

Для рационального ведения процесса необходимо для задающего воздействия x_v^* каждого подпроцесса определить значение $x_v \in r_v \subset [a_v^{\min}; a_v^{\max}]$, $v = \overline{2, N}$. Представляется целесообразным ведение технологического процесса осуществлять следующим образом: если на v -м этапе изготовления получены значения переменных, принадлежащих интервалу r_v , то на $(v+1)$ -м наиболее рационально, чтобы соответствующие технологические переменные принадлежали не всему интервалу $[a_{v+1}^{\min}; a_{v+1}^{\max}]$, а его подобласти $r_{v+1} \subset [a_{v+1}^{\min}; a_{v+1}^{\max}]$.

Для различных современных производств характерно, что диапазон значений технологических переменных достаточно широк во всех сечениях технологического процесса, хотя и соответствует технологическому регламенту. Поэтому возникает задача, связанная с оптимизацией технологического процесса в рамках технологического регламента.

Основная мысль вышесказанного состоит в обосновании оптимизации технологического процесса изготовления ЭРИ в рамках технологического регламента. Здесь возможны два пути.

Первый из них состоит в том, чтобы разработать на основе исследований, проведенных для каждого конкретного предприятия, более жесткий технологический регламент и, естественно, ему следовать. Естественно, это потребует приобретения соответствующего контрольно-измерительного оборудования и повлечет значительные затраты.

Второй путь состоит в том, чтобы следовать имеющемуся технологическому регламенту, но оптимизировать режим ведения процесса в данном технологическом объекте с учетом фактически проведенной технологической операции на предыдущем объекте. Такой путь значительно более реалистичен, поскольку не требует значительных затрат на создание системы с одной стороны, а с другой – позволяет существенно повысить качество выпускаемой продукции

и уменьшить потери при производстве тех или иных изделий. Для этого необходима разработка и внедрение интеллектуальных компьютерных систем (ИКС) оптимизации технологических режимов «внутри» технологического регламента.

Основные результаты работы состоят в следующем: установлено, что в классе годных изделий в результате диагностических испытаний явно выделяются две, а возможно, и более, группы, которые условно можно назвать «хорошими» и «очень хорошими». Исходя из этого, появляется возможность изготавливать ЭРИ того или иного заданного качества. Но для этого необходимо построение адаптивных и обучающих моделей, описывающих подпроцесс при переходе из одного состояния в другое. Приведены соответствующие непараметрические модели и алгоритмы выбора управляющих воздействий на каждом этапе.

Библиографические ссылки

1. Данилин Н. С. Диагностика и контроль качества изделий цифровой микроэлектроники. М. : Изд-во стандартов, 1991.
2. Медведев А. В. Непараметрические системы адаптации. Новосибирск : Наука, 1983.
3. Медведев А. В. Теория непараметрических систем. Процессы // Вестник СибГАУ. 2010. Вып. 2 (28). С. 4–9.

References

1. Danilin N. S. *Diagnostika i kontrol' kachestva izdeliy tsifrovoy mikroelektroniki* (Diagnostics and quality control of microelectronics units). Moscow, Izd-vo standartov, 1991, 176 p.
2. Medvedev A. V. *Neparametricheskiye sistemy adaptatsii* (Non-parametric systems of adaptation). Novosibirsk, Nauka, 1983, 174 p.
3. Medvedev A. V. *Vestnic SibGAU*. 2010, № 2 (28), pp. 4–9.

© Орлов В. И., Сергеева Н. А., 2013

УДК 62–50

НОВЫЙ ГЕНЕРАТОР СЛУЧАЙНЫХ РАВНОМЕРНО РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ТОЧЕК

А. И. Рубан, А. В. Кузнецов

Сибирский федеральный университет
Россия, 660074, Красноярск, ул. Киренского, 26. E-mail: ai-rouban@mail.ru

Предложена новая схема генерирования заданного числа равномерно распределенных точек в гиперкубе и исследованы главные свойства генератора. В генераторе реализовано дополнительное условие: упорядоченные значения каждой координаты всех генерируемых точек находятся на равном расстоянии друг от друга. Этим он отличается от обычного простейшего генератора, в котором каждая координата точки (вектора) определяется датчиком псевдослучайных равномерно распределенных чисел. Получаемые точки становятся более равномерно распределенными в пространстве? и более полно извлекается информация об исследуемых функциях. Генератор применен в алгоритмах поиска глобального экстремума функций многих непрерывных переменных и при статистическом исследовании этих алгоритмов.

