

УДК 629.7:629.018

Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-1-44-63

Для цитирования: Астахов С. А., Бирюков В. И., Катаев А. В. Экспериментальное определение проводимости вибраций элементами конструкции ракетной каретки при высокоскоростных трековых испытаниях авиационной техники // Сибирский аэрокосмический журнал. 2023. Т. 24, № 1. С. 44–63. Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-1-44-63.

For citation: Astakhov S. A., Biryukov V. I., Kataev A. V. [Experimental determination of vibration conductivity by rocket sled structural elements in high-speed track tests of aircraft equipment]. *Siberian Aerospace Journal*. 2023, Vol. 24, No. 1, P. 44–63. Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-1-44-63.

Экспериментальное определение проводимости вибраций элементами конструкции ракетной каретки при высокоскоростных трековых испытаниях авиационной техники

С. А. Астахов¹, В. И. Бирюков^{1, 2}, А. В. Катаев^{1, 2*}

¹Федеральное казенное предприятие «Государственный казенный научно-испытательный полигон авиационных систем имени Л. К. Сафронова»

Российская Федерация, 140250, Московская обл., г.о. Воскресенск, г. Белоозерский

²Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)

Российская Федерация, 125993, г. Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, 4

*E-mail: a-kataev@mail.ru

Разработка новых летательных аппаратов баллистического типа характеризуется в первую очередь более совершенными аэродинамическими характеристиками и более высокими предельными значениями скорости. Наземные трековые испытания авиационной и ракетной техники являются этапом, задачей которого является подтверждение работоспособности и эффективности новых разработок. Трековые испытания позволяют моделировать реальные нагрузки, они проще и существенно дешевле летных испытаний. Экспериментальная установка «Ракетный рельсовый трек 3500» Федерального казенного предприятия «ГкНИПАС имени Л. К. Сафронова» постоянно модернизируется с целью проведения трековых испытаний изделий со скоростью большей 3М. Экспериментальная установка включает в себя двухрельсовый путь, выполненный на специальном фундаменте, исключающем при массе до 3000 кг недопустимый прогиб рельса. Рельсовый путь имеет участок разгона с углом атаки длиной 2500 м и участок торможения. Между рельсами выполнен лоток, который на участке торможения заполняется водой. Он предназначен для гидродинамического торможения до полной остановки ракетной каретки с сохраняемым оборудованием. Подвижная ракетная трековая каретка изготовлена из массивной стальной пластины, к которой приварены три поперечные балки. Передняя и задняя балки заканчиваются осями, на которых шарнирно установлены опоры скольжения. На задней и средней балках выполнены ложементы для крепления ракетных двигателей твердого топлива. В зависимости от требуемой скорости испытания на ложементах могут быть размещены от одного до пяти двигателей. Объект испытания обычно крепится на передней и средней балках по оси каретки и закреплен консольно с выдвинутой вперед головной частью. Конструкция опор бабмаков выполнена с охватом головки рельса таким образом, что обеспечивает скользящий контакт по верхней плоскости головки рельса, а при возникновении подъемной силы, превышающей вес каретки при высоких скоростях, удерживает конструкцию от свободного полета, контактируя с нижней поверхностью головки рельса. Трековые высокоскоростные испытания объектов спецтехники всегда сопровождаются интенсивной вибрацией и ударными воздействиями элементов конструкции. Из-за стремления проведения трековых испытаний изделий с большей скоростью возникает необходимость снижения уровня динамических нагрузок и устранения резонансных взаимодействий.

В статье приведен алгоритм и методика статистической обработки случайных сигналов трехосевых датчиков виброускорений, установленных на башмаках ракетной трековой каретки и обтекатель объекта испытания. За счет размещения на каретке регистрационных накопителей информации были сохранены экспериментальные данные вибраций при испытании изделия со скоростью более 1М. Были определены автокорреляционные функции сигналов виброускорений датчиков, размещенных на различных элементах ракетной каретки, функции взаимной корреляции соответствующих сигналов, плотности спектров амплитуды, плотности спектров мощности и передаточные функции, характеризующие динамическую проводимость вибраций от башмаков, скользящих по рельсовым направляющим к объекту испытания.

Ключевые слова: наземные испытания, рельсовый трек, ракетная каретка, вибрация, плотность спектра мощности, корреляция, передаточные функции.

Experimental determination of vibration conductivity by rocket sled structural elements in high-speed track tests of aircraft equipment

S. A. Astakhov¹, V. I. Biryukov^{1,2}, A. V. Kataev^{1,2*}

¹Scientific Test Range of Aviation Systems named after L. K. Safronov
Beloozersky, Moscow region, Voskresensk, Beloozersky, 140250, Russian Federation

²Moscow Aviation Institute (National Research University)
4, Volokolamskoe highway, Moscow, 125993, Russian Federation

*E-mail: a-kataev@mail.ru

The development of new ballistic-type aircraft is characterized primarily by improved aerodynamic characteristics and higher speed limits. Ground track testing of aviation and rocket technology is a stage whose task is to confirm the efficiency and effectiveness of new developments. Track tests make it possible to simulate real loads, they are simpler and much cheaper than flight tests. Experimental installation "Rocket rail track 3500" of Scientific Test Range of Aviation Systems named after L. K. Safronov is constantly being upgraded in order to conduct track tests of products at a speed greater than 3M. The experimental setup includes a two-rail track, made on a special foundation, which excludes unacceptable rail deflection with a mass of up to 3000 kg. The rail track has an acceleration section with an angle of attack 2500 m long and a deceleration section. A tray filled with water is made on the braking section between the track rails. It is designed for hydrodynamic braking to a complete stop of the rocket sled with stored equipment. The movable rocket track sled is made of a massive steel plate to which three cross beams are welded. The front and rear beams end with axles on which sliding supports are pivotally mounted. On the rear and middle beams there are lodgements for fastening rocket engines of solid fuel. Depending on the required test speed, from one to five motors can be placed on the cradles. The test object is usually mounted on the front and middle beams along the axis of the sled and fixed in a cantilever, with the head part extended forward. The design of the supports – shoes is made to encircle the rail head in such a way that it provides sliding contact along the upper plane of the rail head, and in the event of a lifting force exceeding the weight of the sled at high speeds, it keeps the structure from free flight by contacting the lower surface of the rail head. Track high-speed tests of special equipment objects are always accompanied by intense vibration and shock effects of structural elements. Due to the desire to conduct track testing of products at a faster rate, it becomes necessary to reduce the level of dynamic loads and eliminate resonant interactions.

The article presents an algorithm and methodology for statistical processing of random signals of three-axis vibration acceleration sensors installed on the shoes of the rocket track sled and on the fairing of the test object. Due to the placement of registration data storage devices on the sled, experimental vibration data were stored when testing the product at a speed of more than 1M. The autocorrelation functions of the signals of vibration accelerations of sensors placed on various elements of the rocket sled, the functions of mutual correlation of the corresponding signals, the density of the amplitude spectra, the density of the

power spectra and the transfer functions that characterize the dynamic conductivity of vibrations from the shoes sliding along the rail guides to the test object were determined.

Keywords: ground tests, rail track, rocket sled, vibration, power spectrum density, correlation, transfer functions.

Введение

При ускоренном движении башмаки ракетной каретки испытывают ударные возмущения и вибрации из-за контакта со стыковыми зазорами рельсов, а также из-за геометрических неровностей поверхностей рельсов. Внешними возмущениями, воздействующими также на конструкцию каретки, являются вибрации, образованные пульсациями давления в камере сгорания двигателей, и акустический шум горения. Кроме того, источником вибраций является сугубо нестационарное аэродинамическое обтекание элементов конструкции каретки с объектом испытания встречным воздушным потоком. Существуют и другие источники возникновения вибраций. Экспериментальное и теоретическое изучение вибрационных и ударных воздействий на конструкцию трековой каретки с испытуемыми объектами в условиях существующего рельсового трека является актуальной и практически значимой задачей.

Любое изделие, обладающее массой и упругостью, нагруженное объемными силами и моментами, является динамической колебательной системой с бесконечно большим числом степеней свободы. Для анализа колебаний такой системы часто применяют метод Даламбера, при котором в дифференциальные уравнения, описывающие равновесие системы вместо объемных сил, применяют эквивалентные силы инерции. Таким образом, получаются дифференциальные уравнения свободных колебаний упругого тела. Решение этих уравнений представляют в виде произведения функций координат на функции времени, изменяющиеся по гармоническому закону [1–6]. В этом случае функции координат являются модами свободных колебаний, а временные зависимости описывают движение как главные координаты. Тогда собственные колебания динамической системы моделируются в виде суммы произведений различных форм собственных колебаний на главные координаты. Для исследования форм свободных колебаний формулируется краевая задача в виде системы дифференциальных уравнений с нулевыми правыми частями и однородными граничными условиями, где неизвестной является частота собственных колебаний системы. Конструкцию каретки представляем в виде связанной системы балок (пластин, стержней, труб и др.), обладающих жесткостью на изгиб и кручение. Делаем предположение, что деформации являются малыми, тогда применима теория изгиба и кручения балок в линейной постановке [1–5].

При анализе вибрационного нагружения изделий, размещенных на трековых каретках при наземных испытаниях, зачастую используются приближения, в которых сложная реальная система заменяется условной с сосредоточенными параметрами с эквивалентной массой и упругостью [5–10]. Конструктивными элементами ракетной каретки 33АВ-НО505 № 2, разработанной на предприятии, являются: рама трековой каретки с шарнирно установленными башмаками и узлами для размещения ракетных двигателей твердого топлива (РДТТ) и самого объекта испытания [11]. Составные части и сама ракетная каретка характеризуются массой (эквивалентная масса m), механической жесткостью (упругостью) k (Н/м), и резонансной частотой (ω_0 – круговые частоты собственных колебаний). Объект испытания размещается на каретке с вынесенной вперед и закрепленной консольно цилиндрической частью с обтекателем. Изображение конструкции ракетной трековой каретки приведено на рис. 1.

