

М. В. МОЗГОЛОВ

ОБ ОШИБКАХ ПРИМЕРА РАСЧЕТА ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ КЕССОННОЙ ПАНЕЛИ ПЕРЕКРЫТИЯ В СПРАВОЧНИКЕ ПРОЕКТИРОВЩИКА

ABOUT ERRORS OF THE EXAMPLE OF CALCULATION OF A REINFORCED CONCRETE CASSON FLOOR PANEL IN THE DESIGNER'S HANDBOOK

Строительную отрасль РФ в ближайшее время ожидает полномасштабный переход на технологии информационного моделирования (BIM). Расчет строительных конструкций осуществляется при помощи моделей в программных комплексах, основанных на методе конечных элементов, который является неточным. Для обоснования достоверности полученных данных МКЭ в соответствии с требованиями нормативных документов необходимо проводить верификацию и валидацию расчетных моделей, выполнять инженерную оценку результатов путем сравнения с эталонным значением, полученным экспериментальным или аналитическим способом. Общеизвестные аналитические решения приводятся в справочниках проектировщика. В работе рассматривается пример расчета железобетонного кессонного перекрытия из справочника проектировщика. Уточненным аналитическим способом и компьютерным расчетом доказано, что при определении усилий в балках пример расчета имеет четыре ошибки, одна из которых является принципиальной, заложенной в известном аналитическом методе расчета кессонных конструкций. Заключается она в том, что при определении нагрузок на ортогональные балки не учитывается жесткость конструкции.

Ключевые слова: железобетонные кессонные перекрытия, жесткость перекрытия, верификация, конечно-элементная модель, справочник проектировщика, вычислительный комплекс SCAD

Введение. Эффективным с конструктивной точки зрения и красивым по архитектуре является часторебристое перекрытие кессонного типа. В настоящее время как за рубежом, так и в нашей стране при строительстве ребристых перекрытий получают распространение такие опалубочные системы, как: HOLEDECK, SKYDOME, ПОБЕДА и др.

В соответствии с требованиями Градостроительного кодекса РФ от 29.12.2004 № 190-ФЗ, СП 333.1325800.2020 «Информационное моделирование в строительстве. Правила формирования информационной модели объектов на разных стадиях жизненного цикла» в ближайшем будущем прочностной расчет строитель-

The construction industry of the Russian Federation in the near future expects a full-scale transition to information modeling (BIM) technologies. The calculation of building structures is carried out using models in software systems based on the finite element method, which is not accurate. To substantiate the reliability of the obtained FEM data in accordance with the requirements of regulatory documents, it is necessary to verify and validate the calculation models, to perform an engineering assessment of the results by comparison with the reference value obtained experimentally or analytically. Generally accepted analytical solutions are given in the designer's handbooks. The paper considers an example of the calculation of a reinforced concrete coffered floor from the designer's reference book. It has been proved by a refined analytical method and computer calculation that when determining the forces in beams, the calculation example has four errors, one of which is fundamental, embedded in the well-known analytical method for calculating caisson structures. It consists in the fact that when determining the loads on orthogonal beams, the rigidity of the structure is not taken into account.

Keywords: reinforced concrete coffered floors, floor stiffness, verification, finite element model, designer's handbook, SCAD computer system

ных конструкций объектов, проекты которых подлежат экспертизе, без создания цифровой информационной модели здания (BIM) невозможен. Расчет на ЭВМ осуществляется в программных комплексах, реализующих метод конечных элементов, при котором вычисленные в элементах усилия могут оказаться недостоверными, сходимость полученных результатов может быть не обеспечена [1–5]. Для обоснования надежности расчетов созданных моделей МКЭ в ст. 6 ГОСТ Р 57700.10-2018 «Численное моделирование физических процессов. Определение напряженно-деформированного состояния. Верификация и валидация численных моделей сложных элементов конструкций в упругой

области» перечислены требования к порядку верификации и валидации расчетной модели для численного моделирования в упругой области НДС сложных элементов конструкций. В соответствии с п. 5.6 ГОСТ Р 57700.10-2018 одним из этапов численного моделирования, которому должно быть уделено особое внимание, является инженерная оценка, которая включает в себя обсуждение полученных результатов в рамках научно-технических совещаний, сравнение результатов с эталонным решением. Эталонное решение – это общепризнанное решение некоторой задачи, которое может быть как аналитическим, так и представлять собой экспериментальный результат (ГОСТ Р 57188-2016 «Численное моделирование физических процессов. Термины и определения», п. 2.1.20). Кроме нормативно-технической документации, инженеры-конструкторы в своей работе используют справочники проектировщика, в которых приводятся различные справочные материалы и аналитические решения по интересующим расчетчиков вопросам. Для обеспечения надежности проектируемой конструкции достоверность сведений и примеров расчетов, приведенных в них, не должны вызывать сомнений. Анализ имеющихся в литературе данных аналитического и компьютерных расчетов ребристых железобетонных конструкций, в том числе кессонных, показывает, что в зависимости от созданной конечно-элементной модели и геометрии перекрытия усилия в балках могут существенно отличаться [6-11]. Максимальные отклонения усилий в балках прямых кессонных перекрытий, полученных методом конечных элементов от известного аналитического расчета, составляют: в работах [6,7] – 61,9 %, в работе [8] – 50 %, в работе [9] – 40 %; в балках косых кессонов – 453 % [10].

