УДК 62.501

Сибирский журнал науки и технологий. 2017. Т. 18, № 3. С. 492–498

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ГИДРАВЛИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ МОДЕЛИ ГИДРАВЛИЧЕСКОЙ СЕТИ

Н. Р. Антропов[1], Е. Д. Агафонов[2*]

[1]Сибирский федеральный университет
Российская Федерация, 660041, г. Красноярск, просп. Свободный, 79
[2]Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева
Российская Федерация, 660037, г. Красноярск, просп. им. газ. «Красноярский рабочий», 31
[*]E-mail: agafonov@gmx.de

Представлена разработка алгоритма идентификации коэффициентов гидравлического сопротивления в модели гидравлической сети. Решение задачи актуально для предприятий, осуществляющих транспорт жидких углеводородов в водопроводных и тепловых сетях, и может быть применено при расчете технологических режимов эксплуатации трубопроводных сетей. Сложность трубопроводных систем, неопределенность и изменчивость их параметров на практике не позволяют описывать их состояние, минуя процесс идентификации. Используемая модель сети представляет собой систему нелинейных уравнений, составленную в соответствии с законами Кирхгофа для трубопроводной сети. Уравнения в системе формируются на основании законов сохранения для узлов и в результате учета действующих напоров и падения напоров для независимых контуров сети. Для решения такой системы традиционно применяют алгоритмы, составленные в соответствии с методом Ньютона или его модификациями, в частности, метод последовательных приближений. Такие алгоритмы обладают рядом недостатков, среди которых – неустойчивость процедуры решения и чувствительность к выбору начальных условий. Решение системы сопровождается настройкой коэффициентов с использованием нелинейного метода наименьших квадратов (МНК). В случае больших размерностей процедура МНК может быть неустойчивой из-за переопределенности системы. Предложено использовать подход к непараметрическому оцениванию решения системы уравнений. Применяется модель регрессионного типа относительно невязок уравнений системы, полученных в результате подстановки в уравнения измеренных величин переменных. При этом идентификация также производится одновременно с оценкой решения системы уравнений. В качестве алгоритма идентификации параметров используется модификация адаптивной процедуры Кифера–Вольфовица. Применение перечисленных алгоритмических процедур рассматривается на примере трехконтурной трубопроводной сети с одним действующим активным напором. Иллюстрируется процесс адаптивной подстройки коэффициентов гидравлического сопротивления. Делается вывод о применимости предложенной процедуры при решении практических задач идентификации.

Ключевые слова: идентификация, оценка параметров, гидравлическое сопротивление.

Siberian Journal of Science and Technology. 2017, Vol. 18, No. 3, P. 492–498

IDENTIFICATION OF HYDRAULIC RESISTANCE PARAMETERS IN HYDRAULIC NETWORK MODEL

N. R. Antropov[1*], E. D. Agafonov[2]

[1]Siberian Federal University
79, Svobodny Av., Krasnoyarsk, 660041, Russian Federation
[2]Reshetnev Siberian State University of Science and Technology
31, Krasnoyarsky Rabochy Av., Krasnoyarsk, 660037, Russian Federation
[*]E-mail: agafonov@gmx.de

The work is devoted to the identification of hydraulic resistance coefficients in hydraulic network model. The problem raised in the paper is relevant for enterprises dealing with either pipeline transport of fluid hydrocarbons, or water supply and central heating. The proposed algorithm can be implemented for corresponding technological modes calculation and prediction. Complexity of real pipeline networks, uncertainty and instability of their parameters make parameters identification procedure indispensable. The network model under research is a system of nonlinear equations, drawn up in accordance with Kirchhoff's laws for pipeline networks. Equations describe laws of flows conservation for nodes as well as pump heads and head drops along independent circuits of the network. To solve such system one traditionally implements Newton's method or its modifications, for instance the successive approximation method. Mentioned methods have numerous disadvantages like instability and sensibility to initial approximation of the roots.

The system of equations solving is accompanied with their parameters tuning usually with the Nonlinear Least Square Method. Again, the method can be instable due to overdefined and large-scale problem statement. In the paper we propose to substitute solution of the system with nonparametric estimation of the solution. We implement regression type estimate with respect to residuals of the equations calculated for measured data sample. Simultaneously parameters of the equations are identified. Modification of Kiefer–Wolfowitz procedure is used as an identification algorithm. Identification is performed with simultaneous evaluation of the solution of the system of equations. The use of appropriate algorithms is considered at three-loop pipeline network with a single active pressure. Numerical experiments with proposed algorithm demonstrate its applicability for practical identification problems solution.

