

А. П. МАСЛЯНИЦЫН
Е. В. МАСЛЯНИЦЫНА
М. С. КРАСНОВА

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАДИАТОРА СИСТЕМЫ ОТОПЛЕНИЯ КАК ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ

MATHEMATICAL SIMULATION OF THE HEATING SYSTEM RADIATOR OF AS A CONTROL OBJECT

Рассматривается задача математического моделирования радиатора системы отопления как объекта управления. Цель ее разработки заключается в создании обобщенной математической модели тепловых процессов в помещении, отапливаемом посредством водяных радиаторов. Разработана расчетная схема процессов теплообмена между теплоносителем радиатора и воздухом помещения, на основании которой записаны уравнения теплового баланса. При этом учитываются как установленные, так и не установленные процессы теплообмена между теплоносителем, радиатором и воздухом помещения. Разработана структурная схема математической модели радиатора отопления. После введения допущений и преобразования структурной схемы нелинейной модели получена структурная схема линейной математической модели радиатора отопления. На ее основании выведена передаточная функция радиатора отопления, выходной координатой которой является тепловая мощность. Полученная передаточная функция может быть использована в обобщенной математической модели отапливаемого помещения. Выполнен анализ передаточной функции радиатора отопления и показано, что его динамика определяется не только геометрическими параметрами, но и расходом теплоносителя.

Ключевые слова: математическая модель, радиатор отопления, структурная схема, передаточная функция, система отопления

Внедрение систем автоматизированного управления тепловыми процессами в зданиях тесно связано с использованием адекватных и удобных для инженерной практики математических моделей элементов отопительных систем: насосов, элеваторов, регулирующих устройств, трубопроводов и отопительных приборов. Применение моделей этих устройств позволяет выполнять диагностику систем отопления, более рационально выбирать режимы их работы [1–3].

Система отопления здания предназначена для компенсации тепловых потерь помеще-

The problem of mathematical modeling of a heating system radiator as a control object is considered. The purpose of its development is to create a generalized mathematical model of thermal processes in a room heated by means of water radiators. A calculation scheme of heat transfer processes between the heat carrier of the radiator and the air of the room has been developed, on the basis of which the heat balance equations are written. This takes into account both steady and unsteady heat transfer processes between the coolant, radiator and room air. A block diagram of the mathematical model of a heating radiator has been developed. After the introduction of assumptions and transformation of the structural diagram of the nonlinear model, the structural diagram of the linear mathematical model of the heating radiator was obtained. On its basis, the transfer function of the heating radiator is derived, the output coordinate of which is the thermal power. The resulting transfer function can be used in a generalized mathematical model of a heated room. The analysis of the transfer function of the heating radiator is carried out and it is shown that its dynamics is determined not only by geometric parameters, but also by the flow rate of the heat carrier.

Keywords: mathematical model, heating radiator, structural scheme, transmission function, heating system

ния в холодное время года [4–7]. Посредством отопительных приборов энергия теплоносителя, в качестве которого чаще всего используют воду, передается воздуху помещения [8]. В зависимости от типа прибора теплопередача осуществляется как конвекцией, так и радиацией [8, 9]. Будем считать, что в помещении в качестве приборов отопления используются радиаторы и теплопередача осуществляется конвекцией.

Разработана расчетная схема процессов теплообмена между теплоносителем радиа-

тора и воздухом помещения (рис. 1). В радиатор поступает теплоноситель (вода), который имеет температуру T_{1m} и массовый расход G_1 . В процессе движения теплоноситель омывает внутреннюю поверхность радиатора с температурой T_p и посредством конвективного теплообмена нагревает ее, отдавая часть своей энергии. Это приводит к охлаждению теплоносителя, который на выходе из радиатора имеет температуру T_{2m} . Количество энергии, отданной теплоносителем радиатору [8], составляет

$$\Delta Q_m = G_1 \cdot G_m \cdot (T_{1m} - T_{2m}). \quad (1)$$

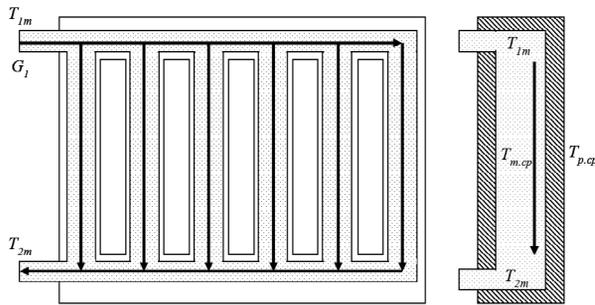


Рис. 1. Расчетная схема тепловых процессов в радиаторе отопления

Энергия ΔQ_m затрачивается на конвективный теплообмен с поверхностью радиатора и на изменение его внутренней энергии [10, 11]:

