УДК 62-506.1

Вестник СибГАУ
Т. 16, № 1. С. 62–71

НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ АЛГОРИТМЫ УПРАВЛЕНИЯ СИСТЕМАМИ КЛАССА ГАММЕРШТЕЙНА

Н. В. Коплярова*, А. В. Медведев

Сибирский федеральный университет
Российская Федерация, 660041, г. Красноярск, просп. Свободный, 79
*E-mail: koplyarovanv@mail. ru

Рассмотрены задачи идентификации и управления нелинейными динамическими процессами класса Гаммерштейна в условиях частичной непараметрической неопределенности. В настоящее время наиболее широко распространенный подход к идентификации и управлению подобными системами состоит в параметризации как линейного динамического звена, так и нелинейного. При построении модели системы Гаммерштейна естественно используются наблюдения входных и выходных переменных с шумами. После предварительной параметризации модели обычно следует этап оценки параметров, входящих в последнюю. Очевидно, что недостаточно точная параметризация модели чревата тем, что качество управления такой системой может оказаться неудовлетворительным. Настоящая статья посвящена исследованию случая, когда уравнение линейного блока процесса не известно с точностью до параметров, а известно лишь, что процесс является линейным, а нелинейный блок задан с точностью до параметров. Такая постановка вопроса делает рассматриваемую систему более адекватной задачам практики. На первом этапе строится модель линейного динамического блока. Для построения непараметрической модели последнего необходимо на вход объекта подать функцию Хевисайда, в этом случае выход объекта с точностью до коэффициента является его переходной функцией. Восстановление весовой функции осуществляется по наблюдениям переходной методами непараметрической статистики. Для оценки параметров нелинейного звена необходимо проведение соответствующих экспериментов. Далее рассматривается задача управления системой Гаммерштейна, приводятся соответствующие непараметрические алгоритмы управления для случаев, когда нелинейное звено представляет собой квадратор. Следует обратить особое внимание на то, что при идентификации нелинейной динамической системы класса Гаммерштейна контролю подлежат только входные и выходные переменные. При изготовлении средств космической техники часто сталкиваются с необходимостью управления подобными объектами. Рассматриваемые модели и непараметрические алгоритмы управления оказываются полезными при создании компьютерных систем технической диагностики при виброиспытании космических аппаратов (КА) по каналу «вибросигнал – сигнал датчика, установленного на КА», а также систем управления производственными и технологическими процессами аэрокосмической техники. Проведено численное исследование предложенных алгоритмов управления для дискретно-непрерывных систем класса Гаммерштейна в различных условиях (при различном уровне помех в каналах измерения, различном объеме выборки и видах входных воздействий). Результаты компьютерных исследований показывают работоспособность предложенных алгоритмов.

Ключевые слова: априорная информация, непараметрическая идентификация, управление, нелинейная динамическая система, модель Гаммерштейна.

Vestnik SibGAU
Vol. 16, No. 1, P. 62–71

NONPARAMETRIC ALGORITHMS OF HAMMERSTEIN SYSTEM CONTROL

N. V. Koplyarova*, A. V. Medvedev

Siberian Federal University
79, Svobodny Av., Krasnoyarsk, 660041, Russian Federation
*E-mail: koplyarovanv@mail. ru

The task of identification and control of nonlinear dynamic processes Hammerstein class in partial non-parametric uncertainty is considered. Currently, the most widely used approach to the identification and management of such systems is the parameterization as a linear dynamic level, and non-linear. When building a model of the system Hammerstein the input and output variables with noise are naturally used. After pre-parameterization of the model, an evaluation phase of the parameters in the latter is usually followed. Obviously, that not enough accurate parameterization of the model is fraught with the fact that the quality of the management of such a system may not be satisfactory. This article is devoted to investigation of the case, the equation of linear block process is not known with an accuracy of pa-

rameters, and we only know that the process is linear and non-linear unit set up to parameters. This approach makes the system under consideration more than adequate to problems of practice. At the first stage model of linear dynamic block is built. To construct a non-parametric model of the last input object must submit the Heaviside function, in this case, the output of the object to within a factor is its transition function. Reconstruction of the weight function is carried out by the observations of transitional methods of nonparametric statistics. To estimate the parameters of non-linear element it is necessary to conduct appropriate experiments. Next, we consider the problem management system Hammerstein, given appropriate non-parametric control algorithms for cases where non-linear element is a quad. We should pay particular attention to the fact that in the identification of nonlinear dynamic system class Hammerstein, subject only to the control input and output variables. In the manufacture of space capabilities are often faced with the need to manage such objects. These models and nonparametric control algorithms are useful in creating computer systems of technical diagnostics with vibration testing of spacecraft (SC) on the channel: Vibrate - sensor mounted on the spacecraft, as well as systems of production and technological processes of aerospace technology. A numerical investigation of the proposed control algorithms for discrete-continuous systems class Hammerstein under different conditions (at different levels of noise in the measurement channels, a different sample size and types of input actions) has been conducted. The results of computer studies show the efficiency of the proposed algorithms.

Keywords: a priori information, nonparametric identification, control, nonlinear dynamic system model Hammerstein.

Введение. Существующая ныне теория автоматического управления в основном относится к разряду параметрических, т. е. к случаю, когда вид уравнения, описывающего объект (процесс), задан с точностью, описываемой до вектора параметров. Но зачастую априорной информации недостаточно, чтобы определить порядок уравнения линейного динамического блока системы класса Гаммерштейна, в отличие от нелинейного блока, параметрический вид которого определен. Это обстоятельство делает актуальным настоящее исследование в связи с тем, что для определения порядка уравнения, описывающего процесс, необходимо дополнительно проводить цикл исследований, связанных с идентификацией в «узком смысле». Это направление в настоящее время достаточно интенсивно развивается [1–5].

