Как видно из рис. 5, при параметре $K = 4$ зависимости для каналов связи сходятся при низких вероятностях символьной ошибки и соответствуют зависимости для классического варианта КАМ64. Увеличение параметра K до 5 приводит к резкому перераспределению энергетической эффективности между каналами связи. При значениях параметра K более 20 график зависимости энергетической эффективности для низкоскоростного источника информации изменяется мало и приближается к зависимости для классического варианта КАМ4. При этом график энергетической зависимости для высокоскоростного канала значительно смещается вправо и демодуляция сигнала становится невозможной.

Таким образом, предложенный метод передачи информации от нескольких источников по единому широкополосному общему каналу связи позволяет эффективно перераспределять энергетический ресурс системы связи между каналами. Адаптивное управление амплитудой опорного созвездия позволяет повысить эффективность системы связи при изменяющихся условиях распространения сигнала в канале связи.

Результаты получены при поддержке Министерства образования Российской Федерации.

Библиографические ссылки

1. *Боев Н. М.* Анализ командно-телеметрической радиолинии связи с беспилотными летательными аппаратами. Вестник СибГАУ. 2012. № 2 (42). С. 86–91.

2. *Скляр Б.* Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. М. : Вильямс, 2003.

УДК 536.24

РАСЧЕТ СОБСТВЕННЫХ ЧИСЕЛ В ЗАДАЧЕ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ ЧЕРЕЗ ЦИЛИНДРИЧЕСКУЮ СТЕНКУ ПРИ СМЕШАННЫХ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ

Ю. В. Видин, Д. И. Иванов

Сибирский федеральный университет
660074, Красноярск, ул. Киренского, 26. E-mail: idi86@inbox.ru

С использованием аналитических зависимостей разработан аналитический приближенный метод расчета собственных чисел в задаче нестационарной теплопередачи через цилиндрическую стенку при смешанных граничных условиях на внутренней и внешней поверхностях полого цилиндрического тела. Показано, что высокая точность расчета может быть достигнута с помощью доступных математических преобразований, т. е. без обращения к сложным специальным функциям Бесселя.

Ключевые слова: теплопередача, нестационарный процесс, собственные числа, цилиндрическая стенка, температурное поле, аналитический метод.

CALCULATION OF EIGENVALUES IN THE PROBLEM OF UNSTEADY HEAT TRANSFER THROUGH A CYLINDRICAL WALL WITH MIXED BOUNDARY CONDITIONS

Yu. V. Vidin, D. I. Ivanov

Siberian Federal University
26 Kirenskiy street, Krasnoyarsk, 660074, Russia. E-mail: idi86@inbox.ru

With the use of analytical dependencies, the authors developed an analytical approximate method for calculation of eigenvalues in the problem of non-stationary heat transfer through a cylindrical wall with mixed boundary conditions on the inner and outer surfaces of the hollow cylindrical body. The authors prove that the high accuracy of the calculation can be achieved with the use of the available mathematical transformations, in other words, without resort to complex special Bessel functions.

Keywords: heat transfer, non-stationary process, eigenvalues, cylindrical wall, temperature field, analytical method.

Известно, что аналитические методы дают полную, всеобъемлющую картину моделируемого процесса или явления в отличие от численных методов, которые требуют огромной вариативной проработки искомой задачи каждый раз при новом наборе исходных данных.

В этом плане следует отметить, что получение точных аналитических решений линейных и нелинейных задач теплопроводности для однослойных и многослойных конструкций с переменными в пределах каждого слоя физическими свойствами среды, а также с переменными по координатам и во времени граничными условиями представляет серьезные математические трудности. Аналитические решения получены лишь для незначительного круга отдельных частных задач, к тому же при весьма существенных допущениях. В связи с этим актуальность разработки новых эффективных аналитических (приближенных аналитических) методов решения краевых задач для моделирования процессов теплопереноса не вызывает сомнений.

Аналитические решения задач нестационарной теплопроводности обычно представляют собой бесконечные функциональные ряды, члены которых зависят как от пространственных координат и времени, так и от корней соответствующих характеристических уравнений. При проведении практических расчетов температурных полей, как правило, достаточно знать несколько первых собственных значений этих уравнений, вид которых определяется типом граничных условий на поверхностях тела.

Для облегчения использования теоретических решений в инженерной практике принято дополнять их подробными таблицами собственных чисел и начальных тепловых амплитуд.

Наряду с табличными представлениями корней характеристических уравнений разрабатываются и аналитические зависимости для их нахождения.