$$\Delta Q_m = (T_{m,cp} - T_{p,cp}) \cdot \alpha_1 \cdot F_{1p} + C_m \cdot m_m \frac{dT_{m,cp}}{dt}, \quad (2)$$

где $T_{m,cp}$ и $T_{p,cp}$ – средние температуры теплоносителя и стенки радиатора; α_1 и F_{1p} – коэффициент теплоотдачи и площадь внутренней поверхности радиатора.

Внешняя поверхность радиатора омывается воздухом помещения, поэтому посредством конвективного теплообмена происходит передача энергии от радиатора воздуху:

$$(T_{m,cp} - T_{p,cp}) \cdot \alpha_1 \cdot F_{1p} - Q_{on} = C_p \cdot m_p \frac{dT_{p,cp}}{dt}, \quad (3)$$

где α_2 и F_{2p} – коэффициент теплоотдачи и площадь наружной поверхности радиатора; Q_{on} – тепловой поток отопительного прибора [9],

$$Q_{on} = (T_{p,cp} - T_a) \cdot \alpha_2 \cdot F_{2p}. \quad (4)$$

Средняя по высоте радиатора температура может быть рассчитана как среднее арифметическое температур теплоносителя на входе и выходе из радиатора

$$T_{m,cp} = \frac{T_{1m} + T_{2m}}{2}. \quad (5)$$

Подставим выражение (5) в (1), в результате получим

$$\Delta Q_m = 2 \cdot G_1 \cdot C_m \cdot (T_{1m} - T_{m,cp}). \quad (6)$$

Представим выражения (2)–(4) и (6) в операторной форме и сведем их в общую систему

$$\begin{cases} 2G_1(p) \cdot C_m \cdot (T_{1m} - T_{m,cp}(p)) - (T_{m,cp}(p) - T_{p,cp}(p)) \cdot \alpha_1 \cdot F_{1p} = C_m \cdot m_m \cdot p \cdot T_{m,cp}(p), \\ (T_{m,cp}(p) - T_{p,cp}(p)) \cdot \alpha_1 \cdot F_{1p} - Q_{on}(p) = C_p \cdot m_p \cdot p \cdot T_{p,cp}(p), \\ Q_{on}(p) = (T_{p,cp}(p) - T_a) \cdot \alpha_2 \cdot F_{2p}. \end{cases} \quad (7)$$

На основании системы уравнений (7) разработана структурная схема математической модели радиатора отопления (рис. 2).

С целью свертки структурной схемы и получения более компактной математической модели были выполнены структурные преобразования, результаты которых показаны на рис. 3, а, б.