Для случая, когда порядок уравнения, описывающего линейный динамический блок, не определен, естественно использовать непараметрические модели и соответствующие алгоритмы управления [6]. В этом случае требуется «снятие» соответствующих переходных характеристик, необходимых для построения непараметрических моделей динамических процессов. Ключевым звеном дальнейшего является «включение» на входе объекта непараметрического алгоритма управления, являющегося по существу «обратным» к непараметрической модели, являющейся достаточно точным описанием нелинейной системы. С математической точки зрения это соответствует постановке обратного оператора на входе объекта, который интерпретируется как оператор управляемого процесса [7]. Конечно же, речь идет в данном случае не о точном операторе объекта, а об его приближении и, соответственно, об аппроксимации обратного оператора на основании наблюдений «входа-выхода» объекта. Дальнейшее изложение и будет посвящено непараметрическим моделям систем типа Гаммерштейна и соответствующим алгоритмам управления. Постановка задачи исследования нелинейных систем класса Гаммерштейна в условиях частичной неопределенности приближает ее решение к реальности. Подобные задачи возникают, например, при создании компьютерных систем управления технологическими процессами космической отрасли, а также других производств, где доминируют дискретно-непрерывные технологические процессы. В частности, при проведении виброиспытаний космических аппаратов канал «вибросигнал – сигнал датчика, установленного на космическом аппарате» может представлять собой нелинейное динамическое звено.

Постановка задачи идентификации. Рассматривается задача идентификации и управления динамических систем класса Гаммерштейна в условиях частичной параметризации. Пусть исследуемый объект может быть описан как последовательное сочетание нелинейных статических и линейных динамических блоков (модель Гаммерштейна). Линейный динамический блок модели воспроизводит динамические свойства исследуемого объекта, нелинейный блок – имитирует его нелинейные свойства [8]. Сложность в исследовании таких объектов заключается в том, что значения промежуточных сигналов (значения выхода блока, находящегося первым в последовательности) недоступны для измерения. Кроме того, порядок и параметры уравнения, описывающего линейный динамический блок системы, неизвестны. В общем виде задача идентификации систем класса Гаммерштейна может быть описана схемой, представленной на рис. 1 [9], где приняты следующие обозначения: Объект – нелинейная динамическая система, состоящая из линейной динамической (ЛЭ) и нелинейной статической (НЭ) частей, ИУ – измерительное устройство, $u(t)$ – входная переменная объекта, $x(t)$ – выходная переменная, u_t^ξ, x_t^ξ – соответствующие наблюдения переменных процесса в дискретный момент времени, которые из соображения простоты далее будем обозначать $\{u_i, x_i,\ t = \overline{1,s}\}$, $\xi(t)$ – ненаблюдаемое случайное воздействие, $\varepsilon^u(t), \varepsilon^x(t)$ – случайные факторы (помехи), действующие в каналах измерения переменных в дискретные моменты времени t, такие, что $M\{\varepsilon\} = 0$, $D\{\varepsilon\} < \infty$, $\hat{x}(t)$ – выход модели объекта, $w(t)$ – выходная переменная нелинейного элемента системы (неизмеряемая).

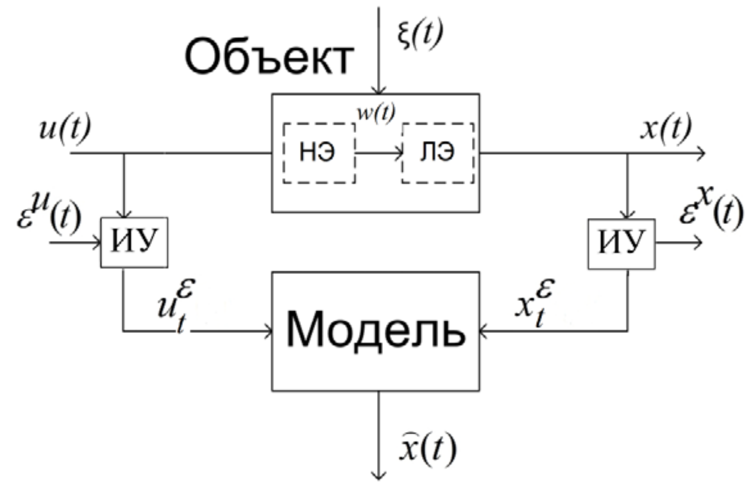

Рис. 1. Общая схема задачи идентификации

Исходные данные о состоянии исследуемого объекта составляют выборку измерений реакции объекта на входное воздействие $u(t)$: $\left\{u_i, x_i,\ i=\overline{1,s}\right\}$. Параметры и порядок дифференциального уравнения, которым может быть описана линейная динамическая часть системы, неизвестны. Пусть нелинейность в объекте описывается некоторой функцией, вид которой предполагается известным с точностью до набора параметров.

Исследователь имеет возможность проведения эксперимента, т. е. может подавать на вход исследуемого объекта некоторые воздействия и измерять его реакцию на них. Требуется на основании наблюдений «входа-выхода» построить модель данной системы, адекватно описывающую ее поведение в различных условиях. Решение задачи идентификации нелинейной системы в описанной постановке может быть разделено на два этапа. На первом этапе предлагается оценить параметры нелинейного звена и переходной характеристики линейного динамического элемента, а на втором – построить требуемую математическую модель исследуемого объекта.

Постановка задачи управления. Задача управления состоит в том, чтобы посредством выбора входного воздействия обеспечить желаемое поведение выходного сигнала системы. Схема большинства систем управления основана на применении принципа обратной связи, т. е. в системе при формировании управляющего воздействия вычисляется разность (ошибка) между желаемым значением выходной переменной и измерением ее действительного значения. Основная проблема решения задачи управления в данной постановке состоит в том, что регуляторы в данном случае формируют управляющее воздействие только на основании сравнения значений выхода объекта и задающего воздействия. Таким образом, настроенные параметры регулятора могут оказаться такими, что цель управления не будет достигаться в случае, если изменятся какие-то характеристики исследуемого объекта или его окружающая среда. То есть регулятор не может подстраиваться под конкретный объект и частную ситуацию управления им. Такие системы управления могут обладать недостаточной гибкостью в приспособлении к изменению условий эксплуатации.

В связи с этим разработаны также подходы к управлению, основанные на принципе адаптации. При анализе и синтезе систем управления такого класса используются математические модели физических объектов. То есть постановка задачи при этом предполагает наличие некоторой модели объекта и цели управления [10]. На основе использования модели в дальнейшем строятся алгоритмы адаптивного управления. Методы адаптивного управления служат для построения систем управления и условий его функционирования (характеристик среды), имеющихся на стадии проектирования или до начала эксплуатации системы. Необходимость в адаптивных системах управления возникает в связи со сложностью задач управления при отсутствии практической возможности подробного изучения и описания процессов, протекающих в объектах управления. Выбор модели объекта при этом зависит от условий, в которых он находится и от исходной информации, доступной исследователю. Априорная информация об исследуемом объекте включает информацию об операторе, описывающем объект, случайных помехах, функции цели, ограничениях.

