

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРАНСФОРМИРУЕМЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Л. В. Ручкин*, Н. Л. Ручкина

Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева
Российская Федерация, 660037, г. Красноярск, просп. им. газ. «Красноярский рабочий», 31

*E-mail: leonid-ruchkin@yandex.ru

Приведены результаты моделирования трансформируемых механических систем, применяемых при создании робототехнических устройств и изделий космических аппаратов. Трансформируемые системы рассматриваются в виде многозвенных шарнирных механизмов с размещенными на звеньях или на основании приводами. Проведенный анализ публикаций показал, что при создании трансформируемых систем используются как разомкнутые, так и замкнутые кинематические цепи.

Для описания работы использованы уравнения Лагранжа второго рода в матричной форме, которые справедливы как для разомкнутых (последовательных), так и для замкнутых (параллельных) структур. С целью решения прямой задачи динамики и определения необходимых управляющих моментов приводов предложена математическая модель четырехзвенного механизма раскрытия штанги панелей солнечных батарей (последовательная структура). При построении модели принято, что механизм работает в горизонтальной плоскости, моменты сил тяжести, приложенные к звеньям, воспринимаются устройствами обезвешивания.

Моделирование проводилось в среде графического программирования LabVIEW, при этом разработаны виртуальные приборы, позволяющие вычислять координаты характерных точек механизма, например, центров масс звеньев как точек крепления устройств обезвешивания, виртуальные приборы вычисления матриц инерции звеньев, кинетической энергии звеньев и необходимых моментов сил приводов.

Предложенная модель и разработанные виртуальные приборы позволяют решать прямую задачу динамики трансформируемой механической системы и могут быть использованы при проектировании новых образцов робототехнических систем и изделий космических аппаратов.

Ключевые слова: робототехника, многозвенный трансформируемый механизм, матричный метод, прямая задача динамики.

Siberian Journal of Science and Technology. 2017, Vol. 18, No. 4, P. 820–824

MODELING OF THE TRANSFORMABLE MECHANICAL SYSTEMS

L. V. Ruchkin*, N. L. Ruchkina

Reshetnev Siberian State University of Science and Technology
31, Krasnoyarsky Rabochy Av., Krasnoyarsk, 660037, Russian Federation

*E-mail: leonid-ruchkin@yandex.ru

The results of the modeling of the transformable mechanical systems are presented. This mechanical systems are used for construction space vehicles and robotics devices. They are constituted of a succession of rigid bodies, each of them being linked to its predecessor and its successor by a one-degree-of-freedom joint. Each segment being linked to its successor by a revolute or translational joint. Each of the joints can being actuated. The analysis of publications has shown that open-loop kinematic chains and closed-loop kinematic chains are used.

The Lagrange dynamical equations in matrix form are used for the modeling mechanical systems. This equations are true for open-loop kinematic (serial) and closed-loop (parallel) kinematic chains. The forward problem of the dynamics of the opening the bar of the solar panels are presented (open-loop kinematic chain). In this case are accepted, that the rigid bodies of the device are rotating in a horizontal plane and gravitational moments are perceive by balance.

The modeling of the transformable mechanical systems are implemented by LabVIEW. Virtual instruments for calculate the coordinates of behavioral points of the mechanical system, for example, centre of mass, as points for mount balance, matrix of the inertia, the kinetic energy of the system and the force of the actuator are presented.

The article proposes the results of the modeling and virtual instruments are solved the forward problem of the dynamics of the transformable mechanical systems and can being used for design robotic system and manufacture of the space vehicles.

Keywords: robotics, multijointed transformable mechanism, matrix method, forward problem of the dynamics of robots.

Введение. При создании изделий ракетно-космической техники, робототехнических и мехатронных устройств широко применяются различные трансформируемые механические системы (антенны, рефлекторы, манипуляторы и т. п.). Подобные системы можно рассматривать как многосвязные механизмы с размещенными на звеньях или основании приводами. Из-за сложности проектирования, изготовления и отладки, а также с учетом высокой стоимости подобных устройств возникает необходимость построения их математических моделей и определения динамических характеристик. В статье рассмотрено построение математической модели на примере четырехзвенного механизма раскрытия штанги панелей солнечных батарей [1–11].