Keywords: identification, parameter estimation, flow resistance.

Введение. В научной и отраслевой литературе предлагаются различные подходы к построению моделей гидравлических сетей [1; 2]. Многочисленные работы, такие как [3], посвящены методологии построения динамических моделей процессов, происходящих в гидравлических сетях. Зачастую, речь идет о моделях, основанных на привлечении законов гидродинамики, выраженных в системах уравнений в частных производных для описания распределенных систем. Подход, который используется в таких работах, требует исчерпывающей информации о физических характеристиках перекачиваемой жидкости, характере ее течения, внутреннем профиле и геометрической конфигурации трубопровода, исчерпывающей информации о функционировании насосных агрегатов. Во множестве случаев такие модели сложны в вычислительном плане, требуют учета неизвестных, часто неизмеримых или непредсказуемо меняющихся во времени и в пространстве параметров. Известны также исследования в области построения имитационных моделей процессов в трубопроводах, в которых недостаток априорных сведений преодолевается самим способом построения моделей совместно с упрощением их структуры [4].

Функционирование современных трубопроводных систем сопровождается сбором данных о технологических параметрах, таких как массовый или объемный расход, дифференциальный напор, давление. Измерение параметров требуется для функционирования средств автоматизированного управления, в частности, диспетчерского контроля. При этом надежность и эффективность управления технологическим процессом трубопроводного транспорта нефти и газа напрямую зависит от качества и точности математических моделей технологических процессов, являющихся основной и неотъемлемой частью автоматизированных систем управления. Построение математических моделей рассматривается в терминах теории идентификации [5].

Один из основных подходов к построению моделей трубопроводных систем основывается на представлении структуры гидравлической системы в виде плоского связного орграфа с определенным набором вершин (узлов), ребер (ветвей) и граней (контуров) и позволяет решать задачи стационарного потокораспределения. Модель в рамках такого подхода представляет собой большую систему нелинейных уравнений, составленную в соответствии с законами Кирхгофа для трубопроводной сети [6; 7]:

$$\begin{aligned}
&c_{11}x_1 + \ldots + c_{1n}x_n = q_1, \\
&\ldots \\
&c_{k-1,1}x_1 + \ldots + c_{k-1,n}x_n = q_{k-1}, \\
&c_{k1}s_1\left|x_1\right|^{\beta_1-1}x_1 + \ldots + c_{kn}s_n\left|x_n\right|^{\beta_n-1}x_n = h_1, \\
&\ldots \\
&c_{n1}s_1\left|x_1\right|^{\beta_1-1}x_1 + \ldots + c_{nn}s_n\left|x_n\right|^{\beta_n-1}x_n = h_{n-k+1},
\end{aligned} \tag{1}$$

где n – количество участков в графе сети; k – количество узлов; x_j, $j = 1, 2,\ldots,n$, – расход по j-й трубе; q_i, $i = 1, 2,\ldots,k-1$, – приток в узле; s_j, $j = 1, 2,\ldots,n$, – гидравлическое сопротивление соответствующей трубы; h_i, $i = 1, 2,\ldots,n-k+1$, – сумма действующих напоров с учетом знака по всем дугам i-го контура; β – коэффициент в законе зависимости величины падения напора от значения расхода; $c_{ij} = \{-1, 0, +1\}$ определяется по первому или второму закону Кирхгофа. Для второго закона Кирхгофа и для нелинейных уравнений $c_{ij} = \{-1, +1\}$ (в зависимости от направления обхода), если j-й участок входит в цикл, соответствующий i-му нелинейному уравнению, либо $c_{ij} = 0$. Система уравнений (1) имеет единственное решение [8].

Построение модели (1) связано с решением двух задач:

1) нахождение неизвестных значений расходов сети при заданных значениях активных напоров (прямая задача);

2) настройка параметров гидравлического сопротивления – идентификация параметров гидравлического сопротивления (обратная задача).