В общем виде система управления объектом представлена на рис. 2, где Объект – объект управления, УУ – регулятор (устройство управления), x – выходная величина, u – входная величина (управляемый параметр), μ – неуправляемый параметр, x^* – заданное желаемое состояние выхода объекта, $\xi(t)$ – случайное воздействие на объект, ξ_u, ξ_μ, ξ_x – аддитивные помехи в каналах измерений.

Имеются статистически независимые наблюдения входных и выходных переменных исследуемого процесса $\left\{x_i, u_i\right\}$, $i=\overline{1,s}$, где s – объем выборки. На основании имеющихся априорных сведений и непараметрической модели требуется построить регулятор, который будет формировать управляющее воздействие, переводящее систему из начального состояния в желаемое. Таким образом, необходимо найти такое множество $\{u_i^*\}$ значений управляющего воздействия $u(t)$, для которого справедливо выражение $x(u_i^*) \approx x_i^*$.

Рассматривается задача, когда объект управления находится в следующих условиях: неизвестна структура модели, но известны некоторые сведения качественного характера о процессе – однозначность его характеристик, тип нелинейности динамического процесса. В случае системы с независимым (пассивным) накоплением информации [7] необходимо наличие выборки «входных-выходных» переменных $\{u_i, x_i\}$, $i = \overline{1,s}$, наблюдения в которой предполагаются статистически независимыми. Для решения задач идентификации на этом уровне априорной информации применяются методы непараметрической статистики.

Рассматриваются задачи управления нелинейными динамическими объектами, имеющейся априорной информации о которых недостаточно для построения систем управления с заданными показателями качества. Для линейных систем существует мощный и удобный математический аппарат, позволяющий проводить их анализ и синтез, однако все эти методы не применимы или ограниченно применимы для нелинейных систем, динамика которых описывается нелинейными дифференциальными или разностными уравнениями.

Непараметрическая модель системы типа Гаммерштейна. Будем исследовать системы, которые могут быть представлены в виде модели Гаммерштейна [8]. Пусть порядок и параметры линейной динамической части системы неизвестны, а структура нелинейного элемента задана с точностью до набора параметров α. Основная идея алгоритма, предлагаемого для построения моделей таких систем, заключается в использовании непараметрических оценок для описания связей системы, информация о которых по каким-то причинам неизвестна (в данном случае измерению недоступна линейная динамическая часть системы), а также в применении непараметрического подхода к оцениванию функций.

Считается, что помехи в каналах измерения приведены к выходу и вход $u(t)$ известен точно, а выход $x(t)$ измеряется со случайными ошибками, имеющими нулевое математическое ожидание и ограниченную дисперсию. Выход нелинейного элемента $w(t)$ измерению недоступен.

Система находится в условиях, когда параметризованная структура ЛЭ неизвестна, а нелинейная характеристика НЭ известна с точностью до набора параметров. Необходимо на основании измерений выхода объекта при известном входном воздействии построить модель, удовлетворяющую условию минимума квадратичного критерия оптимальности [9].

Как видно из рис. 3, связь между входной $u(t)$ и выходной $x(t)$ переменными объекта при нулевых начальных условиях может быть описана уравнениями вида

$$w(t) = f(u(t)),$$

$$x(t) = \int_0^t h'(t-\tau)w(\tau)d\tau, \qquad (1)$$

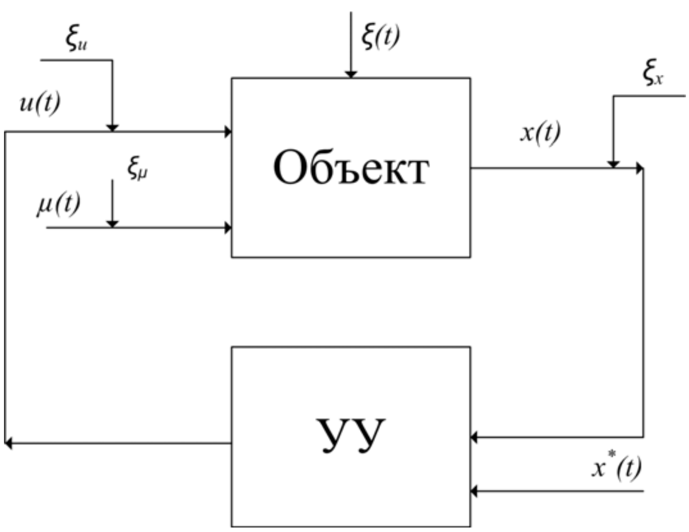

Рис. 2. Общая схема алгоритма управления

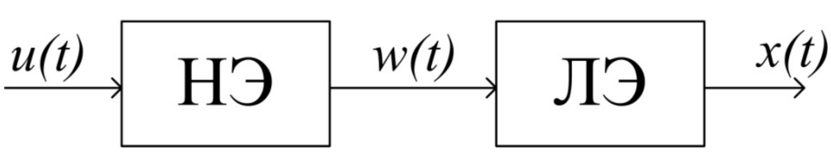

Рис. 3. Схема нелинейной системы: ЛЭ – линейная динамическая часть; НЭ – нелинейный элемент системы; $u(t)$ – входное воздействие; $w(t)$ – выход промежуточного звена объекта; $x(t)$ – выход объекта

Или, исключая переменную $w(t)$,

$$x(t) = \int_0^t h'(t-\tau) f(a, u(\tau)) d\tau, \quad (2)$$

где $h(t)$ – переходная функция линейного динамического элемента; $f(u)$ – нелинейная функция, заданная с точностью до вектора неизвестных параметров a.

Обозначим $x^1(t)$ реакцию нелинейного объекта на входной сигнал в виде функции Хевисайда $u(t) = 1(t)$, $x(t)$ – реакция объекта на некоторый тестовый сигнал, форма которого отличается от ступенчатого. Измерения сигналов $x^1(t)$ и $x(t)$ в дискретные моменты времени образуют выборки наблюдений соответственно $\{u_i, x^1{}_i\}$ и $\{u_i, x_i\}_i, i = \overline{1,s}$, s – объем выборки.

