

УДК 626.212:532.13

**В.А. ШАБАНОВ****ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ ПЕРЕМЕННОЙ ВЯЗКОСТИ  
В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ**

MOTION OF VARIABLE VISCOSITY LIQUIDS IN POROUS MEDIA

В статье рассматривается движение конечного объема (капли) жидкости переменной вязкости в модели идеального грунта. Силы сопротивления движению капли представлены в виде суммы массовых сил и сил, зависящих от скорости движения частицы и вязкости жидкости. Силы сопротивления разложены в степенные ряды по координате и времени. Удержано по три члена ряда в каждом разложении – сохранены квадратичные члены разложения. Показано, что уравнение движения в этом случае имеет вид уравнения Риккати. Коэффициенты уравнения могут быть определены экспериментально. На математической модели доказано, что, в принятых условиях, капля задерживается в поре, образуя пробку.

**Ключевые слова:** пористая среда, инфильтрация, тяжелая жидкость, переменная вязкость.

Рассмотрим случай инфильтрации (проникновение в пористую среду) тяжелой жидкости переменной вязкости. Пусть слой жидкости имеет конечную толщину и расположен в координатной плоскости на горизонтальной поверхности пористой среды. Тогда инфильтрацию можно рассматривать проходящей вдоль одной оси и уравнение движения будет функцией одной координаты. Направим эту координату вверх, нормально к поверхности пористой среды.

Движение в данном случае будет проходить как бы в прямолинейном канале идеального грунта, прямолинейной векторной трубке единичной площадью поперечного сечения [1, 2]. В этой трубке будет двигаться жидкая частица единичной массы, капля жидкости.

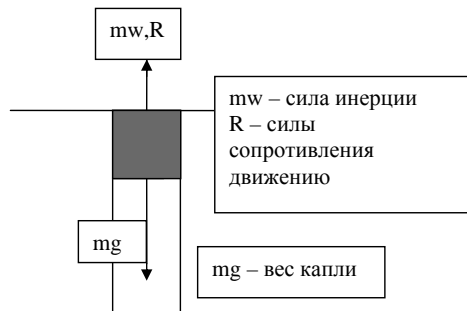


Рис. 1. Силы, действующие на каплю

Motion of variable viscosity water drop in perfect soil model is viewed. Resistance forces are presented as amount sum of mass forces and forces depending on water drop speed and liquid viscosity. Resistance forces are ranged in accordance with coordinate and time. Three terms in each range are holded - quadratic terms are presented. It was shown that in this case the equation of the motion has the form of the Riccati equation. The equation factors have been defined experimentally. Mathematic model proves that in defines conditions water drop is stopped forming a slug.

**Key words:** porous media, infiltration, heavy liquid, variable viscosity.

На жидкую частицу в рассматриваемом случае будут действовать силы инерции и массовые силы. В состав массовых сил, как это принято в задачах исследования фильтрации, войдут как собственно массовые силы, так и силы сопротивления движению капли в пористой среде. Уравнение движения по оси  $x$  запишется так:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = R, \quad (1)$$

где  $t$  - время;

$R$  - сумма всех массовых сил;

$$R = R_1 + R_2,$$

здесь  $R_1$  - собственно массовые силы. В рассматриваемом случае массовой силой будет сила тяжести;

$$R_1 = mg;$$

$R_2$  - силы сопротивления движению капли.

Они зависят от свойств пористой среды, её проницаемости, которую будем считать постоянной, и от свойств жидкости. В классических задачах фильтрации свойства жидкости выражаются её плотностью и вязкостью, причем вязкость считается либо зависящей от давления [2], либо постоянной. Кроме того, силы сопротивления движению зависят и от **скорости**. В тех же классических задачах о движении жид-

кости сила сопротивления движению считается пропорциональной **первой степени** скорости.

Предположим, что вязкость жидкости является величиной переменной и зависящей от ее **температуры**.

Но температура жидкости также зависит от теплопотерь, рассеяния тепла в окружающую среду. Следовательно, возможны два случая:

1) температура окружающей среды, пористой среды, выше температуры жидкости;

2) температура окружающей среды, пористой среды, ниже температуры жидкости.