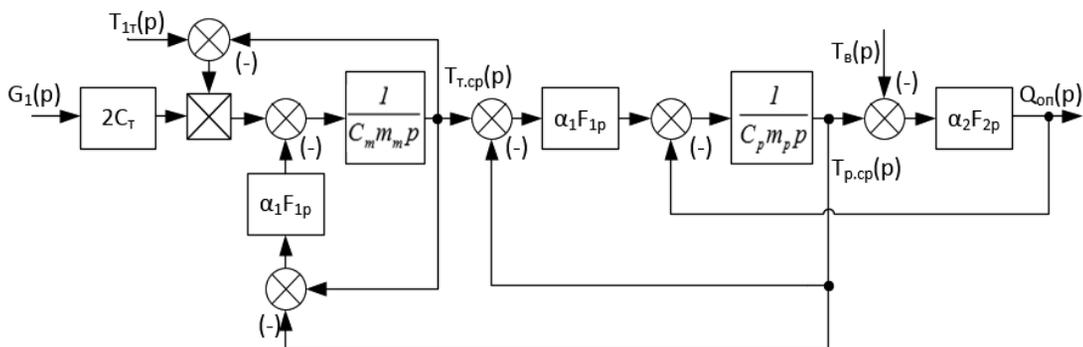


Рис. 2. Структурная схема модели радиатора отопления

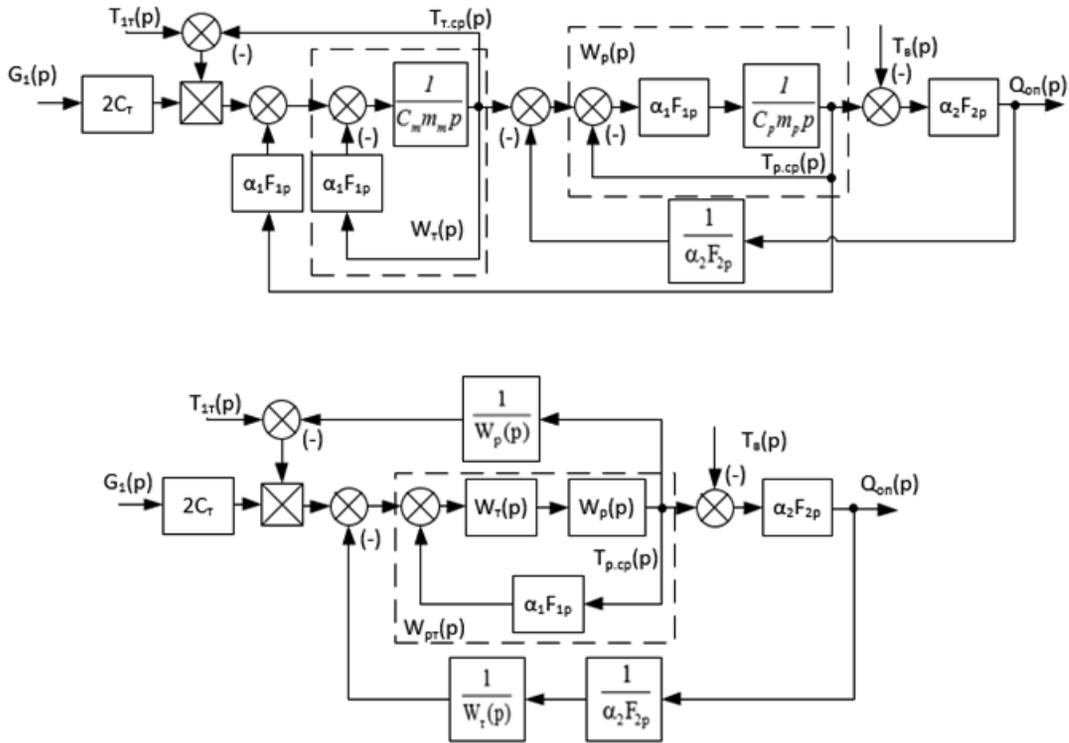


Рис. 3. Структурные преобразования модели

В результате свертки получены передаточные функции

$$W_m(p) = \frac{K_m}{\tau_m p + 1}, \quad (8)$$

где $K_m = \frac{1}{\alpha_1 F_{1p}}$, $\tau_m = \frac{C_m m_m}{\alpha_1 F_{1p}}$ – коэффициент передачи и постоянная времени звена;

$$W_p(p) = \frac{1}{\tau_p p + 1}, \quad (9)$$

где $\tau_p = \frac{C_p m_p}{\alpha_1 F_{1p}}$ – постоянная времени звена;

$$W_{pm}(p) = \frac{K_{pm}}{(\tau_{pm} p + 1)p}, \quad (10)$$

где $K_{pm} = \frac{K_m}{\tau_m + \tau_p}$, $\tau_{pm} = \frac{\tau_m \tau_p}{\tau_m + \tau_p}$.

Приведенная на рис. 3, б схема открывает возможность получения математической модели радиатора отопления по отношению к одному из воздействий: расходу теплоносителя $G_1(p)$, температуре теплоносителя $T_{1r}(p)$ на входе в радиатор или температуре $T_o(p)$ воздуха в помещении.