По модели (1) на предприятиях, эксплуатирующих трубопроводные сети, производится расчет некоторого множества возможных технологических режимов работы сети, которые с той или иной вероятностью могут быть реализованы. По результатам моделирования вычисляются значения расходов каждой из труб и значения активных напоров сети, необходимых для обеспечения заданного отбора в узлах. Такой подход позволяет производить управление режимами работы сети.

Основным алгоритмом решения системы уравнений (1), применяемым на практике, является модифицированный метод последовательных приближений [9]. Данный алгоритм является модификацией метода Ньютона с более высоким показателем скорости сходимости при достаточно произвольном выборе начального приближения.

При этом точность решения прямой задачи в значительной степени зависит от точности известных значений параметров гидравлического сопротивления. Если значения параметров известны неточно, то решение может быть далеким от действительности. В настоящий момент для решения задачи идентификации параметров гидравлического сопротивления применяется метод наименьших квадратов, либо задача сводится к эквивалентной задаче линейного программирования [10]. Применение метода наименьших квадратов к системе (1) для идентификации параметров гидравлического сопротивления приводит к переопределенной системе нелинейных уравнений. Решение такой системы уравнений относится к классу некорректных задач, так как полученная система может и не иметь решений.

На практике установлено, что такой подход позволяет производить настройку параметров гидравлического сопротивления только в случае небольших размерностей (для сетей с количеством участков не более 200). Для сетей больших размерностей не всегда удается получить решение с приемлемой точностью для всех коэффициентов гидравлического сопротивления [11]. Кроме того, на практике в каналах связи и регистрирующей аппаратуре присутствуют случайные помехи аддитивного и мультипликативного типа. Применение метода наименьших квадратов, в случае наличия помех и выбросов в выборках измерений, приводит к снижению качества идентификации, что свойственно данному классу методов [12].

В связи с этим разработка алгоритмов идентификации параметров гидравлического сопротивления, обеспечивающих необходимою точность и помехоустойчивость, является актуальной задачей. В настоящей статье в качестве подхода к идентификации параметров гидравлического сопротивления предлагается использовать модификацию алгоритма Кифера–Вольфовица [13] в приложении к идентификации многосвязных систем [14; 15]. Идентификация параметров производится с одновременной оценкой решения системы уравнений (1).

Алгоритм идентификации параметров гидравлического сопротивления с одновременной оценкой решения. В качестве алгоритма идентификации предлагается использовать алгоритм, основанный на алгоритме Кифера–Вольфовица [13]. В качестве метода решения системы уравнений в алгоритме используется метод генерации решений [14].

Введем следующие обозначения: γ – коэффициент, удовлетворяющий условиям Роббинса–Монро [16]; l – размерность системы; f_i, $i=\overline{1,l}$ – i-е уравнение системы; $V=\{h[t],x[t]\}, t=\overline{1,N},$ – обучающая выборка.

Алгоритм выглядит следующим образом:

1. Оценка параметров системы на m-м шаге:

$$s_j[m]=s_j[m-1]-\gamma_j^{(i)}[m]\cdot f_i\left(h^{(i)}[m],x^{(i)}[m],s^{(j)}[m-1]\right),\quad j=\overline{1,l}, \tag{2}$$

2. Вычисление невязок системы на m-м шаге:

$$\varepsilon_j[m]=f_j\left(h^{(j)}[m],x^{(j)}[m],s^{(j)}[m]\right),\ j=\overline{1,l}. \tag{3}$$

3. Оценка решения системы уравнений на m-м шаге:

$$x_j(m)=\frac{\sum_{t=1}^{m}x_j[t]\prod_{j=1}^{l}\Phi\left(\frac{0-\varepsilon_j[t]}{c_j}\right)}{\sum_{t=1}^{m}\prod_{j=1}^{l}\Phi\left(\frac{0-\varepsilon_j[t]}{c_j}\right)},\ j=\overline{1,l}, \tag{4}$$

где ядерная функция $\Phi(\cdot)$ и параметры размытости c_j, $j=1,\ 2,\ \ldots,\ l,$ удовлетворяют условиям сходимости [12].