Кинематическая модель. Четырехзвенный механизм, расчетная схема которого приведена на рис. 1, состоит из основания (звено 0) и трех шарнирно соединенных звеньев 1, 2 и 3. Шарниры расположены в точках *A*, *B*, *F*, оси шарниров параллельны между собой. Перемещения звеньев кинематически связаны при помощи тросовых передач. Привод звеньев размещен на основании.

Для описания указанного плоского многосвязного механизма, построенного по разомкнутой кинематической схеме с тремя вращательными (*B*) парами пятого класса, оси которых параллельны между собой, воспользуемся матричным методом, который применим для описания как замкнутых, так и разомкнутых кинематических цепей [12].

С каждой *B* парой связываем *i*-ю систему координат $\vec{x}_{1,i}, \vec{x}_{2,i}, \vec{x}_{3,i}$, где $i = 0-2$. Разметка осей приведена на расчетной схеме (рис. 1). Каждую ось $\vec{x}_{3,i}$ направляем вдоль оси соответствующего шарнира перпендикулярно плоскости чертежа, ось $\vec{x}_{1,i}$ направляем вдоль или параллельно продольной оси *i*-го звена, ось $\vec{x}_{2,i}$ направляем так, чтобы система координат была правой.

Инерциальную систему координат $\vec{x}_{1,0}, \vec{x}_{2,0}, \vec{x}_{3,0}$ связываем с основанием (звено 0). Переход от *i*-й к (*i* – 1)-й системе координат описывается однородной матрицей перехода [12]

$$A_i^{i-1} = \begin{bmatrix} \cos q_i & -\sin q_i & 0 & d_{x_{1,i-1}} \cdot \cos q_i \\ \sin q_i & \cos q_i & 0 & d_{x_{2,i-1}} \cdot \sin q_i \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

где q_i – обобщенные координаты, определяемые как углы между векторами $\vec{x}_{1,i-1}$ и $\vec{x}_{1,i}$; $d_{x_{1,i-1}}$ и $d_{x_{2,i-1}}$ – сдвиг начала (*i* – 1)-й системы координат до совмещения с началом *i*-й системы координат соответственно по направлению векторов $\vec{x}_{1,i-1}$ и $\vec{x}_{2,i-1}$.

В инерциальной системе координат векторное уравнение кинематики четырехзвенного механизма имеет вид

$$\vec{r}_0^i = A_1^0 \cdot A_2^1 \cdots A_i^{i-1} \cdot \vec{r}_i = B_i \cdot \vec{r}_i^i,$$

где $B_i = A_1^0 \cdot A_2^1 \cdots A_i^{i-1}$, $i = 1, 2, 3$.

Механическая модель. Составим уравнение движения для четырехзвенного механизма. Для этого воспользуемся уравнениями Лагранжа второго рода, которые справедливы для описания как замкнутых, так и разомкнутых кинематических цепей.

Уравнения Лагранжа второго рода [2; 3] для плоского многосвязного механизма имеют вид

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial L}{\partial q_k} = M_k,$$

где $k = 1, \dots, n$; n – число степеней подвижности; $L = K - P$ – функция Лагранжа; K – кинетическая энергия; P – потенциальная энергия; \dot{q}_k – обобщенные скорости; M_k – обобщенные силы или моменты.