Колебательное движение любой составной части трековой каретки системы с одной степенью свободы обусловлено разницей внешней возбуждающей силы $P_0 \sin \omega t$ и суммы сил инерции, упругости и демпфирования, т. е.

$$\ddot{x} + 2\delta_0\omega_0\dot{x} + \omega_0^2x = \omega_0^2 \frac{P_0}{k} \sin \omega t, \quad (1)$$

здесь ω_0 – круговая частота собственных колебаний системы; δ_0 – параметр, пропорциональный коэффициенту демпфирования.



Рис. 1. Фотография трековой двухрельсовой каретки 33АВ-НО505 № 2 с башмаками для скольжения по рельсам и моделью объекта испытания. Связка из пяти РДТТ жестко закреплена в задней части каретки

Fig. 1. Photo of a track double-rail sled 33AB-NO505 No. 2 with slippers for sliding along the rails and a model of the test object. A bundle of five solid propellant rocket motors is rigidly fixed at the rear of the sled

Для свободных колебаний при отсутствии демпфирования и начальных условиях $\ddot{x}(0) = x(0) = 0; \dot{x}(0) = v$, реализуются синусоидальные колебания с собственной частотой и амплитудой вибрации $A = v / \omega_0$

$$x = (v / \omega_0) \sin \omega_0 t. \quad (2)$$

Для вынужденных колебаний решение уравнения (1) можно представить в виде суммы однородного и частного решений

$$x = (v / \omega_0) e^{-\delta_0 \omega_0 t} \sin(\omega_0 t - \varphi_0) + (\beta P_0 / k) \sin(\omega t - \varphi). \quad (3)$$

Здесь φ начальная фаза вынуждающей гармонической силы, а β – коэффициент динамичности системы, он определяется частотой возбуждения

$$\beta = 1 / \sqrt{4\delta_0^2 \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2}. \quad (4)$$

Амплитуда колебаний $A = v / \omega_0$ и сдвиг фазы φ_0 зависят от начальных условий.

Вынужденные колебания характеризует второй член уравнения (3). Параметр β показывает, во сколько раз амплитуда вынужденных колебаний отличается от статического отклонения под действием силы P_0 . Его максимальное значение равно

$$\beta_{\max} = 1 / \left(2\delta_0 \sqrt{1 - \delta_0^2}\right).$$

Для реальных систем коэффициент демпфирования больше нуля и начальная фаза равна $\pi/2$ вне зависимости от величины δ_0 . В низкочастотной области при изменении частоты колебаний до достижения собственных резонансных частот силы сопротивления возрастают, но силы инерции вырастают гораздо быстрее и достигают значений силы упругости, при этом вынуж-

дающая сила уравнивается потерями затухания. При высокочастотных колебаниях силы упругости малы, а силы инерции будут уравниваться возмущающей силой. Так как силы упругости определяют прочность каретки, то при оценках на вибропрочность элементов конструкции необходим анализ возмущающих сил в широком диапазоне частот. Амплитуда колебаний при резонансе A_p определяется так [5; 7–8]:

$$A_p = \frac{x_{ст}}{2\delta_0} = x_{ст}\beta_p = \frac{250}{\gamma f_c^2} = \frac{P_0\beta_p}{k} = \frac{V\rho A_w\beta_p}{k}, \quad (5)$$

где статический прогиб $x_{ст} = 250/f_c^2 = P_0/k$ в мм; γ – коэффициент неупругого сопротивления материала $\gamma = 2\delta_0$; β_p – добротность колебательной системы при малых δ_0 ; ρ – плотность материала конструкции; V – приведенный объем массы; A_w – амплитуда действующего ускорения.

Скорость вибрации определяется из уравнения (2). Амплитуда скорости вибрации пропорциональна частоте $A_v = 2\pi f A$. Ускорение вибрации – это вторая производная перемещения по времени $w = -(2\pi f)^2 A \sin 2\pi f t$. Динамическая перегрузка (или резкость) является производной от ускорения $u = -(2\pi f)^3 A \cos 2\pi f t$. Резкость вибрации характеризует скорость изменения сил инерции. По амплитуде резкости можно сравнивать режимы вибрационных испытаний $A_u = \omega A_v = \omega^2 A$. Относительная величина вибрационной перегрузки равна $n = A_u / g$. При низкочастотных колебаниях могут возникать изгибные колебания элементов конструкции с большой деформацией, превышающей допустимые значения [8–10]. Амплитуда вынужденных колебаний или амплитуда перемещения равна

$$A_B = \beta m g n / k = \beta \alpha^2 A. \quad (6)$$

Амплитуда скорости выражает величину энергии, излучаемой при колебаниях

$$A_v = \omega A_B = P_0 / \sqrt{(m\omega - k/\omega)^2 + 4\delta_0^2 m k}. \quad (7)$$

Отношение амплитуды действующей силы к амплитуде скорости определяет механический импеданс колебательной системы (сила – скорость)

$$Z_v = P_0 / A_v = \sqrt{(\omega m - k/\omega)^2 + 4\delta_0^2 m k}. \quad (8)$$

Импеданс характеризует сопротивление, которое воздействует на силу, возбуждающую колебания. Составляющую ωm называют инерциальным реактивным сопротивлением, она характеризует влияние массы и частоты. Отношение упругости к частоте k/ω называют упругим реактивным сопротивлением. Разность этих величин $(\omega m - k/\omega)$ – это механическое реактивное сопротивление. Величина $4\delta_0 (mk)^{1/2}$ представляет механическое активное сопротивление. Активное сопротивление приводит к необратимым потерям колебательной энергии. Динамическая жесткость системы с вынужденными колебаниями амплитудой A_B определяется импедансом сила – перемещение

$$Z_x = P_0 / A_B = \sqrt{(k - \omega^2 m)^2 + 4\delta_0^2 m k \omega^2}. \quad (9)$$

Динамическая жесткость системы зависит не только от величин k , δ_0 , m , но и от частоты возмущающей силы ω . Это означает необходимость исследования механизмов возмущающих периодических сил и ударов, действующих на конструкцию элементов каретки и объекта испытания при разгоне на треке. При резонансе динамическая жесткость равна наименьшей величине $Z_x = 2\delta_0 k$ и отсюда, амплитуда вынужденных колебаний определяется величиной вынуждающей силы P_0 , коэффициентом демпфирования δ_0 и величиной статической жесткости k каретки. Анализ колебаний элементов установки по результатам измерений датчиками вибраций показывает, что в основном процесс не является гармоническим. Его можно представить в виде

суммы составляющих, включая периодические движения с разными частотами и различной амплитудой перегрузок [8–9; 12]. Мощность вибрационного нагружения в отдельной точке установки определяется суммой мощности гармонических составляющих. В свою очередь взаимосвязь мощности вибрации от частоты представляет собой спектр мощности. Спектральная плотность $S(\omega)$ характеризует распределение мощности вибрационного процесса по частоте [12–18], где

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(t)e^{-j\omega t} dt, \quad (10)$$

$$S(\omega) = R(0)s(\omega), \quad (11)$$

здесь $R(0)$ – максимальное значение корреляционной функции.

Она равна дисперсии $R(0) = D[x(t)]$, выражающей мощность колебательной составляющей случайного процесса $X(t)$ или

$$R(0) = \sigma^2 = D = \int_0^{\infty} S(\omega) d\omega, \quad (12)$$

с учетом условий нормирования

$$\int_0^{\infty} s(\omega) d\omega = 1; s(\omega) \geq 0. \quad (13)$$

Нормированную одностороннюю по частоте $f = \omega/2\pi$ плотность спектра $S(f)$ можно определить по зависимости

$$s(f) = 4 \int_0^{\infty} \rho(\tau) \cos 2\pi f \tau d\tau; 0 \leq f < \infty, \quad (14)$$

где $\rho(\tau)$ – нормированная безразмерная корреляционная функция; τ – время корреляции.

Любой сигнал, имеющий периодические составляющие, можно разложить на синусоиды различных частот, т. е. в ряд Фурье.

При обработке вибрационных ускорений представленных цифровыми сигналами применяют дискретное преобразование Фурье $F(n, N)$ для выборки случайного процесса $\{x_k, k = 0, \dots, N-1\}$, т. е. в обобщенном виде называемый АвтоСпектр,

$$F[n, N] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x_k e^{-j \frac{2\pi kn}{N}}. \quad (15)$$

На основе дискретного преобразования Фурье $F(n, N)$ определяются следующие виды спектральных характеристик: спектр мощности, амплитудный спектр, спектр плотности мощности, спектр плотности энергии [10–18].

Спектр мощности (СМ). СМ – характеристика определяется усреднением по M реализациям и имеет размерность $(m/c^2)^2$. Она определяется по зависимости [12; 17–18]

$$G_{CM}(n, T) = \frac{1}{M} \sum_{j=0}^M G_{CMj}(n, T) = \frac{1}{M} \sum_{j=0}^M |F_j(n, N)|^2 = \frac{1}{M} \frac{1}{N} \sum_{j=0}^M |F'_j(n, N)|^2, \quad (16)$$

где

$$F'_j(n, N) = \frac{1}{N} F_j(n, N). \quad (17)$$

Здесь T – интервал наблюдения.

В пакете программ WinPos выполняется расчет одностороннего спектра мощности и используются весовые окна, поэтому необходимо ввести поправочные коэффициенты:

$$G'_{\text{СМ}}(n, T) = \frac{2K_{\text{н}}G_{\text{СМ}}(n, T)}{K_{\text{КУМ}}}, \quad (18)$$

где 2 – указывает на то, что рассчитываем односторонний спектр мощности; $K_{\text{н}} = 1$ для эффективных значений; $K_{\text{н}} = 2$ для пиковых значений; $K_{\text{КУМ}}$ – коэффициент когерентного усиления по мощности (равен квадрату коэффициента когерентного усиления), зависит от выбора весовой функции.