4. Проверка критерия остановки:

если

$$\sqrt{(s_j(m)-s_j(m-1))^2}<\delta_1$$

или

$$\sum_{j=1}^{l}\sqrt{(x_j(m)-x_j(m-1))^2}<\delta_2,$$

то алгоритм останавливается, иначе $m = m + 1$ и переход на первый пункт. Здесь δ_1 и δ_2 – некоторые заданные положительные значения.

Исходная трубопроводная сеть, генерация обучающей выборки. Рассмотрим применение предложенного подхода на примере трехкольцевой трубопроводной сети, изображенной на рис. 1 [17].

На рис. 1 стрелки в контурах отвечают выбранным направлениям обхода. В цепи имеется одна активная ветвь с действующим напором H. Жирными линиями обозначены дуги дерева, тонкими – хорды. Номера дуг заданы таким образом, что первые номера получили дуги дерева, а оставшиеся – хорды.

Число дуг n = 10, узлов k = 8, размерность системы l = 10. Все трубы, кроме шестой и седьмой, стальные и удовлетворяют квадратичному закону гидравлического сопротивления, шестая и седьмая – пластмассовые, для них β = 1,774. Величина напора h = 8,3.

Система уравнений для такой сети, составленная в соответствии законами Кирхгофа для трубопроводной сети и моделью распределения потоков в виде $h=sx^{\beta}$ (параметризованная система), примет следующий вид:

$$\begin{aligned}
&-x_1+x_8=-89,\\
&x_1+x_2-x_4=16,5,\\
&-x_2+x_5=19,2,\\
&-x_5+x_9=23,1,\\
&-x_3+x_4+x_7-x_9=0,\\
&-x_7+x_{10}=17,4,\\
&x_6-x_{10}=12,8,\\
&0,00147|x_1|x_1+0,00431|x_3|x_3+\\
&+\ 0,00174|x_4|^{0,774}x_4+0,00174|x_8|^{0,774}x_8=h,\\
&0,0023|x_2|x_2+0,00174|x_4|^{0,774}x_4+\\
&+\ 0,00522|x_5|x_5+0,00174|x_9|x_9=0,\\
&0,00431|x_3|x_3+0,00514|x_6|x_6+\\
&+\ 0,00514|x_7|x_7+0,00522|x_{10}|x_{10}=0.
\end{aligned} \tag{5}$$

