

ВЕРОЯТНОСТНАЯ ОЦЕНКА УСТОЙЧИВОСТИ ОТКОСОВ ГРУНТОВЫХ ПЛОТИН

PROBABILITY ESTIMATE OF EARTH DAM SLOPES STABILITY

Рассматриваются подходы к оценке устойчивости откосов грунтовых плотин с учетом изменчивости и неопределенности показателей свойств материалов сооружения и грунтов основания, а также изменчивости действующих нагрузок. Подчеркивается необходимость и целесообразность использования вероятностных методов оценки. Приводится алгоритм и пример анализа устойчивости откоса грунтовой плотины.

Ключевые слова: гидротехнические сооружения, грунтовые плотины, откос грунтовой плотины, устойчивость откоса, оценка устойчивости, вероятность сочетания нагрузок и воздействий, вероятностная оценка устойчивости откоса.

Нарушение устойчивости откосов является одной из главных причин аварий на грунтовых гидротехнических сооружениях. Кроме того, достаточно часто негрунтовые гидротехнические сооружения расположены на откосах естественных грунтовых массивов, нарушение устойчивости которых приводит к аварии сооружения.

При оценке устойчивости откосов грунтовых плотин сталкиваются со значительными трудностями, среди которых выделяются следующие [1]:

- 1) значительная изменчивость действующих нагрузок, что затрудняет подбор их расчётных параметров;
- 2) существенная изменчивость, а иногда и полная неопределенность показателей свойств материалов и грунтов сооружения и его основания.

В настоящее время существует много методов расчета устойчивости откосов грунтовых плотин, причем большинство их основано на сопротивлении активных сил, действующих на гипотетическую призму обрушения, и реактивных сил сопротивления, могущих возникнуть в предельном состоянии на поверхности сдвига, отделяющей призму от остального грунтового массива.

The article considers various approaches to the estimation of earth dam slopes stability taking into account changeability and uncertainty of properties indices for materials in the structure and the ground base, as well as variability of effective loads. The necessity and the expediency of use of probability estimate methods are emphasized. The paradigm and the example of earth dam slopes stability analysis are provided.

Key words: hydraulic structures, earth dams, earth dam slope, slope stability, stability estimate, probability of loads and impacts combination, probability estimate of slope stability.

Призма обрушения сохранит равновесие, а откос грунтовой плотины будет устойчив, если обеспечивается неравенство:

$$k_s = \frac{R(k)}{F(k)} \geq 1,$$

где $F(k)$, $R(k)$ – активный и реактивный члены уравнения предельного равновесия или соответственно обобщенное сдвигающее силовое воздействие и обобщенная несущая способность.

Исходные параметры – характеристики грунтов, материал конструкции, действующие нагрузки и другие факторы – случайные по своей природе. Действующие нормы допускают производить оценку устойчивости откоса грунтовой плотины по методу предельных состояний, где изменчивость входных и выходных величин учитываются посредством задания их расчётных значений определенной обеспеченности и используют соответствующие нормативные коэффициенты. Условие недостижения предельного состояния при этом записывается в следующем виде [2]:

$$k_{sp} \geq \lambda_n \lambda_{fc} / \lambda_c$$

где k_{sp} - коэффициент устойчивости, полученный при расчетных значениях показателей свойств грунтов и параметров нагрузок; $\lambda_n, \lambda_{fc}, \lambda_g, \lambda_c$ - нормативные коэффициенты: надежности по ответственности, по сочетанию нагрузок, по условиям работы.

Учитывая, что $k_{s,p} = R_p/F_p$, где R_p и F_p - расчетные (т. е. определенной обеспеченности) значения обобщенной несущей способности и обобщенного сдвигающего силового воздействия, определяемые как $R_p = R_H/\lambda_g$ и $F_p = \lambda_f F_H$, где R_H и F_H - так называемые нормативные (средние) значения R и F ; а λ_g, λ_f - коэффициенты надежности по грунтам и нагрузкам, можно получить условие недостижения предельного равновесия по поверхности скольжения призмы в виде:

$$R_H \geq \lambda_n \lambda_{fc} \lambda_g \lambda_f F_H / \lambda_c$$

где R_H и F_H можно трактовать как средние значения или же приближенные значения математических ожиданий величин R и F .