Следует отметить, что полученные усилия компьютерных расчетов авторы сравнивают с данными аналитического способа, принимаемого за эталон, который имеет существенную ошибку. В соответствии с известной аналитической теорией расчета железобетонных кессонных конструкций, основанной на балочной аналогии, составляющие общей нагрузки на ортогональные балки зависят только от пролетов перекрытия L_x и L_y [12–18]. В работе [19] доказано, что данный аналитический метод определения усилий в балках кессонных перекрытий неверен, он не учитывает ортогональную жесткость конструкции. Уточненный метод расчета прямых железобетонных кессонных перекрытий учитывает жесткость конструкции путем введения в формулы определения нагрузок относительной жесткости балок [20]. Ограничением данного подхода является условие

одинакового расстояния между параллельными балками. В справочнике проектировщика [18, с. 282] рассматривается пример 11.3 расчета шарнирно-опертой по контуру железобетонной кессонной панели перекрытия, балки в которой расположены на разном расстоянии друг от друга (рис. 1), поэтому расчет, предложенный в работе [20], требует корректировки.

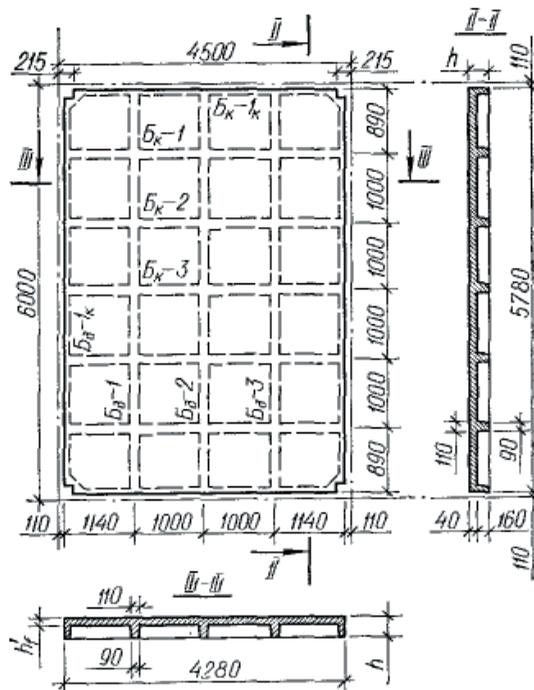


Рис. 1. Кессонная панель перекрытия [18, рис. 11.19]: $B_{д-1}$, $B_{д-2}$, $B_{к-1}$, $B_{к-2}$, $B_{к-3}$ – рассчитываемые балки

Цель работы. Первой целью исследования является разработка аналитического способа расчета прямых шарнирно-опертых по контуру часторебристых железобетонных кессонных перекрытий, состоящих из балок параллельного направления с разным расстоянием между ними. Второй целью является сравнение усилий – изгибающих моментов, представленных в примере расчета кессонного перекрытия справочника проектировщика, с полученными данными предлагаемой аналитической теории и конечно-элементной модели вычислительно-го комплекса SCAD.

Материалы и методы. Численный эксперимент предусматривает сравнение изгибающих моментов, полученных МКЭ в BK SCAD и аналитическим методом, учитывающим как пролеты конструкции, так и ее ортогональную жесткость.

Для обоснования выбора конечно-элементной модели обратим внимание на ряд работ,

посвященных методу конечных элементов и созданию конечно-элементных моделей [1-5, 21,22], а также на нормативные документы.

Одним из важнейших этапов применения МКЭ является выбор элементов модели. Конечные элементы могут быть линейными, плоскими и трехмерными. В работе [1, с. 174] отмечается, что для конечных элементов стержневого типа постоянной жесткости по их длине для статической задачи постановка вопроса о сходимости МКЭ лишена смысла. О получении точных решений МКЭ при применении стержней указывается в работах [2, с. 41; 3, с. 131]. Определение перемещений (деформаций и напряжений) по МКЭ в случае стержневых систем базируется на использовании технической теории растяжения, изгиба и кручения бруса, позволяющей выразить перемещения и напряжения в любом сечении бруса через узловые перемещения. Для двухмерного (плитина) или трехмерного (массив) сплошного тела эта задача может быть решена только приближенно [4, с. 66]. О трудностях при создании пространственных моделей из объемных конечных элементов говорится в работах [2,11,21]. В соответствии с пп. 5.3.3, 5.3.4 ГОСТ Р 57700.10-2018 при проведении численного моделирования нежелательно использовать треугольные конечные элементы, рекомендуется использовать элементы второго порядка с промежуточными узлами.

Таким образом, простой и наиболее точной моделью метода конечных элементов для изучения напряженно-деформированного состояния ребер кессонных конструкций при сравнении с аналитическим методом расчета, основанным на балочной аналогии, будет стержневая конечно-элементная модель. В связи с вышеизложенным можно сказать, что компьютерная модель представляет собой стержневую конструкцию, состоящую из балок таврового поперечного сечения. Высота балок 200 мм, ширина ребра 100 мм, ширина полки тавра равна расстоянию между балками в осях, толщина полки 40 мм. Конструкция выполняется из бетона класса В20 в соответствии с примером расчета [18]. Для учета ползучести бетона и его трещинообразования в соответствии с требованиями [27] начальный модуль упругости бетона умножался на коэффициент редуцирования 0,2 для всех балок, как пролетных изгибаемых, так и опорных, по причине возникновения в них значительных крутящих моментов [23, 24].

Для удобства создания компьютерной модели равномерно-распределенную нагрузку, действующую на перекрытие, прикладываем к балкам через гибкую плиту с условными физическими характеристиками (четырёхуголь-

ный конечный элемент с промежуточными узлами № 50 КЭ), работающую по биссектрисной схеме излома [25]. Шаг разбиения «густой» [4, с.82], вдоль оси X (короткая сторона) – 34 элемента, вдоль оси Y (длинная сторона) – 46 элементов. Подобный подход при моделировании фасадных конструкций со стеклопакетами с приложением нагрузки на пластины без жесткости в САПР АРМ WinMachine описан в работе [22, с. 166].

