

В.А. ДАНИЛУШКИН

кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры электроснабжения промышленных предприятий Самарский государственный технический университет

П.И. РУБАН

аспирант кафедры электроснабжения промышленных предприятий Самарский государственный технический университет

А.Ю. ТАЙМОЛКИН

аспирант кафедры электроснабжения промышленных предприятий Самарский государственный технический университет

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ СТАЦИОНАРНОГО ПРОЦЕССА КОСВЕННОГО ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА ЖИДКОСТИ

MODELLING AND OPTIMIZATION OF STATIONARY PROCESS OF INDIRECT INDUCTION LIQUID HEATING

Рассматриваются вопросы математического моделирования процесса косвенного индукционного нагрева вязких нефтепродуктов в нагревателях непрерывного действия и оптимизации распределения мощности внутренних источников тепла по критерию максимального быстродействия, который для установившихся режимов нагрева аналогичен минимизации длины нагревателя. Показана специфика нагрева вязких жидкостей при косвенном индукционном нагреве, заключающаяся в неравномерном распределении скорости потока жидкости по сечению. Предложены квазиоптимальные алгоритмы распределения мощности по длине нагревателя в виде ступенчатой функции, обеспечивающие экономию электроэнергии на нагрев при выполнении технологических требований к точности воспроизведения температуры на выходе из нагревателя.

Ключевые слова: индукционный нагрев, математическая модель, теплопроводность, оптимизация.

Развивающиеся в настоящее время новые технологии, использующие индукционный нагрев качестве основной или подготовительной стадии технологического процесса, обусловили появление многочисленного класса новых более сложных систем индукционного нагрева, обладающих специфической структурой взаимодействия отдельных звеньев объекта и отличающихся более широким спектром требований к параметрам технологического процесса. К таким процессам относятся технологические процессы, связанные с транспортировкой вязких жидкостей, например, нефти и вязких нефтепродуктов, перекачка которых без предварительного подогрева требует дополнительных затрат электроэнергии.

Особенности индукционных установок для нагрева потока жидкости определяются сложными взаимосвязанными электро- и теплофизическими процессами, сложным характером распределения внутренних источников тепла, зависимостью температурного распределения от характера течения жидкости. Проблема разработки комплексов математических моделей процессов косвенного индукционно-

The questions of mathematical modelling of indirect induction heating viscous oil in heaters and continuous optimization of the power distribution of internal heat sources on the criterion of maximum speed are analysed. It is similar to minimizing the length of the heater for the steady-state regimes of heating. The specificity of the heating of viscous fluids in indirect induction heating consists in the uneven distribution of liquid flow velocity in the cross section. Proposed quasi-optimal algorithms for power distribution along the length of the heater in the form of a step function provide energy savings for heating when the technological demands of fidelity to the outlet temperature of the heater.

Keywords: induction heating, mathematical model, thermal conductivity, optimization.

го нагрева потока жидкости в установках различного технологического назначения, эффективности методов их расчета и оптимизации конструктивных и режимных параметров представляется актуальной как с точки зрения проектирования, эксплуатации и автоматизации, так и с точки зрения математического моделирования и управления.

Исследуемый процесс косвенного индукционного нагрева потока жидкости описывается нелинейной взаимосвязанной системой уравнений Максвелла и Фурье соответственно для электромагнитного и теплового полей с соответствующими краевыми условиями [1, 2]:

$$\operatorname{rot}\{\vec{H}\} = \gamma \vec{E}; \quad \operatorname{rot}\{\vec{E}\} = -\left\{\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right\};$$

$$\operatorname{div}\{\vec{B}\} = 0; \quad \operatorname{div}\{\vec{E}\} = 0; \quad (1)$$

$$c_1(T_1)\gamma_1(T_1)\frac{\partial T_1}{\partial t} = \operatorname{div}(\lambda_1(T_1)\operatorname{grad}T_1) - \operatorname{div}[EH]; \quad (2)$$

$$c_2(T_2)\gamma_2(T_2)\frac{\partial T_2}{\partial t} = \operatorname{div}(\lambda_2(T_2)\operatorname{grad}T_2) - c_2(T_2)\gamma_2(T_2)V\operatorname{grad}T_2 \quad (3)$$

