

С. А. ЗИНИНА
Р. М. МУСТАФИН
А. В. ЕРЕМИН

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАДАЧИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ В ПОРИСТОМ МАТЕРИАЛЕ, ОБРАЗОВАННОМ ЭЛЕМЕНТАРНЫМИ ЯЧЕЙКАМИ NEOVIUS

NUMERICAL INVESTIGATION OF THE PROBLEM OF THERMAL CONDUCTIVITY
IN A POROUS MATERIAL FORMED BY NEOVIUS ELEMENTARY CELLS

Рассмотрена краевая задача теплопереноса в пористой пластине, образованной трижды периодическими минимальными поверхностями типа Neovius. Математическая постановка задачи содержит одномерное дифференциальное уравнение теплопереноса, учитывающее влияние геометрических характеристик элементарных ячеек на теплофизические свойства пористой пластины. Решение краевой задачи осуществлялось методом конечных разностей в программном комплексе Mathcad. Получены графики распределения температурных кривых в пористой пластине по пространственной координате и во времени. На основе полученных результатов возможно проектирование тепловой изоляции, обладающей заданными теплофизическими и механическими свойствами.

Ключевые слова: трижды периодические минимальные поверхности, эффективная теплопроводность, пористость, метод конечных разностей, ячейка Neovius, тепловая изоляция

In this paper, the boundary value problem of heat transfer in a porous plate formed by triply periodic minimal surfaces of the Neovius type is considered. The mathematical formulation of the problem contains a one-dimensional differential heat transfer equation that takes into account the influence of the geometric characteristics of the elementary cells on the thermophysical properties of a porous plate. The solution of the boundary value problem was carried out by the finite difference method in the Mathcad software package. Graphs of the distribution of temperature curves in a porous plate in spatial coordinate and in time are obtained. Based on the results obtained, it is possible to design thermal insulation with specified thermophysical and mechanical properties.

Keywords: triply periodic minimum surfaces, effective thermal conductivity, porosity, finite difference method, Neovius cell, thermal insulation

Введение

В настоящее время актуальной задачей теоретической и практической теплофизики является изучение материалов, основанных на трижды периодических минимальных поверхностях (ТПМП). Данный интерес обусловлен особенностью таких структур – возможностью варьирования теплофизических свойств в зависимости от геометрических характеристик элементарной ячейки. Так, пористые структуры, основанные на ТПМП, обладают большей площадью поверхности теплообмена, а также полностью взаимосвязанными сетями пор, по сравнению с материалами со стохастическим распределением пор [1, 2].

Благодаря развитию аддитивных технологий пористые материалы с упорядоченной структурой получили широкое применение в различных отраслях промышленности, в част-

ности энергетической [3–6], химической промышленности [7, 8]. Материалы, основанные на ТПМП, обладают рядом преимуществ, таких как малый вес, высокая конструктивная прочность, возможность прогнозирования величины термического сопротивления. Например, в работе [9] авторами предлагается использование ТПМП материалов в системах терморегулирования в качестве радиаторов электронных устройств. Кроме того, авторами работы [10] было обнаружено, что изменение пористости оказывает существенное влияние на улучшение кондуктивной и конвективной составляющей теплопереноса. Так, использование в радиаторах и теплообменниках конструкций, сформированных из трижды периодических минимальных поверхностей, позволит повысить показатели теплопередачи при меньшем использовании объема материала [11]. В связи с этим возникает необходимость в расчете температурных профилей

таких пористых материалов при заданных геометрических размерах ячейки.

В настоящей работе приводится численное решение задачи теплопереноса в пористой пластине, структура которой основана на трижды периодических минимальных поверхностях типа Neovius (рис. 1).