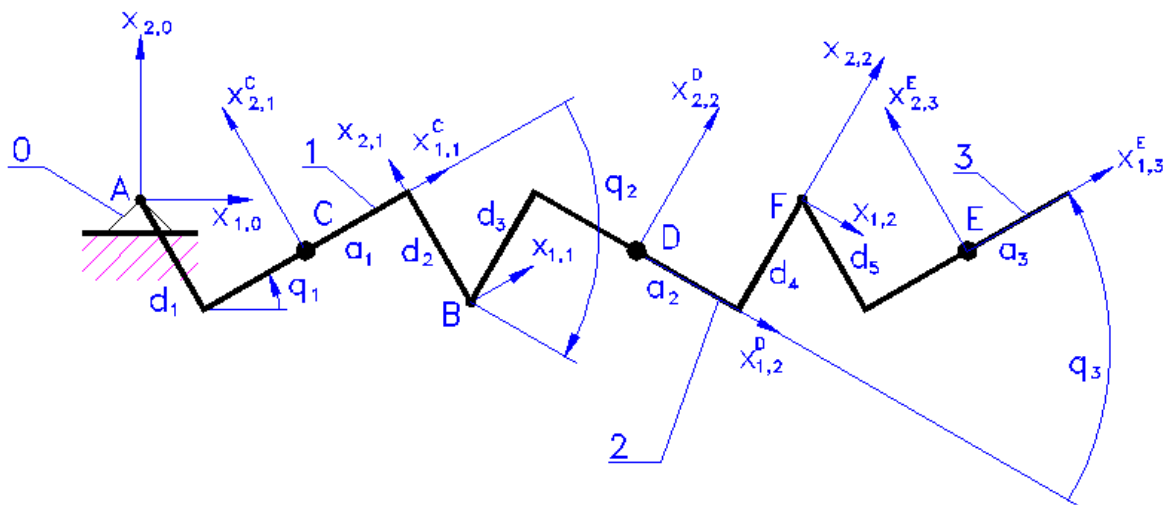


Рис. 1. Расчетная схема

Fig. 1. The design scheme

Полная кинетическая энергия i -го звена определяется [13; 14] выражением

$$K_i = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^i \sum_{p=1}^i Tr(B_i^j \cdot I_i \cdot B_i^{pT}) \cdot \dot{q}_j \cdot \dot{q}_p,$$

где матрица $B_i^j = \frac{\partial B_i}{\partial q_j}$ описывает изменение матрицы

B_i при изменении обобщенной координаты q_j ; I_i – матрица инерции i -го звена; T – знак операции транспонирования матриц.

Для сборки уравнений движения необходимо вычислить производные кинетической энергии по обобщенным скоростям и времени.

Для звеньев механизма

$$\begin{aligned} \frac{\partial K_1}{\partial \dot{q}_1} &= Tr(B_1^1 \cdot I_1 \cdot B_1^{1T}) \cdot \dot{q}_1, \\ \frac{\partial K_2}{\partial \dot{q}_2} &= Tr(B_2^1 \cdot I_2 \cdot B_2^{2T}) \cdot \dot{q}_1 + Tr(B_2^2 \cdot I_2 \cdot B_2^{2T}) \cdot \dot{q}_2, \\ \frac{\partial K_3}{\partial \dot{q}_3} &= Tr(B_3^1 \cdot I_3 \cdot B_3^{3T}) \cdot \dot{q}_1 + \\ &+ Tr(B_3^2 \cdot I_3 \cdot B_3^{3T}) \cdot \dot{q}_2 + Tr(B_3^3 \cdot I_3 \cdot B_3^{3T}) \cdot \dot{q}_3. \end{aligned}$$

Матрица A_{1C}^0 преобразования системы координат $\bar{x}_{1,1}^C, \bar{x}_{2,1}^C, \bar{x}_{3,1}^C$ к инерциальной системе координат $\bar{x}_{1,0}, \bar{x}_{2,0}, \bar{x}_{3,0}$ имеет вид

$$A_{1C}^0 = A_1^q \cdot A_{2C}^d.$$

Матрица A_{2D}^1 преобразования системы координат $\bar{x}_{1,2}^D, \bar{x}_{2,2}^D, \bar{x}_{3,2}^D$, связанной с центром масс звена 2 (точка D), к системе координат $\bar{x}_{1,2}, \bar{x}_{2,2}, \bar{x}_{3,2}$, начало которой располагается на оси шарнира B , имеет вид

$$A_{2D}^1 = A_2^q \cdot A_{2D}^2,$$

где A_2^q – матрица поворота.

Определим необходимые матрицы преобразований для звена 3 механизма.