Наиболее часто регулирование теплового режима помещений выполняется путем изменения температуры теплоносителя на одном

из уровней управления системой теплоснабжения. Поэтому преобразуем первое уравнение системы (7) с учетом условия $G_1(p) = G_{10} = const$.

$$2G_{10} \cdot C_m \cdot (T_{1m} - T_{m,cp}(p)) - (T_{m,cp}(p) - T_{p,cp}(p)) \cdot \alpha_3 \cdot F_{1p} = \quad (11)$$

$$= C_m \cdot m_m \cdot p \cdot T_{m,cp}(p).$$

Уравнение (11) является линейным, что в совокупности со вторым и третьим уравнениями системы позволяет получить передаточную функцию радиатора отопления в виде

$$W_{po}(p) = \frac{Q_{on}(p)}{T_{1m}(p)}. \quad (12)$$

Разработана структурная схема линейной математической модели радиатора отопления с учетом принятых допущений (рис. 4).

Выполнена свертка полученной структурной схемы (см. рис. 4) и получена передаточная функция радиатора отопления

$$W_{pm2}(p) = \frac{K_{pm2}}{\tau_m \tau_p p^2 + (2\tau_m + \tau_p)p + 1}, \quad (13)$$

где $K_{pm2} = \frac{\alpha_2 F_{2p}}{\alpha_1 F_{1p}}$;

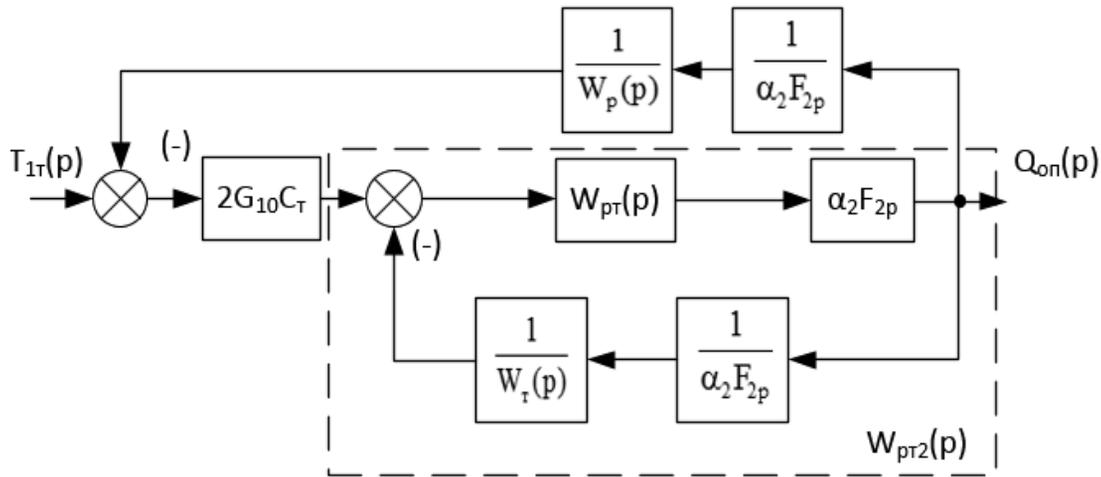


Рис. 4. Структурная схема линейной модели

$$W_{po}(p) = \frac{2W_{pm2}(p)G_{10}C_m}{1 + \frac{2W_{pm2}(p)G_{10}C_m}{W_p(p)\alpha_2F_{2p}}} = \frac{K_{po}}{a_2p^2 + a_1p + 1}, \quad (14)$$

где $K_{po} = \alpha_2F_{2p}a_2 = \frac{\tau_p\tau_m\alpha_1F_{1p}}{2G_{10}C_m}$,

$$a_1 = \frac{\alpha_1F_{1p}}{2G_{10}C_m}(2\tau_m + \tau_p) + \tau_p.$$

Вывод. В результате проведенных исследований получено, что динамика радиатора отопления может быть описана с помощью звена 2-го порядка. Кроме того, показано, что коэффициенты знаменателя передаточной функции обратно пропорционально зависят от величины расхода теплоносителя G_{10} . При индивидуальном регулировании радиаторов отопления используется принцип количественного регулирования, который реализуется с помощью клапанов, ограничивающих расход теплоносителя. В соответствии с уравнением можно утверждать, что уменьшение расхода G_{10} приводит к увеличению тепловой инерционности радиатора отопления.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Пыркoв В.В. Современные тепловые пункты. Автоматика и регулирование. Киев: П ДП «Такі справа», 2007. 252 с.
2. Пoтaтeнкo А.Н., Сoлдaтeнкoв А.С., Бeлoуcов А.В. Автоматизация и управление процессами теплоснабжения зданий: учебное пособие. Белгород: Изд-во БГТУ, 2016. 262 с.
3. Мaсляницын А.П., Мaсляницына Е.В. Анализ современных систем регулирования теплоснабже-

ния жилых и административных зданий // Механика и автоматизация строительства [Электронный ресурс]: сборник статей / под ред. С.Я. Галицкова, М.В. Шувалова, Т.Е. Гордеевой, Н.Г. Чумаченко, А.К. Стрелкова. Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2019. С. 135–138.

