

УДК 519.87

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

О. А. Иконников, В. Ф. Первушин

Сибирский государственный аэрокосмический университет имени академика М. Ф. Решетнева
Россия, 660014, Красноярск, просп. им. газ. «Красноярский рабочий», 31. E-mail: pervushin_vf@inbox.ru

Рассматривается задача идентификации и построения моделей стационарных линейных динамических объектов с запаздыванием в условиях непараметрической неопределенности. Изучаются модели динамических объектов высокого порядка. Рассматривается задача построения модели объекта в состоянии, характеризуемом ненулевыми начальными условиями. В качестве моделей динамических объектов используются интегралы Дюамеля и Коши-ОЛагранжа. Используются непараметрические методы восстановления кривых регрессии для построения моделей характеристик объектов. Получены результаты, позволяющие говорить о возможности построения достаточно качественных моделей стационарных линейных динамических объектов с запаздыванием в условиях непараметрической неопределенности. Полученные результаты могут быть применены в автоматических системах управления технологическим процессом производства или переработки и иных областях, в которых используются средства автоматического управления.

Ключевые слова: модель, динамическая система, непараметрическая модель, начальные условия, дифференциальное уравнение высокого порядка.

STUDY OF NONPARAMETRIC MODELS OF DYNAMIC SYSTEMS

O. A. Ikonnikov, V. F. Pervushin

Siberian State Aerospace University named after Academician M. F. Reshetnev
31“Krasnoyarskiy Rabochiy” prospect, Krasnoyarsk, 660014, Russia. E-mail: pervushin_vf@inbox.ru

The problem of identification and construction of models of stationary linear dynamic objects with delay in conditions of non-parametric uncertainty is observed. The goal of this work was to study models of dynamic objects of the high order. The problem of construction of a model of an object in a state characterized by non-zero initial conditions is considered. Duhamel and Cauchy-Lagrange integrals are used as models of dynamic objects. Non-parametric restoration methods of regression curves are used for construction of models of characteristics of objects. The results obtained demonstrate the possibility of construction of adequate quality models of stationary linear dynamic objects with delay in conditions of non-parametric uncertainty. The results can be applied in the field of automatic process control of production or processing and other fields, where tools for automatic control are used.

Keywords: model, dynamic system, nonparametric model, initial state, differential equation of high order, inertia.

Рассматривается случай, когда исследователь вынужден работать с объектом, при этом относительно немного зная об этом объекте. В этом случае предполагается, что исследователь обладает лишь информацией о качественном поведении объекта, способен наблюдать за поведением объекта, а при некоторых ограничениях – еще и намеренно воздействовать на объект. Ситуации, которые описаны выше, возникают довольно часто, особенно в тех областях деятельности человека, в которых по разным причинам отсутствуют точные модели объектов; отсутствуют точные средства контроля поведения объектов, а также изменения среды, взаимодействующей с ними; ресурсоемкость задач изучения и управления объектами по сравнению с пользой, полученной при решении задач, ставит под сомнение рентабельность мероприятий, направленных на поиск этих решений. Данный список, наверное, может быть продолжен, так как наличие большого количества факторов, влияющих на выбор цели, априорную постановку задачи, поиск средств и методов решения, реализа-

цию решения и контроль его применения, позволяет говорить о большом числе ситуаций, в которых оказывались и будут оказываться люди, сталкивающиеся с подобными задачами. Авторы статьи, предлагают собственные идеи решения таких задач с указанием конкретных методов решения некоторых из них.

Описание проблемной ситуации. Предположим, что в ходе изучения объекта (путем наблюдения за этим объектом или аналогичными объектами, а также поиска информации в источниках, описывающих поведение объекта) исследователь владеет следующей информацией: объект относится к классу детерминированных стационарных линейных динамических объектов с запаздыванием.

Предположим также, что исследователь способен воздействовать на объект и контролировать уровень своего воздействия. Таким образом, исследователь может компенсировать недостаток информации об объекте, препятствующий достижению целей с удовлетворительными результатами.