Матрица A_3^q элементарного поворота на угол q_3 вокруг оси $\bar{x}_{3,3}$ имеет вид

$$A_3^q = \begin{bmatrix} \cos q_3 & -\sin q_3 & 0 & 0 \\ \sin q_3 & \cos q_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Матрица A_{3E}^3 элементарных сдвигов от системы координат $\bar{x}_{1,3}^E, \bar{x}_{2,3}^E, \bar{x}_{3,3}^E$, связанной с центром масс звена 3 (точка E), к системе координат $\bar{x}_{1,2}, \bar{x}_{2,2}, \bar{x}_{3,2}$, начало которой располагается на оси шарнира F , имеет вид

$$A_{3E}^3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{a_3}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -d_5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Матрица A_{3E}^2 преобразования системы координат $\bar{x}_{1,3}^E, \bar{x}_{2,3}^E, \bar{x}_{3,3}^E$ к системе координат $\bar{x}_{1,2}, \bar{x}_{2,2}, \bar{x}_{3,2}$ имеет вид

$$A_{3E}^2 = A_3^q \cdot A_{3E}^3.$$

Определим [13; 14] матрицы B_i^{jk} , описывающие изменение матриц B_i^j при изменении координаты q_k :

$$B_1^{11} = \frac{\partial B_1^1}{\partial q_1} = \frac{\partial}{\partial q_1} (D \cdot A_{1C}^0) = D^2 \cdot A_{1C}^0 = D^2 \cdot A_1^q \cdot A_{2C}^d,$$

$$B_1^{12} = \frac{\partial B_2^1}{\partial q_2} = \frac{\partial}{\partial q_2} (D \cdot A_1^0 \cdot A_{2D}^1) = D \cdot A_1^0 \cdot D \cdot A_{2D}^1,$$

$$B_2^{22} = \frac{\partial B_2^2}{\partial q_2} = \frac{\partial}{\partial q_2} (A_1^0 \cdot D \cdot A_{2D}^1) = A_1^0 \cdot D^2 \cdot A_{2D}^1,$$

$$B_3^{13} = \frac{\partial B_3^1}{\partial q_3} = \frac{\partial}{\partial q_3} (D \cdot A_1^0 \cdot A_2^1 \cdot A_{3E}^2) = D \cdot A_1^0 \cdot A_2^1 \cdot D \cdot A_{3E}^2,$$

$$B_3^{23} = \frac{\partial B_3^2}{\partial q_3} = \frac{\partial}{\partial q_3} (A_1^0 \cdot D \cdot A_2^1 \cdot A_{3E}^2) = A_1^0 \cdot D \cdot A_2^1 \cdot D \cdot A_{3E}^2,$$

$$B_3^{33} = \frac{\partial B_3^3}{\partial q_3} = \frac{\partial}{\partial q_3} (A_1^0 \cdot A_2^1 \cdot D \cdot A_{3E}^2) = A_1^0 \cdot A_2^1 \cdot D^2 \cdot A_{3E}^2,$$

где для вращательных пар матрица D имеет вид

$$D = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Уравнение движения для k -го звена имеет вид

$$\begin{aligned} &\sum_{j=1}^{i=k} Tr(B_i^j \cdot I_i \cdot B_i^{kT}) \cdot \ddot{q}_j + \\ &+ \sum_{j,p=1}^{i=k} Tr(B_i^{jp} \cdot I_i \cdot B_i^{kT}) \cdot \dot{q}_j \cdot \dot{q}_p = M_k. \end{aligned}$$

Механизм работает в горизонтальной плоскости, моменты сил тяжести, приложенные к звеньям, воспринимаются устройствами обезвешивания. Момен- тами сил трения в шарнирах на первом этапе исследования можно пренебречь. Следовательно, в качестве обобщенной силы принимаем момент сил M_1 , приложенный к звену 1.

Звенья кинематически связаны и для полного раскрытия

$$q_2 = -2 \cdot q_1, \quad q_3 = 2 \cdot q_1.$$

Моделирование проводилось в среде графического программирования LabVIEW [15; 16].

Задав диапазон изменения обобщенной координаты q_1 , решаем прямую задачу кинематики, график изменения координат центров масс звеньев приведен на рис. 2. Для решения прямой задачи динамики созданы виртуальные приборы (ВП), позволяющие вычислять матрицы инерции звеньев, кинетическую энергию звеньев и необходимые усилия или моменты сил приводов (рис. 3).