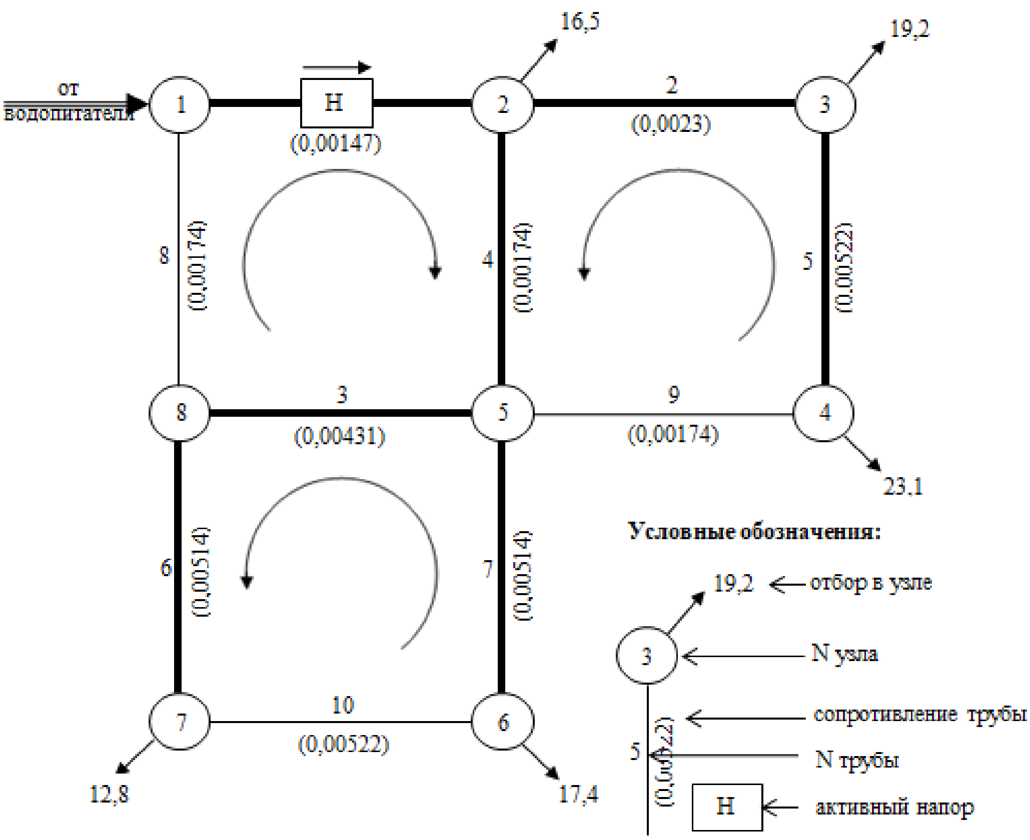

Рис. 1. Схема трехкольцевой трубопроводной сети

Fig. 1. Layout of three-loop pipeline network

В качестве входных воздействий (активного напора h) определим

$$\tilde{h}[t] = h \cdot (1 + 2 \cdot p \cdot (\mu[t] - q)),\ t = \overline{1, N},$$

где p – разброс выборочных значений от начального состояния; $\mu[t],\ t = \overline{1, N},$ – последовательность случайных чисел, равномерно распределенных на отрезке $[0,1]$; q – параметр сдвига.

Преобразуем выборочные значения по формуле

$$h[t] = \tilde{h}[t] \cdot (1 + 2 \cdot s \cdot (r[t] - q)),\ t = \overline{1, N},$$

где s – шум на объекте; $r[t],\ t = \overline{1, N},$ – последовательность случайных чисел, равномерно распределенных на отрезке $[0,1]$.

Генерацию выборочных значений выхода (расходов) $x[t] = (x_1[t], \ldots, x_l[t])$ при заданном входе $h[t]$ осуществим в ходе решения системы (5) методом Ньютона.

Таким образом, в качестве исходной обучающей выборки вектора состояний трубопроводной сети примем выборку $\{h[t], x[t]\}$, $t = \overline{1, N}$.

Результаты идентификации. Численное исследование алгоритма проведем при следующих параметрах:

– начальное значение активного напора $h = 8{,}3$;

– разброс выборки от начального состояния $p = 25\ \%$;

– уровень шума $s \in \{5\ \%,\ 10\ \%,\ 25\ \%\}$;

– параметр сдвига $q = 0{,}5$;

– объем обучающих выборок $N \in \{25,\ 50,\ 100\}$;

– коэффициент $\gamma = 1/m$, где m – шаг.

Численное исследование алгоритма идентификации с одновременной оценкой параметров для разного уровня шума в зависимости от такта идентификации m приведено ниже. Так как графики оценки параметров схожи, то приведены графики оценки параметра лишь для одного (первого) параметра гидравлического сопротивления s_1 (рис. 2–4). На графиках s_1^* обозначает истинное значение параметра гидравлического сопротивления s_1.

В соответствии с рис. 2–4 можно сделать вывод, что найденные оценки параметра s_1 стремятся к своим истинным значениям и, начиная с пятого шага, практически остаются на одном уровне. Наблюдается достаточно высокая помехоустойчивость алгоритма оценки параметров.

В качестве критерия качества оценки решения использовался следующий критерий (евклидовая норма отклонения найденного решения от истинного):

$$W = \sum_{j=1}^{l} \sqrt{\left| x_j - x_r \right|^2},$$

где x_j – оценка решения; x_r – истинное решение.

Результаты оценки решения представлены в таблице, где приведена ошибка идентификации W для разного объема выборки N и уровня шума S в каналах измерения.