Основная часть. Кессонное перекрытие является плитой, опертой по контуру, подкрепленной снизу ребрами жесткости. В работе [26, с. 419] для пластины, усиленной в двух направлениях взаимно перпендикулярными равноотстоящими друг от друга ребрами, установленными с одной стороны, жесткость конструкции предлагается определять как сумму, состоящую из цилиндрической жесткости плиты и относительной жесткости ребер:

$$D_x = \frac{E \cdot \delta^3}{12 \cdot (1-\nu^2)} + \frac{E' \cdot I_1}{d_1}, \quad (1)$$

$$D_y = \frac{E \cdot \delta^3}{12 \cdot (1-\nu^2)} + \frac{E'' \cdot I_2}{d_2}, \quad (2)$$

где E, E', E'' – модули упругости материала плиты и ребер; δ – толщина плиты; ν – коэффициент Пуассона; I_1 и I_2 – моменты инерции ребер жесткости, установленных вдоль осей X и Y, относительно линии, проходящей через центр тяжести таврового сечения; d_1 и d_2 – расстояния между ребрами.

Жесткость ребристых перекрытий по формулам (1) и (2) можно определить при условии расположения ребер параллельного направления на одинаковом расстоянии друг от друга. Рассматриваемый в работе пример расчета из справочника проектировщика имеет в своем составе параллельные ребра с различным расстоянием друг от друга, поэтому формулы определения жесткости конструкции перекрытия требуют корректировки. При определении усилий в круглых пластинах, часто усиленных радиальными ребрами жесткости, в работе [26, с. 260] отмечается: «Приближенный метод расчета основывается на том, что при большом числе ребер можно упругие характеристики ребристой пластины усреднить и рассматривать ее как конструктивно ортотропную пластину». Предположим, что данный подход может быть применен и к прямоугольным часторебристым конструкциям. В соответствии с [17, с. 522] часторебристой кессонированной панелью является конструкция, расстояние между ребрами которой равно или меньше 1м.

Для круглых пластин, усиленных одинаковыми равноотстоящими радиальными ребра-

ми, усредненная жесткость ребер определяется следующим образом [26, с. 261]:

$$D = E \cdot I, \quad (3)$$

$$I = \frac{b \cdot k}{2 \cdot \pi \cdot r} \cdot \frac{H^3 - \delta^3}{12}, \quad (4)$$

где b – ширина ребра; k – количество ребер, расположенных по окружности пластины; H – высота ребра; δ – толщина пластины.

Заметим, что отношение $(b \cdot k) / (2 \cdot \pi \cdot r)$ представляет собой суммарную ширину одинаковых ребер, приходящуюся на длину окружности пластины. Данное отношение можно назвать относительной шириной ребер. В случае прямоугольных пластин, часто укрепленных параллельными ребрами с различным расстоянием между ними, при определении относительной жесткости ребер можно перейти к усредненной относительной жесткости, т. е. суммарной жесткости всех ребер, отнесенной к ширине, на которой они располагаются.

Опишем алгоритм уточненного аналитического расчета. Первым действием определяем жесткость конструкции по ортогональным направлениям X и Y . В нашем случае жесткость перекрытия определяется как сумма цилиндрической жесткости плиты и усредненная жесткость параллельных ребер.

Жесткость перекрытия вдоль оси X :

$$D_x = \frac{E \cdot \delta^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} + \frac{E \cdot I_x \cdot k}{L_y}, \quad (5)$$

Жесткость перекрытия вдоль оси Y :

$$D_y = \frac{E \cdot \delta^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} + \frac{E \cdot I_y \cdot k}{L_x}, \quad (6)$$

где I_x, I_y – моменты инерции отдельных ребер жесткости, установленных вдоль осей X и Y , относительно линии, проходящей через центр тяжести таврового сечения; k – количество ребер вдоль осей X и Y соответственно; L_x, L_y – пролеты конструкции. Остальные обозначения аналогичные формулам (1) и (2).

Момент инерции отдельных ребер вдоль осей X и Y относительно центра тяжести тавров:

$$I_x = I_y = \frac{b_b \cdot h_b^3}{12} + b_b \cdot h_b \cdot a^2, \quad (7)$$

где b_b – ширина ребра; h_b – высота ребра; a – расстояние от центра тяжести ребра до центра тяжести тавра.

Далее определяем составляющие g_x и g_y общей равномерно-распределенной нагрузки g , приходящиеся на балки, зависящие от пролетов перекрытия L_x, L_y и ортогональных жесткостей конструкции D_x, D_y .

Перепишем формулы известного расчета железобетонных кессонных перекрытий с учетом жесткостей конструкции D_x и D_y :

$$g_x = g \cdot \frac{L_y^4 \cdot D_x}{L_x^4 \cdot D_y + L_y^4 \cdot D_x}, \quad (8)$$

$$g_y = g \cdot \frac{L_x^4 \cdot D_y}{L_x^4 \cdot D_y + L_y^4 \cdot D_x}. \quad (9)$$

На следующем этапе находим максимальные пролетные изгибающие моменты в балках:

$$M_x^{max} = \alpha_1 \cdot q_x \cdot a \cdot L_x^2 \cdot n_x, \quad (10)$$

$$M_y^{max} = \alpha_2 \cdot q_y \cdot b \cdot L_y^2 \cdot n_y, \quad (11)$$

где α_1 и α_2 – коэффициенты, зависящие от характера распределения нагрузки и вида опорных закреплений. В нашем случае $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,125$; a и b – шаг балок; n_x и n_y – коэффициенты пропорциональности, зависящие от геометрии перекрытия.