Соответствующее среднее значение коэффициента устойчивости $k_{s,H}$ (т. е. приближенное значение его математического ожидания) при условии недостижения предельного равновесия выразится как:

$$k_{s,H} \geq \lambda_n \lambda_{fc} \lambda_g \lambda_f / \lambda_c$$

Из последнего выражения можно предположить, что предельное состояние по выбранной поверхности скольжения наступит при достижении математическим ожиданием коэффициента устойчивости k_s значения $\lambda_n \lambda_{fc} \lambda_g \lambda_f / \lambda_c$. Следовательно, если область допустимых значений математического ожидания k_s можно определить интервалом $[\lambda_n \lambda_{fc} \lambda_g \lambda_f / \lambda_c, \infty)$, то любого $k_{s,H}$ значение которого может оказаться как меньше, так и больше $k_{s,H}$ - интервалом $[1, \infty)$.

Таким образом, устойчивость грунтового откоса плотины может быть обеспечена при любом случайном значении k_s , если $k_s \geq 1$. И наоборот, если $k_s < 1$, то возможно нарушение устойчивости откоса. При этом вероятность такого события зависит от частоты появления значений случайной величины $k_s < 1$.

В общем случае факторы, определяющие устойчивость откосов грунтовых плотин, зависят от времени, что требует соответствующей постановки задачи статистической динамики [3]. Однако во многих случаях такая постановка представляется

практически нереализуемой ввиду необходимости учета весьма большого числа разнообразных факторов. Для упрощения процедуры вероятностных расчетов устойчивости откоса используется прием, основанный на оценке условных и безусловных вероятностей нарушения устойчивости откоса по «сечениям» учитываемых факторов и их комбинациям. Согласно этому подходу действующие факторы и их комбинации представляются счетными множествами сечений случайных процессов. Вероятности реализации сечений заранее задаются либо определяются соответствующими расчетами.

Пусть в результате вероятностных расчетов получены вероятности: $P(k_s < 1 | \Phi_{ij})$ - условная вероятность нарушения устойчивости откоса при реализации j -го класса i -го независимого фактора (i -го сочетания зависимых факторов); $p(\Phi_{ij} | \Phi_i)$ - условная вероятность реализации j -го класса при учете i -го независимого фактора (i -го сочетания зависимых факторов); $p(\Phi_i)$ - вероятность реализации i -го независимого фактора (i -го сочетания зависимых факторов).

Тогда: безусловная вероятность нарушения устойчивости откоса плотины при возможной реализации j -го класса i -го независимого фактора (i -го сочетания зависимых факторов):

$$P(k_s < 1, \Phi_{ij}) = P(k_s < 1 | \Phi_{ij}) p(\Phi_{ij} | \Phi_i) p(\Phi_i);$$

полная вероятность нарушения устойчивости откоса по i -му независимому фактору (i -му сочетанию зависимых факторов)

$$P(k_s < 1, \Phi_{ij}) = \sum_{j=1}^m P(k_s < 1 | \Phi_{ij}) p(\Phi_{ij} | \Phi_i) p(\Phi_i);$$

полная вероятность нарушения устойчивости откоса по всем учитываемым i -м независимым факторам (i -м сочетаниям зависимых факторов)

$$P(k_s < 1, \Phi_1, \dots, \Phi_i, \dots, \Phi_n) = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n P(k_s < 1 | \Phi_{ij}) p(\Phi_{ij} | \Phi_i) p(\Phi_i),$$

где n - количество учитываемых i -х факторов (сочетаний зависимых факторов); m - количество учитываемых j -х классов i -го независимого фактора (i -го сочетания зависимых факторов).

Алгоритм вероятностного анализа устойчивости откоса грунтовой плотины в рамках рассмотренного подхода может быть следующим:

1. Установление действующих факторов и их сочетаний, определяющих устойчивость грунтового откоса.

2. Формирование численного множества сечений случайных процессов (полей) и их сочетаний по учитываемым факторам (их ранжирование на классы). Формирование полных групп событий по учитываемым факторам, сочетаниям факторов, классам факторов и сочетаний факторов и определение вероятностей их реализации в зависимости от расчетного периода времени.

3. Выбор уравнений связи между «входными» (параметрами воздействий, показателями свойств материалов и грунтов, параметрами откоса и др.) и «выходными» величинами - коэффициентами устойчивости k_s в рамках принятой модели.

4. Подготовка исходных данных для вероятностных расчетов в соответствии с принятым уравнением связи (расчетной моделью), разделение входных параметров на случайные и детерминированные и определение на основе имеющейся статистической информации вероятностных характеристик случайных параметров «входа»: анализ их распределений, оценка математических ожиданий, стандартов и т. д.

5. Рандомизация расчетной модели и установление количественных связей между вероятностными характеристиками исходных расчетных величин и вероятностными характеристиками коэффициента устойчивости откоса k_s ; оценка условных вероятностей нарушения устойчивости откоса как вероятностей реализации условия $k_s < 1$ при том или ином классе независимого фактора либо сочетании зависимых факторов.