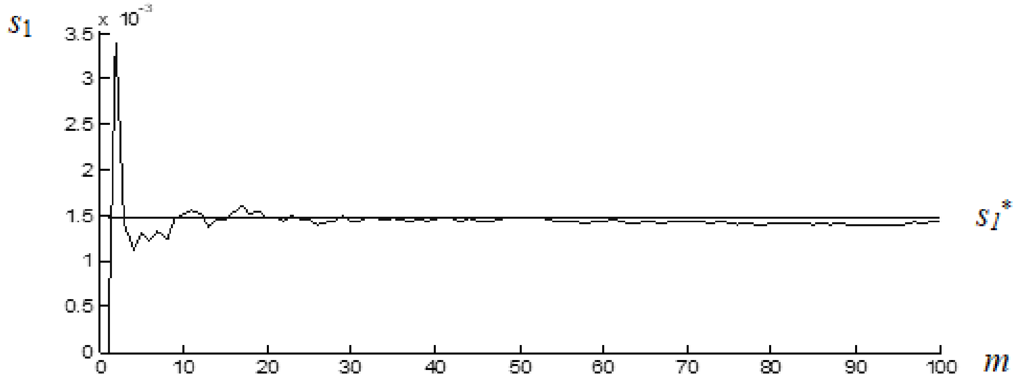

Рис. 2. Оценка параметра гидравлического сопротивления s_1 при S = 5 %

Fig. 2. Hydraulic resistance estimate s_1 vs. iteration for noise amplitude S = 5 %

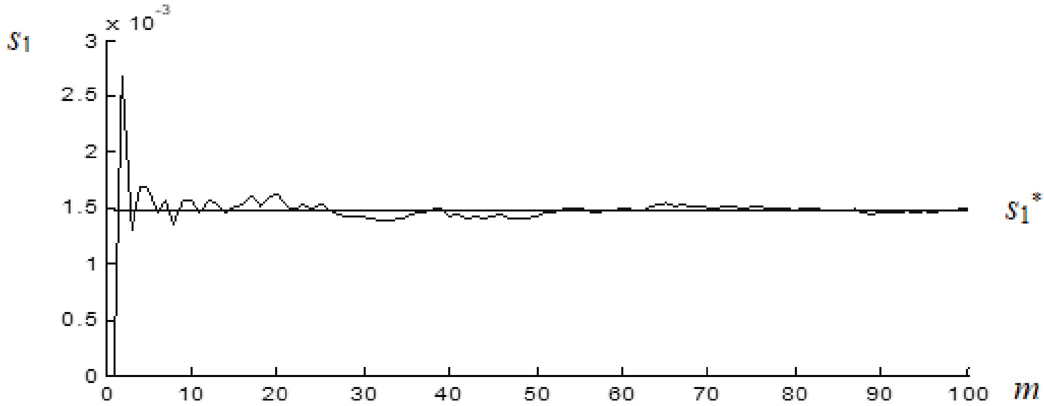

Рис. 3. Оценка параметра гидравлического сопротивления s_1 при S = 10 %

Fig. 3. Hydraulic resistance estimate s_1 vs. iteration for noise amplitude S = 10 %

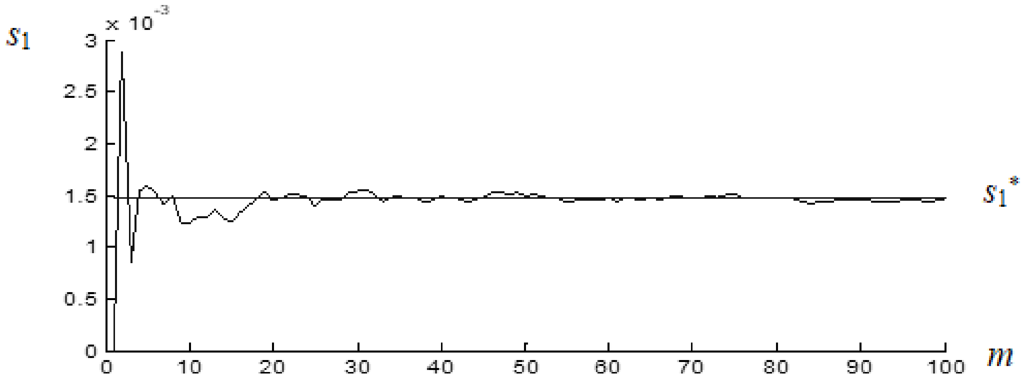

Рис. 4. Оценка параметра гидравлического сопротивления s_1 при S = 25 %

Fig. 4. Hydraulic resistance estimate s_1 vs. iteration for noise amplitude S = 25 %

Результаты расчета критерия качества оценки решения

S = 5 %			
N	25	50	100
W	0,09636	0,07330	0,05282
S = 10 %			
N	25	50	100
W	0,17085	0,13315	0,08306
S = 25 %			
N	25	50	100
W	0,34195	0,29205	0,22395

С увеличением объема обучающей выборки точность оценки решения увеличивается, что свидетельствует о сходимости алгоритма. Наличие помехи в каналах измерения негативно сказывается на работе соответствующих оценок.