Будем рассматривать второй случай. Здесь рассеяние тепла происходит по мере продвижения жидкости в поре. И, следовательно, температура её зависит от положения капли в поре. Поэтому можно рассматривать вязкость жидкости в качестве функции от **координаты**, вдоль которой проходит движение.

Предположим, что, кроме вязкости, которая проявляется только во время движения, жидкость обладает и адгезией, которая также зависит от продолжительности процесса течения, т.е. от времени.

Таким образом, можно сформулировать следующие допущения:

1) силы сопротивления движению капли зависят от скорости движения;

2) силы сопротивления движению капли зависят от времени.

На основании этих допущений запишем:

$$R_2 = R(v) + R(t),$$

где  $R(v)$  – сила сопротивления движению, зависящая только от скорости;

$R(t)$  – сила сопротивления движению, зависящая только от времени.

При названных допущениях уравнение (1) запишется так:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = mg - R(v) - R(t), \quad (2)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = g - \frac{1}{m} R(v) - \frac{1}{m} R(t). \quad (3)$$

Разложим силы сопротивления в степенные ряды:

$$R(v)/m = a_0 + a_1v + a_2v^2 + \dots$$

$$R(t)/m = b_0 + b_1t + b_2t^2 + \dots$$

Учитывая, что  $\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dt}$ , запишем уравнение

(3) в такой редакции:

$$\frac{dv}{dt} = g - (a_0 + a_1v + a_2v^2 + \dots) - (b_0 + b_1t + b_2t^2 + \dots), \quad (4)$$

здесь  $v$  – скорость частицы.

Перепишем уравнение (4), удержав в каждом ряду члены не выше второй степени:

$$\frac{dv}{dt} + a_1v + a_2v^2 = g - a_0 - b_0 - b_1t - b_2t^2. \quad (5)$$

Получено нелинейное дифференциальное уравнение первого порядка.

Коэффициенты  $a_i$  и  $b_i$  являются функциями независимой переменной – времени  $t$ .

В обобщенном виде полученное уравнение можно представить так:

$$\frac{dv}{dt} = P(t)v^2 + Q(t)v + S(t). \quad (6)$$

В уравнении (6) приняты обозначения:

$$P(t) = -a_2,$$

$$Q(t) = -a_1,$$

$$S(t) = g - a_0 - b_0 - b_1t - b_2t^2.$$

Уравнение (6) является общим видом уравнения Риккати и не может быть решено в квадратурах, хотя и имеет общее решение.

Общее решение, найденное с помощью математической системы Mathematica v5.0, выражается через полиномы Эрмита и гипергеометрическую функцию, и его весьма затруднительно использовать в инженерной практике. Поэтому необходимо ввести некоторые допущения, которые упростят решение, но существенно не снизят точность результатов.

Первое допущение – сопротивление движению пропорционально первой степени скорости, а влияние квадрата скорости невелико. Это допущение аналогично допущению о движении при малых числах Рейнольдса.

При экспериментальном исследовании процесса проникновения жидкости в пористую среду были получены числа  $Re < 1$ .

Вследствие упрощений уравнение (5) запишется так:

$$\frac{dv}{dt} + a_1v = g - b_0 - b_1t - b_2t^2. \quad (7)$$

Поскольку  $a_0$  и  $b_0$  в уравнении (5) являются постоянными, то обозначим их сумму как  $b_0$ .

Решением уравнения (7) является функция

$$v(t) = -\frac{2b_2 - a_1(b_1 + 2b_2t) + a_1^2(b_0 - g + t(b_1 + b_2t))}{a_1^3} + C(1) \exp(-a_1t). \quad (8)$$

Первое слагаемое является частным решением уравнения (7), и оно учитывает влияние изменения вязкости жидкости на её скорость, а входящие коэффициенты определяются экспериментальным путем.

Второе слагаемое является общим решением однородного дифференциального уравнения, соответствующего уравнению (7). Постоянная интегрирования  $C(1)$  определяется из граничных условий.

Из физических соображений ясно, что скорость равна нулю как в начале движения, так и в его конце.

