ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ГЕОГРАФИЧЕСКАЯ, 2019, № 1, с. 128–135

ВЗГЛЯД ГЕОГРАФА

УДК 911.5/.9

К ВОПРОСУ О ПОСТОЯНСТВЕ ЗНАЧЕНИЯ ДОЛИ ЦЕНТРАЛЬНОГО МЕСТА В НАСЕЛЕНИИ ОБСЛУЖИВАЕМОЙ ИМ ЗОНЫ ДЛЯ ВСЕХ УРОВНЕЙ КРИСТАЛЛЕРОВСКОЙ ИЕРАРХИИ

© 2019 г. Р. В. Дмитриев[1,2]

[1]Институт географии РАН, Москва, Россия

[2]Институт Африки РАН, Москва, Россия

e-mail: dmitrievrv@yandex.ru

Поступила в редакцию 29.03.2018 г.; после доработки 20.07.2018 г.; принята в печать 21.09.2018 г.

Одно из положений теории центральных мест – условие постоянства доли центрального места в населении обслуживаемой им зоны (параметр k) для всех уровней кристаллеровской иерархии. Тем не менее, доказательств этого положения, лежащего в основе уравнения Бекманна – Парра, в библиографии по теории центральных мест нами найдено не было. Если принять это положение в качестве верного, то остается неясным, выполняется ли оно для всех или же только для строго определенных значений k. Нами установлено, что при постоянстве избранного варианта кристаллеровской иерархии K для всех уровней решетки уравнение Бекманна-Парра выполняется для любых значений k. Обнаружено, что, в тоже время, диапазон k-значений для идеальной решетки Кристаллера ограничен сверху не асимптотой $k = 1$, а точным почти вдвое меньшим значением, равным $K-\sqrt{K^2-K}$. Поскольку последнее в численном выражении изменяется очень незначительно при коренной перестройке решетки от $K = 3$ до $K = 7$, можно утверждать, что нами установлен новый нестрогий инвариант в теории центральных мест – максимальное значение параметра k.

Ключевые слова: теория центральных мест, уравнение Бекманна-Парра, параметр k, максимальное значение, нестрогий инвариант.

DOI: 10.31857/S2587-556620191128-135

Постановка проблемы. Вышедший в свет на немецком языке в 1933 г. и переведенный на английский треть века спустя[1] фундаментальный труд-диссертация В. Кристаллера “Центральные места в Южной Германии...” (“Die Zentralen Orte in Süddeutschland...”) заложил основу нового направления географических исследований. Речь идет о теоретической географии в ее понимании В. Бунге, которая потенциально “... могла бы вовсе и не быть питомицей Кристаллера с его теорией центральных мест” (цит. по [12, с. 141]).

Представляя собой априорную модель – одновременно в известной степени статическую, но в то же время и отражающую, по А.Д. Арманду, “роль процессов самоорганизации в становлении социальных географических систем” [1, с. 197], теория центральных мест позволяет дедуктивно проследить и объяснить процесс формирования иерархической структуры в системах городского расселения.

Весьма элегантная в своих построениях, одна из наиболее “географичных из всех общественно-географических” – теория центральных мест послужила отправной точкой для многих научных изысканий. Подавляющая их часть может быть объединена в следующие группы, четко разграничить которые достаточно трудно:

1) работы, носящие в основном “прикладной” характер и посвященные выявлению соответствия между теоретически предсказанным и реально существующим состоянием различных систем центральных мест (см., например, [13, 15]);

2) направленные на установление определенной “преемственности” между положениями теории центральных мест и иных географических (или, вернее, математико-географических) конструктов: правила “ранг–размер” [3, 17], гравитационных моделей [7, 21] и др. (например, [6]);

3) междисциплинарные исследования – преимущественно на стыке географии (теория цен-

[1] Справедливости ради отметим, что идеи В. Кристаллера были введены в “англоязычный научный оборот” раньше – еще в 1941 г. благодаря работе Э. Ульмана [26].

тральных мест) и отраслевой экономики (экономико-математические модели) [22, 25, 27].

Существенно меньшее число работ посвящено изучению теории центральных мест как таковой – выявлению ее ограничений и ограничителей, доказательству основных постулатов, распространению их "действия" на как можно большее число вариантов систем центральных мест. Среди результатов подобного рода исследований можно отметить модель возникновения иерархии центральных мест Б. Берри и В. Гаррисона [18], вероятностную модель их размещения М. Дейси [20], динамическую модель суперпозиции центральных мест М. Сониса [24], релятивистскую теорию В.А. Шупера [10], концепцию размытых центральных мест П.П. Эма [14] и др. При этом можно с полной уверенностью констатировать, что теория центральных мест даже спустя 85 лет после ее официального появления на свет [19] отнюдь себя не исчерпала, а новые исследования в этой области способны вдохнуть в нее вторую жизнь.