Предположим, что в силу ограниченности средств изучения и аппарата, используемого исследователем для описания объекта, не все факторы, влияющие на объект, будут учтены в модели. Следствием данного предположения является наличие случайных помех во всех измерениях, полученных исследователем в ходе взаимодействия с объектом. Кроме того, в данной статье мы будем руководствоваться предложением о том, что у исследователя нет информации о помехах, с которыми ему предстоит работать, либо эта информация не представляет достаточной практической ценности. Иначе говоря, будем считать, что законы распределения случайных помех, действующих внутри объекта при взаимодействии объекта с окружающей средой и действующих в каналах связи с объектом, неизвестны.

Последнее предположение заключается в том, что любая другая информация об объекте, его моделях недоступна исследователю либо не удовлетворяет его целям.

В таких условиях исследователь может потратить достаточно большое количество ресурсов: вычислительных, материальных, производственных, научных и, в конце концов, финансовых, прежде чем найти решение. Однако можно с уверенностью сказать, что современные достижения в области решения подобных задач позволяют исследователю пойти несколькими путями в поисках решения. Выбор того или иного пути предполагает необходимость вложения различного количества ресурсов для решения задачи (причем в случае сравнения этих путей даже на априорной стадии исследований могут выявиться пути, заведомо более или менее ресурсоемкие по отношению к другим путям). Кроме того, естественно утверждение о том, что выбор пути решения задачи будет влиять на результат её решения, возможность достижения исследователем поставленных целей.

Задача данной работы заключается в построении модели объекта в условиях, которые описаны выше. В этом случае не ставится задача достижения высокого качества модели; задача заключается в описании методики, которая может применяться для моделирования и привести к удовлетворительному качественному результату в каждой конкретной области деятельности и каждой конкретной задаче. Кроме того, предполагается использовать методы, позволяющие решить задачу с небольшими, возможно даже минимальными, издержками ресурсов, получая при этом достаточно качественные решения.

Методика решения. Для решения поставленной задачи предлагается взять за основу модели свертки характеристик объекта, характеристик, воздействующих на объект, и характеристик, которые описывают реакции объекта на такие воздействия. Речь идет о моделях в виде интеграла Дюамеля и интеграла Коши–Лагранжа. Математические записи интеграла Дюамеля и интеграла Коши–Лагранжа приведены ниже в (2), причем для наглядности приведена скалярная запись обоих уравнений (случай, когда входные воздействия и выходные реакции объекта описываются одномерными функциями времени):

$$x(t) = \int_{t_0}^t h'(t-\tau)u(\tau)d\tau, \quad (1)$$

$$x(t) = f(t-t_0) + \int_{t_0}^t h'(t-\tau)u(\tau)d\tau, \quad (2)$$

где $x(t)$ – выходная реакция объекта, который наблюдается в течение времени t , начиная с момента времени t_0 ; $h'(t)$ – импульсная-переходная характеристика объекта, связанная с переходной характеристикой объекта $h(t)$ оператором дифференцирования $dh(t)/dt = h'(t)$; $u(t)$ – входное воздействие на объект, которое приводит к изменению его реакции $x(t)$; $f(t)$ – свободная составляющая движения объекта – характеристика, описывающая поведение объекта в нестабильном начальном состоянии. Таким образом, можно сказать, что модель (1) является описанием объекта в стабильном начальном состоянии в отличие от модели (2), которая позволяет учитывать нестабильное начальное состояние объекта.

Характеристики $u(t)$ и $x(t)$ могут наблюдаться в ходе экспериментов, проводимых с объектом при помощи разнообразных средств контроля, начиная от органов чувств исследователей, контрольно-измерительных инструментов и заканчивая электронными измерительными датчиками. Характеристики $h(t)$ и $f(t)$ (временные характеристики объекта) являются характеристиками, идентифицирующими сам объект, зависят от внутренней структуры объекта, а информация о поведении этих характеристик позволяет получить исчерпывающее описание поведения объекта. Таким образом, можно говорить о том, что для того чтобы построить модель объекта в определенных выше условиях достаточно описать временные характеристики объекта и использовать эти описания при поиске модели так, как это показано в (1) и (2).