Аналитический расчет процесса нестационарной теплопередачи через цилиндрическую стенку связан с задачей нахождения собственных чисел на основе сложного характеристического уравнения [1]:

$$\frac{Bi_1 J_0(\mu)+\mu J_1(\mu)}{Bi_1 Y_0(\mu)+\mu Y_1(\mu)}=\frac{Bi_2 J_0(\psi^*\mu)-\mu J_1(\psi^*\mu)}{Bi_2 Y_0(\psi^*\mu)-\mu Y_1(\psi^*\mu)}, \quad (1)$$

где $Bi_1 = \alpha_1 R_1/\lambda$, $Bi_2 = \alpha_2 R_2/\lambda$ – безразмерные числа подобия (числа Био); $\psi = r/R_1$, – безразмерная радиальная координата ($1 \le \psi \le \psi^*$); $\psi^* = R_2/R_1$.

В связи с большим числом параметров в зависимости (1) составить расширенные таблицы корней весьма затруднительно. Поэтому первоначально имеет смысл установить возможные пределы для искомых чисел μ_n. С этой целью рассмотрим частный случай уравнения (1), а именно, примем, что $Bi_1 \Rightarrow \infty$, а $Bi_2 = 0$, т. е. на внутренней поверхности полого цилиндрического тела действуют граничные условия первого рода, а на внешней поверхности – граничные условия второго рода. Тогда формула (1) вырождается в соотношение

$$\frac{J_0(\mu)}{Y_0(\mu)}=\frac{J_1(\psi^*\mu)}{Y_1(\psi^*\mu)}. \quad (2)$$

Если предположить, что искомые корни $\mu_n \ge 3$, то допустимо аппроксимировать функции Бесселя $J_0(\mu)$, $Y_0(\mu)$, $J_1(\psi^*\mu)$ и $Y_1(\psi^*\mu)$ следующими приближениями [2]:

$$J_0(\mu)=\frac{1}{\sqrt{\mu}} f_0 \cos\theta_0, \quad (3)$$

$$Y_0(\mu)=\frac{1}{\sqrt{\mu}} f_0 \sin\theta_0, \quad (4)$$

где θ_0 описывается выражением

$$\theta_0=\mu-0,785\ 398\ 16-0,041\ 663\ 92\left(\frac{3}{\mu}\right)-0,000\ 039\ 54\left(\frac{3}{\mu}\right)^2+0,002\ 625\ 73\left(\frac{3}{\mu}\right)^3-0,000\ 541\ 25\left(\frac{3}{\mu}\right)^4-0,000\ 293\ 33\left(\frac{3}{\mu}\right)^5+0,000\ 135\ 8\left(\frac{3}{\mu}\right)^6+\varepsilon, \quad (5)$$

здесь $|\varepsilon|<7\cdot10^{-8}$,

$$J_1(\psi^*\mu)=\frac{1}{\sqrt{\psi^*\mu}} f_1^* \cos\theta_1^*, \quad (6)$$

$$Y_1(\psi^*\mu)=\frac{1}{\sqrt{\psi^*\mu}} f_1^* \sin\theta_1^*, \quad (7)$$

где θ_1^* описывается выражением

$$\theta_1^*=\mu\psi^*-2,356\ 194\ 4+0,124\ 996\ 12\left(\frac{3}{\mu\psi^*}\right)+0,000\ 056\ 50\left(\frac{3}{\mu\psi^*}\right)^2-0,006\ 378\ 79\left(\frac{3}{\mu\psi^*}\right)^3+0,007\ 434\ 8\left(\frac{3}{\mu\psi^*}\right)^4+0,000\ 798\ 24\left(\frac{3}{\mu\psi^*}\right)^5-0,000\ 291\ 66\left(\frac{3}{\mu\psi^*}\right)^6+\varepsilon, \quad (8)$$

здесь $|\varepsilon|<9\cdot10^{-8}$,

С учетом (3), (4), (6) и (7) уравнение (2) запишется в виде

$$\frac{\cos\theta_0}{\sin\theta_0}=\frac{\cos\theta_1^*}{\sin\theta_1^*}. \quad (9)$$