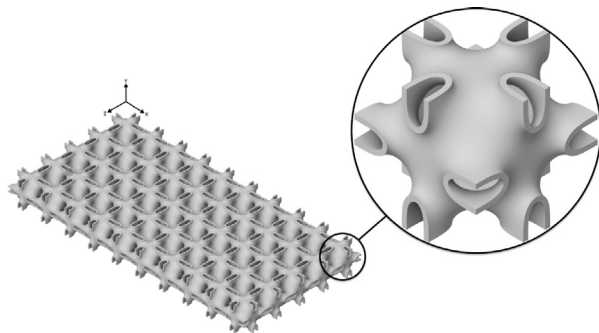


Рис. 1. Модель пористой пластины, образованной ячейками Neovius

Fig. 1. Neovius porous plate model

При решении поставленной задачи методом минимального репрезентативного объема [12] выполнено осреднение теплофизических свойств материала исследуемой пористой пластины. Согласно принятому методу, эффективная теплопроводность пористого материала имеет вид

$$\lambda_e = \lambda_k [k_1 (1 - \varphi)], \quad (1)$$

где λ_e – эффективный коэффициент теплопроводности пластины; λ_k – коэффициент теплопроводности каркаса пластины (материала); k_1 – коэффициент, зависящий только от материала пластины для материала PETG $k_1 = 0,73$ [12]; φ – пористость.

Пористость материала определяется зависимостью

$$\varphi = 1 - k_2 \frac{\delta}{b}, \quad (2)$$

где k_2 – коэффициент, зависящий только от типа ТПМП, для элементарной ячейки Neovius $k_2 = 3,4081$ [12]; δ – толщина стенки элементарной ячейки; b – длина ребра куба, в который вписана элементарная ячейка.

Плотность пористого материала ρ_e зависит от величины пористости и определяется следующим видом:

$$\rho_e = \rho(1 - \varphi), \quad (3)$$

где ρ – истинное значение плотности материала, для PETG $\rho = 1300$ кг/м³.

Уравнение теплового баланса для «гомогенизированной» среды имеет вид

$$\frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\lambda_e}{c \rho_e} \frac{\partial^2 T(x, \tau)}{\partial x^2}. \quad (4)$$

С учетом (1), (3) выражение (4) принимает вид

$$\frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\lambda_k [k_1 (1 - \varphi)]}{c \rho (1 - \varphi)} \frac{\partial^2 T(x, \tau)}{\partial x^2}. \quad (5)$$

Краевые условия:

$$T(x, 0) = T_0; \quad (6)$$

$$\frac{\partial T(0, \tau)}{\partial x} = 0; \quad (7)$$

$$-\lambda_e \frac{\partial T(L, \tau)}{\partial x} = \alpha (T_{cp} - T(L, \tau)), \quad (8)$$

где T_0 – начальная температура; L – абсцисса поверхности пластины; α – коэффициент теплоотдачи окружающей среды (воздуха); T_{cp} – температура среды.

Схема теплообмена представлена на рис. 2.

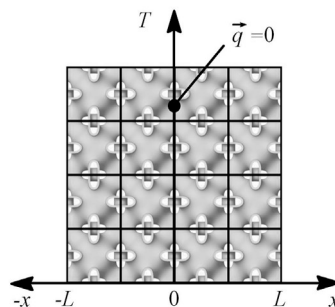


Рис. 2. Схема теплообмена
Fig. 2. Heat exchange diagram

Численное решение задачи

Решение поставленной задачи осуществлялось методом конечных разностей [13–15] в программном комплексе Mathcad. Суть метода заключается в наложении пространственно-временной сетки с шагами по времени Δt и по координате Δx . При этом сетка имеет вид

$$x_i = i \Delta x, \quad i = \overline{0, I}; \quad \tau_k = k \Delta \tau, \quad k = \overline{0, K}, \quad (9)$$

где I, K – число шагов по пространственной и временной координатам соответственно.

Согласно принятому методу, на пространственно-временной сетке вводятся сеточные

функции $T_i^k = T(x_i, \tau_k)$. С учетом явной схемы аппроксимации математическая постановка задачи примет вид

$$\frac{T_i^{k+1} - T_i^k}{\Delta \tau} = \frac{\lambda_{\kappa} [k_1(1-\phi)]}{c\rho(1-\phi)} \cdot \frac{T_{i-1}^k - 2T_i^k + T_{i+1}^k}{\Delta x^2}, \quad (10)$$

$$T_i^0 = T_0; \quad (11)$$

$$\frac{T_i^k - T_0^k}{\Delta x} = 0; \quad (12)$$

$$\lambda_e \frac{T_{i-1}^k - T_i^k}{\Delta x} = \alpha (T_{\text{cp}} - T_i^k). \quad (13)$$