Приняв в (8)  $v(0)=v_0$  и  $t=0$ , т.е. в начале движения, найдем  $C(1)$ :

$$C(1) = \frac{2b_2 - a_1(b_1) + a_1^2(b_0 - g)}{a_1^3} + v_0. \quad (9)$$

Из уравнения (8) с учетом (9) можно также найти время движения капли до её остановки.

Глубину проникновения капли легко определить интегрированием (8) с учетом (9).

Нами был проведен вычислительный эксперимент по выявлению влияния начальной скорости движения капли на процесс инфильтрации. Результаты его представлены на рис. 2.

Верхняя кривая соответствует достаточно большой начальной скорости движения капли. В момент проникновения в пору капля начинает тормозиться и силы инерции по направлению совпадают с силами сопротивления движению. Процесс торможения продолжается до остановки капли.

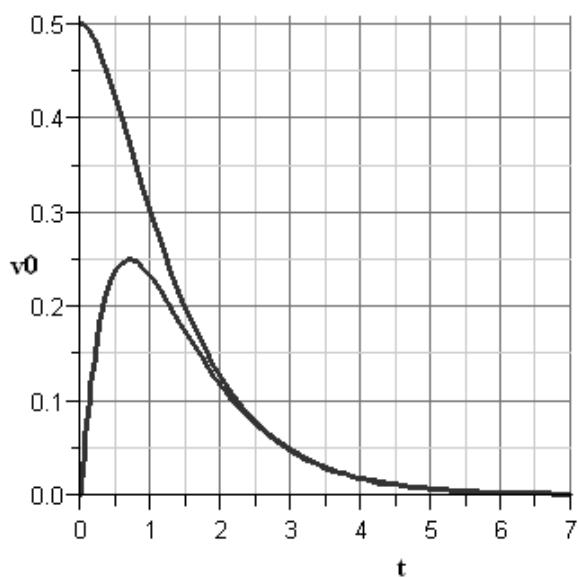


Рис. 2. Влияние начальной скорости движения капли на процесс инфильтрации

Нижняя кривая соответствует малой начальной скорости движения капли. В момент проникновения в пору капля начинает, под действием силы тяжести, ускоряться, так как при малых скоростях силы сопротивления малы. Затем, по мере движения, достигнув максимальной скорости, капля начнет тормозиться и в конце концов остановится.

**Выводы.** 1. Данное решение, на основе экспериментальных данных [3-16] об изменении вязкости жидкости во времени, позволяет определить время проникновения жидкости переменной вязкости в пористую среду, в частности в крупнопористый бетон.

2. На основании найденных решений можно вычислить глубину проникновения жидкости в пористую среду.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Лейбензон Л.С.* Движение природных жидкостей и газов в пористой среде. М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1947. 244 с.
2. *Чарный И.А.* Подземная гидрогазодинамика. М.: Гостоптехиздат, 1963. 369 с.
3. *Шабанов В.А., Михасек А.А.* Выбор способа и технических средств для уплотнения крупнопористого бетона и их влияние на конструктивно-технологические характеристики крупнопористого бетона // Актуальные проблемы в строительстве и архитектуре. Образование. Наука. Практика: материалы 60-й Юбил. регион. науч.-техн. конф. по итогам НИР СамГАСА за 2002 г. Ч. 2 / СамГАСА. Самара, 2003. С. 24-27.
4. *Шабанов В.А.* О решении задачи нестационарного движения идеальной жидкости // Стратегическое городское и региональное планирование: Межвуз. сб. науч. трудов / Рос. акад. архитектуры и строит. наук; Волж. регион. отделение; СамГАСА, ин-т архитектуры и дизайна. Самара, 2003. С. 201-204.
5. *Шабанов В.А.* Исследования движения вязкой жидкости в крупнопористом бетоне на физических моделях (проектирование моделей) // Современное состояние и перспектива развития строительного материаловедения: Восьмые академические чтения отделения строительных наук РААСН. Самара, 2004. С. 588-589.
6. *Шабанов В.А.* Математическая модель движения вязкой жидкости в крупнопористом бетоне // Современное состояние и перспектива развития строительного материаловедения: Восьмые академические чтения отделения строительных наук РААСН. Самара, 2004. С. 590-591.
7. *Шабанов В.А.* Об одном решении задачи нестационарной фильтрации несжимаемой жидкости // Актуальные проблемы в строительстве и архитектуре. Образование. Наука. Практика: материалы 61-й регион. науч.-техн. конф. по итогам НИР СамГАСА за 2003 г. Ч. 2 / СамГАСА. Самара, 2004. С. 61.