Здесь $\{H\}, \{E\}, \{B\}$ – векторы напряженности магнитного и электрического полей и магнитной индукции; t – время; c_1, γ_1 – удельные значения теплоемкости и плотности материала трубы; c_2, γ_2 – удельные значения теплоемкости и плотности нагреваемой жидкости; λ_1, λ_2 – коэффициенты теплопроводности материалов трубы и жидкости; V – вектор скорости потока жидкости; T_1, T_2 – температурные поля в стенке трубы и в потоке жидкости. Объемная плотность внутренних источников тепла, индуцируемых в трубах теплообменного аппарата, определяется дивергенцией вектора Пойнтинга $P = -\text{div}[EH]$.

Основной отличительной особенностью технологических процессов перекачки нефти является использование и обработка больших объемов жидких сред. В этой связи представляет интерес расчёт потока для разных режимов или способов реализации процесса с целью получения достаточно полной картины происходящего и выявления условий, способствующих повышению эффективности процесса подогрева нефти при перекачке. Расчет гидродинамических характеристик проводится с целью учета влияния неравномерного распределения скорости потока жидкости на температурное распределение в потоке при подогреве ее в нагревателе непрерывного действия.

Математическое описание движения основывается на уравнениях неразрывности Навье-Стокса, в которые подставляется истинная скорость, зависящая от радиальной координаты:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V(\nabla V) = -\frac{1}{\gamma} \text{grad}P + \frac{1}{\gamma} \nabla(\mu_e \nabla V), \quad (4)$$

где P – скорость изменения давления; γ – плотность; μ_e – эффективная вязкость, для ламинарной жидкости совпадает с динамической вязкостью, для турбулентного случая задается формулами в зависимости от модели турбулентности.

Для учета температурной зависимости вязкости ν нефти используется эмпирическая формула [3]:

$$\nu = \frac{420}{1 + 0.005 \cdot T + 0.0055 \cdot T^2 + 0.009 \cdot T^3} + 0.03. \quad (5)$$

Электромагнитная задача формулируется в виде системы уравнений Максвелла (1), дополняемой уравнениями связи характеристик поля с электрофизическими свойствами нагреваемого материала. Для решения задачи используется метод конечных элементов, позволяющий учитывать зависимость свойств материала от температуры.

Исходная постановка нелинейной электромагнитной задачи для осесимметричных тел при условии квазистационарности исследуемого поля выражается через векторный потенциал A в виде

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{\mu_a(r,x)} \cdot \frac{\partial A(r,x)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{\mu_a(r,x)} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial A(r,x)}{\partial r} \right] - j_{\omega\sigma} \dot{A}(r,x) - \dot{J}_0(r,x) = 0, \quad (5)$$

где r, x – радиальная и осевая координаты; ω, σ – частота тока и электропроводимость соответственно; $j_0(r,x)$ – вектор плотности тока. В качестве гра-

ничных условий для определенности задачи принимаем наиболее общие условия равенства нулю векторного потенциала на границе расчетной области, достаточно удаленной от источника тока.

Идеология расчета основывается на вариационных принципах, когда решение (5) ищется путем минимизации нелинейного функционала, выражающего энергию электромагнитного поля:

$$F(A) = \frac{1}{2} \iint_Q \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu_a} \right) \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\mu_a r} \right) \frac{\partial A}{\partial r} \right] dr dx + \frac{1}{2} \iint_Q j_{\omega\sigma} |A|^2 dr dx + \frac{1}{2} \iint_Q J_0 \dot{A} dr dx. \quad (6)$$

Для учета нелинейной зависимости магнитной проницаемости η от напряженности магнитного поля H в ферромагнитных областях разработано специальное математическое и программное обеспечение для численного решения системы уравнений электромагнитной задачи.

Найденная в ходе решения электромагнитной задачи численная информация позволяет получить пространственное распределение плотности тока и удельной мощности в стенке тепловыделяющей трубы по длине нагревателя, на основании которого рассчитываются температурные поля в стенке трубы и потоке жидкости. Существенное различие постоянных времени электромагнитных и тепловых процессов позволяет осуществить разделение во времени процедур расчета внутренних источников тепла и температурных полей в стенке трубы и нагреваемой жидкости. Это обстоятельство позволяет электромагнитную задачу сформулировать как стационарную, а тепловую представить в форме системы дифференциальных уравнений нестационарной теплопроводности.