Результаты

На рис. 3 и 4 представлено численное решение задачи (10)–(13) в пористой пластине, образованной элементарными ячейками Neovius. Решение осуществлялось при следующих исходных данных: $L = 0,015$ м; температура в начальный момент времени – $T_0 = 5$ °С; температура среды – $T_{\text{cp}} = 40$ °С; толщина стенки элементарной ячейки – $\delta = 0,0002$ м; длина ребра куба – $b = 0,003$ м; коэффициент теплоотдачи – $\alpha = 10$ Вт/(м²К). Материал пластины – пластик PETG, используемый при струйной печати на 3D принтере (технология FDM – печати). Принимаются следующие свойства пластика [16]: теплоемкость – 1050 Дж/(кгК); плотность – 1300 кг/м³; теплопроводность – 0,2 Вт/(мК).

На рис. 3 представлен график распределения температуры в пористой пластине по координате при пористости $\phi = 0,77$. Из анализа распределения полученных кривых следует, что период времени $0 \leq \tau < 200$ с соответствует начальному этапу нагрева пластины. На данном этапе происходит

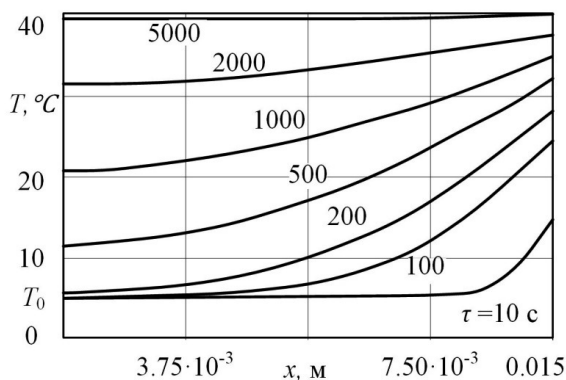


Рис. 3. Распределение температуры по пространственной координате при пористости $\phi = 0,77$

Fig. 3. Temperature distribution by spatial coordinate at porosity $\phi = 0,77$

нагрев пластины с поверхности (под действием граничных условий третьего рода), температура в центре при этом не изменяется и равна T_0 . При $\tau > 200$ с наблюдается увеличение температуры по всей толщине пористой пластины.

На рис. 4 приведен график распределения температурных кривых во времени в пористой пластине. Характер нагрева существенно отличается. Так, максимальная интенсивность нагрева ($dT(x, \tau) / d\tau$) наблюдается на поверхности и уменьшается в направлении к центру пластины.

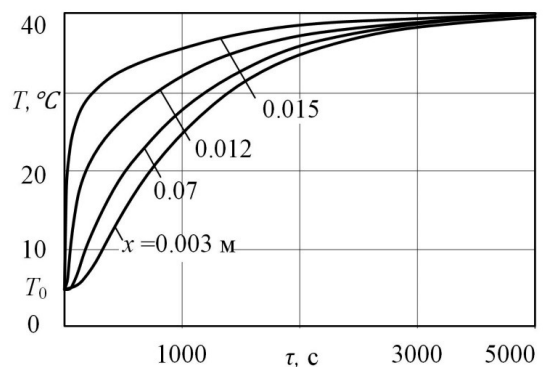


Рис. 4. Распределение температуры во времени при пористости $\phi = 0,77$

Fig. 4. Temperature distribution over time at porosity $\phi = 0,77$

На рис. 5 представлена зависимость времени установления температуры среды на поверхности пластины при $x = 0,015$ м для различных значений коэффициента теплоотдачи среды. Из анализа графика следует, что чем выше интенсивность теплообмена с окружающей средой на границе пористой пластины, тем меньше времени требуется для установления заданной температуры.

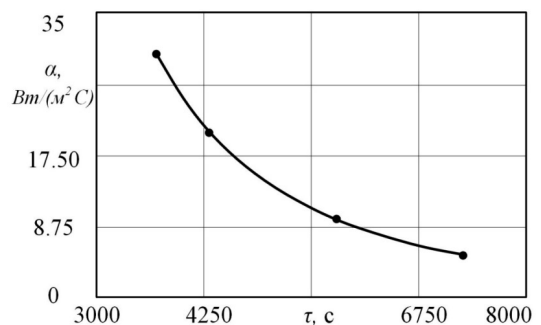


Рис. 5. Зависимость времени выхода на стационарное значение от коэффициента теплоотдачи окружающей среды

Fig. 5. Dependence of time to steady-state value from the heat transfer coefficient of the environment