8. Шабанов В.А. Движение жидкости переменной вязкости в пористой среде // Актуальные проблемы в строительстве и архитектуре. Образование. Наука. Практика: материалы 62-й Всерос.науч.-техн.конф. по итогам НИР СГАСУ за 2004 г. Ч.2 / СГАСУ; под ред. Н.Г. Чумаченко. Самара, 2005. С. 179-181.

9. Шабанов В.А., Михасек А.А. Экспериментальное исследование процесса движения жидкости переменной вязкости в пористой среде // Актуальные проблемы в строительстве и архитектуре. Образование. Наука. Практика: материалы 62-й Всерос. науч.-техн. конф. по итогам НИР СГАСУ за 2004 г. Ч. 2 / СГАСУ; под ред. Н.Г. Чумаченко. Самара, 2005. С. 182-184.

10. Шабанов В.А. Гидравлика грунтовых вод / СГАСУ. Самара, 2006. 121 с.

11. Шабанов В.А., Михасек А.А. Влияние свойств пористой среды на инфильтрацию жидкости переменной вязкости // Актуальные проблемы в строительстве и архитектуре. Образование. Наука. Практика: материалы 63-й Всероссийской науч.-техн. конф. по итогам НИР СГАСУ за 2005 г. / СГАСУ; под ред. Н.Г. Чумаченко. Самара, 2006. С. 294-295.

12. Шабанов В.А. Проникновение вязкой жидкости в грунт при ее проливе на поверхность // Актуальные проблемы в строительстве и архитектуре. Образование. Наука. Практика: материалы 64-й Всероссийской науч.-техн. конф. по итогам НИР ун-та за 2006 г. / СГАСУ. Самара, 2007. С. 361.

Об авторе:

**ШАБАНОВ Всеволод Александрович**

кандидат технических наук, профессор кафедры природоохранного и гидротехнического строительства, член-корреспондент Российской академии наук Самарский государственный архитектурно-строительный университет  
443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 194,  
тел. (846) 242-21-71  
E-mail: sgasu@sgasu.smr.ru

13. Шабанов В.А. Проникновение конечного объема жидкости в пористую среду // Актуальные проблемы в строительстве и архитектуре. Образование. Наука. Практика: материалы 63-й Всероссийской науч.-техн. конф. по итогам НИР ун-та за 2005 г. / СГАСУ; под ред. Н.Г. Чумаченко. Самара, 2006. С. 292-293.

14. Шабанов В.А., Михасек А.А. Экспериментальное исследование проникновения вязкой жидкости в пористую среду // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2006. № 11-12. С. 52-56.

15. Шабанов В.А., Михасек А.А. Исследование формы растекания жидкости конечного объема из треугольной канавки // Актуальные проблемы в строительстве и архитектуре. Образование. Наука. Практика: материалы 64-й Всероссийской науч.-техн. конф. по итогам НИР ун-та за 2006 г. / СГАСУ; под ред. Н.Г. Чумаченко. Самара, 2007. С. 384-385.

16. Шабанов В.А., Михасек А.А. Технология возведения водоподпорных сооружений из крупнопористого бетона с помощью мобильных комплексов // Строительные материалы, оборудование, технологии XXI века. 2008. №2. С 52-54.

© Шабанов В.А., 2014

**SHABANOV Vsevolod**

PhD in Engineering Science, Professor of the Environmental and Hydraulic Engineering Chair Corresponding member of the Russian Academy of architecture and construction sciences Samara State University of Architecture and Civil Engineering 443001, Russia, Samara, Molodogvardeyskaya str., 194,  
tel. (846) 242-21-71  
E-mail: sgasu@sgasu.smr.ru

Для цитирования: Шабанов В.А. Движение жидкости переменной вязкости в пористой среде // Вестник СГАСУ. Градостроительство и архитектура. 2014. Вып. № 3(16). С. 73-76.