Выполним расчет примера из справочника проектировщика [18] по уточненной теории, учитывающей пролеты L_x, L_y и жесткость D_x, D_y перекрытия.

Момент инерции отдельных центральных балок вдоль осей X и Y относительно центра тяжести тавров:

$$I_x = I_y = \frac{b_b \cdot h_b^3}{12} + b_b \cdot h_b \cdot a^2, \quad (12)$$

$$I_x = \frac{0,1 \cdot 0,16^3}{12} + 0,1 \cdot 0,16 \cdot 0,071^2 = 0,000114789 \text{ м}^4. \quad (13)$$

$$I_y = \frac{0,1 \cdot 0,16^3}{12} + 0,1 \cdot 0,16 \cdot 0,071^2 = 0,000114789 \text{ м}^4. \quad (14)$$

Изменение параметра a в ребрах балок с различной шириной полки тавра составляет ± 1 мм, поэтому принимаем для всех ребер одинаковое значение $a = 71$ мм, что не приведет к существенным изменениям в определении жесткостей.

Определяем ортогональную жесткость конструкции с учетом коэффициента редуцирования начального модуля упругости бетона [27].

Жесткость перекрытия вдоль оси X:

$$D_x = \frac{E \cdot \delta^3}{12 \cdot (1-\nu^2)} + \frac{E \cdot I_x \cdot k}{L_y} = 0,2 \cdot 2803262 \cdot \left[\frac{0,04^3}{12 \cdot (1-0,2^2)} + \frac{0,000114789 \cdot 5}{5,68} \right] = 59,77 \text{ Тм} . \quad (15)$$

Жесткость перекрытия вдоль оси Y:

$$D_y = \frac{E \cdot \delta^3}{12 \cdot (1-\nu^2)} + \frac{E \cdot I_x \cdot k}{L_x} = 0,2 \cdot 2803262 \cdot \left[\frac{0,04^3}{12 \cdot (1-0,2^2)} + \frac{0,000114789 \cdot 3}{4,18} \right] = 49,3 \text{ Тм} . \quad (16)$$

Составляющие общей равномерно-распределенной нагрузки, приходящиеся на балки:

$$g_x = g \cdot \frac{L_y^4 \cdot D_x}{L_x^4 \cdot D_y + L_y^4 \cdot D_x} = 9728 \cdot \frac{5,68^4 \cdot 59,77}{4,18^4 \cdot 49,3 + 5,68^4 \cdot 59,77} = 7833 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} , \quad (17)$$

$$g_y = g \cdot \frac{L_x^4 \cdot D_y}{L_x^4 \cdot D_y + L_y^4 \cdot D_x} = 9728 \cdot \frac{4,18^4 \cdot 49,3}{4,18^4 \cdot 49,3 + 5,68^4 \cdot 59,77} = 1895 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} . \quad (18)$$

Рассматриваем балки короткого направления, установленные вдоль оси X.

Расчет начинаем с центральной балки Б_к-3.

Погонная нагрузка на балку:

$$q_x = g_x \cdot a + q , \quad (19)$$

где g_x – равномерно-распределенная нагрузка, приходящаяся на балку; a – расстояние между балками; q – нагрузка от собственного веса балки.

$$q_x = 7833 \cdot 1,0 + 440 = 8273 \frac{\text{Н}}{\text{м}} . \quad (20)$$

Максимальный пролетный изгибающий момент:

$$M_{\text{Бк-3}}^{\text{max}} = \frac{q_x \cdot L_x^2}{8} \cdot n_x = \frac{8273 \cdot 4,18^2}{8} \cdot 1,0 = 18069 \text{ Нм} . \quad (21)$$

Балка Б_к-2.

Погонная нагрузка на балку:

$$q_x = 7833 \cdot 1,0 + 440 = 8273 \frac{\text{Н}}{\text{м}} . \quad (22)$$

Коэффициент пропорциональности, учитывающий расположение балки от опорного контура вдоль оси Y:

$$\eta_y = \frac{y}{L_y} = \frac{1,84}{5,68} = 0,324 , \quad (23)$$

$$n_x = \frac{16}{5} \cdot \left(\eta_y - 2 \cdot \eta_y^3 + \eta_y^4 \right) = \frac{16}{5} \cdot (0,324 - 2 \cdot 0,324^3 + 0,324^4) = 0,854 . \quad (24)$$

Максимальный пролетный изгибающий момент:

$$M_{\text{Бк-2}}^{\text{max}} = \frac{q_x \cdot L_x^2}{8} \cdot n_x = \frac{8273 \cdot 4,18^2}{8} \cdot 0,854 = 15431 \text{ Нм} . \quad (25)$$

Балка Б_к-1.

Погонная нагрузка на балку:

$$q_x = 7833 \cdot 0,92 + 440 = 7646 \frac{\text{Н}}{\text{м}}. \quad (26)$$

Коэффициент пропорциональности, учитывающий расположение балки от опорного контура вдоль оси Y:

$$\eta_y = \frac{y}{L_y} = \frac{0,84}{5,68} = 0,148. \quad (27)$$

$$n_x = \frac{16}{5} \cdot (\eta_y - 2 \cdot \eta_y^3 + \eta_y^4) = \frac{16}{5} \cdot (0,148 - 2 \cdot 0,148^3 + 0,148^4) = 0,454. \quad (28)$$

Максимальный пролетный изгибающий момент:

$$M_{\text{Бк-1}}^{\text{max}} = \frac{q_x \cdot L_x^2}{8} \cdot n_x = \frac{7646 \cdot 4,18^2}{8} \cdot 0,454 = 7582 \text{ Нм}. \quad (29)$$

Рассматриваем балки длинного направления, установленные вдоль оси Y.