6. Оценка безусловных вероятностей нарушения устойчивости откоса по всем учитываемым классам независимых факторов либо сочетаний зависимых факторов.

7. Оценка полных вероятностей нарушения устойчивости откоса по независимым факторам (сочетаниям зависимых факторов).

8. Оценка полной вероятности нарушения устойчивости откоса по всем учитываемым факторам (сочетаниям независимых факторов).

В соответствии с приведенным алгоритмом вероятностного анализа выполнена оценка устойчивости однородного откоса грунтовой плотины, нагруженного вертикальными активными силами. Прочностные характеристики материала откоса принимались нормально распределенными случайными величинами. Расчеты выполнялись при одинаковых исходных данных с использованием различных методов.

Коэффициент устойчивости откоса k_s принимался функцией случайных параметров α_k , $k = 1, 2, \dots$

(где α_k - характеристики материала откоса плотины):

$$k_s = f(\alpha_k).$$

Так как прочностные характеристики материала откоса плотины принимались нормально распределенными случайными величинами, то параметры α_k также можно считать нормально распределенными случайными величинами с математическими ожиданиями $M(\alpha_k)$ и дисперсиями $\sigma^2(\alpha_k)$.

Функция коэффициента устойчивости откоса нелинейная, однако она может быть линейаризована в малой области изменения случайных параметров в окрестности математических ожиданий $M(\alpha_k)$:

$$k_s = f(M(\alpha_k)) + \sum_k \left. \frac{\partial f}{\partial \alpha_k} \right|_{\alpha_k = M(\alpha_k)} \cdot (\alpha_k - M(\alpha_k)).$$

Тогда величину k_s можно считать нормально распределенной с математическим ожиданием $M(k_s)$ и дисперсией $\sigma^2(k_s)$:

$$M(k_s) = f(M(\alpha_k));$$

$$\sigma^2(k_s) = \sum_k \left(\left. \frac{\partial f}{\partial \alpha_k} \right|_{\alpha_k = M(\alpha_k)} \right)^2 \cdot \sigma^2(\alpha_k).$$

В этом случае искомая вероятность обрушения откоса определяется как вероятность того, что коэффициент устойчивости откоса k_s окажется меньше единицы:

$$P(k_s < 1) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{erf} \left(\frac{M(k_s) - 1}{\sqrt{2}\sigma(k_s)} \right),$$

где $\operatorname{erf}(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u \exp(-z^2) dz$ - функция ошибок.

Производные, входящие в выражения, определяются в конечных разностях. Таким образом, чтобы определить математическое ожидание и дисперсию величины k_s , необходимо провести $N + 1$ детерминистический расчет (где N - число исходных случайных параметров α_k) с использованием тех же вычислительных программ, что и при расчете по нормативной методике.

Результаты расчетов приведены в табл. 1.

Количественная сторона результатов сопоставления методов вероятностной оценки устойчивости откосов грунтовой плотины демонстрирует, что наименьшую вероятность нарушения устойчи-

Таблица 1

Результаты вероятностной оценки устойчивости откоса грунтовой плотины

Методы	$P(k_s < 1)$
Метод Крея	$6 \cdot 10^{-4}$
Метод Терцаги	10^{-3}
Метод горизонтальных сил	$2 \cdot 10^{-3}$
Метод Како	$2.5 \cdot 10^{-4}$
Метод «а = 0»	$1.4 \cdot 10^{-4}$

ности дают методы – Како и «а = 0», удовлетворяющие условиям равновесия.

Преимуществом метода «а = 0» является отсутствие необходимости в итерациях, а недостатком – относительно низкое положение кривой давления, совмещаемой с поверхностью сдвига. Однако, как показывают результаты расчетов, погрешности в определении коэффициентов устойчивости по данному методу не превышают точности вычислений.

Таким образом, использование метода «а = 0» может быть рекомендовано для практического применения при оценке устойчивости откосов грунтовых плотин.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Беллендир, Е.Н. Вероятностные методы оценки надежности грунтовых гидротехнических сооружений [Текст] / Е.Н. Беллендир, Д.А. Ивашинцов и др. - СПб.: Изд-во ОАО «ВНИИГ им. Б.Е. Веденеева». – 2003. - 553 с.
2. Шакарна, Салех. Обеспечение надежности зданий и сооружений в сложных природно-климатических условиях [Текст] / Салех Шакарна // Научно-технические ведомости СПбГПУ. - 2006. - № 6, т. 1. - С.175-179.
3. Болотин, В.В. Методы теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений [Текст] / В.В. Болотин. - М.: Стройиздат, 1982.

© Бальзанников М.И., Шакарна Салех, 2011