На рис. 6 приведены графики распределения температуры в момент времени $\tau = 1000$ с в пористой пластине, изготовленной из трех различных материалов. Так, линия 1 соответствует материалу – пенополистирол фирмы «Пеноплекс»: теплоемкость – 1600 Дж/(кгК), плотность – 43 кг/м³, теплопроводность – 0,03 Вт/(мК); линия 2 – фотополимерная смола фирмы «Phrozen»: теплоемкость – 800 Дж/(кгК), плотность – 1412 кг/м³, теплопроводность – 0,375 Вт/(мК), линия 3 – пластик PETG (теплофизические свойства представлены выше). Из анализа данного графика следует, что температура пластины, соответствующая пластику PETG, оказывается ниже во всем диапазоне x , чем для пенополистирола и фотополимерной смолы в аналогичный момент времени.

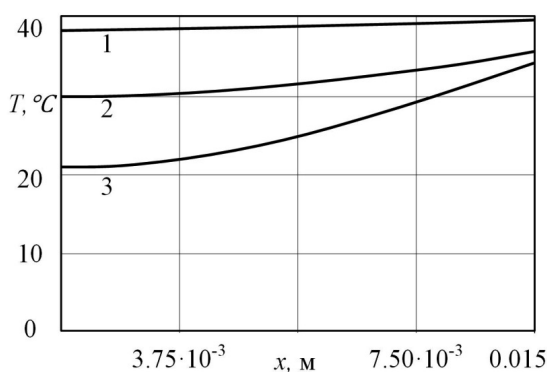


Рис. 6. Распределение температуры в пористой пластине:

- 1 – пенополистирол фирмы «Пеноплекс»;
 2 – фотополимерная смола фирмы «Phrozen»;
 3 – пластик PETG
- Fig. 6. Temperature distribution in porous plate:
 1 – expanded polystyrene of «Penoplex» company;
 2 – Phrozen photopolymer resin;
 3 – PETG plastic

Заключение

В рамках данного исследования получены графики распределения температуры в пористом материале, состоящем из элементарных ячеек Neovis, по пространственной координате и во времени. Проведен сравнительный анализ распределения температурного профиля в пористой пластине, изготовленной из следующих материалов: пенополистирол фирмы «Пеноплекс», фотополимерная смола фирмы «Phrozen» и пластик PETG. На основании полученных результатов следует, что в качестве тепловой изоляции необходимо использовать материал с наименьшим коэффициентом теплопроводности, в рассматриваемом случае – пластик PETG.

Использование трижды периодических минимальных поверхностей при создании тепловой изоляции позволит получать материалы с заданными теплофизическими и механическими свойствами. Варьируя геометрические характеристики элементарных ячеек, возможно получение необходимых значений эффективной теплопроводности (а значит, и величины термического сопротивления материала) при сохранении малой массы и высокой прочности пористого материала.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-79-10044, <https://rscf.ru/project/23-79-10044/>.

The study was carried out at the expense of a grant from the Russian Science Foundation No. 23-79-10044, <https://rscf.ru/project/23-79-10044/>.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- Zhang T. et al. Analysis of thermal storage behavior of composite phase change materials embedded with gradient-designed TPMS thermal conductivity enhancers: A numerical and experimental study // *Applied Energy*. 2024. V. 358. P. 122630.
- Stallard S. et al. Exploring the design space of the effective thermal conductivity, permeability, and stiffness of high-porosity foams // *Materials & Design*. 2023. V. 231. P. 112027.
- Catchpole-Smith S. et al. Thermal conductivity of TPMS lattice structures manufactured via laser powder bed fusion // *Additive Manufacturing*. 2019. V. 30. P. 100846.
- Tang D. et al. Effects of porosity on effective thermal conductivities of thermal insulation SiC sandwich panels with Schoen-gyroid structure // *Ceramics International*. 2024. V. 50. N. 7. P. 10618–10625.
- Bragin D. M., Popov A. I., Eremin A. V. Effective Thermal Conductivity of Porous Material Based on TPMS // *2023 5th International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA)*. IEEE, 2023. P. 965–968.
- Wang J. et al. Investigation on flow and heat transfer in various channels based on triply periodic minimal surfaces (TPMS) // *Energy Conversion and Management*. 2023. V. 283. P. 116955.
- Chen W. et al. Impact of catalyst carrier with TPMS structures on hydrogen production by methanol reforming // *International Journal of Hydrogen Energy*. 2024. V. 58. P. 1177–1189.
- Liu H. et al. Vat photopolymerization of polymer-derived SiC ceramic with triply period minimal surface structure for hydrogen production // *Additive Manufacturing*. 2023. V. 73. P. 103694.
- Modrek M. et al. An optimization case study to design additively manufacturable porous heat sinks based on triply periodic minimal surface (TPMS) lattices // *Case Studies in Thermal Engineering*. 2022. V. 36. P. 102161.