4. Сaбурoв В.В., Гaлицкoв С.Я., Aлeшин А.Н. Решение задач энергосбережения при выполнении капитального ремонта электроснабжения многоквартирных домов // Градостроительство и архитектура. 2014. № 4(17). С. 107–110. DOI: 10.17673/Vestnik.2014.04.16.

5. Вeснин В.И. Инфильтрация воздуха и тепловые потери помещений через оконные проёмы // Градостроительство и архитектура. 2016. № 3(24). С. 10–16. DOI: 10.17673/Vestnik.2016.03.2.

6. Чичерин С.В., Глухов С.В. Методика планирования нагрузок системы централизованного теплоснабжения // Градостроительство и архитектура. 2017. Т.7, № 3. С. 129–136. DOI: 10.17673/Vestnik.2017.03.22.

7. Вaтузoв Д.Н., Пуринг С.М., Филатова Е.Б., Тюрин Н.П. Выбор источника теплоснабжения зданий жилой застройки // Градостроительство и архитектура. 2014. № 4(17). С. 86–91. DOI: 10.17673/Vestnik.2014.04.13.

8. Сканави А.Н., Махов Л.М. Отопление. М.: АСВ, 2002. 575 с.

9. Мeдeнцoвa Н.Л. Отопление. Новосибирск: НГАСУ(Сибстрин), 2013. 128 с.

10. Фoкин К.Ф. Строительная теплотехника ограждающих частей зданий / под ред. Ю.А. Табунщикова, В. Г. Гагарина. М.: АВОК-ПРЕСС, 2006. 256 с.

11. Мaсляницын А.П., Мaсляницына Е.В. Математическое моделирование пластинчатого теплообменника как объекта управления // Традиции и инновации в строительстве и архитектуре. Строительные технологии [Электронный ресурс]: сборник статей / под ред. М.В. Шувалова, А.А. Пищулева, А.К. Стрелкова. Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2020. С. 474–485.

REFERENCES

1. Pyrkov V.V. *Sovremennye teplovye punkty. Avtomatika i regulirovanie* [Modern heat points. Automation and regulation]. Kiev, "So-do" DP, 2007. 252 p.

2. Potapenko A.N., Soldatenkov A.S., Belousov A.V. *Avtomatizaciya i upravlenie processami teplosnabzheniya zdaniy: uchebnoe posobie* [Automation and management of the heating processes of buildings: training manual]. Belgorod, Izd -in BGTU, 2016. 262 p.

3. Maslyanitsyn A.P., Maslyanitsyna E.V. Analysis of modern heating management systems for residential and administrative buildings. *Mekhanizaciya i avtomatizaciya stroitel'stva [Elektronnyj resurs]: sbornik statej / pod red. S.YA. Galickova, M.V. SHuvalova, T.E. Gordeevoj, N.G. CHumachenko, A.K. Strelkova* [Mechanization and automation of construction: a collection of articles / under ed. S.Y. Galitskov, M.V. Shuvalov, T.E. Gordeeva, N.G. Chumachenko, A.K. Strelkov]. Samara, SamGTU, 2019, pp. 135-138. (in Russian)

4. Saburov V.V., Galitskov S.Yu., Aleshin A.N. Solving of energy-savings problem in major repairs of electricity supply systems of flat buildings. *Gradostroitel'stvo i arhitektura* [Urban Construction and Architecture], 2014, vol.4, no. 4, pp. 107-110. DOI: 10.17673/Vestnik.2014.04.16. (in Russian)

5. Vesnin V.I. Air infiltration and room heat loss through window openings. *Gradostroitel'stvo i arhitektura* [Urban Construction and Architecture], 2016, vol. 6, no. 3, pp. 10-16. DOI: 10.17673/Vestnik.2016.03.2. (in Russian)