В целом по ряду экспериментов была установлена достаточно высокая точность при относительно небольших объемах обучающих выборок и устойчивость к шуму, вплоть до достаточно больших значений помехи.

Заключение. Рассмотрен подход к идентификации параметров гидравлического сопротивления с одновременной оценкой решения системы уравнений для гидравлической сети. Применение предложенного подхода позволит избежать трудностей, связанных с применением метода наименьших квадратов: переопределенность системы уравнений, чувствительность к выбросам. Рассмотренная процедура идентификации параметров гидравлического сопротивления обеспечивает высокую помехоустойчивость, приемлемую скорость и точность идентификации.

Планируется, что дальнейшие исследования будут включать анализ данных и построение модели реальной функционирующей гидравлической сети.

Библиографические ссылки

1. Лурье М. В. Математическое моделирование процессов трубопроводного транспорта нефти, нефтепродуктов и газа. М. : Нефть и газ, 2003. 335 с.
2. Басниев К. С., Дмитриев Н. М., Розенберг Г. Д. Нефтегазовая гидромеханика. М. ; Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2005. 544 с.
3. Кассина Н. В. Математическое моделирование динамики гидравлических систем с использованием методов аналитической механики и теории нелинейных колебаний : дис. … канд. физ.-мат. наук. Нижний Новгород : ННГУ, 2006. 118 с.
4. Трофимов В. В., Тарасенко В. П., Мащенко В. И. Автоматизированное управление магистральными нефтепроводами. Томск : Изд-во Том. ун-та, 1994. 247 с.
5. Eykhoff P. System Identification: Parameter and State Estimation. Chester, England : Wiley, 1974, 555 p.
6. Селезнев В. Е., Алешин В. В., Прялов С. Н. Математическое моделирование трубопроводных сетей и систем каналов: методы, модели и алгоритмы : монография. М. ; Берлин : Директ-Медиа, 2014. 694 с.
7. Логинов К. В., Мызников А. М., Файзуллин Р. Т. Расчет, оптимизация и управление режимами работы больших гидравлических сетей // Математическое моделирование. 2006. Т. 18, № 9. С. 92–106.
8. Файзуллин Р. Т. О решении нелинейных алгебраических систем гидравлики // Сибирский журнал индустриальной математики. 1999. Т. 2, № 2. С. 176–178.
9. Мызников А. М. Решение больших систем нелинейных уравнений применительно к задачам расчета гидравлических, тепловых и электрических сетей // Математические структуры и моделирование. 2003. Вып. 11. С. 15–19.
10. Мызников А. М. Моделирование и идентификация параметров сложных гидравлических сетей : дис. … канд. физ.-мат. наук. Тюмень : ТюмГУ, 2005. 116 с.
11. Мызников А. М. Уточнение коэффициентов сопротивления в сложных гидравлических сетях по результатам ограниченного числа измерений // Теплофизика и аэромеханика. 2005. Т. 12, № 3. С. 513–516.
12. Медведев А. В. Основы теории адаптивных систем : монография / СибГАУ. Красноярск, 2015. 526 с.
13. Kiefer J., Wolfowitz J. Stochastic estimation of the maximum of a regression function // Ann. Math. Statist. 1952. Vol. 23, № 3. P. 462–466.
14. Красноштанов А. П. Комбинированные многосвязные системы. Новосибирск : Наука, 2001. 176 с.
15. Красноштанов А. П. Метод генерации решений на многосвязных системах в условиях неопределенности : дис. … д-ра техн. наук / САА. Красноярск, 2001. 295 с.
16. Robbins H., Monro S. A stochastic Approximation Method // Ann. Math. Statist. 1951. Vol. 22, № 3. P. 400–407.
17. Агафонов Е. Д., Антропов Н. Р. Об оценке решения системы уравнений в задаче построения модели гидравлической сети // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2014. № 3. С. 110–117.