Одним из наиболее простых и наглядных методов описания временных характеристик объекта (идентификации объекта) является метод, основанный на наблюдении за поведением объекта в условиях, когда на объект воздействуют при помощи специальных тестовых воздействий. С описанием нескольких подобных методов читатель может познакомиться в справочнике [1]. В данной статье рассматривается метод временных характеристик, предполагающий воздействие на объект с помощью характеристики $u(t)$ таким образом, чтобы на выходе объекта наблюдались реакции $x(t)$, соответствующие временным характеристикам объекта $h(t)$ (или $h'(t)$) и $f(t)$.

Так, для того чтобы найти описание переходной характеристики объекта при помощи метода временных характеристик, необходимо на вход объекта подать тестовый сигнал, описываемый функцией Хевисайда $1(t)$. На выходе объекта будет наблюдаться реакция, приближенно повторяющая поведение переходной характеристики объекта. Данный эксперимент проиллюстрирован на графике на рис. 1.

На рис. 1 изображены характеристика $u(t)$, воздействующая на объект (непрерывная линия), и реакция

объекта на воздействие $x(t)$ (изображена точками). При подаче на вход объекта воздействия наблюдается запаздывающая реакция объекта на это воздействие, время запаздывания объекта обозначено t_3 . Кроме этого из опыта, изображенного на рис. 1, можно заметить наличие случайных помех, оказывающих влияние на измерения реакции объекта – проблему, с которой неизбежно предстоит столкнуться исследователю и поэтому учтенную в данной статье.

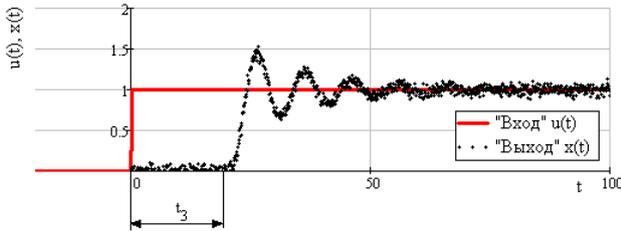


Рис. 1. Переходная характеристика $h(t)$

Для описания поведения свободной составляющей движения объекта достаточно привести объект в интересующее нестабильное начальное состояние с последующим прекращением воздействий на объект. Так, на выходе объекта будет наблюдаться реакция объекта, приближенно повторяющая свободную составляющую движения объекта. Иллюстрация опыта по идентификации свободной составляющей движения объекта приведена на графике на рис. 2.

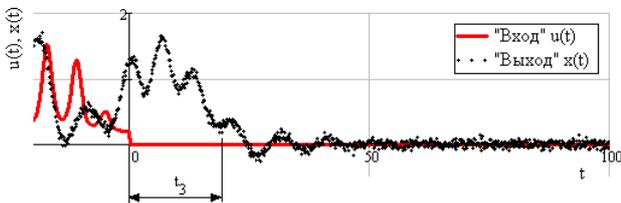


Рис. 2. Свободная составляющая движения объекта $f(t)$

На рис. 2 изображено, как при помощи входного воздействия $u(t)$ в интервале времени меньше момента времени $t = 0$, происходит направление объекта к интересующему нестабильному начальному состоянию. Далее в интервале времени от $t = 0$ до $t = 100$, воздействие на объект прекращается и на выходе объекта наблюдается запаздывающая по времени на величину t_3 реакция объекта $x(t)$, соответствующая свободной составляющей движения объекта, описывающая объект в этом нестабильном начальном состоянии.

Восстановив поведение временных характеристик объекта по наблюдениям этих характеристик, полученных в результате проведения экспериментов с объектом, можно перейти к построению модели самого объекта в виде (1) и (2).

Непараметрическое моделирование. Для восстановления поведения временных характеристик в данной статье предлагается использовать методы непараметрической статистики и, в частности, непараметрические оценки Надарая–Ватсона [2] и оценки При-

стли [3]. Использование данных методов обусловлено тем фактом, что исследователь находится в условиях непараметрической неопределенности, не владеет априорной информацией, позволяющей при ограниченности ресурсов, находить параметрическое описание характеристик объекта. Более подробно о непараметрическом моделировании можно узнать в [4].

