уравнению (2):

$$\eta_h = 1 + \alpha_M = 1 + 0,174 = 1,174.$$

5) Расчетный изгибающий момент колонны в основном сечении с учетом прогиба железобетонной колонны вычисляют по уравнению (3):

$$M_{\eta} = M_v \cdot \eta_v + M_h \cdot \eta_h = 140 \cdot 1 + 76 \cdot 1,174 = 226 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

6) Граничную относительную высоту сжатой зоны бетона ξ_R вычисляют по уравнению (4):

$$\xi_R = 0,8/(1+R_s/700) = 0,8/(1 + 350/700) = 0,533.$$

7) Относительную величину продольной силы α_N определяют по уравнению (5):

$$\alpha_N = N/(b \cdot R_b \cdot h_0) = 700 \cdot 10^6 / (400 \cdot 14,5 \cdot 400) = 0,262 < \xi_R = 0,533.$$

8) Высоту сжатой зоны бетона (x , мм) в сечении железобетонной колонны вычисляют по уравнению (6):

$$x = \alpha_N \cdot h_0 = 0,262 \cdot 460 = 121 \text{ мм}.$$

9) Прочность основного сечения железобетонной колонны (M_{cc} , кН·м) определяют по уравнению (7):

$$\begin{aligned} M_{cc} &= R_b \cdot b \cdot x \cdot (h_0 - 0,5 \cdot x) + (R_{sc} \cdot A'_s - 0,5 \cdot N) \cdot (h_0 - a') = \\ &= 14,5 \cdot 400 \cdot 121 (460 - 0,5 \cdot 121) + \\ &+ (350 \cdot 1140 - 0,5 \cdot 70 \cdot 10^4) \cdot (460 - 40) = \\ &= 282,656 \cdot 10^6 + 20,58 \cdot 10^6 = 303 \text{ кН}\cdot\text{м}. \end{aligned}$$

10) Прочность внецентренно сжатого железобетонного элемента – колонны прямоугольного сечения с симметричной арматурой с учетом влияния прогиба обеспечена, так как:

$$M_{cc} = 303 > M_{\eta} = 226 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Выводы. 1. Усовершенствован классический вариант расчёта прочности внецентренно сжатого железобетонного элемента конструкции с симметричным армированием за счёт упрощения нахождения коэффициента увеличения эксцентриситета продольной силы с учетом прогиба колонны η_h .

2. Обнаружена устойчивая связь между коэффициентом увеличения эксцентриситета продольной силы с учетом прогиба η_h и относительной величиной изгибающего момента α_M ; дано упрощенное математическое описание $\eta_h = f(\alpha_M)$.

3. Снижены трудозатраты инженерного расчета при проектировании внецентренно сжатого железобетонного элемента прямоугольного сечения.

4. Предложенные расчетные формулы использованы при определении прочности и огнестойкости сжатых железобетонных элементов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Адищев В.В., Березина Э.В., Ершова Н.В. Определение коэффициентов трансформации эталонных диаграмм для изгибаемых и внецентренно сжатых железобетонных элементов // Известия вузов. Строительство. 2011. № 7. С.73-81.

2. Ерышев В.А., Тошин Д.С. Диаграмма деформирования бетона при многократных повторных нагружениях // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2005. № 10 (562). С.109-114.

3. Карпенко Н.И., Соколов Б.С., Радайкин О.В. К определению деформаций изгибаемых железобетонных элементов с использованием диаграмм деформирования бетона и арматуры // Строительство и реконструкция. 2012. № 2 (40). С.11-19.

4. Крусь Ю.А. Трансформирование диаграмм деформирования бетона при центральном сжатии и растяжении // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2008. № 7. С.113-122.

5. Маилян А.Р., Иващенко Е.И. Действительные диаграммы деформирования бетона при сжатии и экспериментальные и теоретические способы их построения // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. 2006. № 4 (24). С.128-132.

6. Мордовский С.С. Расчёт внецентренно сжатых железобетонных элементов с применением диаграмм деформирования // Бетон и железобетон. 2012. № 2. С.11-15.

7. Мурашкин Г.В., Мордовский С.С. Применение диаграмм деформирования для расчёта несущей способности внецентренно сжатых железобетонных элементов // Жилищное строительство. 2013. № 3. С.38-40.

8. Панфилов Д.А., Мурашкин В.Г. Усовершенствованная методика расчета общих прогибов изгибаемых железобетонных элементов с учетом дискретного трещинообразования применительно к обычным и высокопрочным бетонам // Строительство и реконструкция. 2011. № 6 (38). С.30-42.