Амплитудный спектр определяется через спектр мощности и имеет размерность – м/с^2

$$G_{\text{А}}(n, T) = \sqrt{G_{\text{СМ}}(n, T)}. \quad (19)$$

Спектр плотности мощности (СПМ). Характеристика определяется как среднее по M реализациям и имеет размерность – $(\text{м/с}^2)^2/\text{Гц}$:

$$G_{\text{СПМ}}[n, T] = \frac{1}{\Delta_f} G_{\text{СМ}}, \quad (20)$$

где Δ_f – частота опроса.

Спектр плотности энергии (СПЭ). Усреднение производится по M реализациям, размерность характеристики работы СПЭ – $(\text{с}(\text{м/с}^2)^2/\text{Гц})$:

$$G_{\text{СПЭ}}(n, T) = \frac{1}{M} \sum_{j=0}^M G_{\text{СПЭ}}(n, T) = \frac{1}{M} \sum_{j=0}^M G_{\text{СПМ}}(n, T) \cdot T = G_{\text{СПМ}}(n, T) \cdot T, \quad (21)$$

где T – интервал наблюдения.

За период колебания основной составляющей вибрационного процесса можно выделить эффективное (среднее квадратическое) значение $x(t)$, для сложной вибрации эта величина выбирается как среднее между эффективным и пиковым значениями. Для вибрации образованной гармоническими колебаниями f_1, f_2, f_3, \dots с A_1, A_2, A_3, \dots

$$A_{\text{эКВ}} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + A_3^2 + \dots + A_n^2}. \quad (22)$$

При анализе стационарного случайного процесса оценка его теоретической спектральной плотности сопряжена с усреднением по бесконечному ансамблю. Поэтому обычно выполняется статистическая оценка спектральной плотности, при этом сигнал пропускается через узкополосный фильтр с функцией веса $h(t)$, настроенный на определенную частоту ω_0 [7–23]. Частотные компоненты выборки вблизи ω_0 возводятся в квадрат, посредством устройства – квадратора и усредняются.

Для обработки нормальных случайных функций $x(t)$, имеющих спектральную плотность с резко выраженным острым максимумом, применяют метод огибающих, т.е. исходную функцию представляют двумя другими функциями изменения амплитуды $A(t)$ и фазы $\Phi(t)$, причем $A(t)$ подчиняется распределению Релея:

$$X(t) = A(t) \cos \Phi(t). \quad (23)$$

Тогда полагая линейность зависимости фазы $\Phi(t)$ для приближенной оценки корреляционных зависимостей амплитуды и фазы применяются упрощения [7–8; 15–20]. Узкополосные вибрационные процессы рассматриваются в виде реакции динамической системы с малым демпфированием на широкополосные возмущения, представляющие собой гауссов белый шум. В случае реализации с острыми пиками резонансов математическое ожидание частоты ω_0 совпадает с значениями собственных частот. Можно поставить в соответствие огибающую $A(t)$ узкополосного случайного процесса через математическое ожидание частоты ω_0

$$A(t) = x^2(t) + \frac{\dot{x}^2(t)}{\omega_0^2}. \quad (24)$$

Одномерная плотность вероятности огибающей $A(t)$ подчиняется закону распределения Релея

$$P = \left(\frac{Y_{j\max}}{\sigma^2} \right) \exp \left(-\frac{Y_{j\max}^2}{2\sigma^2} \right), \quad (25)$$

здесь $Y_{j\max}$ – значения пиковых перегрузок.

Величина среднего квадратического отклонения σ может быть определена как реакция конструкции на широкополосную случайную вибрацию суммированием ряда узкополосных воздействий

$$\sigma = \sqrt{\sum_{j=1}^n \beta_{f_j}^2 S(f_j) \Delta f_j}, \quad (26)$$

где β_{f_j} – коэффициент динамичности (см. формулы (3)–(4)) отношения амплитуды смещения основания к амплитуде возбуждающей силы на заданной частоте; $S(f_j)$ – плотность спектра составляющих случайной вибрации в полосе частот Δf ; N – число интервалов разбиения анализируемой полосы частот.

Динамическая связь или проводимость вибраций элементами конструкции ракетной каретки между датчиками определяется передаточной функцией. Передаточная функция отображает в частотной области отношение величин на выходе к величинам на входе различных систем и характеризует стабильные, линейные, инвариантные во времени физические системы (механические, акустические и электрические). На основе результатов одновременных измерений и обработки сигналов, основанной на методе быстрого преобразования Фурье (БПФ) и анализе сигналов на входе и выходе динамического звена можно определить две отличающиеся друг от друга оценки комплексной частотной характеристики этой системы [12; 18], т. е.

$$H_1(k) = S_{AB}(k) / S_{AA}(k) \quad \text{и} \quad H_2(k) = S_{BB}(k) / S_{BA}(k). \quad (27)$$

Здесь $a(t)$ – сигнал на входе системы; $b(t)$ – сигнал на выходе системы.

При воздействии на конструкцию вибраций с переменной частотой резонансы системы будут реализовываться последовательно. Виброустойчивость конструкции зависит от уровня плотности спектра, ширины полосы возбуждающих частот, количества резонансов элементов, возникающих одновременно. Такое воздействие может быть критическим с точки зрения вибропрочности элементов конструкции каретки или самого испытываемого изделия [19–23].

Динамические характеристики ракетной трековой каретки 33АВ-НО505 № 2

Различают следующие виды механических испытаний: стендовые, натурные на модельных режимах и натурные испытания в эксплуатационных условиях. Стендовые испытания проводятся с целью определения собственных резонансов в заданном диапазоне частот; испытания на вибропрочность; виброустойчивость в заданном диапазоне частот; устойчивость к ударным и виброударным нагрузкам. В настоящей работе были выполнены стендовые и натурные испытания в эксплуатационных условиях.

Для измерения вибраций на ракетной каретке были установлены трехканальные датчики виброускорений АР-2045-1, АР-2043-10 с ориентацией по осям X , Y , Z . Датчики были размещены в различных точках на поверхностях конструктивных элементов каретки и модельного объекта испытания. Схема размещения датчиков и регистрационных накопителей представлена на рис. 2. Диапазон максимальных значений измеряемых ускорений датчиками АР-2045-1 до 5000 g и датчиками АР-2043-10 до 500 g . Погрешность датчиков в среднем не превышает 5 %. Ось X датчиков установлена по направлению движения. Ось Y перпендикулярна оси X и направлена вертикально вверх. Ось Z в свою очередь перпендикулярна осям X и Y . По оси Z датчики регистрируют боковые виброускорения.

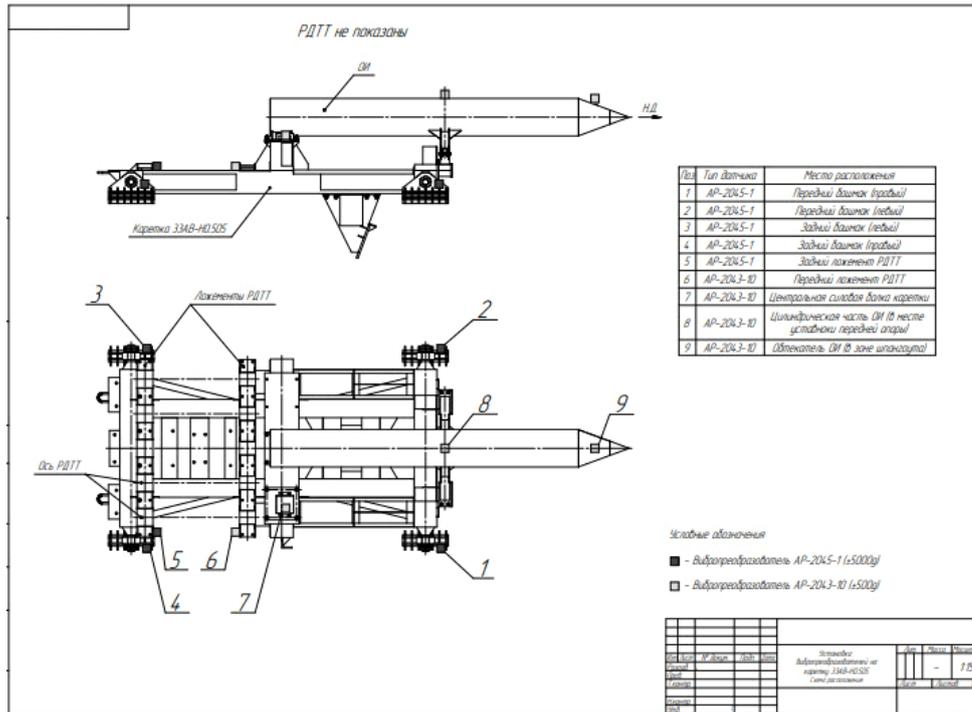


Рис. 2. Схема размещения датчиков вибрации и вторичных преобразователей-накопителей на каретке с размещенным модельным изделием

Fig. 2. Scheme of placement of vibration sensors and secondary converters-drives on a sled with a placed model product

Для определения частоты собственных резонансов некоторых форм колебаний ракетной каретки и ее динамических характеристик были проведены стендовые испытания на сканирующие широкополосные синусоидальные возмущения в вертикальном направлении, в том числе и на удар. На рис. 3 приведен один из фрагментов результатов стендовых испытаний каретки 33АВ-НО505 № 2.