Сначала рассматривается задача идентификации ЛЭ. Ступенчатый сигнал $u(t) = 1$ после прохождения нелинейного элемента сохраняет ступенчатую форму, но меняет амплитуду, т. е. $w(t, u(t) = 1) = f(1(t)) = d$, где d = const – некоторая константа. Выход нелинейной системы $x(t)$ в соответствии с (2) при единичном входном сигнале запишется в следующем виде:

$$x^1(t) = \int_0^t h^{1'}(t-\tau) 1(\tau) d\tau = \int_0^t k^1(t-\tau) 1(\tau) d\tau. \quad (3)$$

Тогда $x^1(t)$ можно рассматривать как переходную функцию некоторой линейной системы с весовой функцией $k^1(t) = dh^1(t)$. Таким образом, импульсная переходная функция $k^1(t) = \frac{d}{dt} x^1(t)$ и ее оценка $\hat{k}^1(t)$ может быть получена на основе выборки $(x^1{}_i, t_i, i = \overline{1,s})$ следующим образом:

$$\hat{k}^1(t) = \sum_{i=1}^{s} x_i^1 H'\left(\frac{t - t_i}{c_s}\right). \quad (4)$$

Модель нелинейной системы (2) можно записать в виде

$$\hat{x}(t) = \int_0^t \hat{k}^1(t-\tau) w(\tau) d\tau = \int_0^t \hat{k}^1(t-\tau) f(u(\tau), \overline{a}) d\tau. \quad (5)$$

С учетом оценки $\hat{k}^1(t)$ данная модель примет вид

$$\hat{x}(t) = \frac{1}{s c_s} \sum_{i=1}^{s} \sum_{j=1}^{t/\Delta t} x_i^1 \cdot H'\left(\frac{t - \tau_j - t_i}{c_s}\right) \hat{f}(u(\tau_j)) \Delta\tau, \quad (6)$$

где x_i^1 – реакция исследуемого объекта на единичное входное воздействие. Алгоритм оценки параметров a функции $f(u)$ зависит от типа нелинейности в системе.

Модель типа Гаммерштейна с квадратором. Пусть имеем систему, представленную в виде модели Гаммерштейна. Причем нелинейная часть системы представляет собой квадратор, описываемый функцией вида $f(u) = au^2$, где a = const. Выход НЭ вычисляется следующим образом: $w(t) = f(u, a) = au^2$. При единичном входном воздействии $u(t) = 1(t)$ выход нелинейного элемента системы равен $w(t) = a$. Выход нелинейного объекта $x^1(t)$ тогда рассчитывается следующим образом:

$$x^1(t) = \int_0^t h'(t-\tau) w(\tau) d\tau =$$
$$= a\int_0^t h'(t-\tau) u^2(\tau) d\tau = a\int_0^t h'(t-\tau) d\tau. \quad (7)$$

Таким образом, выход $x^1(t)$ при $u(t) = 1$ может быть рассмотрен как оценка переходной функции линейного элемента, значение которой умножено на некоторый коэффициент, т. е. $x^1(t) = a \cdot h(t)$. Тогда переходная функция ЛЭ оценивается следующим образом:

$$\hat{h}(t) = x^1(t) / a. \quad (8)$$

При произвольном входном воздействии и нулевых начальных условиях выход линейной части системы описывается выражением (1). С учетом рассчитанного значения переходной функции (8) модель нелинейного динамического объекта примет вид

$$\hat{x}(t) = a\int_0^t \hat{h}'(t-\tau) u^2(\tau) d\tau = \int_0^t \hat{x}^1(t-\tau) u^2(\tau) d\tau. \quad (9)$$

Далее приводится расчетная непараметрическая модель нелинейного объекта, представленного в виде модели Гаммерштейна с квадратором:

$$\hat{x}(t) = \sum_{i=1}^{s} \sum_{j=1}^{t/\Delta\tau} \hat{x}_i^1 H'\left(\frac{t - \tau_j - t_i}{c_s}\right) u^2(\tau_j) \Delta\tau, \quad (10)$$

где x_i^1 – реакция нелинейной системы на единичное входное воздействие; $u(t)$ – входное воздействие.

Пример. Рассмотрим нелинейную динамическую систему Гаммерштейна, состоящую из квадратора с параметром $a = 3$ и разностного аналога дифференциального уравнения (имитирующего объект): $3 \cdot x''(t) + 0{,}52 \cdot x'(t) + 1 \cdot x(t) = u(t)$. Исходная информация о состоянии объекта, доступная исследователю, представляет собой выборку «входных-выходных» переменных, т. е. описание ЛЭ в виде дифференциального уравнения, а также параметры a НЭ неизвестны. Результаты моделирования данного объекта при различных входных воздействиях представлены на рис. 4.

Анализируя модели нелинейного динамического объекта с видом нелинейности типа квадратора, можно сказать, что непараметрическая модель достаточно хорошо описывает систему при различных значениях параметров нелинейной части объекта в условиях зашумленности выходных каналов связи, при различных входных воздействиях.

Модель типа Гаммерштейна с насыщением. Рассмотрим нелинейную динамическую систему, нелинейность в которой представлена звеном насыщения, т. е. описывается функцией вида

$$f(u) = \begin{cases} u, |u| \le b, \\ a \cdot \operatorname{sign}(u), |u| > b, \end{cases} \quad (11)$$

где a, b – некоторые неизвестные параметры.

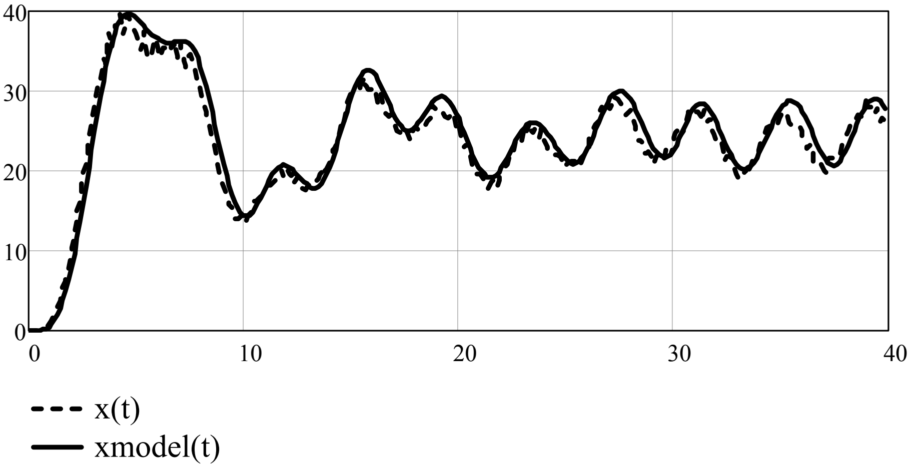

Рис. 4. Результат оценки выхода $x(t)$: $x$model(t) – модель нелинейной системы; x – выход системы; объем выборки s = 300, Δt = 0,117, помеха 5 %, входное воздействие: $u(t) = 4\sin(0{,}8t)$, относительная ошибка моделирования 3,2 %