Согласно [3] зависимость (9) эквивалентна формуле

$$\sin\left(\theta_1^*-\theta_0\right)=0. \quad (10)$$

Отсюда вытекает, что

$$\theta_1^*-\theta_0=(n-1)\pi,\ n=1,2,3,... \quad (11)$$

Подставив в (11) вместо θ_0 и θ_1^* соотношения (5) и (8) и ограничиваясь в них первыми тремя слагаемыми, составим квадратное алгебраическое уравнение для вычисления μ_n:

$$\mu_n^2-\frac{1,570\ 796\ 33+(n-1)\pi}{\psi^*-1}\mu_n+\frac{3}{\psi^*}\frac{\left(0,124\ 996\ 12+0,041\ 663\ 92\psi^*\right)}{\left(\psi^*-1\right)}=0, \quad (12)$$

Решая это уравнение, найдем искомые корни

$$\mu_n = \frac{1{,}570\,796\,33 + (n-1)\pi}{2(\psi^* - 1)} + \sqrt{\frac{(1{,}570\,796\,33 - (n-1)\pi)^2}{4(\psi^* - 1)^2} - \frac{3}{\psi^*}\frac{(0{,}124\,996\,12 + 0{,}041\,663\,92\psi^*)}{(\psi^* - 1)}}. \quad (13)$$

В табл. 1 приведены значения первых трех собственных чисел μ_n для $\psi^* = 5/4$; $\psi^* = 5/3$ $\psi^* = 5/2$, рассчитанные по предложенной методике и приведенные в [2] для случая $Bi_1 => \infty$; $Bi_2 = 0$.

Аналогичным образом ведется расчет для уравнения (1), когда $Bi_1 = 0$, а $Bi_2 => \infty$, т. е. на внутренней поверхности полого цилиндрического тела действуют граничные условия второго рода, а на внешней поверхности – граничные условия первого рода. Тогда формула (1) вырождается в соотношение

$$\frac{J_1(\mu)}{Y_1(\mu)} = \frac{J_0(\psi^*\mu)}{Y_0(\psi^*\mu)}, \quad (14)$$

Квадратное алгебраическое уравнение для вычисления μ_n в этом случае записывается следующим образом

$$\mu_n^2 + \frac{1{,}570\,796\,33 - n\pi}{\psi^* - 1}\mu_n - \frac{3}{\psi^*}\frac{(0{,}041\,663\,92 + 0{,}124\,996\,12\psi^*)}{(\psi^* - 1)} = 0\,. \quad (15)$$

Решая это уравнение, найдем искомые корни

$$\mu_n = \frac{-1{,}57079633 + n\pi}{2(\psi^* - 1)} + \sqrt{\frac{(1{,}57079633 - n\pi)^2}{4(\psi^* - 1)^2} + \frac{3}{\psi^*}\frac{(0{,}12499612 + 0{,}04166392\psi^*)}{(\psi^* - 1)}}. \quad (16)$$

В табл. 2 приведены значения первых трех собственных чисел μ_n для $\psi^* = 5/4$, $\psi^* = 5/3$ $\psi^* = 5/2$, рассчитанные по предложенной методике и приведенные в [2] для случая $Bi_1 = 0$, $Bi_2 => \infty$.

Таблица 1

Корни характеристического уравнения (2) μ_n ($Bi_1 => \infty$; $Bi_2 = 0$)

μ_1		μ_2		μ_3	
Расчет числовым методом	Расчет по формуле (13)	Расчет числовым методом	Расчет по формуле (13)	Расчет числовым методом	Расчет по формуле (13)
$\psi^* = 5/4$					
6,002 58	5,999 86	18,759 02	18,758 94	31,361 74	31,361 72
$\psi^* = 5/3$					
2,120 33	2,107 04	6,993 94	6,993 52	11,736 33	11,736 24
$\psi^* = 5/2$					
0,866 06	0,824 98	3,083 54	3,082 11	5,201 07	5,200 74

Таблица 2

Корни характеристического уравнения (14) μ_n ($Bi_1 = 0$; $Bi_2 => \infty$)

μ_1		μ_2		μ_3	
Расчет по методике [2]	Расчет по формуле (16)	Расчет по методике [2]	Расчет по формуле (16)	Расчет по методике [2]	Расчет по формуле (16)
$\psi^* = 5/4$					
6,569 73	6,572 27	18,949 71	18,949 82	31,476 26	31,361 72
$\psi^* = 5/3$					
2,603 28	2,614 37	7,162 13	7,162 62	11,837 83	11,837 99
$\psi^* = 5/2$					
1,242 66	1,270 24	3,226 55	3,229 33	5,288 85	5,289 55

Из табл. 1, 2 видно, что расхождение корней, рассчитанных по предложенному методу и по методике [2] и численному методу, незначительно даже для собственных чисел μ, близких к 3. При числах $\mu < 3$ точность предложенного метода также достаточно высока: расхождение значений собственных чисел для цилиндрических стенок малой толщины не превышает 1 %, что в свою очередь требует дополнительной проверки при проведении инженерных расчетов.