Ключевые слова: генератор, случайный, равномерно распределенные точки.

THE NEW GENERATOR OF THE RANDOM UNIFORMLY DISTRIBUTED POINTS

A. I. Ruban, A. V. Kuznetsov

Siberian Federal University
26 Kireskiy st., Krasnoyarsk, 660074, Russia. E-mail: ai-rouban@mail.ru

The new scheme for generation of a given number of uniformly distributed points in the hypercube is offered and the main properties of the generator are investigated. In the generator the additional condition is represented: the simply ordered values of each coordinate of all generated points are equidistant from each other. This makes it different from the usual simple generator in which each coordinate of point (vector) is determined by a pseudo random number evenly. The points deduced are more uniformly distributed in space and more full information about the research function is retrieved. Generator was applied in the algorithms of search of global optimization of functions of many continuous variables and in the case of statistical study of these algorithms.

Keywords: generator, random, uniformly distributed points.

При решении многих задач (например, поисковой глобальной оптимизации функций непрерывных переменных) возникает необходимость изучения целевой функции на основе серии измерений (вычислений) ее в заданном количестве точек. Для генерирования этих точек в пространстве координат обычно используются случайные последовательности с равномерным законом распределения, регулярные сетки и регулярные ЛПт последовательности. Каждый из этих способов обладает как достоинствами, так и недостатками. Создание «хорошего» датчика, который обеспечивает равномерное распределение точек как в пространстве независимых переменных (координат), так и относительно каждой из координат, представляет собой нетривиальную задачу.

Для **обычного генератора случайных последовательностей** с равномерным законом распределения значений каждой из координат качество последовательностей целиком зависит от используемого датчика псевдослучайных чисел. Получаемая случайная последовательность точек обычно содержит локальные неоднородности, которые визуально выглядят как «сгустки точек» и «пустые места» как в пространстве всех переменных, так и по каждой из координат (или для групп координат). За счет этого осуществляется неравномерное изучение целевых функций. Однако это самый простой в реализации способ генерации равномерных последовательностей точек. Случайное размещение точек позволяет проводить статистический анализ свойств изучаемых функций и рассматриваемых алгоритмов.

Регулярные сетки, в отличие от случайных генераторов, не имеют локальных неоднородностей, и любой фрагмент регулярной сетки сохраняет свойство равномерности (т. е. тоже является регулярной сеткой). Однако количество пробных точек n в регулярной сетке для сохранения свойства равномерности должно быть равно v^m , где m – размерность пространства, v – количество точек вдоль каждой координаты. Количество пробных точек n может принимать только ряд фиксированных значений и с ростом размерности пространства число точек n сильно нарастает. Точки регулярной сеткой располагаются для $m = 2$ на прямых линиях, параллельных осям координат, а для $2 < m$ – на соответствующих параллель-

ных плоскостях. Это свойство сильно уменьшает количество извлекаемой информации об исследуемых функциях относительно части координат. Например, при $m = 2$ и $v = 10$ из $n = 100$ точек двумерного пространства мы располагаем только 10 точками относительно каждой из координат. Регулярность сетки не позволяет также при каждом фиксированном n проводить соответствующие статистические исследования.

Равномерность размещения точек и в пространстве, и по каждой из координат обеспечивает **регулярный генератор ЛПт последовательностей**. Размещение точек детерминированное (как у регулярной сетки) и оптимальное: точки равномерно распределены в пространстве и по каждой координате (упорядоченные значения каждой из координат всех точек находятся на равном расстоянии друг от друга). При удобной для вычислений двоичной реализации алгоритма построения последовательности указанное оптимальное свойство справедливо для $n = 2^q$ ($q = 1, 2, 3, \dots$). При создании генератора возникают трудности удовлетворения обоим критериям оптимальности при произвольных значениях числа точек n и размерности m пространства. Сравнительно недавние исследования показали, что при возрастании m точки группируются в жгуты. Регулярность сетки также не позволяет при фиксированных n проводить соответствующие статистические исследования.

