

**ПРИМЕНЕНИЕ КРИТЕРИЕВ ДИНАМИЧЕСКОГО КАЧЕСТВА
ДЛЯ ОЦЕНКИ РАБОТОСПОСОБНОСТИ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ**

М. Г. Гришечкина, А. Н. Щепин*, А. А. Иптышев, А. П. Смирнов

Сибирский федеральный университет
Российская Федерация, 660074, г. Красноярск, ул. Киренского, 26
*E-mail: stepler8@yandex.ru

Представлена методика оценки динамического качества электромеханического привода как в целом, так и отдельных составляющих его элементов при проектировании. В качестве одного из элементов электромеханического привода выбрана зубчатая передача, которая широко используется в механических приводах космической техники (приводы раскрытия антенн, поворотные механизмы антенн и т. п.). Для механических приводов космической техники при проведении агрегатных испытаний одним из критериев работоспособности является вибропрочность. В результате этих испытаний выполняется частотный анализ в момент запуска и эксплуатации, соответственно, предложенную методику можно использовать и при расчёте приводов космической техники. Рассмотрены динамические модели зубчатых передач, предложенные как российскими, так и зарубежными исследователями, и по результатам анализа предложена динамическая модель зубчатой передачи, позволяющая на этапе эскизного проекта сделать оценку динамического качества изделия с целью улучшения динамических характеристик привода при крутильно-поперечных колебаниях. Предложенная динамическая модель зубчатой передачи учитывает дополнительные степени свободы, что позволяет точнее оценить поведение динамической системы. Сделаны динамический расчёт и оценка динамического качества с помощью коэффициента динамичности выбранной зубчатой передачи, которая показала хорошее динамическое качество спроектированной передачи. Предложенная методика позволяет на этапе эскизного проектирования без использования дорогостоящих CAD-, CAE-пакетов сделать быструю оценку динамического качества разрабатываемой конструкции привода с целью ее улучшения. Данная статья является продолжением работ авторов, направленных на составление динамической модели привода методом конечных элементов, состоящей из отдельных динамических элементов (ременных и цепных передач, электродвигателей, муфт, валов).

Ключевые слова: динамическая модель, зубчатые передачи.

Sibirskii Gosudarstvennyi Aerokosmicheskii Universitet
imeni Akademika M. F. Reshetneva. Vestnik
Vol. 18, No. 1, P. 33–39**CRITERIA APPLICATION FOR EVALUATION OF QUALITY OF DYNAMIC PERFORMANCE GEAR**

M. G. Grishechkina, A. N. Shhepin*, A. A. Iptyshev, A. P. Smirnov

Siberian Federal University
26, Kirenskogo Str., Krasnoyarsk, 660074, Russian Federation
*E-mail: stepler8@yandex.ru

The work is devoted to the method of the dynamic electromechanical drive quality assessment as a whole, and the individual constituent elements of the design. In this paper, as one of the elements of an electromechanical drive gear is selected, this is widely used in mechanical drives of space technology (antennas disclosure actuators, rotary mechanisms antennas, etc.). For mechanical drive space technology during the aggregation test one of the criteria of efficiency is vibration. As a result of these tests frequency analysis at the time of start-up and operation, respectively, is performed; the proposed methodology can be used in the calculation of drive space technology. The authors examined the dynamic model of gears, proposed by both Russian and foreign researchers, and according to the analysis proposed dynamic model of gear, which allows step conceptual design to make an assessment of the dynamic quality of the product in order to improve the drive dynamic performance with torsionally transverse vibrations. The proposed dynamic model of gear allows for additional degrees of freedom, which allows more accurate assessment of the behavior of dynamic systems. The dynamic analysis and evaluation of the dynamic quality through dynamic factor selected gear have been made, which showed good dynamic quality-designed transmission. The proposed method

allows for a conceptual design stage without expensive CAD, CAE packages to make a rapid assessment of the dynamic driving qualities of structures developed with a view to its improvement. This article is a continuation of the authors, aimed at drawing up a dynamic model of the drive by EC, consisting of separate dynamic elements (belt and chain drives, motors, couplings, shafts).

Keywords: dynamic model, gear.

Введение. Повышение качества машин и их важнейших составных частей – систем приводов, требует при проектировании учитывать динамические процессы, неизбежно возникающие в работе технологических машин. Эти процессы проявляются в форме колебаний инерционных масс на упругих элементах привода, вызывающих увеличение нагрузок в звеньях и кинематических парах, снижающих характеристики надежности и экономические показатели машины.