Модель системы в общем виде может быть описана уравнением вида (1), где неизвестными являются значения параметров a, b функции $f(u)$ и переходная характеристика линейного элемента системы $h(t)$. Учитывая вид нелинейности, в данном случае при $w(t) < b$ выход объекта совпадает с выходом его линейной динамической части $w(t)$. В остальных случаях выход объекта имеет значение a = const, которое возможно определить опытным путем в результате нескольких экспериментов над системой [11]. Далее приводится алгоритм оценивания параметров НЭ и переходной функции ЛЭ $h(t)$.

Подадим на вход объекта единичное воздействие в виде функции Хевисайда $u(t) = 1(t)$, тогда выход нелинейного элемента вычисляется как

$$w^1(t) = \begin{cases} 1, |b| \geq 1, \\ a, |b| < 1. \end{cases} \tag{12}$$

Тогда выход исследуемого объекта имеет значение

$$x^1(t) = \begin{cases} \int\limits_0^t h'(t-\tau)d\tau, |b| \geq 1, \\ a \cdot \int\limits_0^t h'(t-\tau)d\tau, |b| < 1. \end{cases} \tag{13}$$

Таким образом, модель разбивается на две части в зависимости от значения параметра b. Для применения данной модели требуется оценить значения параметров НЭ и переходной функции ЛЭ $h(t)$. Далее рассмотрим каждый из данных возможных случаев подробнее.

Если $|b| < 1$, тогда выход нелинейной системы (обозначенный $x^1(t)$) фактически будет равен величине $x^1(t) = a \cdot \int\limits_0^t \hat{h}'(t-\tau)d\tau$. При этом из теории моделирования линейных динамических систем известно, что если подать на вход модели воздействие $u(t)$ = = 1 (t), получим оценку переходной функции системы, т. е. $\hat{h}(t) = \int\limits_0^t \hat{h}'(t-\tau)1(\tau)d\tau$. Таким образом, учитывая, что $x^1(t) = a \cdot \hat{h}(t)$, выразим оценку переходной функции следующим образом: $\hat{h}(t) = x^1(t) / a$.

Если $|b| \geq 1$, выход нелинейной системы ($x^1(t)$) будет равен значению переходной функции системы:

$$x^1(t) = \int\limits_0^t \hat{h}'(t-\tau)d\tau = \hat{h}(t).$$

Тогда оценка переходной функции нелинейного объекта может быть рассчитана как

$$\hat{h}(t) = \begin{cases} x^1(t), |b| \geq 1, \\ x^1(t) / a, |b| < 1, \end{cases} \tag{14}$$

где $x^1(t)$ – реакция объекта на единичное воздействие (данная величина доступна для измерения); a, b – параметры нелинейного элемента (неизвестны). Параметры функции, описывающей НЭ, предлагается оценить по следующей схеме [12]:

1. Формирование выборки. Проводится серия из m экспериментов, в ходе которых на вход системы последовательно подаются воздействия различной амплитуды $u(t)_j = e_j$, $e_j = \text{const}, j = \overline{1,m}$. При этом если $u(t)_j = e_j$, то выход нелинейного объекта равен $w(t)_j = e_j$, если $e_j < b$, или в противном случае, $w(t)$ = = $a \cdot \text{sign}(e_j)$. Выход нелинейного объекта $x(t)_j$ равен значению переходной характеристики линейного элемента $h(t)$, умноженной на некоторый коэффициент. В таблице представлены обобщенные данные о значениях различных переменных нелинейной динамической системы при подаче на ее вход воздействий различной амплитуды.

Обобщение экспериментов для определения параметров нелинейного элемента

$u(t)$	$w(t)$	$x(t)$	$x_{уст}$
e_1	e_1	$x(t)=e_1\int_0^t \hat{h}'(t-\tau)d\tau=e_1\hat{h}(t)$	$e_1\cdot h_y$
e_2	e_2	$x(t)=e_2\hat{h}(t)$	$e_2\cdot h_y$
e_3	e_3	$x(t)=e_3\hat{h}(t)$	$e_3\cdot h_y$
e_4	e_4	$x(t)=e_4\hat{h}(t)$	$e_4\cdot h_y$
…	…	…	…
$e_k>b$	a	$x(t)=a\int_0^t \hat{h}'(t-\tau)d\tau=a\hat{h}(t)$	$a\cdot h_y$
…	…	…	…
$e_n>b$	a	$x(t)=a\hat{h}(t)$	$a\cdot h_y$

Таким образом, в результате получим выборку, составленную из значений входных воздействий и установившегося значения выхода нелинейной системы: $\{u_j, x_j^y = x_{уст}\}, j=1,\overline{m}$. На основании этой выборки параметры нелинейного элемента могут быть оценены согласно приведенному алгоритму.

2. Находится расстояние между двумя соседними измерениями:

$$d_j = \left|x_j - x_{j-1}\right| / \Delta t, \qquad j=\overline{1,m},$$

где Δt – шаг дискретизации выборки.

3. Оценивание параметров. Для определенного $j_0 = j$, при котором выполняется соотношение $d_{j0} < \varepsilon, \varepsilon > 0$, в качестве оценки параметра b принимается значение $\hat{b} = u_{j0-1}$.

Если $\hat{b} = u_{j0-1}$, то для оценки параметра a рассматривается оставшаяся выборка $\{u_{j1}, x^y_{j1}\}, j_1 = j_0, ..., m$.