Мы, надеясь на снисходительность коллег, возьмем на себя смелость отнести наше исследование именно к этой группе, хотя "охват" его в идейном выражении вряд ли шире гипотезы. Если считать теорию центральных мест одним из вариантов объяснения организации пространства наряду с Евклидовой (и любой другой) геометрией – пусть и несравнимо менее проработанным и законченным, то в каждом из них можно выделить ряд аксиом и неопределяемых понятий – своего рода фундаментальных "правил игры", не требующих доказательств условий существования дальнейших построений. Примечательно, что и в Евклидовой геометрии, и в теории центральных мест таких аксиом (вернее, групп аксиом) – в трактовках Д. Гильберта и В.А. Шупера – насчитывается пять, причем можно говорить о, в определенном смысле, их соответствии друг другу (табл.).

Аксиомы геометрии и теории центральных мест

Аксиомы геометрии (по Д. Гильберту)	Аксиомы теории центральных мест (по В.А. Шуперу)
Аксиомы принадлежности	Аксиома об изотропности пространства
Аксиомы порядка	Аксиома о "рациональном" поведении потребителя
Аксиомы конгруэнтности	Аксиомы о максимальной компактности зон
Аксиома о параллельных прямых (или равносильные ей)	Аксиома о полиморфизме систем центральных мест
Аксиомы непрерывности	Аксиома о бесконечности пространства

Источники: [5, 11].

Стоит отметить, что В.А. Шупером в [11] было выделено не пять, а шесть постулатов (в нашей терминологии – аксиом) теории центральных мест: к упомянутым выше было добавлено предположение о **постоянстве доли центрального места в населении обслуживаемой им зоны для всех уровней кристаллеровской иерархии**. Мы же не относим его к категории аксиоматических по той причине, что оно, в отличие от остальных, не задает изначальные характеристики априорной модели (т.е., по Д. Харвею, "формализованного отображения образа структуры реального мира" [8, с. 50]), а представляет собой их следствие. В этой связи, на наш взгляд, его необходимо отнести скорее к категории теорем теории центральных мест, вытекающих из ее аксиом в той же степени, в какой из аксиом Евклидовой геометрии (по Д. Гильберту) вытекают, к примеру, теорема косинусов или теорема Фалеса.

Именно в доказательстве *"константной теоремы"* о постоянстве доли центрального места и заключается суть представленного исследования. Также предстоит установить, справедлива ли она для всех значений указанного параметра либо лишь для вполне определенных, однако принадлежащих интервалу (0; 1)[2].

Методика исследования. Одной из первых работ, в которых была установлена связь между численностью населения центральных мест смежных уровней иерархии и обслуживаемых ими зон, стала опубликованная шестьдесят лет назад статья Мартина Бекманна [16]. В количественном отношении данная связь выражается следующим уравнением (несколько измененном нами без искажения замысла автора):

$$P_n = p_n + S \times P_{n+1}, \quad (1)$$

где p_n – численность населения центрального места уровня иерархии n, P_n – общая численность населения зоны уровня, включая p_n, P_{n+1} – то же для следующего, нижележащего

[2] Поскольку речь идет о системе центральных мест, использование открытого интервала очевидно. В противном случае центральных мест могло не быть вообще (интервал с включенным "0") либо же оно оказалось единственным (интервал с включенной "1").

уровня $n + 1$ (нумерация уровней иерархии производится сверху), S – число центральных мест уровня иерархии $n + 1$, подчиненных одному центральному месту уровня n, при этом, очевидно, $S = K - 1$, где K – избранный вариант кристаллеровской иерархии.

Очевидно, что при использовании уравнения (1) вне поля зрения исследователя остается дополняющий район (а, следовательно, и численность его населения) уровня иерархии $n+1$, непосредственно примыкающий к центральному месту уровня n. Данное недоразумение было замечено и устранено профессором университета Пенсильвании Джоном Парром [23] спустя десятилетие после выхода статьи М. Бекманна. В результате уравнение (1) приобрело следующий вид:

$$P_n = p_n + S \times P_{n+1} + r_{n+1}, \tag{2}$$

где $r_{n+1} = P_{n+1} - p_{n+1}$ население зоны, обслуживаемой центральным местом уровня $n+1$.