В настоящее время актуальной становится задача создания эффективного импортозамещающего оборудования для производства деталей (трубопроводов в ракетостроении, рессор автомобильного транспорта, обслуживающего данную отрасль, и др.) из отечественного сырья. Восстановление и ремонт деталей достаточно затруднителен, а покупка импортных комплектующих обходится дороже.

Все это позволит сократить себестоимость в 3–5 раз. Существует потребность в данном технологическом оборудовании. Основные преимущества этого оборудования – это простота в изготовлении, высокая надежность и относительно малая стоимость при мелкосерийном производстве.

В данный момент на существующем рынке нет предложений по данному виду оборудования для использования его в небольших автосервисах, малых предприятиях, а также в технопарке при ремонте и обслуживании технологических транспортных машин и другого оборудования как в полевых, так и стационарных условиях, а также для гибки труб различного поперечного сечения, необходимых для ракетостроения.

При разработке станка для рихтования и проката рессор, удовлетворяющих современным требованиям, был проведен патентный поиск и были обнаружены авторские свидетельства на аналогичное оборудование [1–3].

На этапе эскизного проекта была разработана оригинальная конструкция станка для рихтовки рессор (рис. 1), обладающая небольшими габаритами, технологичностью изготовления и относительно небольшой стоимостью. Данные характеристики станка позволяют без особых усилий перевозить его с одного места на другое, что может быть удобно при обслуживании на выездных полигонных испытаниях различных ракетных установок.

Также была выполнена разработка динамической модели привода станка, учитывающая совместное действие крутильно-поперечных колебаний на этапе эскизного проектирования и оценки динамических характеристик для исключения влияния вибрационных колебаний на качество рихтовки по разработанной ранее методике [4–8].

Одним из элементов в этой динамической модели является зубчатая передача. Зубчатые передачи ши-

роко используются в механических приводах космической техники (приводы раскрытия антенн, поворотные механизмы антенн и т. п.). Для механических приводов космической техники при проведении агрегатных испытаний одним из критериев работоспособности является вибропрочность. В результате этих испытаний выполняется частотный анализ в момент запуска и эксплуатации, соответственно, предложенную методику можно использовать и при расчёте приводов космической техники.



Рис. 1. Опытный образец конструкции станка для проката и рихтования рессор

Данная работа направлена на разработку методики расчёта динамических характеристик и анализа динамического качества зубчатых передач на этапе эскизного проектирования, учитывающей как крутильные, так и поперечные колебания в механической системе.

Разработка динамической модели станка. При проектировании оценку динамического качества привода обычно выполняют на стадии технического или рабочего проекта, когда уже созданы электронные твердотельные модели деталей и сборок. При этом используется метод электронного моделирования в САПР – CAE-системах типа MSC/NASTRAN, ADAMS (MDI) и др.

На стадии синтеза схемных решений и выполнения эскизного проекта привода необходимы методики и программные продукты более простого типа. Они должны позволять с помощью ЭВМ давать оценку принимаемым проектным решениям: выбрать лучшую по динамическим показателям конструкцию из ряда рассматриваемых вариантов или сопоставить полученные значения показателей с установленными нормами.

Большинство механических приводов технологических и транспортирующих машин являются многозвенными. В общем случае для оценки динамики разрабатываемой конструкции привода необходимо использовать уравнения движения с большим числом обобщенных координат. Применение упрощенных двух- и трехмассовых приведенных динамических моделей приводов не даст достаточной информации для совершенствования конструкции.

Существующие упрощенные методики и программы оценки динамических характеристик приводов, как правило, основаны на рассмотрении лишь крутильных колебаний в системе, т. е. динамики одномерных систем. Между тем, в реальных системах приводов наряду с крутильными колебаниями возникают колебания инерционных масс в поперечном и продольном (по отношению к осям валов) направлениях вследствие деформаций валов и подшипниковых опор. Более полная оценка динамического качества привода требует рассмотрения его многомерных систем с увеличенным количеством обобщенных координат.

Многомерные модели для расчета поперечных, изгибных и других видов колебаний разработаны лишь для отдельных элементов приводов (шпиндели металлорежущих станков, ступенчатые валы). Предложенный К. В. Аугустайтисом [9] метод расчета крутильно-поперечных колебаний с использованием уравнений Лагранжа второго рода с неопределенными множителями и нормальных координат Б. В. Булгакова неприемлем для расчета протяженных систем приводов в силу его трудоемкости и трудности вычислений на начальной стадии проектирования. Этот метод также не учитывает упругости зубчатых и гибких элементов передач, изгибной деформации валов.