По этой выборке параметр a оценивается следующим образом:

$$\hat{a} = M\{a_{j1}\} = \frac{1}{m-j_0}\cdot\sum_{i=j0}^{m} x_i.$$

4. Оценка функции. В соответствии с тем, что искомая функция имеет вид звена насыщения, оценка нелинейного элемента примет вид

$$\hat{f}(t) = \begin{cases} u, |u| \le \hat{b}, \\ a\cdot\operatorname{sign}(u), |u| > \hat{b}. \end{cases} \qquad (15)$$

Далее на вход объекта подается некоторая ступенчатая функция, значение которой не превышает порога b – получаем переходную характеристику. Модель линейной части объекта предлагается строить в виде интеграла Дюамеля.

Таким образом, модель нелинейного объекта, выход которой вычисляется как значение функции, описывающей нелинейное звено, аргумент которой – выход модели линейной части объекта [13]:

$$\hat{x}(t) = \int_0^t \hat{h}'(t-\tau)\hat{f}(u(\tau),\hat{a},\hat{b})d\tau. \qquad (16)$$

Численный вариант данной модели:

$$\hat{x}(t) = \sum_{i=1}^{s}\sum_{j=1}^{t/\Delta t}\hat{h}_i\cdot H'\left(\frac{t-\tau_j-t_i}{c_s}\right)\hat{f}(u(\tau_j))\Delta\tau, \qquad (17)$$

где оценка переходной функции нелинейного объекта рассчитывается как

$$\hat{h}(t) = \begin{cases} x^1(t)/a, & |b|<1, \\ x^1(t), & |b|\ge 1, \end{cases} \qquad (18)$$

где $x^1(t)$ – реакция объекта на единичное воздействие; a, b – параметры нелинейного элемента, оцененные по алгоритму, описанному выше.

Непараметрический алгоритм управления нелинейной динамической системой класса Гаммерштейна. Рассматривается задача управления нелинейными динамическими системами, которые могут быть представлены в виде модели Гаммерштейна. Пусть линейная часть объекта описывается нелинейным дифференциальным уравнением неизвестного порядка. При этом предполагается, что тип нелинейности известен.

Предлагается непараметрический подход к синтезу регулятора. Описываемый метод предполагает выполнение двух этапов. Первый этап сводится к тому, что по измеренным со случайной ошибкой реализациям управляющего входного и результирующего выходного процессов строится модель динамической системы. Следующий этап состоит в том, что модель объекта используется для получения переходных характеристик обратного оператора системы. Оценка обратного оператора позволяет синтезировать управляющее воздействие для желаемого выходного процесса.

В данном случае схема управления имеет вид, представленный на рис. 5.

Модели такой структуры состоят из разделенных линейной динамической части и нелинейного элемента. При этом можно считать, что объект управления описывается двумя операторами, один из которых является линейным. Линейная часть системы описывается оператором A, нелинейная – оператором B.

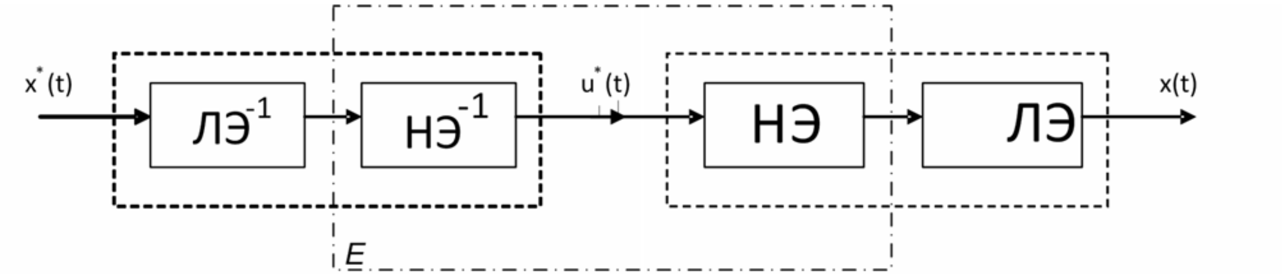

Рис. 5. Схема функционирования непараметрического регулятора: Е – единичный оператор; ЛЭ$^{-1}$ – оператор, обратный к ЛЭ системы; НЭ$^{-1}$ – оператор, обратный к НЭ

То есть:

$$w(t) = B\{u(t)\}, \tag{19}$$

$$x(t) = A\{w(t)\} = A\{B\{u(t)\}\}, \tag{20}$$

где $w(t)$ – выход нелинейного элемента системы; $x(t)$ – выход объекта.

Выход объекта может быть представлен в операторной форме следующим образом:

$$x(t) = A\{B\{u(t)\}\}. \tag{21}$$

Таким образом, управляющее воздействие может быть описано как

$$u = B^{-1}A^{-1}x. \tag{22}$$

При построении модели динамической системы в виде (1) получена оценка функции, описывающей нелинейный элемент системы, следовательно, можно найти оператор B^{-1}.

Оператор A^{-1}, обратный к A, будет также линейным и может быть описан интегралом свертки [7]:

$$u(t) = A^{-1}w(t) = \int_0^t h1(\tau)w(t-\tau)d\tau = \int_0^t v'(\tau)w(t-\tau)d\tau, \tag{23}$$

где $v(t)$ и $h1(t)$ – соответственно переходная и импульсная переходная функции «обратного» процесса.

В этом случае оператор A представлен выражением (17), а A^{-1} – (18). Оператор B описывает функцию $f(\cdot)$, причем будем предполагать, что существует обратный оператор $B^{-1} = f^{-1}(\cdot)$.

Таким образом, управляющее воздействие вычисляется следующим образом:

$$u^*(t) = f^{-1}\left(\int_0^t \hat{h}'^1(t-\tau)x^*(\tau)d\tau\right), \tag{24}$$

где $f^{-1}(\cdot)$ – функция, описывающая обратный нелинейный оператор; $v(t)$ – оценка переходной характеристики «обратного» линейного элемента системы, или в дискретном варианте [14]:

$$u^*(t) = f^{-1}\left(\frac{1}{sc_s}\cdot\sum_{i=1}^{s}\hat{h}_i^1\cdot H'\left(\frac{t_j-t_i}{c_s}\right)\cdot x^*(t_j)h\right). \tag{25}$$

Тогда задача сводится к нахождению обратной переходной функции $v(t)$, которая в данном случае имеет вид

$$\hat{v}(t) = \frac{1-\dfrac{1}{sc_s}\cdot\sum_{i=1}^{s}\sum_{j=1}^{t-1}\hat{h}_i\cdot H'\left(\dfrac{t_j-t_i}{c_s}\right)\cdot f(u(t_j))\Delta t}{\dfrac{1}{sc_s}\cdot\sum_{i=1}^{s}\hat{h}_i\cdot H'\left(\dfrac{t-t_j-t_i}{c_s}\right)\cdot\Delta t}, \tag{26}$$

где $\hat{h}(t)$ – оценка переходной характеристики линейной части системы.