Помимо указанных, в [16] в расчеты был введен еще один показатель – k как доля центрального места в населении обслуживаемой им зоны. При этом, очевидно, для уровня иерархии x справедливо равенство:

$$k_x = p_x \,/\, P_x. \tag{3}$$

Несколько преобразуем (2), заменив S более характерным для теории центральных мест показателем K. В этом случае уравнение, очевидно, примет следующий вид:

$$\begin{aligned} P_n &= p_n + S \times P_{n+1} + r_{n+1} = \\ &= p_n + S \times P_{n+1} + P_{n+1} - p_{n+1} = \\ &= p_n + P_{n+1} \times (S+1) - p_{n+1} = \\ &= p_n + P_{n+1} \times K - p_{n+1}. \end{aligned} \tag{4}$$

Далее приведем (3) к виду $P_x = p_x \,/\, k_x$, имея в виду под x смежные уровни иерархии n и $n+1$. Тогда, подставляя соответствующие значения P_x в (4), получим:

$$\begin{aligned} &\frac{p_n}{k_n} = p_n + \frac{p_{n+1}}{k_{n+1}} \times K - p_{n+1} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{p_n}{k_n} - p_n = \frac{p_{n+1}}{k_{n+1}} \times K - p_{n+1} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow p_n \times \left(\frac{1}{k_n} - 1\right) = p_{n+1} \times \left(\frac{K}{k_{n+1}} - 1\right) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow p_n \times \left(\frac{1-k_n}{k_n}\right) = p_{n+1} \times \left(\frac{K-k_{n+1}}{k_{n+1}}\right) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{p_n}{p_{n+1}} = \frac{k_n \times (K-k_{n+1})}{k_{n+1} \times (1-k_n)}. \end{aligned} \tag{5}$$

Результаты исследования и их обсуждение. Отметим, что схожее уравнение было получено в работе [11]. Тем не менее, оно отличается от полученного нами (5) одной существенной деталью – показателем степени при k_{n+1} в знаменателе правой части, равным 2. Как представляется, данная неточность является не более чем типографской опечаткой, которая, тем не менее, сказалась на приводимых там же [11, с. 76] расчетах. Поясним это на конкретном примере.

Будем считать, что исходная “константная теорема” справедлива, т.е. для любого значения x выполняется равенство $k_x = k_{x+a} = k$, где x и a принадлежат множеству натуральных чисел. В этом случае, очевидно, уравнение (5) приводится к виду

$$\frac{p_n}{p_{n+1}} = \frac{K-k}{1-k}. \tag{6}$$

Полученное уравнение было названо В.А. Шупером уравнением Бекманна-Парра. В то же время, если показатель степени при k_{n+1} в знаменателе правой части (5) отличен от 1, то уравнение (5) никоим образом не сводится к уравнению (6) при принятии постулата о постоянстве k_x.

Необходимо отметить также, что левая часть (5) должна быть как минимум больше 1. В этом случае правая часть (5) приводится к виду

$$k_n \times K > k_{n+1} \Leftrightarrow K > \frac{k_{n+1}}{k_n}. \tag{7}$$

Иными словами, строгое неравенство (7) является необходимым условием выполнения (5), а, следовательно, и (2). Более того, соотношения показателей k_x для смежных уровней иерархии, отличные от (7), невозможны в идеальной кристаллеровской решетке в принципе. При этом очевидно, что выдвинутый постулат о постоянстве значения показателя k не противоречит (7).

Итак, приняв постулат о постоянстве k, мы неизменно приходим к следующему уравнению, непосредственно вытекающему из (3):

$$\frac{p_n}{P_n} = \frac{p_{n+1}}{P_{n+1}}. \tag{8}$$

После приведения (4) к виду $p_n = P_n - K \times \times P_{n+1} + p_{n+1}$ и подстановки соответствующего значения p_n в (8), получим:

$$\frac{P_n - K \times P_{n+1} + p_{n+1}}{P_n} = \frac{p_{n+1}}{P_{n+1}}.$$

Данное уравнение сводится к следующему:

$$\begin{aligned} &P_n \times P_{n+1} - K \times P_{n+1}^2 + P_{n+1} \times p_{n+1} - \\ &- P_n \times p_{n+1} = 0 \Leftrightarrow K \times P_{n+1}^2 - P_{n+1} \times \\ &\times (P_n + p_{n+1}) + P_n \times p_{n+1} = 0. \end{aligned} \tag{9}$$

Найдем корни полученного квадратного относительно P_{n+1} уравнения:

$$P_{n+1}=\frac{P_n+p_{n+1}\pm\sqrt{P_n^2+2\times P_n\times p_{n+1}+p_{n+1}^2-4\times K\times P_n\times p_{n+1}}}{2\times K}.$$

Очевидно, что (9) имеет решение (т.е. справедливо предположение о постоянстве k) лишь при выполнении следующего условия:

$$\begin{gathered}P_n^2+2\times P_n\times p_{n+1}+p_{n+1}^2-4\times K\times P_n\times\\ \times p_{n+1}\geqslant 0\Leftrightarrow p_{n+1}^2+p_{n+1}\times\\ \times\left(2\times P_n-4\times K\times P_n\right)+P_n^2\geqslant 0.\end{gathered}\tag{10}$$