В работе К. В. Аугустайтиса [9] рассматриваются модели приводов с зубчатыми передачами, в которых в качестве обобщенных координат приняты углы поворотов колес, расположенных на одном валу, и поперечные колебания каждого колеса (вдоль и поперек линии зацепления) по двум координатам на упругих опорах (рис. 2).

Преимущество данного метода заключается в том, что учитывается нелинейность сил трения и гироскопических сил в системе привода. Для этой цели он приводит уравнения движения к неклассическим нормальным координатам Б. В. Булгакова. Недостатком метода является то, что податливость в зацеплении зубчатых колес взаимодействующих валов не учитывается, а матрицы системы с применением избыточных координат оказываются заполненными, громоздкими, что затрудняет вычисление собственных значений системы с большим количеством элементов. Не учитываются также поперечные изгибы валов.

Показано, что многомерные системы в ряде случаев целесообразно разделять на одномерные, а результаты расчетов суммировать. Этот перспективный подход к расчетному анализу динамических систем приводов, к сожалению, еще недоработан. Например, нет эмпирических зависимостей для расчета поперечной жесткости муфт, дискретизации распределенных масс валов, методов приведения упругих податливостей валов и опор к узловым точкам моделей.

В работе [10] показано, что параметрические явления при вынужденных колебаниях косозубых зубчатых колес также можно изучать на ЭВМ сведением пары колес (рис. 3) к системе с сосредоточенными параметрами.

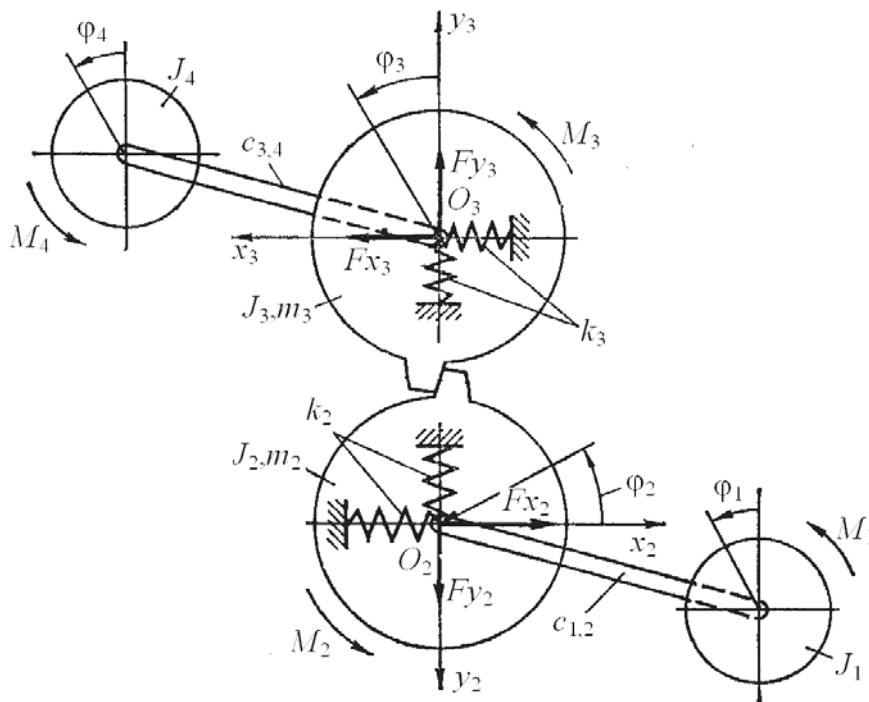


Рис. 2. Динамическая модель двухвальной зубчатой передачи при крутильно-поперечных колебаниях

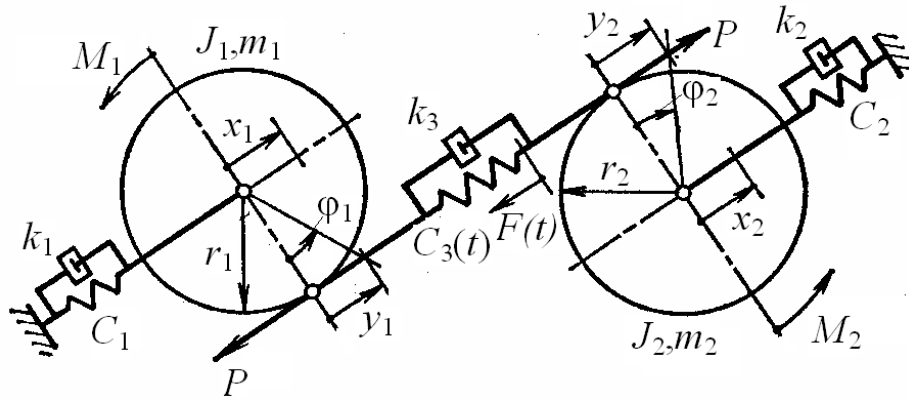


Рис. 3. Динамическая модель пары зубчатых колес при крутильно-поперечных колебаниях