Балка Б_д-2.

Погонная нагрузка на балку:

$$q_y = g_y \cdot a + q, \quad (30)$$

где g_y – равномерно-распределенная нагрузка, приходящаяся на балку; a – расстояние между балками; q – нагрузка от собственного веса балки.

$$q_y = 1895 \cdot 1,0 + 440 = 2335 \frac{\text{Н}}{\text{м}}. \quad (31)$$

Максимальный пролетный изгибающий момент:

$$M_{\text{Бд-2}}^{\text{max}} = \frac{q_y \cdot L_y^2}{8} \cdot n_y = \frac{2335 \cdot 5,68^2}{8} \cdot 1,0 = 9417 \text{ Нм}. \quad (32)$$

Балка Б_д-1.

Погонная нагрузка на балку:

$$q_y = 1895 \cdot 1,045 + 440 = 2420 \frac{\text{Н}}{\text{м}}. \quad (33)$$

Коэффициент пропорциональности, учитывающий расположение балки от опорного контура вдоль оси X:

$$\eta_x = \frac{x}{L_x} = \frac{1,09}{4,18} = 0,261. \quad (34)$$

$$n_y = \frac{16}{5} \cdot (\eta_x - 2 \cdot \eta_x^3 + \eta_x^4) = \frac{16}{5} \cdot (0,261 - 2 \cdot 0,261^3 + 0,261^4) = 0,736. \quad (35)$$

Максимальный пролетный изгибающий момент:

$$M_{\text{Бд-1}}^{\text{max}} = \frac{q_y \cdot L_y^2}{8} \cdot n_y = \frac{2420 \cdot 5,68^2}{8} \cdot 0,736 = 7183 \text{ Нм}. \quad (36)$$

Результаты

Данные аналитических расчетов и компьютерной модели кессонного перекрытия представлены в таблице.

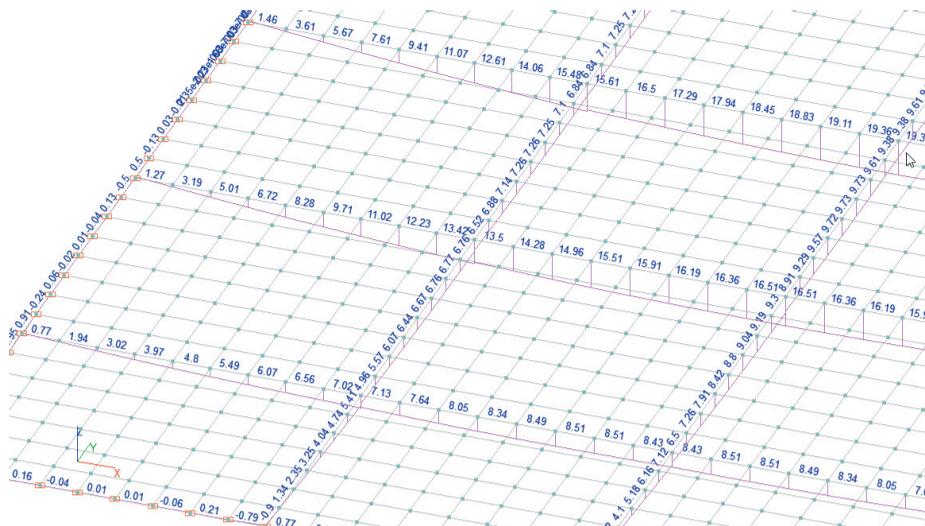


Рис. 2. Эпюры изгибающих моментов M, Tm в балках модели BK SCAD, состоящей из стержневых конечных элементов таврового поперечного сечения с шириной полки, равной расстоянию шаг балок. Показана 1/4 часть модели

Сравнение значения изгибающих моментов в балках шарнирно опертого по контуру кессонного перекрытия размером в плане по осям (L_x × L_y) 4,18 × 5,68 м, приведенные в справочнике проектировщика, а также полученные уточненным аналитическим методом расчета и при помощи стержневой конечно-элементной модели вычислительного комплекса SCAD

| Расчетная модель | Изгибающий момент в балках M, кНм | | | | |
|---|-----------------------------------|-----------------------|-----------------|------------------|------------------|
| | Бд-1 | Бд-2 | Бк-1 | Бк-2 | Бк-3 |
| <p>Балочная модель BK SCAD</p> <p>Тавровые балки – пространственный стержень тип КЭ 5</p> | 6,84 (7,26)* 100 % | 9,38 (9,73)* 100 % | 8,43 100 % | 16,51 100 % | 19,36 100 % |
| Данные из справочника проектировщика [18] | 2,269 33,2 % | 9,864 105,2 % | 2,434 28,9 % | 4,521 27,4 % | 17,389 89,8 % |
| Аналитическая с учетом величин пролетов и жесткости перекрытия | 7,183 105 % | 9,417 100,4 % | 7,582 90 % | 15,431 93,5 % | 18,069 93,3 % |

*Примечание. В балках длинного направления L_y максимальные значения изгибающих моментов находятся не в середине пролета, эпюра изгибающих моментов отклоняется от параболы. Данный эффект выявлен в работах [19,20].

Одним из методов проверки правильности полученного решения является проверка равновесия системы, в нашем случае сравнение суммы опорных реакций с нагрузкой, действующей на конструкцию. Проверим равновесие компьютерной модели.