Введем обозначение

$$D=\left(2\times P_n-4\times K\times P_n\right)^2-4\times P_n^2.$$

Произведя некоторые преобразования, получаем: $D=4\times P_n^2\times\left(1-2\times K\right)^2-4\times P_n^2$. Поскольку в квадратном относительно p_{n+1} неравенстве (10) коэффициент при слагаемом p_{n+1}^2 равен 1, а $D>0$, то множеством его решений является:

$$\begin{gathered}p_{n+1}\in\left(-\infty;\,P_n\times\left(2\times K-1-\sqrt{\left(1-2\times K\right)^2-1}\right)\right]\cup\\ \cup\left[P_n\times\left(2\times K-1+\sqrt{\left(1-2\times K\right)^2-1}\right);+\infty\right).\end{gathered}$$

Иными словами, для выполнения (10) должна быть справедлива следующая система неравенств:

$$\begin{cases}p_{n+1}\leqslant P_n\times\left(2\times K-1-\sqrt{\left(1-2\times K\right)^2-1}\right) & (11)\\ p_{n+1}\geqslant P_n\times\left(2\times K-1+\sqrt{\left(1-2\times K\right)^2-1}\right). & (12)\end{cases}$$

Выясним справедливость каждого из них. Очевидно, (12) может выполняться для системы центральных мест лишь при выполнении как минимум следующего условия:

$$2\times K-1+\sqrt{\left(1-2\times K\right)^2-1}\leqslant 1.\tag{13}$$

В противном случае оказывается, что $p_{n+1}>P_n\times c$ (где $c>1$), то есть численность населения центрального места уровня $n+1$ превышает суммарную численность населения вышележащего уровня n, что невозможно. После некоторых преобразований получаем следующее неравенство, равносильное исходному (13):

$$\sqrt{\left(1-2\times K\right)^2-1}\leqslant 2\times\left(1-K\right).$$

Последнее, очевидно, не выполняется никогда, поскольку для любого $K>1$ положительная левая часть неравенства оказывается меньше отрицательной правой.

Таким образом, значения p_{n+1}, удовлетворяющие (12), не обеспечивают выполнения (10). В этом случае положение о постоянстве значений для всех уровней иерархии может оказаться справедливым лишь при выполнении (11).

Из (3) очевидно, что $P_n = p_n/k$. Подставляя соответствующее значение P_n в (11), получаем:

$$p_{n+1}\leqslant\frac{p_n}{k}\times\left(2\times K-1-\sqrt{\left(1-2\times K\right)^2-1}\right).\tag{14}$$

После некоторых преобразований (14) сводится к виду:

$$k\times\frac{p_{n+1}}{p_n}\leqslant 2\times K-1-\sqrt{\left(1-2\times K\right)^2-1}.\tag{15}$$

Напомним, что в указанных выше расчетах мы принимали положение о постоянстве значения как истинное. В этом случае справедливо уравнение Бекманна-Парра. Подставляя из (6) соответствующее значение отношения p_n/p_{n+1} в (15), мы приходим к следующему неравенству:

$$\begin{gathered}k\times\frac{1-k}{K-k}\leqslant 2\times K-1-\sqrt{\left(1-2\times K\right)^2-1}\Leftrightarrow\\ \Leftrightarrow\frac{k-k^2}{K-k}\leqslant 2\times K-1-\sqrt{\left(2\times K-1\right)^2-1}.\end{gathered}\tag{16}$$

Для удобства выяснения справедливости (16) введем обозначение $2\times K-1=t$. Таким образом, (16) примет вид:

$$\begin{gathered}k-k^2\leqslant\left(\frac{t+1}{2}-k\right)\times\left(t-\sqrt{t^2-1}\right)\Leftrightarrow\\ \Leftrightarrow k-k^2\leqslant\left(\frac{t+1}{2}\right)\times\left(t-\sqrt{t^2-1}\right)-\\ -k\times\left(t-\sqrt{t^2-1}\right)\Leftrightarrow\\ \Leftrightarrow k^2+k\times\left(\sqrt{t^2-1}-\left(t+1\right)\right)+\\ +\left(\frac{t+1}{2}\right)\times\left(t-\sqrt{t^2-1}\right)\geqslant 0.\end{gathered}\tag{17}$$

Чтобы выяснить, при каких значениях k выполняется (17), введем обозначение:

$$D_1=\left(\sqrt{t^2-1}-\left(t+1\right)\right)^2-4\times\left(\frac{t+1}{2}\right)\times\left(t-\sqrt{t^2-1}\right).$$

Произведя некоторые преобразования, получаем:

$$D_1=t^2-1+t^2+2\times t+1-2\times t\times\left(t+1\right)=0.$$

Учитывая это обстоятельство, а также то, что коэффициент при k^2 в (17) равен 1, имеем справедливость (17) при $k\in(-\infty;+\infty)$.