Динамическая модель зубчатой пары должна учитывать поперечные и крутильные колебания колес; система дифференциальных уравнений, описывающих эти колебания, имеет вид

$$\left. \begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + k_1(\omega) \dot{x}_1 + k_3(\omega) x_3 + C_1 \dot{x}_1 + C_3(t) x_3 &= -F(t), \\ m_2 \ddot{x}_2 + k_2(\omega) \dot{x}_2 - k_3(\omega) x_3 + C_2 \dot{x}_2 - C_3(t) x_3 &= F(t), \\ J_1 \ddot{\phi}_1 + k_3(\omega) R_{01} x_3 + C_3(t) R_{01} \dot{x}_3 &= M_1 - F(t) R_{01}, \\ J_2 \ddot{\phi}_2 - k_3(\omega) R_{02} x_3 - C_3(t) R_{02} \dot{x}_3 &= -M_2 + F(t) R_{02}, \end{aligned} \right\} (1)$$

где $x_3 = (x_1 + \phi_1 R_{01}) - (x_2 + \phi_2 R_{02})$ – деформация зубчатого зацепления; m_i, J_i – массы и моменты инерции колес; C_i – жесткость опор; $C_3(t)$ – переменная во времени жесткость зацепления; $F(t)$ – функция силового возбуждения колебаний; $k_i(\omega), k_3(\omega)$ – коэффициенты демпфирования в опорах колес и в зацеплении.

Динамическая модель переборного редуктора в случае, когда зубчатые колеса представляются в виде твердых тел, сводится к многомассовой системе, расчет которой с использованием ЭВМ не вызывает принципиальных сложностей. Однако для изучения процессов, происходящих в редукторах, целесообразно отдельно рассмотреть поведение каждой зубчатой пары, заменив связи, наложенные на зубчатые колеса сопряженными с ними деталями, динамическими жесткостями. В тех случаях, когда между деталями существует слабая упругая связь, такое выделение зубчатой пары с заменой динамической жесткости упругой связи ее статической жесткостью не приводит к заметным погрешностям [11; 12]. Однако отнесение упругой связи к слабой требует полного изучения всей динамической модели редуктора. Поэтому целесообразно применять геометрическую интерпретацию колебаний зубчатой пары, поскольку анализ аналитического решения задачи о колебаниях даже простейшего переборного редуктора чрезвычайно затруднителен и приводит к сложным зависимостям.

Заслуживает внимания предложенный Х. Р. Казыхановым [13] модульный метод формирования динамических систем тракторной техники, исследования и анализа их динамических характеристик. Модульный подход в сочетании с методом конечных элементов позволит упростить расчет и анализ динамических

характеристик систем приводов. Для сравнительной оценки вариантов разрабатываемых приводов на начальном этапе проектирования необходимо разработать методики расчета крутильных и поперечных колебаний для схем приводов, составленных из характерных динамических модулей, таких как двигатель, передача, вал на опорах, муфта, нагрузка на выходном звене.

В зарубежных работах известны исследования Кахрамана [14; 15] и Паркера [16], в которых традиционно используются динамические модели с сосредоточенными параметрами [17], в которых зубчатое зацепление представляется в виде жестких дисков, соединенных упруго-демпфирующей связью.

В многомерных системах механические передачи (зубчатые, с гибкой связью), а также муфты следует рассматривать как конечный элемент с двумя узловыми точками, которые обладают несколькими степенями свободы и соединены между собой упругим звеном.

При крутильных колебаниях зубчатые передачи моделируют в виде системы, состоящей из воспринимающего V и передающего P дисков, связанных податливым элементом – пружиной, имитирующей контактную и изгибную податливость взаимодействующих зубьев. Крутильную собственную податливость зубчатых передач по данным [18] можно определить по эмпирической зависимости

$$e_{пз} = \frac{K_3}{bR_i^2 \cos^2(\alpha + \rho)}, \quad (2)$$

где K_3 – упругая деформация пары зубьев при действии единичного нормального давления, приложенного на единицу ширины зуба; для стальных прямозубых колес коэффициент контактной податливости $K_3 = 6 \cdot 10^{-11}$ м²/Н; для стальных косозубых колес $K_3 = 3,6 \cdot 10^{-11}$ м²/Н; для шевронных колес $K_3 = 4,4 \cdot 10^{-11}$ м²/Н. По данным [20] податливость зубьев колес лежит в пределах $K_3 = (3,3-5) \cdot 10^{-11}$ м²/Н, что практически соответствует источнику [5].