Грузовая площадь, приходящаяся на пролетные балки:

$$A = 4,18 \cdot 5,68 - \left(\frac{1,09 \cdot 0,545}{2} \cdot 4 + \frac{0,84 \cdot 0,42}{2} \cdot 4 + \frac{1,0 \cdot 0,5}{2} \cdot 12 \right) = 18,8487 \text{ м}^2 . \quad (37)$$

Длина пролетных балок:

$$L = 5,68 \cdot 3 + 4,18 \cdot 5 = 37,94 \text{ м.} \quad (38)$$

Суммарная нагрузка на перекрытие:

$$q = 18,8487 \cdot 9728 + 37,94 \cdot 440 = 200054 \text{ Н.} \quad (39)$$

Сумма поперечных сил на опорах пролетных балок:

$$\sum Q_z = (9,93 + 16,11 + 18,04 + 16,11 + 9,93 + 9,51 + 11,89 + 9,51) \cdot 2 = 202 \text{ кН.} \quad (40)$$

Равновесие системы соблюдается, погрешность 1 %.

Для определения изгибающих моментов в балках, расположенных по бокам от центра перекрытия, в формулы входят коэффициенты пропорциональности, полученные из условия пропорциональности прогибов под действием равномерно-распределенной нагрузки [12]. В примере расчета [18] в данных формулах пропущен коэффициент 16/5, что является опечаткой. Еще одной ошибкой является неверное суммирование расчетной погонной нагрузки на балки длинного направления L_y , что является ошибкой арифметической. Следующая ошибка – неверное определение погонной нагрузки на крайние балки перекрытия как короткого, так и длинного направлений, по причине различной грузовой площади на них по сравнению с центральными балками.

Выводы. 1. В формулах аналитического метода расчета прямых шарнирно-опертых по контуру часторебристых кессонных железобетонных перекрытий с различным расстоянием между ребрами, основанного на балочной аналогии, при определении составляющих общей равномерно-распределенной нагрузки, приходящихся на ортогональные балки, необходимо использовать величины пролетов и жесткость перекрытия, состоящую из суммы цилиндрической жесткости плиты и усредненной относительной жесткости ребер.

2. Пример расчета ребристой железобетонной панели кессонного перекрытия, приведенный в справочнике проектировщика, при определении усилий в балках имеет четыре ошибки. Первая ошибка является принципиальной, заложенной в известном аналитическом методе расчета кессонных конструкций, и заключается в определении составляющих общей равномерно-распределенной нагрузки на ортогональные балки только в зависимости от пролетов перекрытия. Жесткость конструкции в расчете не учитывается. Вторая ошибка – отсутствие в формулах определения изгибающих моментов, учитывающих расположение

балок в плане перекрытия, коэффициента 16/5. Третья ошибка – арифметическая – неверное суммирование расчетной суммарной погонной нагрузки на балки длинного направления L_y . Четвертая ошибка – неверное определение погонной нагрузки на крайние балки как короткого, так и длинного направлений, по причине различной грузовой площади на них по сравнению с центральными балками.

3. Значения изгибающих моментов в балках прямоугольного в плане шарнирно-опертого по контуру ребристого перекрытия с различным расстоянием между параллельными ребрами, определенные уточненным аналитическим способом, основанным на балочной аналогии, а также методом конечных элементов в BK SCAD с применением стержневой конечно-элементной модели таврового поперечного сечения с шириной полки, равной шагу балок, имеют близкие значения. Отклонения аналитического метода от компьютерного расчета составляют от -10,0 до +5,0 %, что можно объяснить погрешностями расчетов, как аналитического, так и компьютерного.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Перельмутер А.В., Сливкер В.И.* Расчетные модели сооружений и возможность их анализа. М.: ДМК Пресс; 2007. 600 с.
2. *Секулович М.* Метод конечных элементов / пер. с серб. Ю.Н. Зуева; под ред. В.Ш. Барбакадзе. М.: Стройиздат; 1993. 664 с.
3. *Городецкий А.С., Евзеров И.Д.* Компьютерные модели конструкций. Киев: Факт, 2005. 344 с.
4. *Перельмутер А.В.* Беседы о строительной механике. М.: Изд-во SCAD Soft, Издательский дом АСВ; 2016. 304 с.
5. *Карпиловский В.С., Криксунов Э.З., Маляренко А.А., Фиалко С.Ю., Перельмутер А.В., Перельмутер М.А.* SCAD Office. Версия 21. Вычислительный комплекс SCAD. М.: Изд-во «СКАД СОФТ». 2015. 848 с.
6. *Лоскутов И.С.* Монолитные железобетонные кессонные перекрытия [Электронный ресурс]. URL: <https://dwg.ru/lib/2046> (дата обращения: 5.01.2023).