Таким образом, нам удалось установить "арифметическую" справедливость (16), а следовательно (11), и, в конечном счете, (6). Учитывая фактические значения содержащихся в указанных уравнениях параметров, имеем справедливость "константной теоремы" теории центральных мест о постоянстве доли центрального места в населении обслуживаемой им зоны для всех уровней кристаллеровской иерархии при любом значении k, принадлежащем интервалу (0; 1).

Иными словами, *нам удалось доказать, что уравнение Бекманна-Парра есть непосредственное "следствие" аксиом теории центральных мест*, то есть что (6) всегда непосредственно вытекает из (5). Однако далее возникает вопрос – пожалуй, не менее важный, чем заявленный в названии статьи: может ли сам параметр k принимать все значения из указанного выше интервала, т.е. столь ли "протяжен" последний – от 0 до 1, исключая концы – в теории центральных мест?

Для ответа на него выясним, при каких значениях k (17) превращается из квадратного неравенства в уравнение. Единственный корень последнего, учитывая, что D_1=0, равен $\frac{t+1-\sqrt{t^2-1}}{2}$. Переходя от t к исходным обозначениям и проведя некоторые преобразования, получаем, что

$$k = K - \sqrt{K^2 - K}. \qquad (18)$$

Именно при этом значении k (17) обращается в 0, в то время как при всех иных – как было показано выше – представляет собой верное неравенство.

Однако важно другое: именно при этом значении k в равенство обращается (11), то есть p_{n+1} *принимает максимальное значение*. Несколько преобразуем (11), приведя его к виду:

$$P_n \geqslant \frac{p_{n+1}}{2\times K-1-\sqrt{(1-2\times K)^2-1}}.$$

Очевидно, что при том же (18) P_n, *наоборот, минимальна*. Учитывая постоянство параметра k для всех уровней кристаллеровской иерархии, получаем, что в случае (18) минимальные и максимальные значения характерны для каждого из элементов соответствующих множеств $\{P_1, P_2, P_3, \ldots\}$ и $\{p_1, p_2, p_3, \ldots\}$. Зная, что каждому элементу первого из них соответствует элемент с таким же порядковым номером из второго, а также учитывая (3), получаем, что *в теории центральных мест k достигает максимума* при максимуме же p_n и минимуме P_n, то есть в *значении* $K - \sqrt{K^2 - K}$.

Если иметь в виду классическую теорию центральных мест, то установленное *максимальное значение k* в численном выражении практически не зависит (т.е. *является нестрогим инвариантом*, когда "... изменение соответствующей величины не превышает допуска на ее номинальное значение" [2, с. 22]) от изменения значения K. Так, в процессе выявленной А.А. Важениным "... эволюции систем центральных мест в направлении ... к модификации K=7 по мере роста уровня урбанизации" [4, с. 196] k_{max} принимает значения – округленно – от 0.551 при K=3 до 0.519 при K=7, т.е. коридор колебаний значений составляет менее 1/30 долей единицы.

Достаточно интересным представляется и тот факт, что с ростом числа центральных мест уровня $n+1$, подчиненных одному центральному месту уровня n, доля последнего в населении обслуживаемой им зоны снижается. Даже *при гипотетически неограниченном количестве центральных мест на уровне $n+1$ численность населения центрального места уровня n никогда не превысит 50% численности населения "его" зоны*[3]. В этой связи по-настоящему пророческими можно считать слова В.А. Шупера о том, что "системы расселения, для которых k > 0.5, встречаются весьма редко" [11, с. 76].

Заключение. Доказанную "константную теорему" и установленный инвариант можно считать почти исключительно теоретическими конструктами, поскольку вряд ли будет удачной попытка установления их соответствия реальной действительности – ровно в той же степени, в какой ей не соответствуют сами аксиомы теории центральных мест. Несмотря на то, что ни в одной из известных нам работ – упомянутых или не упомянутых в списке литературы к настоящей статье – нами не выявлено отклонение от них[4], мы считаем, что "прикладные" исследования (см. выше) в части поиска на местности идеальных гексагональных ячеек или "рациональных" потребителей – занятие не только бессмысленное, но даже вредное. Действительность от этого не станет лучше, а теория – пусть и несовершенная – рискует потерять: можно говорить об определенной самодостаточности теории в том смысле, что несоответствие реальной действительности – не вина первой, а, скорее, беда второй. Ведь если мы попытаемся обнаружить в реальном мире "практическое" соответствие, к примеру, теореме Пифагора, то, скорее всего, потерпим неудачу, поскольку идеальных естественных прямоугольных треугольников

[3] В этом легко убедиться, найдя предел (18) при устремлении K к бесконечности – здесь мы не приводим соответствующих расчетов вследствие их громоздкости.

[4] По крайней мере – от инварианта: доля центрального места в населении обслуживаемой им зоны в реально наблюдаемых другими авторами системах центральных мест всегда была меньше установленного максимума.