Идея **нового равномерного случайного распределения точек** кратко высказана в [1]. В представленной работе идея алгоритмизована и свойства генератора частично исследованы. В генераторе **псевдослучайных** равномерно распределенных точек реализовано дополнительное условие (второе условие оптимальности в ЛПт генераторе): упорядоченные значения каждой координаты всех генерируемых точек находятся на равном расстоянии друг от друга. За счет наличия этого свойства более полно извлекается информация об изучаемых относительно координат функциях (например, при оптимизации функций). Так, если в пространстве двух переменных размещено 100 пробных точек и в них вычислена исследуемая функция, то и вдоль каждой координаты мы располагаем значениями функции также в 100 точках, которые

расположены на одинаковом расстоянии (относительно координат) друг от друга. Случайное размещение точек в пространстве позволяет осуществлять статистический анализ свойств изучаемых функций и алгоритмов. Программная реализация генератора представлена в [2].

Основной результат. Опишем основную идею построения нового генератора случайных равномерно распределенных точек на примере получения значений по одной из координат (рис. 1). Заданное число точек равно n .

Идем от конечной цели. Помещаем в интервал изменения выбранной (первой) координаты (в нормированном случае это интервал $[-1; 1]$) заданное число точек, например n точек, находящихся на одинаковом расстоянии друг от друга (рис. 1, а). Последовательность n чисел обычного генератора $R[-1; 1]$ псевдослучайных равномерно распределенных в интервале $[-1; 1]$ преобразуем в последовательность чисел нового генератора. Берем первое случайное число первой последовательности и находим ближайшее к нему число из исходной последовательности равноудален-

ных друг от друга чисел. Это и будет значение выбранной координаты для первой точки (рис. 1, б). Данный элемент из исходной эталонной последовательности исключаем (рис. 1, в). Затем аналогично переходим к поиску значения той же самой выбранной координаты для второй точки, ориентируясь на скорректированную эталонную последовательность (рис. 1, г) и т. д. После завершения этой процедуры получено n случайных последовательных значений выбранной координаты. Аналогично случайно выбираем n последовательных значений для следующей (второй) фиксированной координаты. Первое значение для первой координаты и первое значение для второй координаты дают первую случайную точку в двумерном пространстве. Количество координат также может принимать любое конечное значение.

Реализации размещения точек на основе нового генератора в пространстве двух переменных при различном количестве точек $n = 16, 40, 60, 80$ представлены на рис. 2.