7. Ефимцева Е.Э. Способы моделирования кессонных перекрытий // Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук. 2015. № 11–5. С. 14–20.
8. Малахова А.Н. Монолитные кессонные перекрытия зданий // Вестник МГСУ. 2013. № 1. С. 79–86.
9. Шibaева В.Д. Исследование напряженно-деформированного состояния монолитных кессонных перекрытий // Молодой ученый. 2021. № 16 (358), Ч. II. С. 119–123.
10. Мозолов М.В., Туранова А.В. Об эффективности косых кессонных железобетонных перекрытий // Градостроительство и архитектура. 2021. Т.11, № 3. С. 20–25. DOI: 10.17673/Vestnik.2021.03.03.
11. Никитин К.Е., Кирсанов О.А. Сравнительное исследование конечно-элементных методик расчета ребристых железобетонных перекрытий // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2022. 18(3). С. 242–254. DOI: 10.22363/1815-5235-2022-18-3-242-254.
12. Залигер Р. Железобетон: его расчет и проектирование / пер. с нем.; под ред. П.Я. Каменцева. М.-Л.: Изд-во ГНТИ, 1931. 671 с.
13. Иванов-Дятлов И.Г. Железобетонные конструкции. М.-Л.: Министерство коммунального хозяйства РСФСР, 1950. 296 с.
14. Карпухин Н.С. Железобетонные конструкции. М.: Государственное издательство литературы по строительству и архитектуре, 1957. 442 с.
15. Мурашев В.И., Сигалов Э.Е., Байков В.Н. Железобетонные конструкции. Общий курс. М.: Государственное издательство литературы по строительству, архитектуре и строительным материалам, 1962. 662 с.
16. Железобетонные конструкции / И.И. Улицкий, С.А. Ривкин, М.В. Самолетов, А.А. Дыховичный, М.М. Френкель, В.И. Кретов. К.: Будівельник, 1972. 992 с.
17. Линович Л.Е. Расчет и конструирование частей гражданских зданий. К.: Будівельник, 1972. 644 с.
18. Расчет и конструирование частей жилых и общественных зданий: справочник проектировщика / П.Ф. Вахненко, В.Г. Хилюбок, Н.Т. Андрейко, М.Л. Яровой. К.: Будівельник, 1987. 424 с.
19. Мозолов М.В., Козлова Е.В. О применении жесткостей аналитического метода расчета прямых железобетонных кессонных перекрытий // Вестник НИЦ «Строительство». 2022. №33(2). С. 122–138. DOI: 10.37538/2224-9494-2022-2(33)-122-138.
20. Мозолов М.В., Козлова Е.В. О применении жесткостей аналитического метода расчета прямых железобетонных кессонных перекрытий. Ч. 2. Расчет с относительной жесткостью балок // Вестник НИЦ «Строительство». 2022. №35(4). С. 62–79. DOI: 10.37538/2224-9494-2022-4(35)-62-79.
21. Канчели Н.В., Батов П.А., Дробот Д.Ю. Реализованные мембранные оболочки. Расчет, проектирование и возведение. М.: АСВ, 2009. 120 с.
22. Замрий А.А. Проектирование и расчет методом конечных элементов трехмерных конструкций в среде APM Structure3D. М.: АПИМ. 2009. 288 с.
23. Мозолов М.В., Козлова Е.В. О разгружающем действии крутящих моментов в балках железобетонных кессонных перекрытий // Градостроительство и архитектура. 2022. Т. 12, № 3. С. 11–20. DOI: 10.17673/Vestnik.2022.03.2.
24. Мозолов М.В., Брыль С.В., Козлова Е.В. О влиянии балки опорного контура на напряженно-деформированное состояние балок прямых кессонных железобетонных перекрытий // Системные технологии. 2022. № 43. С. 31–40. DOI: 10.55287/22275398_2022_2_31.
25. Мозолов М.В., Козлова Е.В. К вопросу создания верификационной модели для расчета кессонного железобетонного перекрытия в вычислительном комплексе SCAD // Вестник НИЦ «Строительство». 2022. №32(1). С. 128–140. DOI: 10.37538/2224-9494-2022-1(32)-128-140.
26. Вайнберг Д.В., Вайнберг Е.Д. Расчет пластин. К.: Будівельник, 1970. 436 с.
27. Плоские безбалочные железобетонные перекрытия [Электронный ресурс]. URL: https://www.faucc.ru/upload/methodical_materials/mp60_2017.pdf (дата обращения 5.01.2023).

REFERENCES

- Perel'muter A.V., Slivker V.I. *Raschetnye modeli sooruzhenij i vozmozhnost' ih analiza* [Design models of structures and possibility of their analysis]. Moscow, DMK Press Publ, 2007. 600 p.
- Sekulovich M. *Metod konechnyh jelementov* [Finite element method]. Moscow, Stroyizdat, 1993. 664 p.
- Gorodeckij A.S., Evzerov I.D. *Komp'yuternye modeli konstrukcij* [Computer models of structures]. Kiev, Fact, 2005. 344 p.
- Perel'muter A.V. *Besedy o stroitel'noj mehanike* [Conversations about construction mechanics]. Moscow, SCAD Soft Publishing House, DIA Publishing House, 2016. 304 p.
- Karpilovskij V.S., Kriksunov Je.Z., Maljarenko A.A., Fialko S.Ju., Perel'muter A.V., Perel'muter M.A. *SCAD Office. Versija 21. Vychislitel'nyj kompleks SCAD* [SCAD Office. Version 21. SCAD computing complex]. Moscow, Publishing House "SKAD SOFT", 2015. 848 p.
- Flaps I.S. Monolithic reinforced concrete coffered floors. Available at: <https://dwg.ru/lib/2046> (accessed 05 January 2023).
- Efimtseva E.E. Methods of modeling coffered floors. *Aktual'nye problemy gumanitarnyh i estestvennyh nauk* [Current problems of the humanities and natural sciences], 2015, no. 11–5, pp. 14–20. (in Russian)
- Malakhova A.N. Monolithic coffered floors of buildings. *Vestnik MGSU* [MGSU Bulletin], 2013, no. 1, pp. 79–86. (in Russian)
- Shibaeva V.D. Study of stress-strain state of monolithic coffered floors. *Molodoj uchenyj* [Young scientist], 2021, no. 16(358), pp. 119–123. (in Russian)
- Mozgolov M.V., Turanova A.V. On the Effectiveness of Oblique Coffered Reinforced Concrete Floors. *Gradostroitel'stvo i arhitektura* [Urban Construction

and Architecture], 2021, vol. 11, no. 3, pp. 20–25. (in Russian) DOI: 10.17673/Vestnik.2021.03.03

11. Nikitin K.E., Kirsanov O.A. Comparative study of finite element methods for calculating ribbed reinforced concrete floors. *Stroitel'naja mehanika inzhenernykh konstrukcij i sooruzhenij* [Construction mechanics of engineering structures and structures], 2022, no. 18(3), pp. 242–254. (in Russian) DOI: 10.22363/1815-5235-2022-18-3-242-254

12. Zaliger R. *Zhelezobeton: ego raschet i proektirovanie* [Reinforced concrete: its calculation and design]. Moscow, 1931. 671 p.