9. Panfilov Denis A., Pischulev Alexander A. The methodology for calculating deflections of reinforced concrete beams exposed to short duration uniform loading (based on nonlinear deformation model) // Procedia Engineering, 2014, vol.91, pp. 188-193. DOI: 10.1016/j.proeng.2014.12.044

REFERENCES

1. Adishchev V.V., Berezina E.V., Ershova N.V. Determination of transformation coefficients of reference diagrams for bent and non-centrally compressed reinforced concrete elements. *Izvestiya vuzov. Stroitel'stvo* [University News. Construction], 2011, no. 7, pp. 73-81. (in Russian)

2. Eryshev V.A., Toshin D.S. Concrete deformation diagram for multiple repeated loads. *Izvestiya vysshih uchebnykh zavedenij. Stroitel'stvo* [University News. Construction], 2005, no. 10 (562), pp. 109-114. (in Russian)

3. Karpenko N.I., Sokolov B.S., Radajkin O.V. To the determination of deformations of bent reinforced concrete elements using diagrams of deformation of concrete and reinforcement. *Stroitel'stvo i rekonstrukciya* [Construction and reconstruction], 2012, no. (40), pp. 11-19. (in Russian)

4. Krus' YU.A. Transformation of concrete deformation diagrams under central compression and tension. *Izvestiya vysshih uchebnykh zavedenij. Stroitel'stvo* [University News. Construction], 2008, no. 7, pp. 113-122. (in Russian)

5. Mailyan L.R., Ivashchenko E.I. Actual diagrams of concrete deformation under compression and experimental and theoretical methods for constructing them. *Vestnik rostovskogo gosudarstvennogo universiteta putej soobshcheniya* [Bulletin of Rostov State Transport University], 2006, no. 4 (24), pp. 128-132. (in Russian)

6. Mordovskij S.S. Calculation of eccentrically compressed reinforced concrete elements using strain diagrams. *Beton i zhelezobeton* [Concrete and reinforced concrete], 2012, no. 2, pp. 11-15. (in Russian)

7. Murashkin G.V., Mordovskij S.S. The use of deformation diagrams for calculating the bearing capacity of eccentrically compressed reinforced concrete elements. *Zhilishchnoe stroitel'stvo* [Housing construction], 2013, no. 3, pp. 38-40. (in Russian)

8. Panfilov D.A., Murashkin V.G. An improved methodology for calculating the total deflections of flexible concrete elements taking into account discrete cracking in relation to ordinary and high-strength concrete. *Stroitel'stvo i rekonstrukciya* [Construction and reconstruction], 2011, no. 6 (38), pp. 30-42. (in Russian)

9. Panfilov Denis A., Pischulev Alexander A. The methodology for calculating deflections of reinforced concrete beams exposed to short duration uniform loading (based on nonlinear deformation model). *Procedia Engineering*, 2014, vol.91, pp. 188-193. DOI: 10.1016/j.proeng.2014.12.044

Об авторах:

ИЛЬИН Николай Алексеевич

кандидат технических наук, профессор кафедры водоснабжения и водоотведения, заместитель директора НТЦ «Пожарная безопасность» Самарский государственный технический университет Академия строительства и архитектуры 443100, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244, тел. (846)339-14-71

ILYIN Nikolay A.

PhD in Engineering Science, Professor of the Water Supply and Wastewater Chair Samara State Technical University Academy of Architecture and Civil Engineering 443100, Russia, Samara, Molodogvardeyskaya str., 244, tel. (846)339-14-71

МОРДОВСКИЙ Сергей Сергеевич

кандидат технических наук, доцент кафедры строительных конструкций Самарский государственный технический университет Академия строительства и архитектуры 443100, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244, тел. (846)339-56-35 E-mail: qaer1@yandex.ru

MORDOVSKY Sergey S.

PhD in Engineering Science, Associate Professor of the Building Structures Chair Samara State Technical University Academy of Architecture and Civil Engineering 443100, Russia, Samara, Molodogvardeyskaya str., 244, tel. (846)339-56-35

МАЛЬГИНА Вера Анатольевна

магистрант Самарский государственный технический университет Академия строительства и архитектуры 443100, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

MALGINA Vera A.

Master's Degree Student Samara State Technical University Academy of Architecture and Civil Engineering 443100, Russia, Samara, Molodogvardeyskaya str., 244

КИРЕЕВА Надежда Александровна

магистрант Самарский государственный технический университет Академия строительства и архитектуры 443100, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

KIREEVA Nadezhda A.

Master's Degree Student Samara State Technical University Academy of Architecture and Civil Engineering 443100, Russia, Samara, Molodogvardeyskaya str., 244

Для цитирования: Ильин Н.А., Мордовский С.С., Мальгина В.А., Киреева Н.А. К расчету прочности внецентренно сжатого железобетонного элемента прямоугольного сечения // Градостроительство и архитектура. 2020. Т. 10, № 1. С. 4–8. DOI: 10.17673/Vestnik.2020.01.1.

For citation: Ilyin N.A., Mordovsky S.S., Malgina V.A., Kireeva N.A. Calculating the strength of an excentrally compressed reinforced concrete element of rectangular section. *Gradostroitel'stvo i arhitektura* [Urban Construction and Architecture], 2020, Vol. 10, no. 1, Pp. 4–8. (in Russian) DOI: 10.17673/Vestnik.2020.01.1.