не существует – однако от этого сама теорема в частности и Евклидова геометрия в целом не перестанут быть прекрасной моделью реального мира и вряд ли потеряют хотя бы частицу своего “авторитета”. Такие в существенно меньшей степени фундаментальные образования как теория центральных мест могут потерять гораздо больше, в связи с чем актуальным представляется не только “сбережение” ее как одной из немногих в общественной географии, но и усиление самого ее фундамента.

Подчеркнем, что полученное доказательство и выявленный нестрогий инвариант справедливы лишь для классической (“кристаллеровской”) теории центральных мест с “фиксированными K-оценками” [9, с. 420] и *при этом* равными для всех уровней иерархии значениями k. В то же время в качестве будущей задачи важным нам представляется определение того, может ли оставаться постоянным параметр k для смежных (но не-крайних) уровней в гибридных – т.е. с непостоянным значением K – системах центральных мест. На наш взгляд, только лишь в случае утвердительного ответа на этот вопрос можно говорить о том, что именно параметр k “... переводит аппарат классической теории в аппарат релятивистской” [11, с. 100], т.е., в конечном счете – о справедливости предложенного В.А. Шупером релятивистского способа определения численности населения различных уровней иерархии.

Однако, по нашему мнению, нуждается в пересмотре и сам подход к “релятивизации” теории центральных мест. В [11] она проведена по “концам” потенциально возможного интервала значений k – по “0” и “1”, т.е. фактически дискретно. В то же время, во-первых, как нами было установлено, верхний предел значений k в классической теории центральных мест почти вдвое меньше 1. Во-вторых, и этот момент представляется нам гораздо более важным, релятивизация предполагает континуальность в том смысле, что уравнения релятивистской теории должны переходить в соответствующие уравнения классической теории на всем интервале значений “релятивизирующего” параметра, т.е. в нашем случае – k. Пока же гораздо более “универсальным” уравнение Бекманна-Парра предстает в его классическом виде по сравнению с таковым в рамках релятивистской теории центральных мест.

Финансирование. Статья подготовлена по материалам исследований по темам ГЗ Института географии РАН № 0148-2019-0008 и Института Африки РАН № 0192-2019-0021. Методика исследования разработана в рамках темы ГЗ № 0192-2019-0021; расчеты выполнены в рамках темы ГЗ № 0148-2019-0008.

Funding. The study was carried out in the framework of Scientific Research Plan of the Institute of Geography of the Russian Academy of Sciences, Institute for African Studies of the Russian Academy of Sciences.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Арманд А.Д.* Самоорганизация и саморегулирование географических систем / отв. ред. В.О. Таргульян. М.: Наука, 1988. 264 с.
2. *Богданов В.С., Богданов С.В.* Инварианты и тензорные инварианты сетей // Изв. Волгоградского гос. тех. ун-та. 2013. Т. 18. № 22 (125). С. 21–25.
3. *Важенин А.А.* Инварианты развития урбанизационных процессов и иерархия систем населения // География мирового развития. Вып. 1 / под ред. Л.М. Синцерова. М.: Институт географии РАН, 2009. С. 220–232.
4. *Важенин А.А.* Предзаданность направлений развития расселенческих процессов в самоорганизующихся системах // География мирового развития. Вып. 2 / под ред. Л.М. Синцерова. М.: Товарищество научных изданий КМК, 2010. С. 195–206.
5. *Гильберт Д.* Основания геометрии / под ред. А.В. Васильева. Л.: “Сеятель”, 1923. 152 с.
6. *Горохов С.А., Дмитриев Р.В.* Парадоксы урбанизации современной Индии // География в школе. 2009. № 2. С. 17–23; № 3. С. 24–29.
7. *Дмитриев Р.В.* Использование гравитационных моделей для пространственного анализа систем расселения // Народонаселение. 2012. № 2. С. 41–47.
8. *Харвей Д.* Научное объяснение в географии / пред. и ред. Е.П. Никитина. М.: Изд. “Прогресс”, 1974. 504 с.
9. *Хаггет П.* География: синтез современных знаний / ред. В.М. Гохмана, Г.М. Игнатьева, Л.Р. Серебрянного. М.: Изд. “Прогресс”, 1979. 688 с.
10. *Шупер В.А.* Релятивистская теория центральных мест и расселение в постиндустриальную эпоху // География мирового развития. Вып. 2 / под ред. Л.М. Синцерова. М.: Товарищество научных изданий КМК, 2010. С. 177–194.
11. *Шупер В.А.* Самоорганизация городского расселения. М.: Российский открытый университет, 1995. 168 с.
12. *Шупер В.А.* Эпоха и ее творец (к 90-летию Ю.В. Медведкова) // Изв. РАН. Сер. геогр. 2018. № 1. С. 139–146.
13. *Шупер В.А., Эм П.П.* Расширение Москвы: альтернатива с точки зрения теории центральных мест // Региональные исследования. 2012. № 4 (38). С. 97–107.
14. *Эм П.П.* Размытость или релятивизм: сравнение подходов теории центральных мест (на примере Республики Корея) // География мирового развития. Вып. 3 / под ред. Л.М. Синцерова. М.: Товарищество научных изданий КМК, 2016. С. 267–283.
15. *Abu-Hijleh Y.M.* Central Place Model: a Case Study on Southwest Iowa: a Thesis Submitted to

the Graduate Faculty in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Master of Science. Ames, 1989. 66 p.