13. Ivanov-Djatlov I.G. *Zhelezobetonnye konstrukcii* [Reinforced concrete structures]. Moscow, Leningrad, Ministry of Public Utilities of the RSFSR, 1950. 296 p.

14. Karpuhin N.S. *Zhelezobetonnye konstrukcii* [Reinforced concrete structures]. Moscow, State Publishing House of Literature on Construction and Architecture, 1957. 442 p.

15. Murashev V.I., Sigalov Je.E., Bajkov V.N. *Zhelezobetonnye konstrukcii. Obshhij kurs* [Reinforced concrete structures. General course]. Moscow, State Publishing House of Literature on Construction and Architecture, 1962. 662 p.

16. Ulitsky I.I., Rivkin S.A., Samolov M.V., Dykhovichny A.A., Frenkel M.M., Kretov V.I. *Zhelezobetonnye konstrukcii* [Reinforced concrete structures]. Kiev, Budivel'nik, 1972. 992 p.

17. Linovich L.E. *Raschet i konstruirovaniye chastej grazhdanskikh zdaniy* [Calculation and design of parts of civil buildings]. Kiev, Budivel'nik, 1972. 644 p.

18. Vakhenko P.F., Khilobok V.G., Andreiko N.T., Yarovoy M.L. *Raschet i konstruirovaniye chastej zhilykh i obshhestvennykh zdaniy: spravochnik proektirovshhika* [Calculation and design of parts of residential and public buildings: designer's handbook]. Kiev, Budivel'nik, 1987. 424 p.

19. Mozgolov M.V., Kozlova E.V. On application of rigidity of analytical method of calculation of direct reinforced concrete coffered floors. *Vestnik NIC «Stroitel'stvo»* [Bulletin of the Research Center

“Construction”], 2022, no. 33(2), pp. 122–138. (in Russian) DOI: 10.37538/2224-9494-2022-2(33)-122-138

20. Mozgolov M.V., Kozlova E.V. On application of rigidity of analytical method of calculation of direct reinforced concrete coffered floors. PART 2. Calculation with Relative Stiffness of Beams. *Vestnik NIC «Stroitel'stvo»* [Bulletin of the Research Center “Construction”], 2022, no. 35(4), pp. 62–79. (in Russian) DOI: 10.37538/2224-9494-2022-4(35)-62-79

21. Kancheli N.V., Batov P.A., Drobot D.Ju. *Realizovannyye membrannyye obolochki. Raschet, proektirovanie i vozvedenie* [Implemented membrane shells. Calculation, Design and Erection]. Moscow, ASV, 2009. 120 p.

22. Zamrij A.A. *Proektirovanie i raschet metodom konechnykh jelementov trekhmernykh konstrukcij v srede APM Structure3D* [Design and finite element calculation of 3D structures in APM environment Structure3D]. Moscow, APM, 2009. 288 p.

23. Mozgolov M.V., Kozlova E.V. On the Unloading Action of Torque Moments in the Beams of Reinforced Concrete Casson Floors. *Gradostroitel'stvo i arhitektura* [Urban Construction and Architecture], 2022, vol. 12, no. 3, pp. 11–20. (in Russian) DOI: 10.17673/Vestnik.2022.03.2

24. Mozgolov M.V., Bryl S.V., Kozlova E.V. On the influence of the support loop beam on the stressed-deformed state of the beams of straight caisson reinforced concrete floors. *Sistemnyye tehnologii* [System technologies], 2022, no. 43, pp. 31–40. (in Russian) DOI: 10.55287/22275398_2022_2_31

25. Mozgolov M.V., Kozlova E.V. On the issue of creating a verification model for calculating caisson reinforced concrete flooring in the SCAD computer system. *nik NIC «Stroitel'stvo»* [Bulletin of the Research Center “Construction”], 2022, no. 32(1), pp. 128–140. (in Russian) DOI: 10.37538/2224-9494-2022-1(32)-128-140

26. Vajnberg D.V., Vajnberg E.D. *Raschet plastin* [Plate Calculation]. Kiev, Budivel'nik, 1970. 436 p.

27. Flat beamless reinforced concrete floors. Available at: https://www.faufcc.ru/upload/methodical_materials/mp60_2017.pdf (accessed 05 January 2023).

Об авторе:

МОЗГОЛОВ Михаил Валентинович

кандидат технических наук, доцент кафедры строительного производства
Московский политехнический университет
140402, Россия, г. Коломна, ул. Октябрьской революции, 408
E-mail: mvmozgolov@yandex.ru

MOZGOLOV Mikhail V.

PhD in Engineering Science, Associate Professor of the Construction Chair
Moscow Polytechnic University
140402, Russia, Kolomna, October Revolution str., 408
E-mail: mvmozgolov@yandex.ru

Для цитирования: *Мозголов М.В. Об ошибках примера расчета железобетонной кессонной панели перекрытия в справочнике проектировщика // Градостроительство и архитектура. 2023. Т. 13, № 3. С. 13–22. DOI: 10.17673/Vestnik.2023.03.02.*

For citation: *Mozgolov M.V. About errors of the example of calculation of a reinforced concrete caisson floor panel in the designer's handbook. Gradostroitel'stvo i arhitektura* [Urban Construction and Architecture], 2023, vol. 13, no. 3, pp. 13–22. (in Russian) DOI: 10.17673/Vestnik.2023.03.02.