6. Chicherin S.V., Glukhov S.V. Centralized heat supply system and techniques of planning its loads. *Gradostroitel'stvo i arhitektura* [Urban Construction and Architecture], 2017, vol. 7, no. 3, pp. 129-136. DOI: 10.17673/Vestnik.2017.03.22. (in Russian)

7. Vatzov D.N., Puring S.M., Filatova E.B., Tyurin N.P. Choice of heat source for residential buildings. *Gradostroitel'stvo i arhitektura* [Urban Construction and Architecture], 2014, vol.4, no. 4, pp. 86-91. DOI: 10.17673/Vestnik.2014.04.13. (in Russian)

8. Scanavi A.N., Makhov L.M. *Otoplenie* [Heating: textbook for universities]. M., Ed. Association of Building Universities, 2002. 575 p.

9. Medentsova N.L. *Otoplenie* [Heating : Manual]. Novosibirsk, NGASU (Sibstrin), 2013. 128 p.

10. Fokin K.F. *Stroitel'nayateplotekhnikaograzhdayushchih chastej zdaniy / pod red. YU.A. Tabunshchikova, V. G. Gagarina* [Construction thermal engineering of fencing parts of buildings / Under ed. I.A. Tabunshchikov, V.G. Gagarin]. M., AVOK-PRESS, 2006. 256 p.

11. Maslyanitsyn AP, Maslyanitsyna E.V. Mathematical modeling of the plate heat exchanger as a control object. *Tradicii i innovacii v stroitel'stve i arhitekture. Stroitel'nye tekhnologii [Elektronnyj resurs]: sbornik statej / pod red. M.V. SHuvalova, A.A. Pishchuleva, A.K. Strelkova* [Tradition and innovation in construction and architecture. Construction technologies: a collection of articles / edited by M.V. Shuvalov, A.A. Pischevalev, A.K. Strelkov]. Samara, SamGTU, 2020, pp. 474-485. (in Russian)

Об авторах:

МАСЛЯНИЦЫН Александр Петрович

кандидат технических наук, доцент,
доцент кафедры механизации, автоматизации
и энергоснабжения строительства
Самарский государственный технический университет
Академия строительства и архитектуры
443100, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244
E-mail: maes@samgtu.ru

MASLYANITSYN Alexander P.

PhD in Engineering Science, Associate Professor of
the Mechanization, Automation and Energy Supply of
Construction Chair
Samara State Technical University
Academy of Architecture and Civil Engineering
443100, Russia, Samara, Molodogvardeyskaya st., 244
E-mail: maes@samgtu.ru

МАСЛЯНИЦЫНА Елена Васильевна

магистрант строительно-технологического факультета
Самарский государственный технический университет
Академия строительства и архитектуры
443100, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244
E-mail: maes@samgtu.ru

MASLYANITSYNA Elena V.

Master's Degree Student of the Faculty of Construction
and Technology
Samara State Technical University
Academy of Architecture and Civil Engineering
443100, Russia, Samara, Molodogvardeyskaya st., 244
E-mail: maes@samgtu.ru

КРАСНОВА Марина Сергеевна

магистрант строительно-технологического факультета
Самарский государственный технический университет
Академия строительства и архитектуры
443100, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244
E-mail: marishkakrasnova@mail.ru

KRASNOVA Marina S.

Master's Degree Student of the Faculty of Construction
and Technology
Samara State Technical University
Academy of Architecture and Civil Engineering
443100, Russia, Samara, Molodogvardeyskaya st., 244
E-mail: marishkakrasnova@mail.ru

Для цитирования: Масляницын А.П., Масляницына Е.В., Краснова М.С. Математическое моделирование радиатора системы отопления как объекта управления // Градостроительство и архитектура. 2021. Т.11, № 3. С. 38–44. DOI: 10.17673/Vestnik.2021.03.06.

For citation: Maslyanitsyn A.P., Maslyanitsyna E.V., Krasnova M.S. Mathematical Simulation of the Heating System Radiator of as a Control Object. *Gradostroitel'stvo i arhitektura* [Urban Construction and Architecture], 2021, vol. 11, no. 3, pp. 38–44. (in Russian) DOI: 10.17673/Vestnik.2021.03.06.

**НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ
«ГРАДОСТРОИТЕЛЬСТВО И АРХИТЕКТУРА»**