Далее строим непараметрическую оценку переходной функции линейной части системы в направлении «выход-вход» [15]:

$$\hat{v}(t) = \frac{1}{sc_s}\cdot\sum_{i=1}^{s}v_i\cdot H\left(\frac{t-t_i}{c_s}\right). \tag{27}$$

Управляющее воздействие находится в следующем виде:

$$u^*(t) = \int_0^t \hat{v}'(t-\tau)\hat{w}(\tau)d\tau, \tag{28}$$

или в дискретном варианте:

$$u^*(t) = \frac{1}{sc_s}\cdot\sum_{i=1}^{s}\sum_{j=1}^{t/\Delta\tau}\hat{v}_i\cdot H'\left(\frac{t-t_i-\tau_j}{c_{su}}\right)\times \times\hat{f}^{-1}(x^*(\tau_j))\Delta\tau, \tag{29}$$

где $\hat{v}_i$ – оценка переходной характеристики «обратного» линейного элемента системы; $f^{-1}(\cdot)$ – оценка функции, описывающей нелинейность; $x^*(t)$ – желаемое значение выхода системы.

Пример. Рассмотрим нелинейную динамическую систему, состоящую из квадратора (параметр a = 2) и разностного аналога дифференциального уравнения (имитирующего объект): $3\cdot x''(t)+1{,}3\cdot x'(t)+1\cdot x(t) = u(t)$. Предполагаем, что вид и параметры реального уравнения, описывающего процесс, неизвестны. Входное воздействие: $u(t) = 3\cos(0{,}5t) + \sin(0{,}2t)$. Результат моделирования такого процесса представлен на рис. 6.

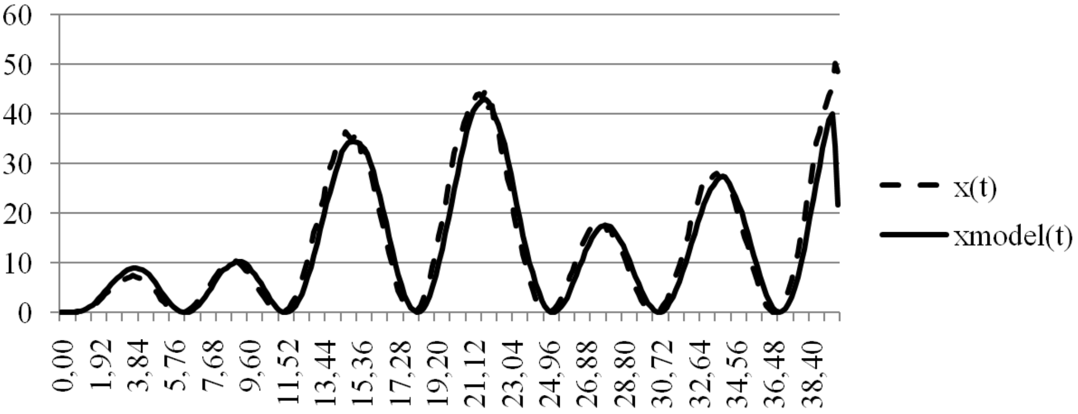

Рис. 6. Результат оценки выхода $x(t)$: $x$model(t) – модель нелинейной системы; x – выход системы; объем выборки s = 250, h = 0,16, помеха 5 %, ошибка моделирования 3,7 %

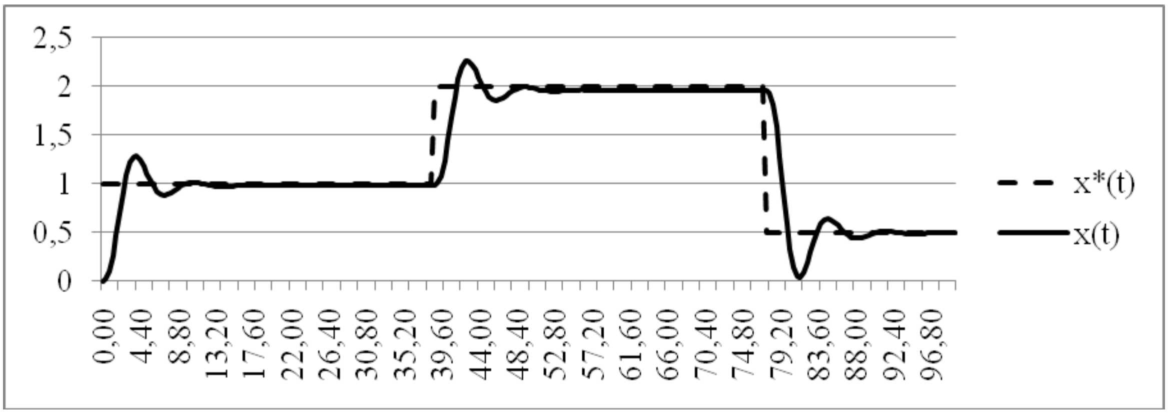

Рис. 7. Управление динамическим объектом: $x(t)$ – выход управляемого объекта; $x^*(t)$ – желаемое значение выхода, помеха 5 %, W = 0,15

Далее представлены реакции объекта, управляемого непараметрическим регулятором. Задающее воздействие принято в виде сложной ступенчатой функции:

$$x(t) = \begin{cases} 1, & t < tk/3, \\ 2, & tk/3 \le t < 2tk/3, \\ 0,5, & t \ge 2tk/3. \end{cases} \qquad (30)$$

Качество работы регулятора оценивается с использованием среднеквадратической ошибки управления (W) (рис. 7).

В результате экспериментов подтверждена работоспособность алгоритма построения непараметрического регулятора.

Заключение. Рассмотрена задача управления нелинейными динамическими системами, представленными в виде моделей Гаммерштейна. Исследуются системы, находящиеся в условиях частичной параметризации. В данном случае структура линейного динамического блока неизвестна, а вид нелинейности предполагается известным с точностью до параметров. В данном случае постановка задачи рассматривается в адаптивном варианте, тогда для создания регулятора требуется наличие модели исследуемого объекта.