16. *Beckmann M.J.* City Hierarchies and the Distribution of City Size // Economic Development and Cultural Change. 1958. V. 6. № 3. P. 243–248.
17. *Beguin H., Peeters D.* Urbanization in Some Hierarchical Urban Models // Regional Science and Urban Economics. 1981. № 11. P. 19–37.
18. *Berry B.J.L., Garrison W.* Recent Developments of Central Place Theory // Regional Science Association, Papers and Proceedings. 1958. V. 4. P. 107–120.
19. *Christaller W.* Central Places in Southern Germany. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, Inc., 1966. 230 p.
20. *Dacey M.F.*A Probability Model for Central Place Location // Annals of the Association of American Geographers. 1966. V. 56. № 3. P. 550–568.
21. *Dennis C., Marsland D., Cockett T.* Central Place Practice: Shopping Centre Attractiveness Measures, Hinterland Boundaries and the UK Retail Hierarchy // J. of Retailing and Consumer Serv. 2002. № 9. P. 185–199.
22. *Fujita M., Krugman P., Mori T.* On the Evolution of Hierarchical Urban Systems // European Economic Review. 1999. № 43. P. 209–251.
23. *Parr J.B.* City Hierarchies and the Distribution of City Size: a Reconsideration of Beckmann's Contribution // J. of Reg. Sci. 1969. V. 9. № 2. P. 239–253.
24. *Sonis M.* Central Place Theory after Christaller and Lösch: Some further explorations. Presentation at 45th Congress of the Regional Science Association, 23–27 August 2005. Amsterdam: Vrije Universiteit Amsterdam, 2005. 30 p.
25. *Tabuchi T., Thisse J.-F.* A new economic geography model of central places // J. of Urban Economics. 2011. № 69. P 240–252.
26. *Ullman E.L.* A theory of location for cities // American J. of Sociology. 1941. V. 46. № 6. P. 853–864.
27. *Wang F.* Modeling a Central Place System With Interurban Transport Costs and Complex Rural Hinterlands // Reg. Sci. and Urban Economics. 1999. № 29. P. 381–409.