10. Qureshi Z. A. et al. On the effect of porosity and functional grading of 3D printable triply periodic minimal surface (TPMS) based architected lattices embedded with a phase change material // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2022. V. 183. P. 122111.
 11. Попов А.И., Еремин А.В., Кечин Н.Н. Исследование тепломассопереноса в канале с оребрением на основе трижды периодической минимальной поверхности // *Градостроительство и архитектура*. 2023. Т. 13, №4. С. 49–56. DOI: 10.17673/Vestnik.2023.04.06.
 12. Попов А.И. Разработка тепловой изоляции с упорядоченной структурой, основанной на ТПМП Неовиуса // *Вестник Ивановского государственного энергетического университета*. 2022. №. 6. С. 58–68.
 13. Кудинов В.А., Еремин А.В., Стефанюк Е.В. Аналитические решения задач теплопроводности с переменными во времени коэффициентами теплоотдачи // *Инженерно-физический журнал*. 2015. Т. 88, №. 3. С. 663–673.
 14. Кудинов И.В., Котова Е.В., Кудинов В.А. Метод получения аналитических решений краевых задач на основе определения дополнительных граничных условий и дополнительных искомых функций // *Сибирский журнал вычислительной математики*. 2019. Т. 22, №. 2. С. 153–165.
 15. Еремин А.В., Зинина С.А., Джонсон О.О. Исследование теплопереноса в пористом материале на основе трижды периодических поверхностей минимальной энергии // *Вестник Югорского государственного университета*. 2023. №. 1 (68). С. 60–66.
 16. Определение эффективного коэффициента теплопроводности пористого материала с упорядоченной структурой, основанной на ТПМП I-WP / Попов А.И. и др. // *Международный журнал информационных технологий и энергоэффективности*. 2022. Т. 7, №. 3. С. 25.
- ## REFERENCES
1. Zhang T. et al. Analysis of thermal storage behavior of composite phase change materials embedded with gradient-designed TPMS thermal conductivity enhancers: A numerical and experimental study // *Applied Energy*. 2024. V. 358. P. 122630.
 2. Stallard S. et al. Exploring the design space of the effective thermal conductivity, permeability, and stiffness of high-porosity foams // *Materials & Design*. 2023. V. 231. P. 112027.
 3. Catchpole-Smith S. et al. Thermal conductivity of TPMS lattice structures manufactured via laser powder bed fusion // *Additive Manufacturing*. 2019. V. 30. P. 100846.
 4. Tang D. et al. Effects of porosity on effective thermal conductivities of thermal insulation SiC sandwich panels with Schoen-gyroid structure // *Ceramics International*. 2024. V. 50. N. 7. P. 10618–10625.
 5. Bragin D. M., Popov A. I., Eremin A. V. Effective Thermal Conductivity of Porous Material Based on TPMS // 2023 5th International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA). IEEE, 2023. P. 965–968.
 6. Wang J. et al. Investigation on flow and heat transfer in various channels based on triply periodic minimal surfaces (TPMS) // *Energy Conversion and Management*. 2023. V. 283. P. 116955.
 7. Chen W. et al. Impact of catalyst carrier with TPMS structures on hydrogen production by methanol reforming // *International Journal of Hydrogen Energy*. 2024. V. 58. P. 1177–1189.
 8. Liu H. et al. Vat photopolymerization of polymer-derived SiC ceramic with triply period minimal surface structure for hydrogen production // *Additive Manufacturing*. 2023. V. 73. P. 103694.
 9. Modrek M. et al. An optimization case study to design additively manufacturable porous heat sinks based on triply periodic minimal surface (TPMS) lattices // *Case Studies in Thermal Engineering*. 2022. V. 36. P. 102161.
 10. Qureshi Z. A. et al. On the effect of porosity and functional grading of 3D printable triply periodic minimal surface (TPMS) based architected lattices embedded with a phase change material // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2022. V. 183. P. 122111.
 11. Popov A.I., Eremin A.V., Kechin N.N. Study of heat and mass transfer in a finned channel based on a three-time periodic minimum surface. *Gradostroitel'stvo i arhitektura* [Urban planning and architecture], 2023, vol. 13, no. 4, pp. 49–56. (in Russian) DOI: 10.17673/Vestnik.2023.04.06
 12. Popov A.I. Development of thermal insulation with an ordered structure based on Neovius TPMP. *Vestnik Ivanovskogo gosudarstvennogo jenergeticheskogo universiteta* [Bulletin of Ivanovo State Energy University], 2022, no. 6, pp. 58–68. (in Russian)
 13. Kudinov V.A., Eremin A.V., Stefanyuk E.V. Analytical solutions of thermal conductivity problems with time-varying heat transfer coefficients. *Inzhenerno-fizicheskij zhurnal* [Engineering and physical log], 2015, vol. 88, no. 3, pp. 663–673. (in Russian)
 14. Kudinov I.V., Kotova E.V., Kudinov V.A. Method for Obtaining Analytical Solutions to Boundary Value Problems Based on Determination of Additional Boundary Conditions and Additional Search Functions. *Sibirskij zhurnal vychislitel'noj matematiki* [Siberian Journal of Computational Mathematics], 2019, vol. 22, no. 2, pp. 153–165. (in Russian)
 15. Eremin A.V., Zinina S.A., Johnson O.O. Study of heat transfer in porous material based on triplicate periodic surfaces of minimum energy. *Vestnik Jugorskogo gosudarstvennogo universiteta* [Bulletin of Ugra State University], 2023, no. 1 (68), pp. 60–66. (in Russian)
 16. Popov A.I. Determination of the effective thermal conductivity coefficient of a porous material with an ordered structure based on TPMP I-WP. *Mezhdunarodnyj zhurnal informacionnyh tehnologij i jenergoeffektivnosti* [International Journal of Information Technology and Energy Efficiency], 2022, vol. 7, no. 3, pp. 25. (in Russian)