Рис. 3. Зависимость динамического коэффициента передачи (резонансного усиления) от частоты вынужденных колебаний

Fig. 3. Dependence of the dynamic transmission coefficient (resonant amplification) on the frequency of forced oscillations

В результате стендовых испытаний динамического отклика, измеренного датчиками, размещенными в различных точках конструкции ракетной трековой каретки, при воздействиях на широкополосные синусоидальные возмущения, в том числе и на удар, определены амплитудно-частотные характеристики каретки, выявлены резонансные частоты ее элементов (расчет динамических коэффициентов) в диапазоне частот 5–2000 Гц. На рис. 3 справа указаны для канала 3 резонансные частоты и величины коэффициентов усиления. Однако жесткое закрепление конструкции каретки с участком рельса к столу вибростенда отличается от реальных условий при движении каретки, поэтому полученные резонансные частоты и значения динамических коэффициентов для элементов каретки являются ориентировочными.

Алгоритм обработки сигналов датчиков виброускорений и методика определения динамических характеристик элементов ракетной трековой каретки

Последовательность обработки и анализа сигналов датчиков виброускорений представим на примере одного из проведенных огневых запусков ракетной трековой каретки с объектом испытания в виде, представленном на рис. 1. Целью этого цикла испытаний являлась задача определения максимальных вибраций элементов конструкции каретки при достижении ею скорости 360 м/с², незначительно превышающей скорость звука. На рис. 4 приведены зарегистрированные сигналы вибрационных ускорений по осям X, Y и Z датчиком № 1, размещенном в правом переднем башмаке ракетной каретки (см. рис. 2). Для получения достоверных результатов исходный сигнал должен быть узкополосным и центрированным. Для исключения шумов при обработке сигналов с значительным шумовым фоном применяется фильтрация. В варианте можно также для исключения шума использовать огибающую сигнала (см. формулы (23) – (26)). Алгоритм определения огибающей сигналов в дискретной форме записывается так [18]:

$$Y'_n = y_{n-1} + (|x_n| - y_{n-1}) / K, \tag{28}$$

где K – коэффициент «RC» – усреднения; $K = RC/\Delta t$, Δt – время дискретизации;

$$y_n = \begin{cases} y'_n & \text{при } y'_n \geq x_n, \\ x_n & \text{при } y'_n \leq x_n. \end{cases} \tag{29}$$

Коэффициент K определяет «постоянную времени» пик-детектора.

Штрих в обозначении параметров означает применение весового окна при обработке сигналов. В этом случае при расчете необходимо ввести поправочные коэффициенты [18].

Из рис. 4 следует, что правая передняя опора каретки на 0,33 с подверглась ударному воздействию. Максимальное значение удара по оси X равно $n_x = -350$ g, по оси Y $n = -250$ g и по оси Z $n = -190$ g. В предшествующий момент времени наибольшее возмущение зарегистрировано по оси Z и равно $n = -51$ g. Вероятной причиной удара могла быть потеря устойчивости опоры вследствие подвижного контакта со стыком между рельсами либо из-за геометрической неровности рельса. Ударный контакт правой опоры с рельсом в горизонтальной плоскости по оси Z инициировал синхронный ударный импульс по направлению осей Y и X.

В табл. 1 приведены вычисленные значения вероятностных характеристик сигналов: математическое ожидание; дисперсия; среднее квадратическое отклонение; коэффициент асимметрии плотности распределения; эксцесс для оценки островершинности распределения по отношению к нормальному закону распределения; среднеквадратическое значение (СКЗ) – оно равно квадратному корню из среднего арифметического значения квадрата отклонений сигнала.

Таблица 1

Вероятностные характеристики сигналов датчика № 1

№	$M[X^2]$	$D[X]$	σ_x	Ассиметрия	Эксцесс	Амплитуда	СКЗ
1X	-246,096	213016	461,536	-3,51491	16,0719	1720,72	523,045
1Y	-146,259	81580,5	285,623	-2,89054	12,0199	1243,31	320,891
1Z	-110,66	49495,7	222,476	-2,62315	10,4763	994,67	248,477

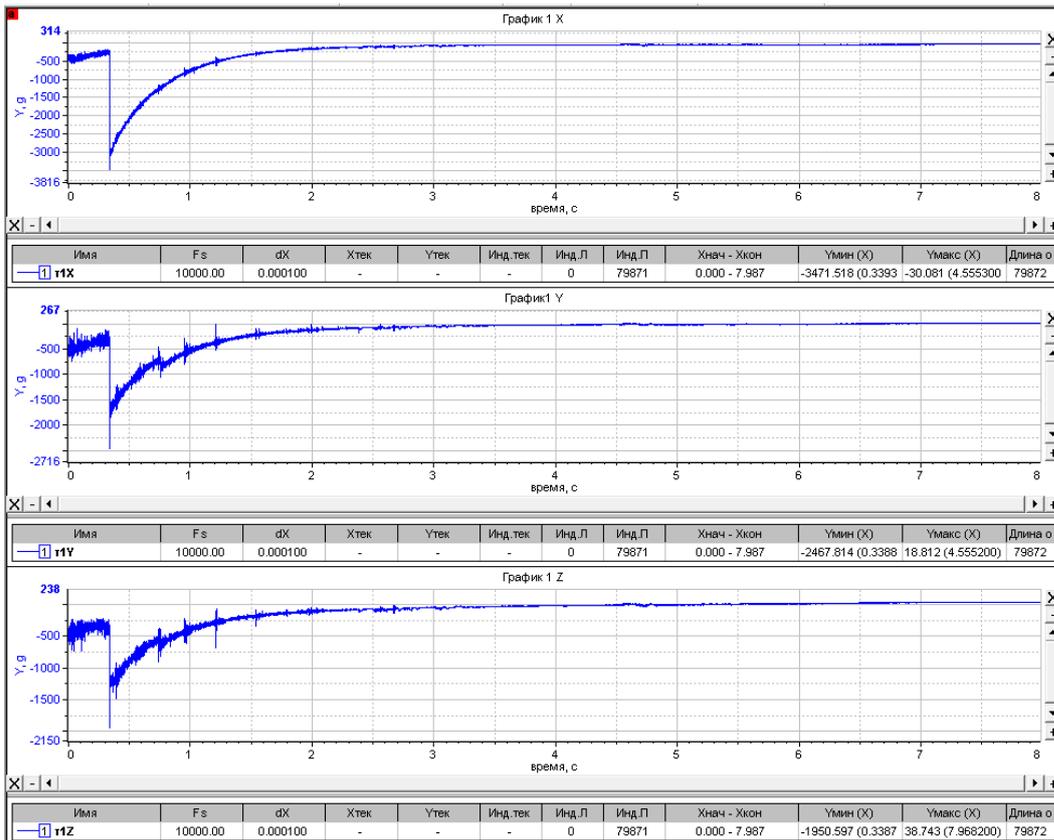


Рис. 4. Сигналы виброускорений по осям X,Y, Z датчика № 1.

По оси ординат значения ускорения приведены в g

Fig. 4. Vibration acceleration signals along the X,Y, Z axes of sensor No. 1.

Along the ordinate axis, acceleration values are given in g

Для последовательности отсчетов $\{x_k, k = 0, \dots, N-1\}$ оценки вышеуказанных характеристик вычисляются по следующим формулам [12–18]:

– математическое ожидание $M[X^2] = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} x_i$;

– дисперсия $D[X] = \frac{1}{N-1} \sum_{i=0}^{N-1} (x_i - m_x)^2$, характеризует рассеивание значений случайной величины относительно ее математического ожидания;

– среднее квадратическое отклонение $\sigma_x = \sqrt{D_x}$, характеризует рассеивание, но имеет размерность случайной величины;

– асимметрия $Sk = \frac{1}{N\sigma_x^3} \sum_{i=0}^{N-1} (x_i - m_x)^3$, служит для оценки характеристики «скошенности» распределения. Если распределение симметрично относительно математического ожидания, то асимметрия равна 0;

– эксцесс $E_x = \frac{1}{N\sigma_x^4} \sum_{i=0}^{N-1} (x_i - m_x)^4 - 3$, характеризует островершинность или оно имеет более

плоскую вершину распределения. Для нормального распределения эксцесс равен 0. Кривые, более островершинные по сравнению с нормальной, обладают положительным эксцессом. Кривые плосковершинные характеризуются отрицательным эксцессом. На рис. 5 приведены графики автокорреляционных функций сигналов датчика № 1.