Проектирование конструкции индукционного нагревателя осуществлялось путем решения связанных электромагнитной и тепловой задач. Такой подход позволяет быстрее оценить достоинства и недостатки вариантов, хотя и содержит известные упрощения, которые обусловлены тем, что используется одна расчетная область с фиксированными границами. Если удаленность границ позволяет повысить точность электромагнитного расчета, то в тепловом расчете воздушная область является излишней и не позволяет правильно задать граничные условия второго или третьего рода для нагреваемого объекта, а вместо этого рассчитывать процесс теплопроводности в окружающую среду через воздух.

Для решения задачи синтеза алгоритмов оптимального распределения мощности источников тепла необходимо совместное решение задач нагрева и гидродинамики.

Решение гидравлической задачи для линейного участка нагревателя с заданной на входе средней скоростью движения жидкости с равномерным распределением температуры дало возможность оценить распределение скоростей по сечению потока жидкости.

На основании приведенных выше зависимостей методом конечных элементов решена гидравличе-

ская задача, которая позволила определить распределение скоростей по сечению потока жидкости. Расчеты показывают, что для заданных производительности и размеров нагревательной системы имеет место ламинарное течение жидкости.

Следующим шагом является расчет температурного распределения в движущейся жидкости. Расчеты температурных распределений для различных вариантов индукторов производились для связанной электротепловой модели. Эти расчеты позволили в первом приближении оценить качество системы нагрева.

Для более детального расчета создана программа, симулирующая движение потока жидкости, разделенного на параллельные несмешивающиеся слои. Были произведены расчеты для двухслойного и однослойного потоков жидкости. Средняя скорость была принята одинаковой для разных вариантов. На рис. 1 и 2 приведены результаты расчета температурных полей. Результаты расчетов представлены в виде кривых, отражающих изменение температуры в нескольких точках на выходе из трубы.

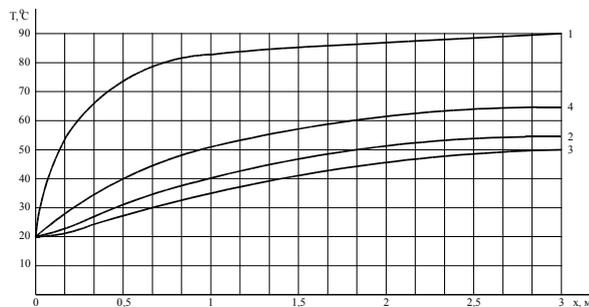


Рис.1. Температурное распределение по длине нагревателя:
1— температура жидкости на расстоянии 0,002 м от стенки;
2— температура жидкости на расстоянии 0,03 м от стенки;
3— температура жидкости на оси потока;
4— средняя по сечению температура жидкости

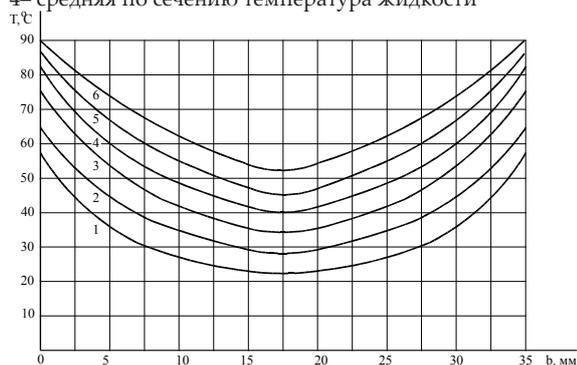


Рис.2. Температурное распределение по сечению потока:
1— температура жидкости на расстоянии 0,5 м от входа;
2— температура жидкости на расстоянии 1 м от входа;
3— температура жидкости на расстоянии 1,5 м от входа;
4— температура жидкости на расстоянии 2 м от входа;
5— температура жидкости на расстоянии 2,5 м от входа;
6— температура жидкости на выходе из нагревателя