Модель конечного элемента зубчатой передачи при крутильных колебаниях можно получить, представив его как двухдисковую систему с упругой безынерционной связью между дисками. При этом моменты инерции дисков должны быть приведены к тому же валу (оси вращения диска), к которому приводится крутильная податливость.

Элементы матрицы жесткости конечного элемента можно определить с помощью выражения потенциальной энергии системы. Если выразить перемещения точки контакта конечного элемента через угловые перемещения колес и радиусы их начальных окружностей, то потенциальная энергия Π запишется в виде

$$2\Pi = K_{\Pi 3} (R_1 \cdot \varphi_1^{\Pi P} - R_2 \cdot \varphi_2)^2, \quad (3)$$

где $K_{\Pi 3} = b \cdot \cos(\alpha + \rho) / K_3$; α – угол зацепления; ρ – угол трения в зацеплении; $\varphi_1^{\Pi P}$ – приведенный к ведущему диску P угол закручивания ведомого диска V . Учитывая, что $\varphi_1^{\Pi P} = \varphi_2 \cdot U_{VP}$, $U_{VP} = R_2 / R_1$, из преобразований [19] получим приведенную к диску P матрицу жесткости передачи:

$$[C] = K_{\Pi 3} \cdot R_2^2 \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Полученное выражение согласуется с зависимостью, приведенной в [20].

В двухмерных системах зубчатую передачу следует рассматривать как конечный элемент (рис. 4) с двумя узловыми точками, каждая из которых обладает двумя степенями свободы, т. е. точки V и P имеют степени свободы $x_V, \varphi_V, x_P, \varphi_P$ (x_V, x_P направлены вдоль линии центров колес).

Вектор узловых сил Q и вектор узловых перемещений q в конечном элементе связаны с искомой матрицей жесткости C размером 4×4 соотношением, в котором силы Q имеют разную размерность:

$$\{Q\} = [C] \cdot \{q\}. \quad (5)$$

Матрица жесткости зубчатой передачи (рис. 4), приведенной к валу P , учитывая, что диски в зубчатой передаче вращаются в разных направлениях, а кон-

тактная и изгибная жесткость зубьев не зависит от межосевого расстояния, имеет вид

$$[C] = \begin{bmatrix} c_{11} & 0 & c_{13} & 0 \\ 0 & c_{22} & 0 & c_{24} \\ c_{31} & 0 & c_{33} & 0 \\ 0 & c_{42} & 0 & c_{44} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

где $c_{11} = c_{33} = b \cos^2 \gamma / K_3$, $c_{13} = c_{31} = -b \cos^2 \gamma / K_3$, $c_{22} = c_{44} = R_2^2 \cdot b \cos^2 \gamma / K_3$, $c_{24} = c_{42} = -R_2^2 \cdot b \cos^2 \gamma / K_3$.

Матрица инерции конечного элемента зубчатой передачи, приведенной к валу P , имеет вид

$$[A] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_1 U_{VP}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_2 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Относительное демпфирование в зубчатой передаче $\psi \approx 0,15$.

Динамические параметры конической зубчатой передачи можно определять по зависимостям цилиндрической передачи, если принять взаимное положение конических колес с условно параллельными валами (рис. 5).

Такая условность позволит рассматривать ортогональные конические передачи в той же плоскости, в которой расположены другие передачи без перехода к повернутым координатам. Предлагаемое условное расположение конических колес не потребует учета осевых сил в их зацеплении. Динамическая модель зубчатой передачи в этом случае будет единой для цилиндрических и конических колес (рис. 4).

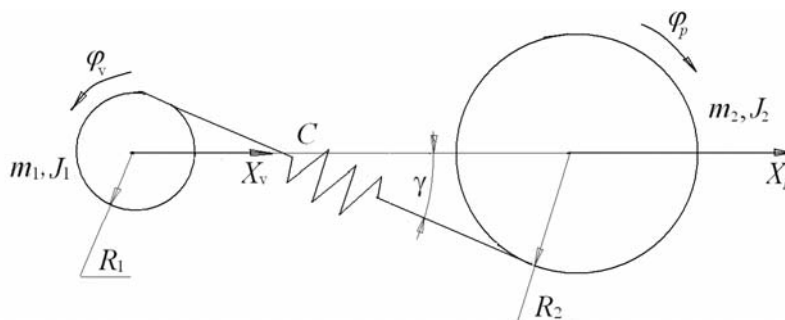


Рис. 4. Двухмерная динамическая модель зубчатой цилиндрической и конической передачи