Указанный выше диапазон корней $\mu_n \geq 3$ в частном случае может быть расширен в меньшую сторону для чисел μ близких к 3, т. е. расчет может быть проведен и для более массивных стенок.

Таким образом, произведен расчет собственных чисел в задаче нестационарной теплопередачи через цилиндрическую стенку при различных граничных условиях на внешней и внутренней поверхностях полого цилиндрического тела. Точность расчета повышается с уменьшением толщины стенки (параметра ψ*) и увеличением порядкового номера *n*.

Определены предельные значения собственных чисел для смешанных граничных условий. Процесс нахождения собственных чисел упрощается за счет:

– уменьшения числа параметров в уравнении;

– использования вместо сложных Бесселевых функций известного приближения [2].

Библиографические ссылки

1. *Лыков А. В.* Теория теплопроводности. М. : Высш. шк., 1967.

2. *Абрамовиц М., Стиган И.* Справочник по специальным функциям. М. : Наука, 1979.

3. *Бронштейн И. Н., Семендяев К. А.* Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. М. : Наука, 1965.

УДК 621.314

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОВЫШАЮЩЕГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ НАПРЯЖЕНИЯ С ПЕРЕКЛЮЧЕНИЕМ ПРИ НУЛЕВЫХ ЗНАЧЕНИЯХ ТОКА*

Н. Н. Горяшин, А. Н. Зорин

Сибирский государственный аэрокосмический университет имени академика М. Ф. Решетнева
Россия, 660014, г. Красноярск, просп. им. газ. «Красноярский рабочий», 31. E-mail: gorkolya@mail.ru

Рассматриваются способы управления повышающим преобразователем напряжения (ПН) с переключением ключевых элементов при нулевых значениях тока. Предложена математическая модель данного ПН, на основании которой показано, что по сравнению с традиционным импульсным ПН исследуемый тип преобразователей обладает большим коэффициентом демпфирования как замкнутая система регулирования.

Ключевые слова: повышающий преобразователь напряжения, резонансный преобразователь.

RESEARCH OF BOOST CONVERTER WITH SWITCH AT ZERO CURRENT

N. N. Goryashin, A. N. Zorin

Siberian State Aerospace University named after academician M. F. Reshetnev
31 “Krasnoyarskiy Rabochiy” prospect, Krasnoyarsk, 660014, Russia. E-mail: gorkolya@mail.ru

Methods of zero-current-switch boost converter control are analyzed in this article. Mathematical model of such converter is proposed. The authors show that the proposed converter under closed loop control has higher damping factor as compared with conventional step-up boost converter under the same conditions.

Keywords: step-up boost converter, resonant converter.

Необходимость увеличения мощности оборудования, которое входит в космические спутниковые системы, ставит задачу увеличения удельных энергетических характеристик систем электроснабжения космических аппаратов (СЭС КА). В качестве вторичных источников электропитания СЭС КА используются импульсные преобразователи напряжения (ПН). Для увеличения удельной мощности ПН необходимо увеличивать частоту преобразования, что в классических схемах ПН приводит к увеличению мощности потерь на переключение ключевых элементов (КЭ). К настоящему времени опубликовано много работ, где рассматриваются различные типы ПН с резонансным контуром (РК) в цепи силовых ключей, которые можно разделить на два больших класса: ПН, использующие режим переключения КЭ при нулевых значениях тока (ПНТ-преобразователи), и ПН, использующие режим переключения КЭ при нулевых значениях напряжения (ПНН-преобразователи) [1; 2]. Это два основных режима работы КЭ с использованием явления резонанса.

Можно выделить следующие типы высокочастотных ПН с использованием РК: резонансные, квазирезонансные, с резонансным переключением. Квазирезонансные ПН (преобразователи с дозированной передачей энергии), как и традиционные преобразователи с широтно-импульсной модуляцией, характеризуются однонаправленной передачей энергии в нагрузку. Методика переключения при нулевом напряжении и при нулевом токе применима ко всем основным

* Исследование выполнено при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации, государственный контракт № 14.740.11.1124 от 30 мая 2011 г. «Методы повышения эффективности энергопреобразующих устройств энергосистем космических аппаратов».