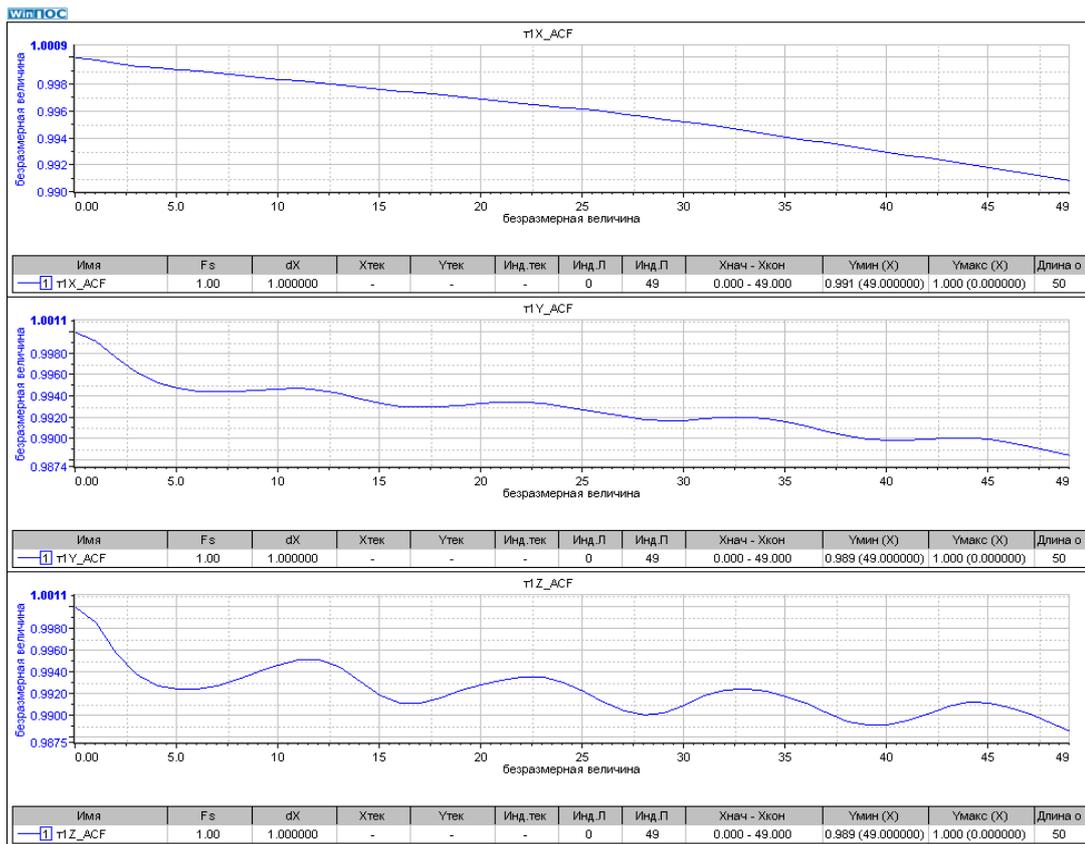


Рис. 5. Автокорреляционные функции (АКФ) сигналов по осям X, Y, Z датчика № 1

Fig. 5. Autocorrelation functions of signals along the XYZ axes of sensor No. 1

В двумерном векторном пространстве одного параметра, измеряющего величину, недостаточно, поэтому применяют пару взаимно перпендикулярных векторов, называемых ортонормированным базисом. Вектор с нормой равной единице называют единичным вектором (см. формулу (13)). Такая пара векторов дает возможность измерения необходимой величины. Коэффициент корреляции – это величина, зависящая от угла вектора и не зависящая от его модуля. Можно вычислять нормированный коэффициент корреляции различных сигналов вне зависимости от их физических свойств и их величины. Автокорреляция – это функция, характеризующая один и тот же сигнал, рассматриваемый в различные моменты времени t и $(t + \tau)$. С помощью автокорреляции можно проанализировать сигнал на наличие периодической составляющей или периодических свойств сигнала. АКФ четная и затухающая функция, если случайный процесс не содержит постоянной величины. Автокорреляционные функции изменяются от единицы до нуля. Автокорреляционная функция периодического сигнала всегда является периодической функцией. Маскирующий шум (шум фона) обычно является случайным сигналом, амплитуда автокорреляционной функции которого уменьшается с увеличением временной задержки и по истечении определенного времени принимает равное нулю значение. Следовательно, с помощью автокорреляционной функции можно обнаружить периодический сигнал по истечении времени, нужного для исчезновения шумовой составляющей. На рис. 5 представлены графики АКФ сигналов по осям X, Y и Z, которые несколько различаются. По осям Y и Z можно выделить период гармонической составляющей. По оси X периодической составляющей визуально не просматривается.

На рис. 6 приведены сигналы датчика виброускорений № 9, размещенного на поверхности обтекателя (см. рис. 2).

Датчик № 9 находится на верхней части конического обтекателя объекта испытания в зоне шпагоута. В табл. 2 приведены вычисленные значения моментов высших порядков случайных значений сигналов датчика № 9.

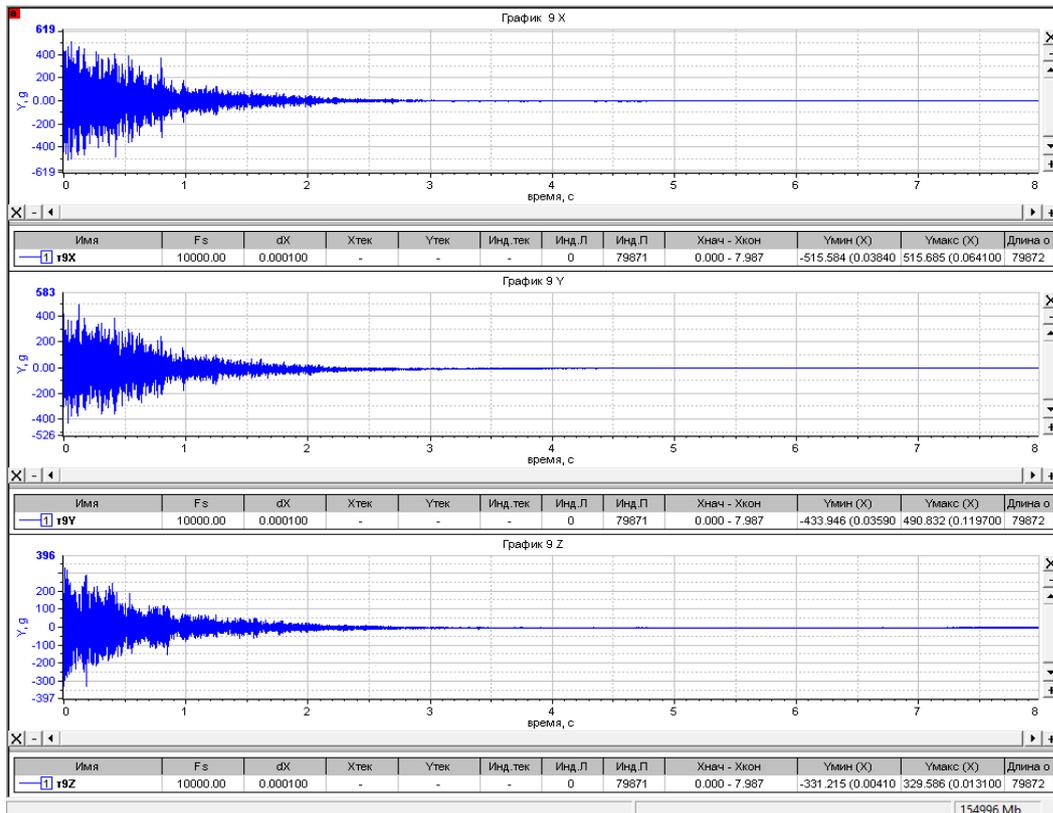


Рис. 6. Сигналы виброускорений по осям X, Y и Z датчика № 9. Размерность оси ординат в g

Fig. 6. Vibration acceleration signals along the X, Y and Z axes of sensor No. 9.
The dimension of the ordinate axis is in g

Таблица 2

Вероятностные характеристики сигналов датчика № 9

№	$M[X^2]$	$D[X]$	σ_x	Ассиметрия	Экссесс	Амплитуда	СКЗ
9X	-1,18734	2059,6	45,3828	-0,100333	28,135	515,634	45,398
9Y	-5,4057	1392,65	37,3182	0,452846	25,4988	462,389	37,7075
9Z	-3,8819	724,405	26,9148	0,567577	28,4485	330,4	27,1931

Сигналы, зарегистрированные датчиком № 9, в отличие от ударных импульсов датчика № 1, носят периодический характер и включают импульсное возмущение на 0,33 с. На рис. 7 приведены огибающие сигналов по осям X, Y, Z датчика № 9.

На рис. 7 изображены автокорреляционные функции сигналов датчика № 9.

АКФ всех сигналов датчика № 9 иллюстрируют гармонические сигналы с очень медленно меняющейся амплитудой и фазой. Изменение амплитуды АКФ характеризует малость потерь колебательной энергии или малую величину коэффициента затухания колебаний. Виден сдвиг фазы сигнала АКФ по оси Z относительно АКФ сигналов по осям X и Y, а также различим разный период у всех трех сигналов. Амплитуда нормированной автокорреляционной функции широкополосного случайного сигнала (шума) должна быстро уменьшаться до нуля в соответствии с так называемым законом неопределенности функций, связанных через преобразование Фурье [20–23]. Этот закон устанавливает связь между шириной полосы Δf собственного спектра $Gaa(f)$ и длительностью Δt соответствующей автокорреляционной функции $Raa(t)$ в виде $\Delta f \cdot \Delta t \geq 1$. С целью обнаружения периодического сигнала, содержащего несколько частотных составляющих, часто более целесообразно использовать не автокорреляционную функцию, а собственный спектр. На основе собственного спектра можно определить как частоты, так и амплитуды отдельных составляющих замаскированного шумом периодического сигнала. Одна-

ко, если амплитуды этих составляющих малы по сравнению с уровнем маскирующего сигнала (шума фона), то необходимо осуществить анализ с увеличением масштаба частоты.

На рис. 8 приведена функция взаимной корреляции между соответствующими сигналами датчиков № 9 и 1.