Кроме того, авторами предлагается использовать модифицированные оценки регрессии Пристли [5], позволяющие находить описание импульсной переходной характеристики объекта по наблюдениям переходной характеристики:

$$h'_s(t) = \left[s(c_s^h)^2 \right]^{-1} \sum_{i=1}^s h(t_i) H\left((t - t_i) / c_s \right), \quad (3)$$

где $h'_s(t)$ – непараметрическая оценка импульсной переходной характеристики объекта, построенная по выборке значений переходной характеристики объекта $h(t_i)$, в моменты времени t_i ; s – объем выборки значений $h(t_i)$; c_s^h – параметр размытости непараметрической оценки (3); $H(\cdot)$ – колоколообразная функция непараметрической оценки.

Для описания свободной составляющей движения объекта предлагается использовать непараметрические оценки Надарая–Ватсона:

$$f_s(t) = \left[s \cdot c_s^f \right]^{-1} \sum_{i=1}^s f(t_i) \cdot H\left((t - t_i) / c_s \right), \quad (4)$$

где $f_s(t)$ – непараметрическая оценка свободной составляющей движения объекта; $f(t_i)$ – значение свободной составляющей движения объекта в момент времени t_i ; c_s^f – параметр размытости непараметрической оценки.

Использование оценок (3) и (4) для описания временных характеристик объекта, позволяет построить модель выходной характеристики объекта:

$$x_s(t) = f_s(t - t_0) + \int_{t_0}^t h'_s(t - \tau) u(\tau) d\tau, \quad (5)$$

где $x_s(t)$ – непараметрическая модель реакции объекта на входное воздействие $u(t)$. Одно из первых упоминаний о таких моделях встречается в [6].

Для оценки качества полученных моделей предлагается использовать следующие критерии: ошибку моделирования выходной реакции объекта Q_1 (6), описывающую отклонение реакции модели от реакции объекта в одинаковых условиях, и критерий, отражающий качество модели в относительных показателях, которые лучше усвоить и оценить человеку, среднюю абсолютную относительную ошибку моделирования выходной реакции объекта Q_2 :

$$Q_1 = s^{-1} \sum_{i=1}^s (x(t_i) - x_s(t_i))^2, \quad (6)$$

$$Q_2 = s^{-1} \sum_{i=1}^s |(x(t_i) - x_s(t_i)) / x(t_i)| 100 \%, \quad (7)$$

где $x(t_i)$ – значение выходной характеристики объекта в момент времени t_i .

Объекты высокого порядка. Для демонстрации работы предложенного алгоритма было решено выбрать класс объектов, характеризующихся высоким порядком. Другими словами, такие объекты могут быть описаны дифференциальными уравнениями высоких порядков. Основанием для выбора такого класса объектов послужила цель – исследование применимости предложенного метода построения моделей таких довольно сложно описываемых объектов.

В качестве объекта моделирования было решено использовать параметрическую модель объекта, заданную в виде дифференциального уравнения десятого порядка, (8), реализованную на ЭВМ:

$$\begin{aligned} & \frac{d^{10}}{dt^{10}} x(t) + 0,7636 \frac{d^9}{dt^9} x(t) + \\ & + 4,0512 \frac{d^8}{dt^8} x(t) + 2,3679 \frac{d^7}{dt^7} x(t) + \\ & + 6,3677 \frac{d^6}{dt^6} x(t) + 2,7259 \frac{d^5}{dt^5} x(t) + \\ & + 4,8623 \frac{d^4}{dt^4} x(t) + 1,3807 \frac{d^3}{dt^3} x(t) + \\ & + 1,8037 \frac{d^2}{dt^2} x(t) + 0,2596 \frac{d}{dt} x(t) + \\ & + 0,2596 x(t) = u(t - t_3). \end{aligned} \quad (8)$$

Далее эту модель будем называть объектом, подразумевая, что это лишь его имитация, созданная для демонстрации работы метода.

Для описания объекта в условиях нестабильного начального состояния был приведен объект в интересное состояние с последующим прекращением воздействия на объект. На выходе наблюдается реакция объекта, соответствующая свободной составляющей движения объекта. Значения входной и выходной характеристики объекта наблюдались с равными задержками во времени, так что общий объем значений характеристик составил 5 000. На выходе наблюдались реакция объекта со случайной аддитивной помехой, интенсивность которой равна 5 % от амплитуды реакции объекта. Результаты опыта приведены на рис. 3.