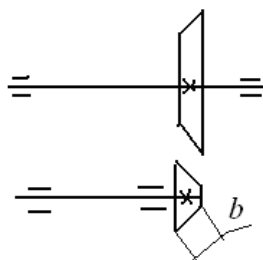


Рис. 5. Условная модель конической передачи при динамическом расчете

Допускаемые значения коэффициентов динамичности

Значение коэффициента динамичности $Kdbr_i$	Динамическое качество		
	Малые машины. Мощность $N < 15$ кВт	Средние машины. Мощность $N = 15-75$ кВт	Тяжелые машины. Мощность $N > 75$ кВт
0,28	Отличное	Отличное	Отличное
0,45			
0,7	Хорошее	Хорошее	Хорошее
1,1			
1,6	Удовлетворительное	Удовлетворительное	Удовлетворительное
2,0			
4,5	Плохое	Плохое	Удовлетворительное
7,0			
11,0			

Для стальных прямозубых конических колес коэффициент контактной податливости можно принять, как и для цилиндрических, $K_3 = 6 \cdot 10^{-11} \text{ м}^2/\text{Н}$; для стальных конических колес с криволинейным зубом $K_3 = 3,6 \cdot 10^{-11} \text{ м}^2/\text{Н}$.

Расчет динамики зубчатой передачи разрабатываемого станка. Исходные данные для расчёта: масса зубчатого колеса $m_2 = 6,55 \text{ кг}$; масса шестерни $m_1 = 3,38 \text{ кг}$; угол зацепления $\alpha = 20^\circ$; ширина зубчатого венца $b = 0,05 \text{ м}$; радиус зубчатого венца шестерни по делительной окружности $R_1 = 0,054 \text{ м}$; радиус зубчатого венца колеса по делительной окружности $R_2 = 0,084 \text{ м}$; момент инерции шестерни $J_1 = 0,0054 \text{ кг/м}^2$; момент инерции колеса $J_2 = 0,025 \text{ кг/м}^2$; коэффициент контактной податливости $Kz = 6 \cdot 10^{-11} \text{ м}^2/\text{Н}$; передаточное число зубчатой передачи $U_{vp} = 1,55$.

Матрица жесткости (6) в числовом представлении:

$$[C] = \begin{bmatrix} 7,4 \cdot 10^8 & 0 & -7,4 \cdot 10^8 & 0 \\ 0 & 2,1 \cdot 10^6 & 0 & -5,2 \cdot 10^6 \\ -7,4 \cdot 10^8 & 0 & 7,4 \cdot 10^8 & 0 \\ 0 & -5,2 \cdot 10^6 & 0 & 5,2 \cdot 10^6 \end{bmatrix}.$$

Матрица инерции (7) в числовом представлении:

$$[A] = \begin{bmatrix} 3,38 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,061 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6,55 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,054 \end{bmatrix}.$$

Из уравнения (5) получили собственные частоты поперечных колебаний вала $f_1 = 0,016 \text{ Гц}$; $f_2 = 21,452 \text{ Гц}$, собственную частоту крутильных колебаний вала $f_3 = 26,368 \text{ Гц}$.

Для оценки динамического качества зубчатой передачи используется коэффициент динамичности $Kdbr_i$ [11]:

$$Kdbr_i = \frac{Q_i A(w_{0i})}{Q_i A(0)}.$$

Полученные коэффициенты: $Kdbr_1 = 0,5$; $Kdbr_2 = 2,407 \cdot 10^{-4}$; $Kdbr_3 = 0,5$.

Вычисленные значения коэффициенты динамичности сравнивают с допускаемыми (нормативными) значениями, представленными в таблице.

Сравнивая полученные коэффициенты динамичности, можно увидеть, что динамическое качество

зубчатой передачи хорошее как для поперечных колебаний, так и для крутильных.

Заключение. При разработке конструкции механического привода на начальном этапе эскизного проектирования, используя предложенную методику составления динамической модели конечного элемента зубчатой передачи и расчёта её динамических характеристик, возможно быстро оценить динамическое качество передачи как отдельно, так и в составе привода, включая космические аппараты, с целью улучшения динамики конструкции привода.