References

1. Lur'e M. V. *Matematicheskoe modelirovanie protsessov truboprovodnogo transporta nefti*, *nefteproduktov i gaza* [Mathematical Modeling of Oil, Fuels, and Gas Pipeline Transport Processes]. Moscow, Neft' i gaz Publ., 2003, 335 p.
2. Basniev K. S., Dmitriev N. M., Rozenberg G. D. *Neftegazovaya gidromekhanika* [Hydrodynamics of Oil and Gas]. Moscow, Izhevsk, Institut komp'yuternykh issledovaniy Publ., 2005, 544 p.
3. Kassina N. V. *Matematicheskoe modelirovanie dinamiki gidravlicheskikh sistem s ispol'zovaniem metodov analiticheskoy mekhaniki i teorii nelineynykh kolebaniy Dis. cand. tehn. nauk* [Mathematical Modeling of the Dynamics of Hydraulic Systems Using Methods of Analytical Mechanics and the Theory of Nonlinear Oscillations. PhD diss]. Nizhny Novgorod, NNSU Publ., 2006, 118 p.
4. Trofimov V. V., Tarasenko V. P., Mashchenko V. I. *Avtomatizirovannoe upravlenie magistral'nymi nefteprovodami* [Automation Control of Trunk Pipelines]. Tomsk, TSU Publ., 1994, 247 p.
5. Eykhoff P. System Identification: Parameter and State Estimation. Chester, England: Wiley, 1974, 555 p.
6. Seleznev V. E., Aleshin V. V., Pryalov S. N. *Matematicheskoe modelirovanie truboprovodnykh setey i sistem kanalov: metody, modeli i algoritmy* [Mathematical Modeling of Pipeline Networks and Cannel Systems: Methods, Models, and Algorithms]. Moscow, Berlin, Direkt-Media Publ., 2014, 694 p.
7. Loginov K. V., Myznikov A. M., Fayzullin R. T. [Calculation, Optimization and Control Modes of Operation of Large-scale Hydraulic Networks]. *Matematicheskoe modelirovanie*. 2006, Vol. 18, No. 9, P. 92–106 (In Russ.).

8. Fayzullin R. T. [On the Solution of Nonlinear Algebraic Systems of Hydraulics]. *Siberian Journal of Industrial Mathematics*. 1999, Vol. 2, No. 2, P. 176–178 (In Russ.).

9. Myznikov A. M. [Solution of Large Systems of Nonlinear Equations Applied to Problems of Calculating Hydraulic, Thermal and Electrical Networks]. *Matematicheskie struktury i modelirovanie*. 2003, No. 11, P. 15–19 (In Russ.).

10. Myznikov A. M. *Modelirovanie i identifikatsiya parametrov slozhnykh gidravlicheskikh setey*: *dis. kand. fiz.-mat. nauk* [Modeling and Identification of Parameters of Complex Hydraulic Networks. PhD diss.]. Tyumen', 2005, 116 p.

11. Myznikov A. M. [Specification of Drag Coefficients in Complex Hydraulic Networks Based on the Results of a Limited Number of Measurements]. *Teplofizika i aeromekhanika*. 2005, Vol. 12, No. 3, P. 513–516 (In Russ.).

12. Medvedev A. V. *Osnovy teorii adaptivnykh system* [Fundamentals of the Theory of Adaptive Systems]. Krasnoyarsk, SibSAU Publ., 2015, 526 p.

13. Kiefer J., Wolfowitz J. Stochastic evaluation of the maximum of a regression function. *Ann. Math. Statist.*, 1952, Vol. 23, No. 3, P. 462–466.

14. Krasnoshtanov A. P. *Kombinirovannye mnogosvyaznye sistemy* [Combined Multiply Connected Systems]. Novosibirsk, Nauka Publ., 2001, 176 p.

15. Krasnoshtanov A. P. *Metod generatsii resheniy na mnogosvyaznykh sistemakh v usloviyakh neopredelennosti: Dis. Doct. Tekhn. Nauk* [The Method of Generating Solutions on Multiply Connected Systems Under Uncertainty. Dr. Tech. Sci. diss.]. Krasnoyarsk, 2001, 295 p.

16. Robbins H., Monro S. A stochastic Approximation Method. *Ann. Math. Statist.* 1951, Vol. 22, No. 3, P. 400–407.

17. Agafonov E. D., Antropov N. R. [On Estimation of Hydraulic Network Equation System]. *Izvestiya Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Tekhnicheskie nauki*. 2014, No. 3, P. 110–117 (In Russ.).