Об авторах:

ЗИНИНА Софья Алексеевна

ассистент кафедры промышленной теплоэнергетики
Самарский государственный технический университет
443100, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244
E-mail: sofazinina4@gmail.com

ZININA Sofya Al.

Assistant of the Industrial Heat Power Engineering Chair
Samara State Technical University
443100, Russia, Samara, Molodogvardeyskaya st., 244
E-mail: sofazinina4@gmail.com

МУСТАФИН Равиль Мансурович

старший преподаватель кафедры промышленной
теплоэнергетики
Самарский государственный технический университет
443100, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244
E-mail: ravil-bk211@mail.ru

MUSTAFIN Ravil M.

Senior Lecturer of the Industrial Heat Power
Engineering Chair
Samara State Technical University
443100, Russia, Samara, Molodogvardeyskaya st., 244
E-mail: ravil-bk211@mail.ru

ЕРЕМИН Антон Владимирович

доктор технических наук, доцент,
заведующий кафедрой промышленной
теплоэнергетики
Самарский государственный технический университет
443100, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244
E-mail: a.v.eremin@list.ru

EREMIN Anton V.

Doctor of Engineering Science, Associate Professor,
Head of the Industrial Thermal Power Engineering Chair
Samara State Technical University
443100, Russia, Samara, Molodogvardeyskaya st., 244
E-mail: a.v.eremin@list.ru

Для цитирования: Зинина С.А., Мустафин Р.М., Еремин А.В. Численное исследование задачи теплопроводности в пористом материале, образованном элементарными ячейками Neovius // Градостроительство и архитектура. 2024. Т. 14, № 4. С. 33–38. DOI: 10.17673/Vestnik.2024.04.05.

For citation: Zinina S.A., Mustafin R.M., Eremin A.V. Numerical investigation of the problem of thermal conductivity in a porous material formed by Neovius elementary cells. *Gradostroitel'stvo i arhitektura* [Urban Construction and Architecture], 2024, vol. 14, no. 4, pp. 33–38. (in Russian) DOI: 10.17673/Vestnik.2024.04.05.