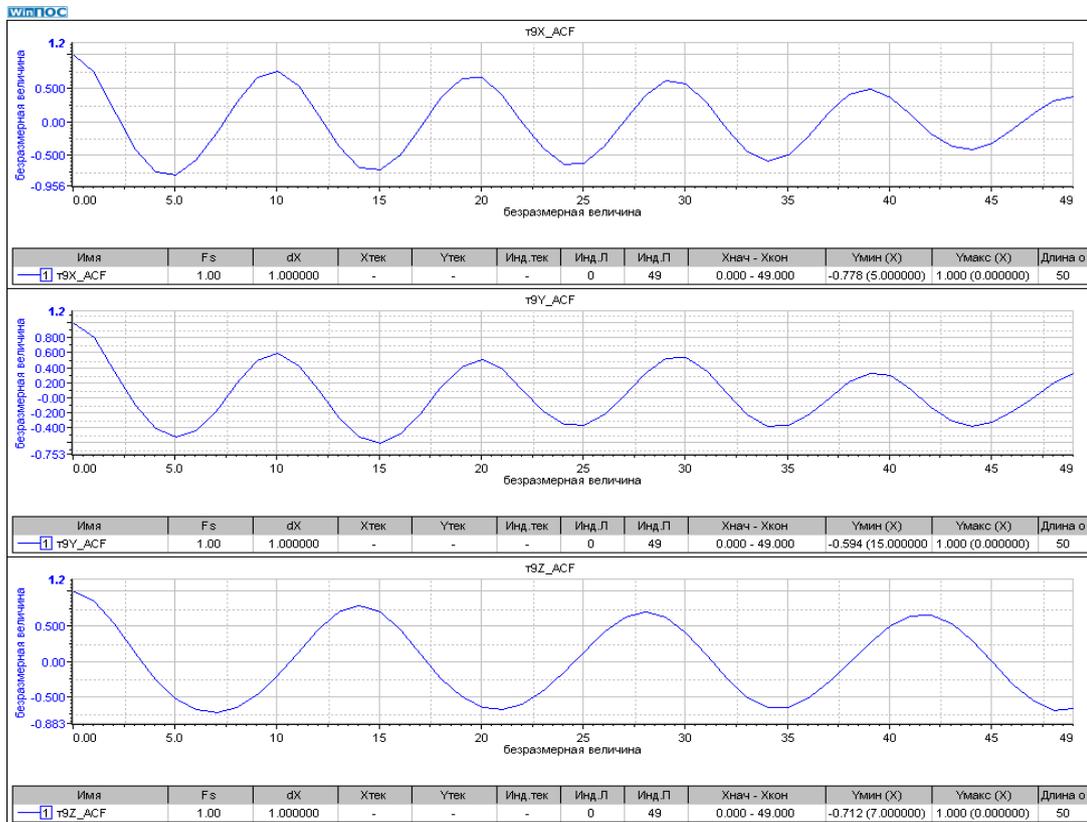


Рис. 7. АКФ сигналов X, Y, Z датчика виброускорений № 9

Fig. 7. Autocorrelation functions of signals X, Y, Z of vibration acceleration sensor No. 9

Для определения сходства или различия двух периодических сигналов используется функция взаимной корреляции. Коэффициент взаимной корреляции изменяется от -1 до $+1$, максимум функции может быть смещен относительно середины. С помощью функции взаимной корреляции можно определить силу связи между двумя сигналами, а также степень запаздывания. Эта функция симметричная, при $\tau = 0$ принимает максимальное значение, а пики в точках этой функции дают период nt . По приведенным выше графикам в некотором диапазоне частоты (от 10 до 27 ед.) видно сходство сигналов по осям Z и X, что свидетельствует о взаимной связи вибрационных процессов по осям Z и X в т. 9.

На рис. 9–11 приведены графики плотностей спектров амплитуды (СА) по осям X, Y и Z датчиков № 1 и 9, а также графики коэффициентов усиления сигналов передаточных функций по осям X, Y и Z, определенных по плотностям спектров СА.

Верхние графики представляют собой распределения плотности спектров амплитуды по частоте в диапазоне от 0 до 1000 Гц. На среднем графике представлены численные значения динамических коэффициентов (усиления или ослабления) сигналов, распределенных потому же диапазону частоты от 0 до 1000 Гц. Размерность оси абсцисс $1/c$ ($1/\text{Гц}$). График ниже изображает соответствующие сдвиги фазы между сигналами. В диапазоне низких частот динамический коэффициент сигналов по оси X между датчиками № 1 и 9 меньше единицы, т. е. вибрация передается с ослаблением. На рис. 10 приведены плотности спектров и зависимость коэффициента передачи для сигналов по оси Y.

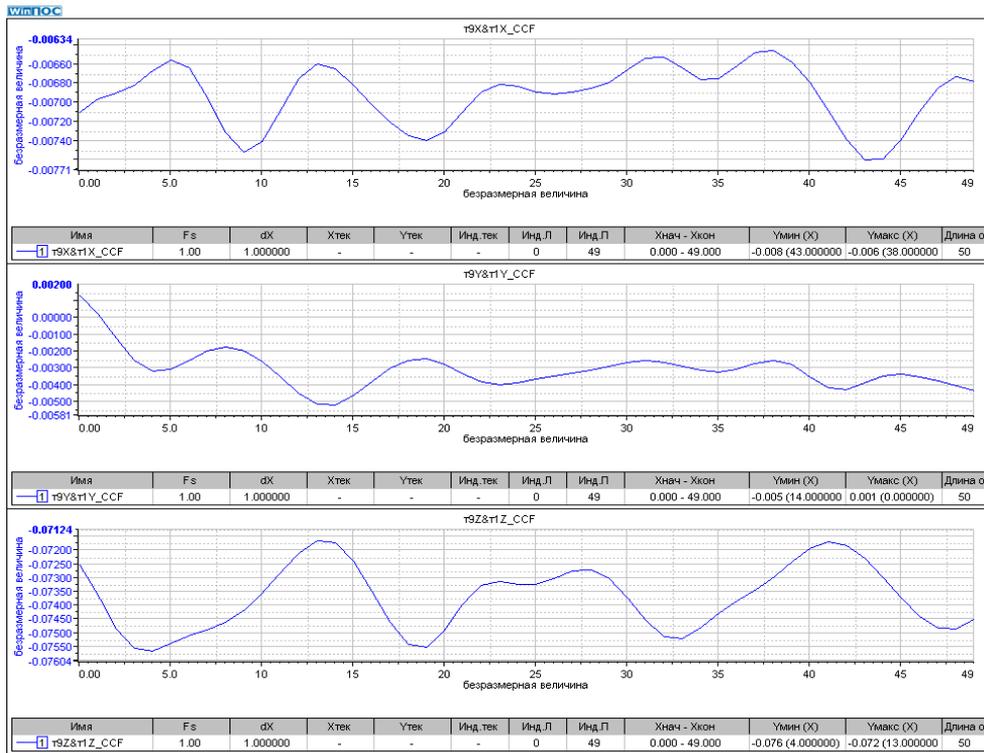


Рис. 8. Взаимная корреляционная функция сигналов по осям X, Y, Z между датчиками № 9 и 1

Fig. 8. Mutual correlation function of signals along the X, Y, Z axes between sensors No. 9 and 1

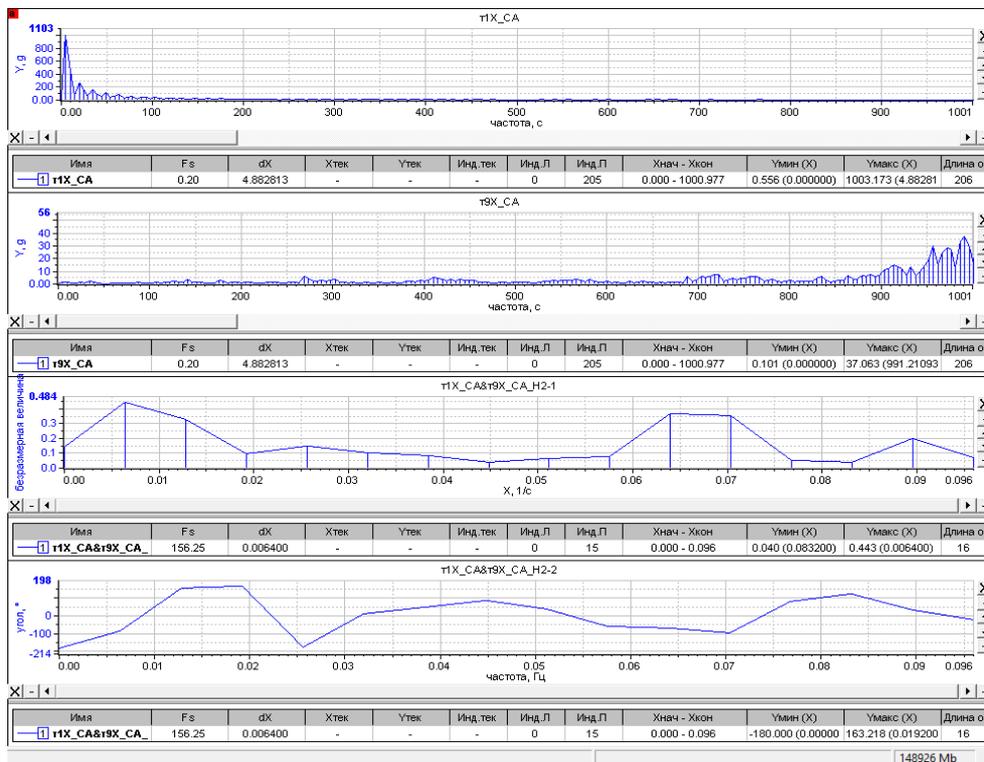


Рис. 9. Графики плотности спектров амплитуд сигналов по оси X датчиков № 1 и 9.