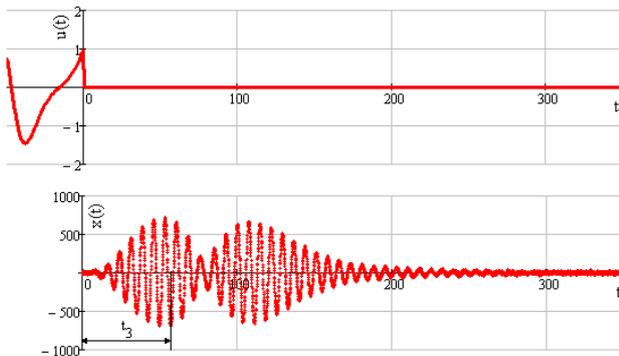


Рис. 3. Идентификация $f(t)$ (графики входной и выходной характеристик объекта)

Далее на вход объекта в успокоившемся состоянии подавалось воздействие, соответствующее функции Хевисайда, на выходе наблюдалась реакция объекта, соответствующая переходной характеристике объекта. Аналогично предыдущему опыту, было измерено 5 000 значений входной и выходной характеристик объекта, причем на выходе объекта наблюдались значения с аддитивной помехой интенсивностью 5 % относительно амплитуды выходной реакции объекта. Этот опыт проиллюстрирован на рис. 4.

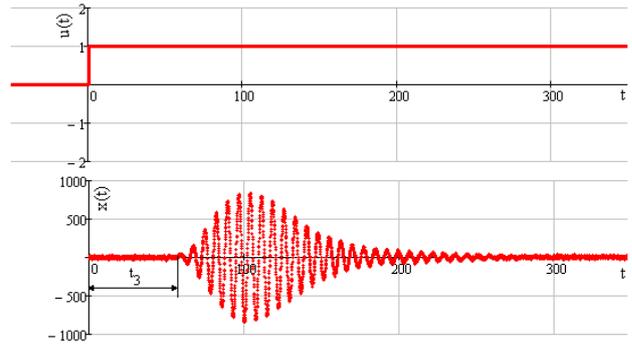


Рис. 4. Идентификация $h(t)$ (графики входной и выходной характеристик объекта)

Далее по выражениям (3) и (4) с параметрами $c_s^h = 0,7$, $c_s^f = 0,35$, $H(t) = [(\cos(\pi t) + 1)/2] \cdot [1(t + 1) - 1(t - 1)]$ ($1(t)$ – функция Хевисайда) было найдено непараметрическое описание временных характеристик объекта. Графики полученных непараметрических оценок приведены на рис. 5 и 6.

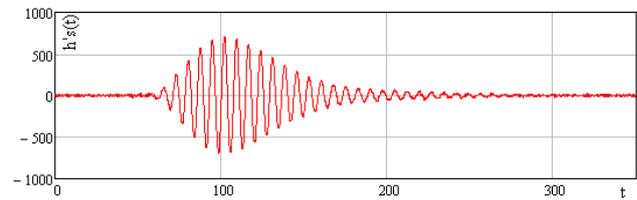


Рис. 5. Непараметрическая оценка импульсной переходной характеристики объекта

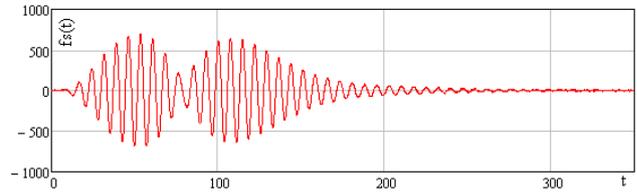


Рис. 6. Непараметрическая оценка свободной составляющей движения объекта

С использованием выражения (5) построена непараметрическая модель объекта, позволяющая описать реакцию объекта на произвольное входное воздействие с учетом нестабильного начального состояния объекта.