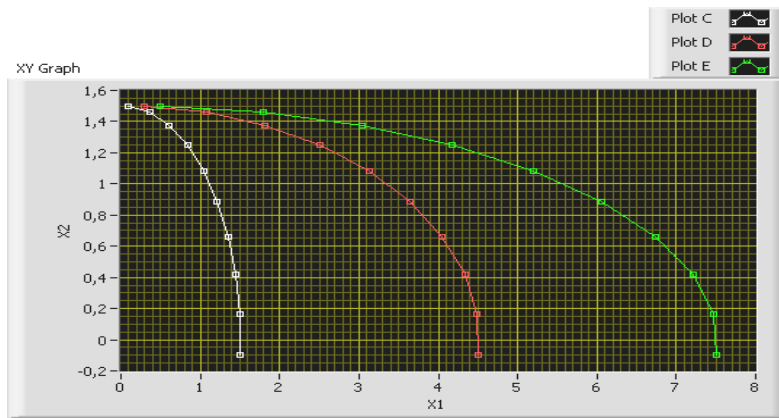


Рис. 2. Графики изменения координат центров масс звеньев механизма

Fig. 2. Graphs of the change in the coordinates of the centers of mass of the links of the mechanism

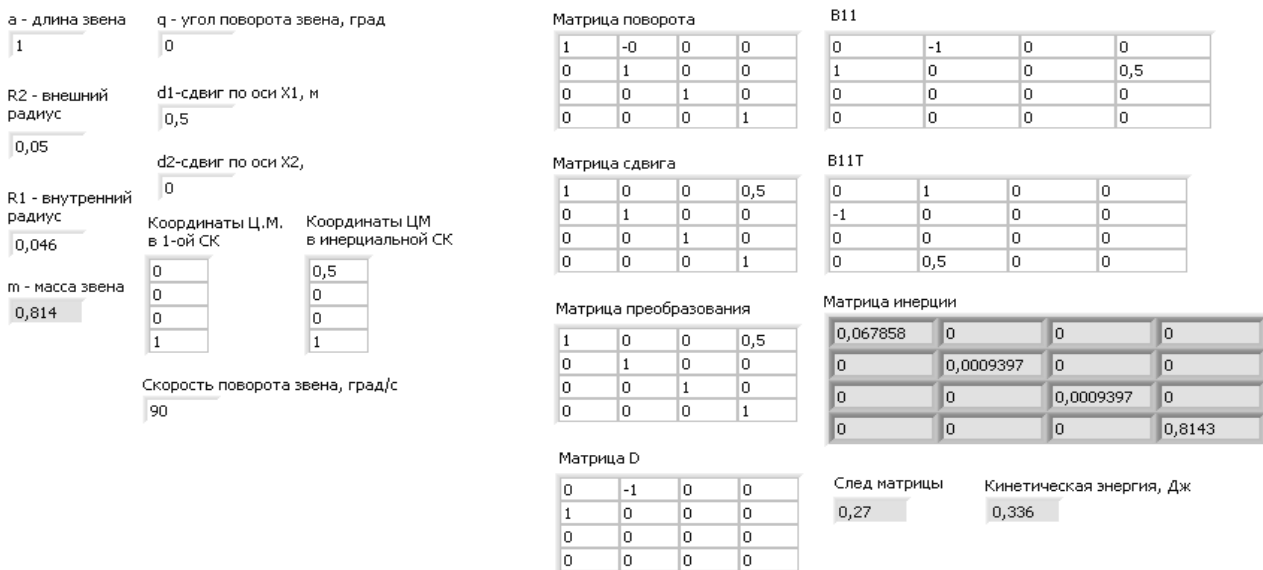


Рис. 3. Лицевая панель ВП вычисления кинетической энергии первого звена

Fig. 3. Front panel of the VP of calculating the kinetic energy of the first link

Заключение. В результате выполненной работы разработаны математическая модель и виртуальные приборы, позволяющие решать прямую задачу кинематики и динамики трансформируемых механических систем, т. е. на основании заданных законов движения и массоинерционных характеристик звеньев определять необходимые обобщенные силы или моменты, развиваемые приводами звеньев. Результаты исследования могут быть использованы при проектировании робототехнических и мехатронных систем, а также при разработке механических систем космических аппаратов.