Зависимости динамических коэффициентов передаточной функции $H_2(f)$ по оси X сигналов датчиков № 1 и 9. Сдвиг фазы между соответствующими сигналами в зависимости от частоты

Fig. 9. Graphs of the spectral density of the signal amplitude along the X axis of sensors No. 1 and 9. Dependences of the dynamic coefficients of the transfer function $H_2(f)$ along the X axis of the signals of sensors No. 1 and 9. Phase shift between the corresponding signals depending on the frequency

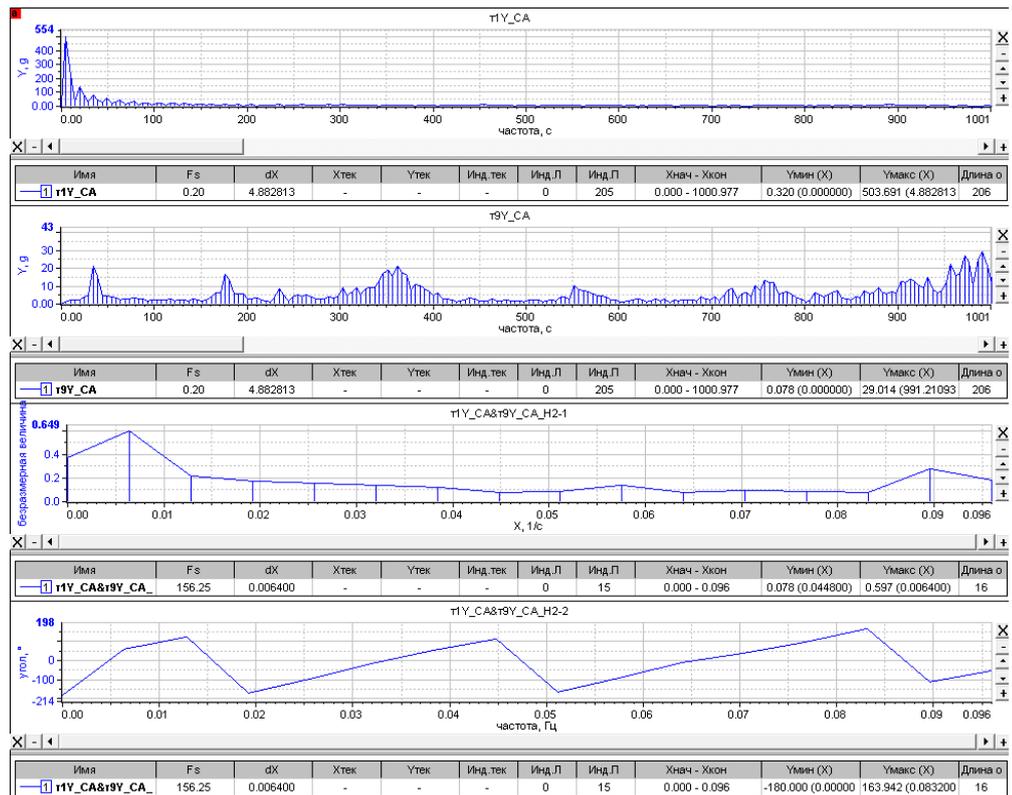


Рис. 10. Графики плотности спектров амплитуды сигналов по оси Y датчиков № 1 и 9. Зависимости динамических коэффициентов передаточной функции $H_2(f)$ по оси Y сигналов датчиков № 1 и 9. Сдвиг фазы между соответствующими сигналами в зависимости от частоты

Fig. 10. Graphs of the spectral density of the signal amplitude along the Y axis of sensors No. 1 and 9. Dependences of the dynamic coefficients of the transfer function $H_2(f)$ along the Y axis of the signals of sensors No. 1 and 9. Phase shift between the corresponding signals depending on the frequency

Вибрация по оси Y направлена вертикально вверх. В диапазоне изменения частоты от 0 до 1000 Гц в целом динамический коэффициент сигналов датчиков № 1 и 9 по оси Y меньше единицы. Однако, при значениях частоты около 70 Гц, динамический коэффициент максимален.

В диапазоне изменения частоты от 0 до 650 Гц динамический коэффициент сигналов датчиков № 1 и 9 по оси Z существенно больше единицы. Отмечается резонансное усиление сигнала, при частоте 70 Гц коэффициент равен $K = 5,6$, далее при 190 Гц $K = 6,4$. При частоте 600 Гц коэффициент передачи уменьшается, но его значение все еще больше единицы $K = 2,3$. Далее, по мере роста частоты от 650 до 1000 Гц, он становится близким к единице. Отсюда можно заключить, что боковая вибрация в горизонтальной плоскости по оси Z передается от башмаков ракетной каретки к обтекателю головной части с усилением в низкочастотном диапазоне от 15 до 400 Гц. Вибрация башмаков в вертикальном направлении по оси Y, возникающая при их скольжении по поверхности рельсовых направляющих, передается к обтекателю в значительно ослабленном виде. Сказывается масса подвижной трековой каретки. По полученным результатам обработки сигналов можно заключить, что проводимость вибраций, возникающих от динамического взаимодействия передней скользящей опоры по контактной поверхности рельсового пути к объекту испытания, реализуется с ослаблением. Однако вблизи некоторых собственных резонансов ракетной каретки в диапазоне частоты от 15 до 600 Гц наблюдается увеличение динамического коэффициента по оси Z до величины 8,0. Вибрации в поперечной плоскости по оси Z являются источником изгибных и крутильных колебаний элементов конструкции, они наиболее критичны при высокоскоростных испытаниях изделий, поскольку от этих вибраций зависит устойчивость движения ракетной каретки и вибропрочность башмаков.

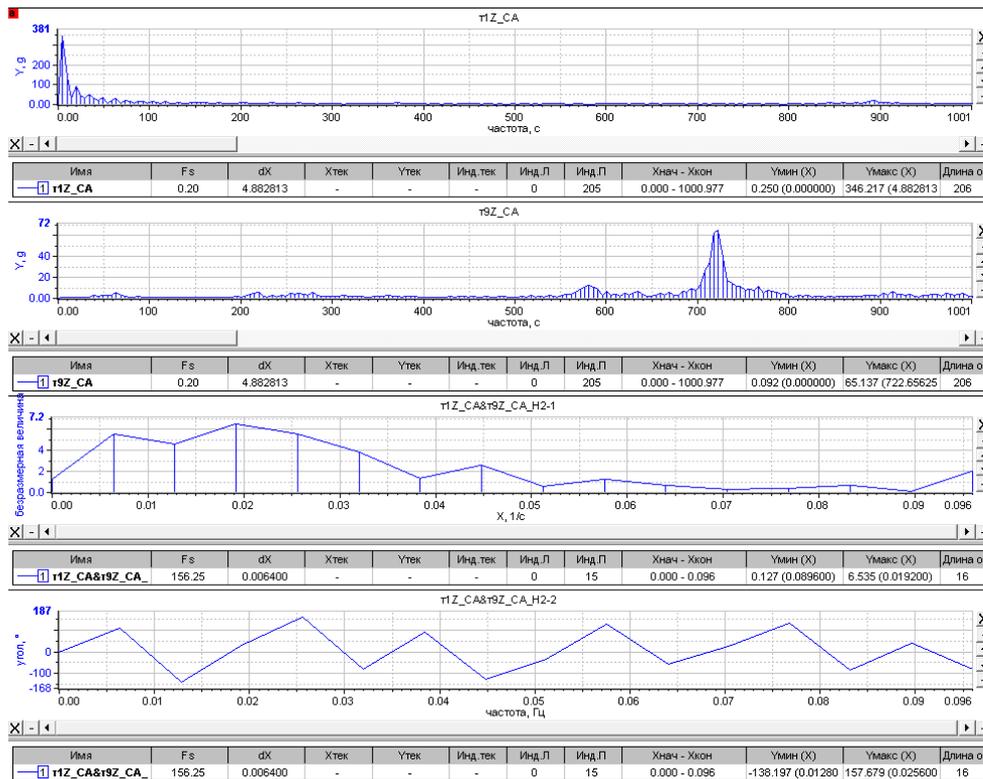


Рис. 11. Графики плотности спектров амплитуд сигналов по оси Z датчиков № 1 и 9. Зависимости динамических коэффициентов передаточной функции H₂(f) по оси Z сигналов датчиков № 1 и 9. Сдвиг фазы между соответствующими сигналами в зависимости от частоты

Fig. 11 Graphs of the spectral density of the signal amplitude along the Z axis of sensors No. 1 and 9. Dependences of the dynamic coefficients of the transfer function H₂(f) along the Z axis of the signals of sensors No. 1 and 9. Phase shift between the corresponding signals depending on the frequency

Заключение

Высокоскоростные наземные трековые испытания изделий авиационной и ракетной техники сопровождаются интенсивной вибрацией элементов ракетной каретки и объекта испытания. Разработанная методическая последовательность статистической обработки результатов записи датчиков вибрационных ускорений, размещенных в различных точках конструкции ракетной каретки, позволяет определить распределения плотности спектров мощности и плотности спектров энергии по частоте. Оценить автокорреляционные зависимости, плотности вероятности стохастических сигналов вибраций. Также вычислить взаимные корреляционные функции и передаточные функции сравниваемых сигналов в различных точках конструкции с целью определения динамических коэффициентов проводимости гармонических и ударных возмущений элементами конструкции. Приведенный в статье пример обработки виброускорений является основой системных исследований динамических характеристик случайных сигналов с целью разработки средств демпфирования вибраций при наземных трековых испытаниях изделий со скоростью, превышающей 3М.

Библиографические ссылки

1. Тимошенко С. П., Янг Д. Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле : перевод с англ. Л. Г. Корнейчука / под ред. Э. И. Григолюка. М. : Машиностроение, 1985. 472 с.
2. Волны в сплошных средах / А. Г. Горшков, А. Л. Медведский, Л. Н. Рабинский, Д. В. Тарлаковский. М. : Физматлит, 2004. 472 с.