В следующем опыте проводилось сравнение полученной непараметрической модели объекта с реакцией самого объекта (заданного в виде дифференциро-

ванного уравнения) путем сравнения при помощи критериев (6) и (7) реакций объекта и модели на одинаковое входное воздействие. На вход объекта и на вход модели подавалось воздействие, изображенное на графике на рис. 7. На выходе объекта и на выходе модели регистрировались соответствующие реакции, обе эти реакции также приведены на графике на рис. 7.

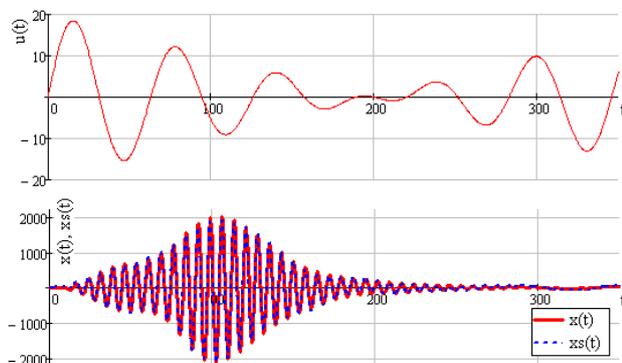


Рис. 7. Сравнение реакций объекта и модели на одинаковое воздействие

Значения критериев качества полученной модели объекта составили соответственно $Q_1 \approx 1000$, $Q_2 \approx 20\%$. Эти показатели говорят о том, что полученная модель значительно удалась от показателей объекта. Впрочем, полученное качество модели оказывается удовлетворительным в условиях, когда исследователь не владеет практически никакой информацией для изучения и формирования гипотез относительно объекта исследований.

Такие, на первый взгляд, невзрачные результаты моделирования говорят о том, что остается ещё множество не решенных (или решенных недостаточно хорошо) задач в области изучения подобных объектов. Однако если брать во внимание, что решенная задача построения моделей объектов высоких порядков может быть отнесена к задачам сложным и ресурсоемким, и если учесть, что условия, в которых решалась задача, могут оказаться непреодолимой преградой для решения этой задачи для многих подготовленных и опытных исследователей, то полученные результаты представляются значимыми, как с точки зрения развития теоретических методов, так и с точки зрения прикладных приложений для решения подобных задач. Кроме того, подчеркнем тот факт, что используемые методы не требуют наличия большого

количества информации высокого качества. Этот факт говорит о низкой ресурсоемкости метода и незначительном уровне издержек для решения задач с использованием предложенного метода.

Полученные результаты позволили сделать вывод о возможности описания объектов, относящихся к классу стационарных линейных динамических объектов с запаздыванием и высокого порядка в условиях неопределенности. Актуальность полученных результатов говорит о новых возможностях в изучении окружающего мира и возможностях его освоения в таких сферах, где раньше это было попросту невозможно либо чрезмерно дорого. Непараметрические модели объектов позволяют строить гипотезы и предположения относительно объектов изучения, позволяя совершенствовать модели вплоть до достижения этим моделям уровня фундаментальных законов. Кроме того, непараметрические модели, впрочем, как и любые другие, могут служить основанием для решения иных задач, к которым относятся задачи поддержки принятия решений при управлении объектами либо задачи непосредственного управления этими объектами.

Библиографические ссылки

1. Красовский А. А. Справочник по теории автоматического управления. М. : Наука, 1987.
2. Надарая Э. А. Непараметрические оценки кривой регрессии // Труды ВУ АН ГрССР. Вып. 5. Тбилиси. 1965. С. 55–68.
3. Priestley M. B., Chao M. T. Nonparametric Function Fitting // J. of the Royal Statistical Soc. Series B. Vol. 34. 1972. P. 385–392.
4. Медведев А. В. Теория непараметрических систем. Моделирование // Вестник СибГАУ. 2010. Вып. 4 (30). С. 4–9.
5. Сергеева Н. А. Непараметрические алгоритмы идентификации и управления линейными динамическими системами : дис. ... канд. тех. наук. Красноярск, 1998.
6. Medvedev A. V. Identification and Control for Linear Dynamic Systems of Unknown Order // Optimization Techniques IFIP Technical Conf. Berlin ; Heidelberg ; New-York : Springer-Verlag, 1975. P. 48–55.

© Иконников О. А., Первушин В. Ф., 2013