Исследования, выполненные с помощью предложенной модели, позволили оценить влияние различных параметров нагревателя на процесс нагрева и выделить среди них наиболее существенные. Показано, что постоянные времени звена внутреннего

тепловыделения (труб теплообменника) значительно (на порядок) меньше, чем постоянные времени объекта исследования (потока жидкости), что позволяет в дальнейших исследованиях управляемого процесса пренебречь инерционностью звена внутреннего тепловыделения. В результате процесс нагрева потока жидкости можно рассматривать как задачу с внешним теплообменом, описываемую однородным уравнением теплопроводности для движущегося полого цилиндра с управлением, вводимым в граничные условия на внутренней и внешней поверхностях потока. В качестве основного варианта принимаются краевые условия второго рода, т.е. принимаем, что нагрев осуществляется тепловым потоком, создаваемым вихревыми токами в трубах теплообменника.

В этом случае установившийся режим теплообмена может быть представлен в виде

$$a \left(\frac{\partial^2 T(r,x)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T(r,x)}{\partial r} \right) + \gamma \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - V \frac{\partial T(r,x)}{\partial x} = 0, \quad (7)$$

$$r \in [0, R], \quad x \in [0, L]$$

с краевыми условиями вида

$$T(r,0) = T_0; \quad \lambda \frac{\partial T(R,x)}{\partial r} = q_1(x), \quad \frac{\partial T(0,x)}{\partial r} = 0. \quad (8)$$

Здесь R – радиус границы потока жидкости; $T(r,x)$ – температурное поле потока жидкости; $q_1(x)$ – поток тепла на внешнюю поверхность потока, соответствующий источнику внутреннего тепловыделения в стенке трубы.

Согласно [4], проблема оптимизации стационарного режима работы нагревателя непрерывного действия сводится к определению неизменного во времени оптимального распределения мощности по длине нагревательной системы, обеспечивающего выполнение условия

$$\max |T_{cp}(r,L) - T_{зад}| \leq \Delta T_{доп}, \quad (9)$$

в выходном сечении ($x=L$) при заданной точности нагрева.

При нагреве внешним тепловым потоком результирующее температурное поле оптимального процесса можно оценивать в двух предельных точках – на поверхности ($r=R$) и в центре потока жидкости ($r=0$). При наличии технологического ограничения на температуру поверхности вида

$$0 \leq T_{нов}(x) \leq T_{нов.макс}(x), \quad \forall x \in [0, L] \quad (10)$$

оптимальное распределение теплового потока состоит из двух участков [3]: участка постоянства X_1 и участка $X_2=L-X_1$ движения по ограничению и принимает вид:

$$q_{опт}(x) = \begin{cases} q_{макс}, & 0 \leq x < X_1 \\ q_0(x), & X_1 < x \leq L \end{cases} \quad (11)$$

Для определения оптимальной длины нагревателя и длин участков постоянства управляющей функции используется система уравнений

$$\begin{aligned} T(R, x) - T_{зад} &= \Delta T_{дон}, \\ T(0, x) - T_{зад} &= -\Delta T_{дон}, \end{aligned} \quad (12)$$

где $T(R, x)$, $T(0, x)$, – температура в предельных точках, координатами которых являются поверхность и центр потока жидкости.

В результате решения этой системы определяется длина участков индуктора.

На участке движения по ограничению зависимость теплового потока от координаты представляет собой экспоненциальную функцию, практическая реализация которой предполагает создание устройства, обеспечивающего непрерывное изменение теплового потока по длине этого участка.

Более простым в реализации является приближенное кусочно–постоянное представление алгоритма пространственного распределения мощности на участке движения по ограничению:

$$q_n(x) = q_n, \quad \forall x \in (x_{n-1}, x_n), \quad (13)$$

где n – число интервалов постоянства теплового потока на участке движения по ограничению. При заданном числе интервалов постоянства уровень теплового потока и длина каждого интервала определяются из решения системы уравнений

$$\begin{aligned} T(R_2, X_n, q_n) - T_{зад} &= \Delta T_{дон}, \\ T(R_1, X_{n0}, q_n) - T_{зад} &= -\Delta T_{дон}, \\ \frac{\partial T(R_2, X_{n0}, q_n)}{\partial x} &= 0, \end{aligned} \quad (14)$$

где X_{n0} – промежуточная в пределах интервала постоянства координата, в которой достигается минимально допустимое значение температуры поверхности. Температурное распределение $T(r, x, q_n)$ при кусочно–постоянном тепловом потоке определяется из решения уравнений (1), (2). Поскольку тепловой поток создается вихревыми токами индукционной системы, полученная зависимость характеризует распределение удельной мощности по длине нагревателя. На рис. 3 представлен характер квазиоптимального распределения мощности внутренних источников тепла в трехсекционном нагревателе.