3. Изгибно-крутильные колебания консольно размещенного обтекаемого тела, имеющего кольцевое поперечное сечение, при высокоскоростных трековых испытаниях / Астахов С. А., Бирюков В. И., Кулак И. П. и др. // Материалы XXVIII Междунар. симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А. Г. Горшкова. Т. 2. С. 12–14.
4. Ерофеев В. И., Кажаяев В. В., Семерикова Н. П. Волны в стержнях. Дисперсия. Диссипация. Нелинейность. М. : Физматлит, 2002. 208 с.
5. Вибрации в технике : справочник в 6-ти т. Т. 1.: Колебания линейных систем. 2-е изд., испр. и доп. / под ред. В. В. Болотина. М. : Машиностроение, 1999. 504 с.
6. Артоболевский И. И., Бобровницкий Ю. И., Генкин М. Д. Введение в акустическую динамику машин. М. : Гл. ред. физ.-мат. лит., 1979. 296 с.
7. Иориш Ю. И. Виброметрия. М. : Машгиз., 1963. 773 с.
8. Карпушин В. Б. Вибрации и удары в радиоаппаратуре. М. : Сов. радио, 1971. 344 с.
9. Ананьев И. В., Тимофеев П. Г. Колебания упругих систем в авиационных конструкциях и их демпфирование. М. : Машиностроение. 1965. 526 с.
10. Дмитриев Б. М. Оценка допустимых механических нагрузок для изделий // Техника измерений параметров вибраций и удара. М. : Машгиз., 1973. 39 с.
11. Astakhov S. A., Biryukov V. I. Problems of ensuring the acceleration dynamics of aircraft during track test at a speed of 1600 m/s. // INCAS BULLETIN. 2020. Vol. 12. P. 33–42. DOI: 10.13111 / 2066-8201.2020.12.S.3; <https://doi.org/10.13111/2066-8201.2020.12.S.3>.
12. Мирский Г. Я. Аппаратурное определение характеристик случайных процессов. Издание 2-е переработанное и дополненное. М. : Энергия. 1972. 456 с.
13. Пугачев В. С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. 2-е изд., перераб. и доп. М. : Физматгиз, 1960. 883 с.
14. Харкевич А. А. Спектры и анализ. М. : Физматгиз, 1962. 236 с.
15. Бендат Дж., Пирсол А. Применения корреляционного и спектрального анализа : пер с англ. М. : Мир, 1983. 312 с.
16. Измерение параметров вибрации и удара / В. С. Шкаликов, В. С. Пеллинец, Е. Г. Исакович и др. М. : Стандартиздат, 1980. 280 с.
17. Стивен Смит. Цифровая обработка сигналов. Практическое руководство для инженеров и научных работников / пер. с англ. А. Ю. Линовича, С. В. Витязева, И. С. Гусинского. М. : Додэка-XXI, 2012. 720 с.
18. Пакет прикладных программ WIN ПОС «MERA» [Электронный ресурс]. URL: www.prrmega.ru (дата обращения: 02.02.2023).
19. Сергеев С. И. Демпфирование механических колебаний. М. : Физматгиз. 1959. 408 с.
20. Явленский А. К., Явленский К. Н. Вибродиагностика и прогнозирование качества механических систем. Л. : Машиностроение, 1983. 239 с.
21. Бобровницкий Ю. И., Генкин М. Д., Морозов К. Д. Новый метод акустической диагностики // Динамика и акустика машин. М. : Наука, 1971. С. 98–108.
22. Генкин М. Д., Соколова А. Г. Виброакустическая диагностика машин и механизмов-М.: Машиностроение, 1987. 288 с.
23. Вибрация энергетических машин : справ. пособие / под ред. Н. В. Григорьева. Л. : Машиностроение, 1974. 464 с.

References

1. Timoshenko S. P., Yang D. K., Uiver U. *Kolebaniya v inzhenernom dele* [Fluctuations in engineering]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1985, 472 p.
2. Gorshkov A. G., Medvedskii A. L., Rabinskii L. N., Tarlakovskii D. V. *Volny v sploshnykh sredakh* [Waves in continuous media]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2004, 472 p.

3. Astakhov S. A., Biryukov V. I., Kulak I. P., Chernykh A. S., Khamzatkhonov S. A. [Bending-torsional oscillations of a cantilevered streamlined body with an annular cross section during high-speed track tests]. *Materialy XXVIII Mezhdunarodnogo simpoziuma «Dinamicheskie i tekhnologicheskie problemy mekhaniki konstruktssii i sploshnykh sred» im. A.G. Gorshkova*. 2022, Vol. 2, P. 12–14.
4. Erofeev V. I., Kazhaev V. V., Semerikova N. P. *Volny v sterzhnyakh. Dispersiya. Dissipatsiya. Nelineinost'* [Waves in Rods. Dispersion. Dissipation. Nonlinearity]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2002, 208 p.
5. *Vibratsii v tekhnike* [Vibrations in technology]. Ed. Bolotina V. V. 1999, 504 p.
6. Artobolevskii I. I., Bobrovnikskii Yu. I., Genkin M. D. *Vvedenie v akusticheskuyu dinamiku mashin* [Introduction to the acoustic dynamics of machines]. Moscow, Gl. red. fiz.-mat. lit. Publ., 1979, 296 p.
7. Iorish Yu. I. *Vibrometriya* [Vibrometry]. Moscow, Mashgiz Publ., 1963, 773 p.
8. Karpushin V. B. *Vibratsii i udary v radioapparature* [Vibrations and shocks in radio equipment]. Moscow, Sov. Radio Publ., 1971, 344 p.
9. Anan'ev I. V., Timofeev P. G. *Kolebaniya uprugikh sistem v aviatsionnykh konstruktsiyakh i ikh dempfirovanie* [Oscillations of elastic systems in aviation structures and their damping]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1965, 526 p.
10. Dmitriev B. M. *Otsenka dopustimyykh mekhanicheskikh nagruzok dlya izdelii* [Evaluation of allowable mechanical loads for products]. Moscow, Mashgiz Publ., 1973, 39 p.
11. Astakhov S. A., Biryukov V. I. Problems of ensuring the acceleration dynamics of aircraft during track test at a speed of 1600 m/s. *INCAS BULLETIN*. 2020, Vol. 12, P. 33–42. DOI: 10.13111/2066-8201.2020.12.S.3; <https://doi.org/10.13111/2066-8201.2020.12.S.3>.
12. Mirskii G. Y. *Apparaturnoe opredelenie kharakteristik sluchainyykh protsessov. Izdanie 2-e pererabotannoe i dopolnennoe* [Apparatus determination of the characteristics of random processes]. Moscow, Energiya Publ., 1972, 456 p.
13. Pugachev V. S. *Teoriya sluchainyykh funktsii i ee primeneniye k zadacham avtomaticheskogo upravleniya* [Theory of random functions and its application to automatic control problems]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1960, 883 p.
14. Kharkevich A. A. *Spektry i analiz* [Spectra and Analysis]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1962, 236 p.
15. Bendat Dzh., Pirsol A. *Primeneniya korrelyatsionnogo i spektral'nogo analiza* [Applications of correlation and spectral analysis: translation from English]. Moscow, Mir Publ., 1983, 312 p.
16. Shkalikov V. S., Pellinets V. S., Isakovich E. G. et al. *Izmereniye parametrov vibratsii i udara* [Measurement of vibration and shock parameters]. Moscow, Standartizdat Publ., 1980, 280 p.
17. Stiven Smit *Tsifrovaya obrabotka signalov. Prakticheskoe rukovodstvo dlya inzhenerov i nauchnykh rabotnikov* [Stephen Smith. Digital signal processing. A practical guide for engineers and scientists]. Moscow, Dodehka-KHKH1 Publ., 2012, 720 p.
18. *Paket prikladnykh programm WIN POS MERA* [Package of applied programs WIN POS MERA]. Available at: www.nppmera.ru.
19. Sergeev S. I. *Dempfirovaniye mekhanicheskikh kolebaniy* [Damping of mechanical vibrations]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1959, 408 p.
20. Yavlenskii A. K., Yavlenskii K. N. *Vibrodiagnostika i prognozirovaniye kachestva mekhanicheskikh sistem* [Vibrodiagnostics and prediction of the quality of mechanical systems]. Leningrad, Mashinostroenie Publ., 1983, 239 p.
21. Bobrovnikskii Y. I., Genkin M. D., Morozov K. D. [New method of acoustic diagnostics]. *Dinamika i akustika mashin*. Moscow, Nauka Publ., 1971, P. 98–108.
22. Genkin M. D., Sokolova A. G. *Vibroakusticheskaya diagnostika mashin i mekhanizmov* [Vibroacoustic diagnostics of machines and mechanisms]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1987, 288 p.

23. *Vibratsiya ehnergeticheskikh mashin: sprav, posobie* [Vibration of power machines: Ref. allowance]. Ed. N. V. Grigorieva. Leningrad, Mashinostroenie Publ., 1974, 464 p.

© Астахов С. А., Бирюков В. И., Катаев А. В., 2022

Астахов Сергей Анатольевич – кандидат технических наук, директор; Государственный казенный научно-испытательный полигон авиационных систем имени Л. К. Сафронова. E-mail: info@gknipas.ru.

Бирюков Василий Иванович – доктор технических наук, доцент, научный сотрудник, Государственный казенный научно-испытательный полигон авиационных систем имени Л. К. Сафронова; профессор, Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет). E-mail: aviatex@mail.ru.

Катаев Андрей Владимирович – ведущий инженер, Государственный казенный научно-испытательный полигон авиационных систем имени Л. К. Сафронова; аспирант, Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет). E-mail: a-kataev@mail.ru.

Astakhov Sergey Anatolyevich – PhD. Sc, Director; Scientific Test Range of Aviation Systems named after L. K. Safronov. E-mail: info@gknipas.ru.

Biryukov Vasily Ivanovich – Dr. Sc, Docent; Research assistant of Scientific Test Range of Aviation Systems named after L. K. Safronov; Professor, Moscow Aviation Institute (National Research University). E-mail: aviatex@mail.ru.

Kataev Andrey Vladimirovich – Lead engineer, Scientific Test Range of Aviation Systems named after L. K. Safronov; Postgraduate student, Moscow Aviation Institute (National Research University), MAI. E-mail: a-kataev@mail.ru.