Библиографические ссылки

1. Пат. 6665 СССР. Пресс для загиба рессорных листов перед закалкой / Васильев И. Г., Васильев А. С., Васильева З. С. ; заявитель и патентообладатель Васильев И. Г., Васильев А. С., Васильева З. С. Заявл. 24.10.1925 ; опубл. 29.09.1928. 2 с.
2. А. с. 430922 СССР, М. Кл. В 21 d 21 00. Стенд для рихтовки рессорных листов и сжатия собранных в пакет листов / Э. А. Грибов (СССР). № 1723212/25-27 ; заявл. 10.12.71 ; опубл. 05.06.74, Бюл. № 21. 3 с.
3. А. с. 727280 СССР, М. Кл. В 21 D 43/06. Устройство для подачи рессорных листов в штампы гибочно-закалочного барабана / В. И. Курчатов, П. И. Бочкарев (СССР). № 2650210/25-27 ; заявл. 26.07.78 ; опубл. 15.04.80, Бюл. № 14. 3 с.
4. Щепин А. Н., Лимаренко Г. Н., Головин М. П. Проектирование механических приводов и моделирование их динамики // СТИН. 2002. № 10. С. 7–11.
5. Щепин А. Н., Лимаренко Г. Н., Шевчугов М. В. Конечно-элементная модель динамической системы механического привода // Вестник Красноярского государственного технического университета. 2004. Вып. 36. С. 46–51.
6. Щепин А. Н., Лимаренко Г. Н., Шевчугов М. В. Динамическая модель двигателя при крутильных и поперечных колебаниях // Вестник Красноярского государственного технического университета. 2004. Вып. 36. С. 119–123.
7. Разработка универсального станка для рихтования рессор / А. Н. Щепин [и др.] // Проспект Свободный–2016 / Сибирский федеральный университет. 2016. С. 145–147.
8. Щепин А. Н., Лимаренко Г. Н. Приведение упругих характеристик вала и опор к точкам установки элементов передач // Вестник Красноярского государственного технического университета. 2003. Вып. 32. С. 79–84.