REFERENCES

1. Armand A.D. *Samoorganizatsiya i samoregulirovanie geograficheskikh system* [Self-Organization and Self-Regulation in Geographic Systems], Targul'yan V.O., Ed. Moscow: Nauka Publ., 1988. 264 p.
2. Bogdanov V.S., Bogdanov S.V. Net invariants and tensor invariants. *Izv. Volgogradskogo Gos. Tekhn. Univ.*, 2013, vol. 18, no. 22 (125), pp. 21–25. (In Russ.).
3. Vazhenin A.A. Invariants of the urbanization processes and hierarchy of population systems. In *Geografiya mirovogo razvitiya* [Geography of World Development], vol. 1, Sintserov L.M., Ed. Moscow: Inst. Geogr. RAN, 2009, pp. 220–232. (In Russ.).
4. Vazhenin A.A. The causality directions of settlement processes in self-organizing systems. In *Geografiya mirovogo razvitiya* [Geography of World Development], vol. 2, Sintserov L.M., Ed. Moscow: Tov-vo Nauchn. Izdanii KMK Publ. 2010, pp. 195–206. (In Russ.).
5. Hilbert D. *Osnovaniya geometrii* [The Foundations of Geometry], Vasil'ev A.V., Ed. Leningrad: Seyatel' Publ., 1923. 152 p.
6. Gorokhov S.A., Dmitriev R.V. The paradoxes of urbanization in modern India. *Geografiya v Shkole*, 2009, no. 2, pp. 17–23; no. 3, pp. 24–29. (In Russ.).
7. Dmitriev R.V. Application of gravity models to spatial analysis of settlement systems. *Narodonaselenie*, 2012, no. 2, pp. 41–47. (In Russ.).
8. Harvey D. *Explanation in Geography*. London: Edward Arnold, 1969. 521 p.
9. Haggett P. *Geography: A Modern Synthesis*. London: Harper and Row, 1972. 483 p.
10. Shuper V.A. Central places relativistic theory and settlement in the post-industrial era. In *Geografiya mirovogo razvitiya* [Geography of World Development], vol. 2, Sintserov L.M., Ed. Moscow: Tov-vo Nauchn. Izdanii KMK Publ., 2010, pp. 177–194. (In Russ.).
11. Shuper V.A. *Samoorganizatsiya gorodskogo rasseleniya* [Self-organization of Urban Settlement]. Moscow: Rossiiskii Otkrytyi Univ., 1995. 168 p.
12. Shuper V.A. The epoch and its creator: the 90th anniversary of Yu.V. Medvedkov. *Izv. Ross. Akad. Nauk, Ser. Geogr.*, 2018, no. 1, pp. 139–146. (In Russ.).
13. Shuper V.A., Em P.P. Expansion of Moscow city: an alternative from the central place theory point of view. *Regional'nye Issledovaniya*, 2012, no. 4 (38), pp. 97–107. (In Russ.).
14. Em P.P. Fuzziness and relativity: the comparison of central place theory approaches (in case of the Republic of Korea). In *Geografiya mirovogo razvitiya*. [Geography of World Development], vol. 3, Sintserov L.M., Ed. Moscow: Tov-vo Nauchn. Izdanii KMK Publ., 2016, pp. 267–283. (In Russ.).
15. Abu-Hijleh Y.M. Central place model: a case study on southwest Iowa. Master of Science Thesis. Ames, 1989. 66 p.
16. Beckmann M.J. City hierarchies and the distribution of city size. *Econ. Dev. Cult. Change*, 1958, vol. 6, no. 3, pp. 243–248.
17. Beguin H., Peeters D. Urbanization in some hierarchical urban models. *Reg. Sci. Urban Econ.*, 1981, no. 11, pp. 19–37.
18. Berry B.J.L., Garrison W. Recent developments of central place theory. *Reg. Sci. Assoc., Pap. Proc.*, 1958, vol. 4, pp. 107–120.
19. Christaller W. *Central Places in Southern Germany*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1966. 230 p.
20. Dacey M.F. A probability model for central place location. *Ann. Assoc. Am. Geogr.*, 1966, vol. 56, no. 3, pp. 550–568.
21. Dennis C., Marsland D., and Cockett T. Central place practice: shopping centre attractiveness measures,

hinterland boundaries and the UK retail hierarchy. *Journal of Retailing and Consumer Servic.*, 2002, no. 9, pp. 185–199.

22. Fujita M., Krugman P., and Mori T. On the evolution of hierarchical urban systems. *Eur. Econ. Rev.*, 1999, no. 43, pp. 209–251.
23. Parr J.B. City hierarchies and the distribution of city size: a reconsideration of Beckmann's contribution. *J. Reg. Sci.*, 1969, vol. 9, no. 2, pp. 239–253.
24. Sonis M. *Central Place Theory after Christaller and Lösch: Some further exploration.* Presentation at 45th Congress of the Regional Science Association, 23–27 August 2005. Amsterdam: Vrije Univ. Amsterdam, 2005. 30 p.
25. Tabuchi T., Thisse J-F. A new economic geography model of central places. *J. Urban Econ.*, 2011, no. 69, pp. 240–252.
26. Ullman E.L. A theory of location for cities. *Am. J. Sociol.*, 1941, vol. 46, no. 6, pp. 853–864.
27. Wang F. Modeling a central place system with interurban transport costs and complex rural hinterlands. *Reg. Sci. Urban Econ.*, 1999, no. 29, pp. 381–409.

Is the Share of a Central Place in the Population of the Area, Served by This Central Place, a Constant for All Levels of the Christaller's Hierarchy?

R. V. Dmitriev

Institute of Geography, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

Institute for African Studies, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

e-mail: dmitrievrv@yandex.ru

Received March 29, 2018; revised July 20, 2018; accepted September 21, 2018

One of the conditions of the central place theory is the assumption of a constant k parameter – a share of a central place in the population of the area served by this central place – for all levels of the Christaller's hierarchy. Nevertheless, we did not find a rigorous proof of this assertion (underlying the Beckmann-Parr equation) in the bibliography on the central place theory. If this condition is assumed true, it also remains unclear – whether for all or only for strictly defined k-values. We have established that if the chosen K-value of the Christaller's hierarchy is constant at every lattice level, the Beckmann-Parr equation holds for all meaningful values of k. At the same time we found that the range of k-values for an ideal Christaller's lattice is bounded above by not an asymptote at $k = 1$, but an exact almost twice smaller value equal to $K-\sqrt{K^2-K}$. Since the latter changes very slightly during a radical rearrangement of the lattice from $K = 3$ to $K = 7$, we can state that we have discovered the new nonstrict invariant in the central place theory – the maximum value of k.

Keywords: central place theory, Beckmann-Parr equation, k-parameter, maximum value, nonstrict invariant.