Библиографические ссылки

1. Ручкин Л. В., Крючков М. А. Исследование движения манипулятора, построенного по замкнутой кинематической схеме ВВВВВВ с параллельными осями // Автоматизация и моделирование в производстве приборов : межвуз. сб. науч. тр. М. : МИП, 1989. С. 82–88.

2. Ручкин Л. В. Моделирование манипулятора с параллельным расположением приводов // Спутниковые системы связи и навигации : тр. Междунар. науч.-техн. конф. (30 сент. – 3 окт. 1997 г.) В 4 т. Т. 2 / КГТУ. Красноярск, 1997. С. 21–26.

3. Ручкин Л. В. Графическое моделирование плоских манипуляторов // Математические модели и методы их исследования : тезисы докладов / Краснояр. гос. ун-т. 1999. С. 177–178.

4. Система обезвешивания изделий космического аппарата на базе манипуляторов / Н. Л. Ручкина [и др.] // Решетневские чтения : материалы XII Междунар. науч. конф., посвящ. памяти генер. конструктора ракет-космич. систем акад. М. Ф. Решетнева (10–12 нояб. 2008, г. Красноярск) / под общ. ред. И. В. Ковалева ; Сиб. гос. аэрокосмич. ун-т. Красноярск, 2008. С. 26.

5. Ручкин Л. В., Ручкина Н. Л. Компенсация сил трения в механизмах устройств имитации невесомости // Лесной и химический комплексы – проблемы и решения : сб. ст. по материалам Всерос. науч.-практ.

конф. (9 дек. 2016 г.). Т. 1 / СибГАУ. Красноярск, 2016. С. 146–153.

6. Ручкин Л. В., Ручкина Н. Л. Силовой расчет параллельного манипулятора в программном пакете LabVIEW // Решетневские чтения : материалы XXI Междунар. науч.-практ. конф., посвящ. памяти генер. конструктора ракет-космич. систем акад. М. Ф. Решетнева (08–11 нояб. 2017, г. Красноярск). В 2 ч. Ч. 1 / под общ. ред. Ю. Ю. Логинова ; Сиб. гос. аэрокосмич. ун-т. Красноярск, 2017. С. 527–528.

7. Корендяев А. И., Саламандра Б. Л., Тывес Л. И. Теоретические основы робототехники / отв. ред. С. М. Каплунов ; Ин-т машиноведения им. А. А. Благонравова РАН. В 2 кн. Кн. 1. М. : Наука, 2006. 383 с.

8. J.-P. Merlet. Parallel Robots. Springer, 2006. 418 p.

9. Буянкин В. М. Управление электроприводами для механизмов параллельной кинематики робота манипулятора типа «Хобот» // Исследование наукограда. 2012. № 1. С. 29–36.

10. Эффективные методы решения задач кинематики и динамики робота-станка параллельной структуры / Л. А. Рыбак [и др.]. М., 2011. 148 с.

11. Подзоров П. В., Бушуев В. В. Синтез структур технологического оборудования на основе механизмов параллельной кинематики // Мехатроника, автоматизация, управление. 2002. № 4. С. 11–18.

12. Фу К. С., Гонсалес Р. К., Ли К. С. Робототехника : пер. с англ. М. : Мир, 1989. 624 с.

13. Динамика управления роботами / В. В. Козлов [и др.]. М. : Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1984. 384 с.

14. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М. : Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1984. 832 с.

15. Суранов А. Я. LabVIEW 7: справочник по функциям. М. : ДМК Пресс, 2005. 512 с.

16. Автоматизация физических исследований и эксперимента: компьютерные измерения и виртуальные приборы на основе LabVIEW 7 / под ред. П. А. Бутырина. М. : ДМК Пресс, 2005. 264 с.

References

1. Ruchkin L. V., Kryuchkov M. A. [Analysis of motion of manipulator, constructed by closed-loop kinematic chains with parallel axeses]. *Avtomatizatsiya i modelirovanie v proizvodstve priborov*: 1989, P. 82–88 (In Russ.).