Таким образом, задача управления нелинейной системой рассмотренного типа может быть разделена на два этапа. Сначала рассматривается непараметрическая идентификация исследуемого объекта. Суть метода построения модели тогда заключается в сочетании моделей линейного динамического и нелинейного статического процессов в общей модели системы. Данный метод не предусматривает наличия полной априорной информации о структуре объекта.

Далее приводится методика построения непараметрического регулятора посредством оценки оператора, обратного тому, который описывает исследуемый класс систем. Данные методы не предусматривают наличия полной априорной информации о структуре объекта. Описанные методы построения и исследования регуляторов позволяют управлять технологическими процессами и системами, имеющими нелинейную структуру.

Библиографические ссылки

1. Sung S. W., Lee J. Modeling and control of Wiener-type processes. Chemical Engineering Science. 2004. no. 59. P. 1515–1521.

2. Дорф Р., Бишоп Р. Современные системы управления / пер. с англ. Б. И. Копылова. М. : Лаборатория базовых знаний, 2002. 832 с.

3. Keesman K. J. System identification. An introduction. London : Springer, 2011. 351 p.

4. Цыпкин Я. З. Основы информационной теории идентификации. М. : Наука, 1984. 320 с.

5. Методы классической и современной теории автоматического управления. Т. 1. Математические модели, динамические характеристики и анализ систем управления / под ред. К. А. Пупкова, Н. Д. Егупова. М. : МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. 656 с.

6. Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления М. : Мир, 1975. 681 с.

7. Медведев А. В. Непараметрические алгоритмы идентификации нелинейных динамических систем // Стохастические системы управления. Новосибирск : Наука. 1979. С. 15–22.

8. Медведев А. В. Теория непараметрических систем. Моделирование // Вестник СибГАУ. 2010. Вып. 4 (30). С. 4–9.

9. Надарая Э. А. Непараметрическое оценивание плотности вероятностей и кривой регрессии. Тбилиси : Изд-во Тбилис. ун-та, 1983. 194 с.

10. Медведев А. В. Непараметрические системы адаптации. Новосибирск : Наука, 1983. 173 с.

11. Медведев А. В. Теория непараметрических систем. Управление – I // Вестник СибГАУ. 2013. № 2(48). С. 57–63.

12. Попков Ю. С. Идентификация и оптимизация нелинейных стохастических систем. М. : Энергия, 1976. 440 с.

13. Чайка С. Н. К идентификации динамических систем при частично параметризованной структуре модели // Динамика систем: Управление и оптимизация. Горький : Изд-во Горьковского гос. ун-та, 1989.

14. Коплярова Н. В., Сергеева Н. А. Непараметрические алгоритмы идентификации систем класса Винера и Гаммерштейна // Системы управления и информационные технологии. 2013. № 2.1 (52). С. 133–137.

15. Коплярова Н. В., Сергеева Н. А. О непараметрических алгоритмах идентификации нелинейных динамических систем // Вестник СибГАУ. 2012. Вып. 5(51). С. 39–44.

References

1. Sung S. W., Lee J. Modeling and control of Wiener-type processes. *Chemical Engineering Science*, 2004, no. 59, p. 1515–1521.

2. *Dorf R. C., Bishop R. H. Sovremennye sistemy upravleniya.* [Modern Control Systems]. Moscow, Laboratoriya bazovykh znaniy Publ., 2002, 832 p.

3. Keesman K. J. System identification. An introduction. London, Springer, 2011, 351 p.

4. Cypkin Ja. Z. *Osnovy informatsionnoi teorii identifikatsii* [Fundamentals of the informational theory of identification]. Moscow, Nauka Publ., 1984, 320 p.

5. Pupkov K. A., Egupov N. D. *Metody klassicheskoi i sovremennoi teorii avtomaticheskogo upravleniya. T1: Matematicheskie modeli, dinamicheskie kharakteristiki i analiz sistem upravleniya* [Methods of classical and modern control theory. T1: Mathematical models, dynamic characteristics and analysis of control systems]. Moscow, MGTU name. N.E. Baumana Publ., 2004, 656 p.

6. Eykhoff P. *Osnovy identifikatsii sistem upravleniya* [Identity-based control systems]. Moscow, Mir Publ, 1975, 681 p.

7. Medvedev A. V. [Nonparametric algorithms of nonlinear dynamical system identification]. *Stokhasticheskie sistemy upravleniya* [Stochastic control systems]. Novosibirsk, Nauka Publ., 1979, p. 15–22 (In Russ.).

8. Medvedev A. V. [Nonparametric systems theory. Modeling]. *Vestnic SibGAU*, 2010, no. 4(30), p. 4–9 (In Russ.).

9. Nadaraya E. A. *Neparametricheskoe otsenivanie plotnosti veroyatnostei i krivoi regressii* [Nonparametric estimation of probability density function and regression curve]. Tbilissi, Tbilissi Univ. Publ, 1983, 194 p.

10. Medvedev A. V. *Neparametricheskie sistemy adaptatsii* [Nonparametric adaptation systems]. Novosibirsk, Nauka Publ., 1983, 173 p.

11. Medvedev A. V. [Nonparametric systems theory. Control]. *Vestnic SibGAU*, 2013, no. 2(48), p. 57–63 (In Russ.).

12. Popkov U. S. *Identifikatsiya i optimizatsiya nelineinykh stokhasticheskikh sistem* [Identification and optimization of nonlinear stochastic systems]. Moscow, Energya Publ., 1976, 440 p.

13. Chaika S. N. [To dynamical systems of Hammerstein class identification with partially parameterized model structure]. *Dinamika sistem: upravlenie i optimizatsiya* [System dynamics: Control and optimization]. Gorki, Gorki university Publ, 1989, p. 24–36 (In Russ.).

14. Koplyarova N. V., Sergeeva N. A. [Nonparametric algorithms for system identification of Wiener and Hammerstein class]. *Sistemy upravleniya i informatsionnie tekhnologii*, 2013, no. 2.1 (52), p. 133–137 (In Russ.).

15. Koplyarova N. V., Sergeeva N. A. [About the nonparametric algorithms of nonlinear dynamical processes identification]. *Vestnic SibGAU*, 2012, no. 5(51), p. 39–44 (In Russ.).