9. Автоматизированный расчет колебаний машин / В.-К. В. Аугустайтис [и др.] Л. : Машиностроение, 1988. 104 с.
10. Динамические процессы в механизмах с зубчатыми передачами : сб. ст. / под ред. М. Д. Генкина и Э. Л. Айрапетова. М. : Наука, 1976. 155 с.
11. Детали и механизмы металлорежущих станков. В 2-х т. Т. 2 / под ред. Д. Н. Решетова. М. : Машиностроение, 1972. 520 с.
12. Воронов А. Л. Динамика зубчатых передач металлорежущих станков. Регулирование колебаний / Уфимский авиационный институт. 1975. 172 с.
13. Тракторы. Проектирование, конструирование и расчет / под общ. ред. И. П. Ксеневица. М. : Машиностроение, 1991. 544 с.
14. Вибрации в технике : справочник. В 6 т. Т. 3. Колебания машин, конструкций и их элементов / под ред. Ф. Диментерберга, К. С. Колесникова. М. : Машиностроение, 1980. 544 с.
15. Parker R. G., Vijayakar S. M., Imajo T. Non-linear dynamic response of a spur gear pair: modelling and experimental comparisons // *Journal of Sound and Vibration*. 2000. Vol. 273, iss. 3. P. 435–455. Doi.org/10.1006/jsvi.2000.3067.
16. Kahraman A., Blankenship G. W. Experiments on nonlinear dynamic behavior of an oscillator with clearance and periodically time-varying parameters // *Journal of Applied Mechanics, Transactions ASME*. 1997. Vol. 64, iss. 1. P. 217–226. Doi.org/10.1115/1.2787276.
17. Курчавова Т. П. Измерение вибрации машин на производстве. СПб. : Изд-во Санкт-Петербург. ун-та экономики и финансов, 1991. 126 с.
18. Динамика машин и управление машинами : справочник / В. К. Асташев [и др.] ; под ред. Г. В. Крейна. М. : Машиностроение, 1988. 240 с.
19. Курков С. В. Метод конечных элементов в задачах динамики механизмов и приводов. СПб. : Политехника, 1991. 224 с.
20. Kahraman A., Lim J., Ding H. A Dynamic Model of a Spur Gear Pair with Friction // 12th IFToMM World Congress (Besançon (France), June18–21, 2007).
6. Schepin A. N., Limarenko G. N. [Putting elastic shaft and bears specifications to support points of gear elements]. *Vestnik Krasnoyarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*. 2003, Vol. 32, P. 79–84 (In Russ.).
7. Schepin A. N., Smirnov A. P., Grigoriev E. A., Iptyshev A. A. [Design of universal machine for spring flattening]. *Prospekt Svobodnyy-2016* [Svobodnyy avenue - 2016]. Krasnoyarsk, Siberian Federal University Publ., 2016, P. 145–147 (In Russ.).
8. Schepin A. N., Limarenko G. N., Shevchugov M. V. [Engine dynamic model at torsion and literal vibrations]. *Vestnik Krasnoyarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*. 2004, Vol. 36, P. 119–123 (In Russ.).
9. Augustaytis V.-K. V. *Avtomatizirovannyi raschet kolebaniy mashin* [Automated calculation of machine vibrations]. Moscow, Nauka Publ., 1988, 520 p.
10. Genkin M. D., Ayrapetov E. L. *Dinamicheskie protsessy v mekhanizmax s zubchatymi peredachami* [Dynamic processes in mechanisms with tooth gears]. Moscow, Nauka Publ., 1976, 155 p.
11. Reshetov D. N. *Detali i mekhanizmy metallo-rezhushchikh stankov* [Details and mechanisms of metal cutting machines]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1972, Vol. 2, 520 p.
12. Voronov A. L. *Dinamika zubchatykh peredach metallo-rezhushchikh stankov. Regulirovanie kolebaniy* [Tooth gears dynamic of metal cutting machines. Vibration regulation]. Ufa, Ufimskiy gosudarstvenniy universitet Publ., 1975, 172 p.
13. Ksenevich I. P. *Traktory. Proektirovanie, konstruirovaniye i raschet* [Tractors. Engineering, design and calculation]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1991, 544 p.
14. *Vibrations in the art: a handbook*. [The 6 vol. Vol. 3. Oscillation machines, structures and their element]. Ed. F. Dimenterberga, K. S. Kolesnikov. Moscow, Engineering Publ., 1980, 544 p.
15. Parker R. G., Vijayakar S. M., Imajo T. Non-linear dynamic response of a spur gear pair: modelling and experimental comparisons. *Journal of Sound and Vibration*. 2000, Vol. 273, Iss. 3. P. 435–455. Doi.org/10.1006/jsvi.2000.3067.
16. Kahraman A., Blankenship G. W. Experiments on nonlinear dynamic behavior of an oscillator with clearance and periodically time-varying parameters. *Journal of Applied Mechanics, Transactions ASME*. 1997, Vol. 64, Iss. 1, P. 217–226. Doi.org/10.1115/1.2787276.
17. Kurchavova T. P. *Izmerenie vibratsii mashin na proizvodstve* [Measurement of machine vibration in production]. Saint-Petersburg, Izd-vo Sankt-Petersburgskogo universiteta ekonomiki i finansov Publ., 1991, 126 p.
18. Astashev V. K., Babitskiy V. I., Vul'fon I. I. *Dinamika mashin i upravleniye mashinami: Spravochnik* [Machine dynamic and machine operating: guide]. Moscow, Mashinostroyeniye Publ., 1988, 240 p.
19. Kurkov S. V. *Metod konechnykh elementov v zadachakh dinamiki mekhanizmov i privodov* [Finite element method in problems of mechanisms and drives dynamic]. Saint-Petersburg, Politehnika Publ., 1991, 224 p.
20. Kahraman A., Lim J., Ding H. A. Dynamic Model of a Spur Gear Pair with Friction. *12th IFToMM World Congress, Besançon (France), June18–21, 2007*.

References

1. Vasiliev I. G. *Press dlya zagiba ressnorykh listov pered zakalkoy* [Press for bend of spring sheet before tempering]. Patent USSR, No. 6665, 1925.
2. Gribov E. A. *Stend dlya rikhtovki ressnornykh listov i szhatiya sobrannykh v paket listov* [Stand for spring sheet flattening and compression of packed sheets]. Author's certificate USSR, No. 430922, 1971.
3. Kurchatov V. I. *Ustroystvo dlya podachi ressnorykh listov v shtampy gibochno-zakalochnogo barabana* [Device for spring sheets feed to bending-tempering cylinder stamps]. Author's certificate USSR, No. 727280, 1978.
4. Schepin A. N., Limarenko G. N., Golovin M. P. [Design of mechanical drives and their dynamic simulations]. *STIN*. 2002, Vol. 10, P. 7–11 (In Russ.).
5. Schepin A. N., Limarenko G. N., Shevchugov M. V. [Finite element model of mechanical drive dynamic system]. *Vestnik Krasnoyarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*. 2004, Vol. 36, P. 46–51 (In Russ.).
- © Гришечкина М. Г., Щепин А. Н., Иптышев А. А., Смирнов А. П., 2017