2. Ruchkin L. V. [Modeling of the manipulator with parallel actuators]. *Sputnikovye sistemy svyazi i navigatsii: Trudy mezhdunarodnoy nauchno-tehnicheskoy konferentsii (30 sentyabrya – 3 oktyabrya 1997 g.) V 4-kh tomakh. T. 2*. Krasnoyarsk, P. 21–26 (In Russ.).

3. Ruchkin L. V. [Graphics simulation of the planar manipulator]. *Matematicheskie modeli i metody ikh issledovaniya*. Krasnoyarsk. 1999, P. 177–178 (In Russ.).

4. Ruchkina N. L., Bud'kov V. A., Skripka A. V., Ruchkin L. V. [System of balances of manufacture of the

space vehicles by manipulators]. *Reshetnevskie chteniya: materialy XII Mezhdunar. nauch. konf., posvyashch. pamyati general'nogo konstruktora raketno-kosmicheskikh sistem akademika M. F. Reshetneva (10–12 noyab. 2008, g. Krasnoyarsk)*. Krasnoyarsk, 2008, P. 26 (In Russ.).

5. Ruchkin L. V., Ruchkina N. L. [Compensation the friction forces in the devices of the mechanisms of clone the weightlessness]. *Lesnoy i khimicheskiiy kompleksey – problemy i resheniya. Sbornik statey po materialam Vserossiyskoy nauchno-prakticheskoy konferentsii (9 dekabrya 2016 g.)*. Vol. 1, Krasnoyarsk, 2016, P. 146–153 (In Russ.).

6. Ruchkin L. V., Ruchkina N. L. [Force calculation of the planar manipulator by LabVIEW]. *Reshetnevskie chteniya : materialy XXI Mezhdunar. nauch. - prakt. konf., posvyashch. pamyati gener. konstruktora raket-kosmich. sistem akad. M. F. Reshetneva (08–11 noyab. 2017, g. Krasnoyarsk)*. Krasnoyarsk, 2017. Ch. 1, P. 527–528 (In Russ.).

7. Korendyasev A. I., Salamandra B. L., Tyves L. I. *Teoreticheskie osnovy robototekhniki*. [Foundation of the theory of the robotics]. Moscow, Nauka Publ., 2006, 383 p. (In Russ.).

8. Merlet J.-P., Parallel Robots. Springer, 2006, 418 p.

9. Buyankin V. M. [Motor control for mechanism of parallel kinematic of robot manipulator “Khobot”]. *Issledovanie naukoграда*. 2012, No. 1, P. 29–36 (In Russ.).

10. Rybak L. A. *Effektivnyye metody resheniya zadach kinematiki i dinamiki robota-stanka parallel'noy struktury* [Efficient method of epy solution tasks of the kinematic and dynamic of the robot-machine with parallel structure]. Moscow, 2011, 148 p. (In Russ.).

11. Podzorov P. V., Bushuev V. V. [Structure synthesis of manufacturing equipment based on mechanism of parallel kinematic]. *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie*. 2002. No. 4, P. 11–18 (In Russ.).

12. Fu K. S., Gonsales R. K., Li K. S. *Robototekhnika*. [Robotics]. Moscow, 1989, 624 p. (In Russ.).

13. Kozlov V. V., Makarychev V. P., Timofeev A. V., Yurevich E. I. *Dinamika upravleniya robotami*. [The dynamic of the control of the robot] Moscow, Nauka Publ., 1984, 384 p. (In Russ.).

14. Korn G., Korn T. *Spravochnik po matematike dlya nauchnykh rabotnikov i inzhenerov*. [The reference book of the mathematic for scientist and engineer]. Moscow, Nauka Publ., 1984, 832 p. (In Russ.).

15. Suranov A. Y. *LabVIEW 7: spravochnik po funktsiyam*. [LabVIEW 7: The reference book of the functions]. Moscow, DMK Press Publ., 2005, 512 p. (In Russ.).

16. Butyrin P. A. *Avtomatizatsiya fizicheskikh issledovaniy i eksperimenta: komp'yuternye izmereniya i virtual'nye pribory na osnove LabVIEW 7* [Automation of the physical researches and experiment: computer-aided instrumentation and virtual instruments by LabVIEW 7]. Moscow, DMK Press Publ., 2005, 264 p. (In Russ.).