Ступенчатая аппроксимация функции распределения внутренних источников тепла обеспечивает минимум энергозатрат на нагрев, требуемую среднюю температуру жидкости на выходе из нагревателя с допустимой погрешностью и позволяет существенно упростить конструктивное исполнение катушек индуктора.

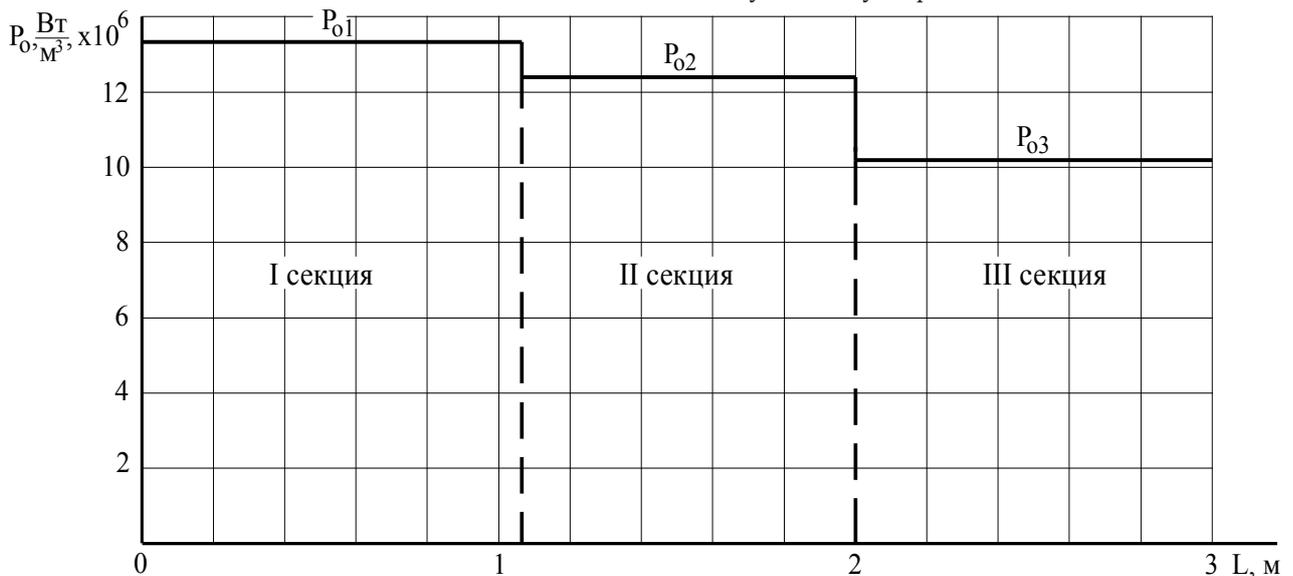


Рис. 3. Аппроксимация распределения удельной мощности в трехсекционном нагревателе. Температура жидкости – 60 °С.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Вайнберг, А.М. Индукционные плавильные печи [Текст] / А.М. Вайнберг. – М.: Энергия, 1967. – 415 с.
2. Лыков, А.В. Тепломассообмен: справочник [Текст] / А.В. Лыков. – М.: Энергия, 1978. – 480 с.
3. Губин, В.Е. Трубопроводный транспорт нефти и нефтепродуктов [Текст] / В.Е. Губин, В.В. Губин. – М.: Недра, 1982. – 296 с.
4. Рапопорт, Э.Я. Оптимизация процессов индукционного нагрева металла [Текст] / Э.Я. Рапопорт. – М.: Металлургия, 1993. – 279 с.

© Данилушкин В.А., Рубан П.И., Таймолкин А.Ю., 2011