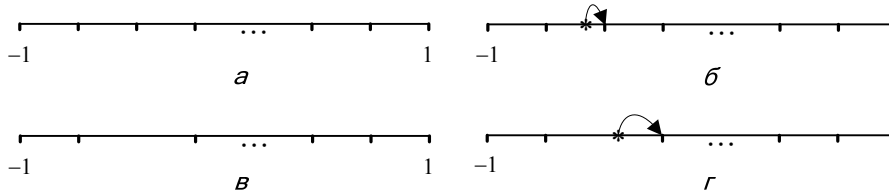


Рис. 1. Выбор значений каждой координаты в новом генераторе

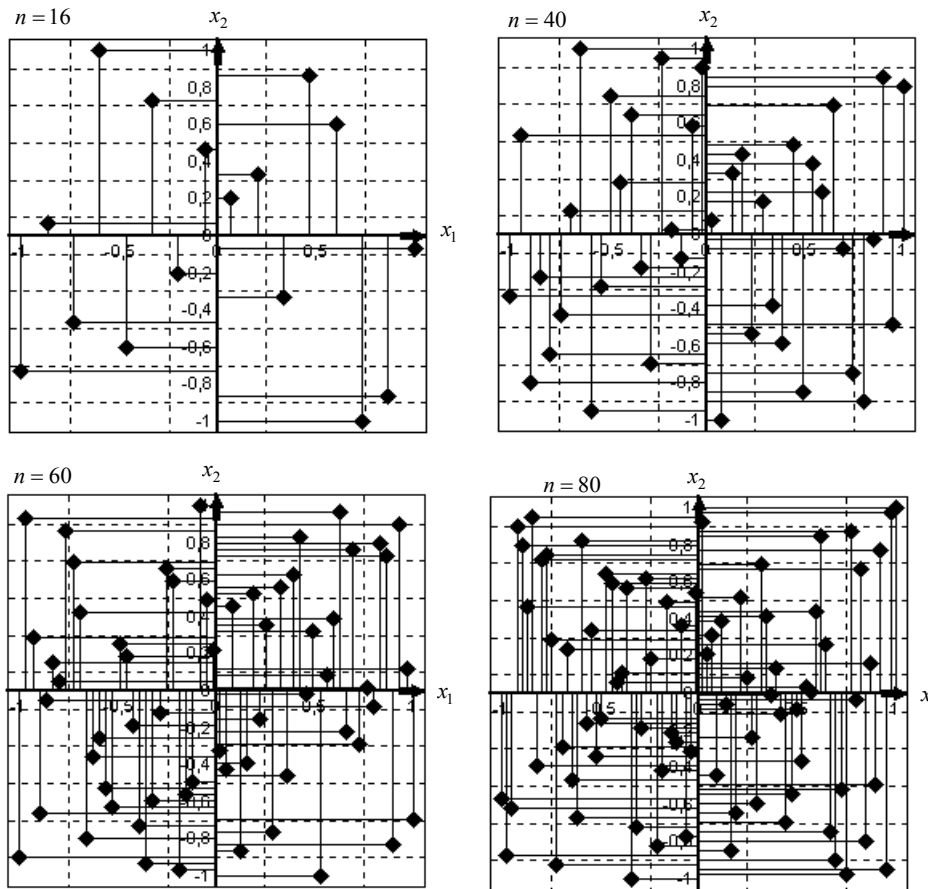


Рис. 2. Фрагменты размещения точек нового генератора при различном заданном количестве точек: $n = 16, 40, 60, 80$

Свойства генератора. Проведем статистические испытания нового генератора на равномерность точек в **двумерном** пространстве и сравним получаемые характеристики с аналогичными характеристиками для обычного случайного генератора, а в конце – и с характеристиками для оптимальных ЛПТ последовательностей.

Для получения статистик (оценок математического ожидания \hat{m}_T и среднего квадратичного отклонения $\hat{\sigma}_T$ количества точек, попадающих в выбранные подобласти рассматриваемой прямоугольной области) был разработан специализированный программный стенд. При расчете оценок каждый эксперимент повторялся 1 000 раз.

Прямоугольная область разбивается на соответствующее число прямоугольных подобластей: $k = 4, 9, 16, 25, 36, \dots$ и подсчитываются оценки математического ожидания \hat{m}_T и среднего квадратичного отклонения $\hat{\sigma}_T$ для количества точек, попадающих в каждую подобласть, при различных объемах n выборки или различном количестве точек s , попадающих в каждую подобласть (при этом $n = s \cdot k$).

В качестве примера на рис. 3, 4 представлены графики для \hat{m}_T при разбиении области на четыре подобласти.

При этом для первого приведенного на графиках варианта на каждую подобласть приходится $s = 20$ точек и тогда общий объем точек равен $n = 80$ и т. д.

Для всех приведенных вариантов проверены гипотезы (при уровне значимости $0,01$) о равенстве математического ожидания соответствующему числу s : $m_T = 20$ при $n = 80$; $m_T = 30$ при $n = 120$; ...; $m_T = 100$ при $n = 400$ для всех четырех подобластей. Все гипотезы приняты. Это говорит о среднем равномерном размещении точек в четырех подобластях. В указанном смысле оба генератора одинаково хороши. Такая же закономерность характерна и для $k = 9, 16, 25, 36, \dots$.

Второй характеристикой равномерности размещения точек в подобластях является σ_T – среднее квадратичное отклонение количества точек от математического ожидания. На рис. 5, 6 для $k = 4$ даны соответствующие оценки $\hat{\sigma}_T$ для σ_T . Среднее квадратичное отклонение количества точек в каждой подобласти для нового генератора в среднем в 1,55 раза меньше, чем для случайного генератора, что характеризует новый генератор как более «качественный».

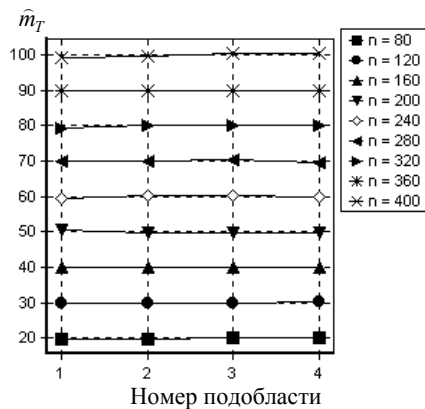


Рис. 3. \hat{m}_T для обычного генератора

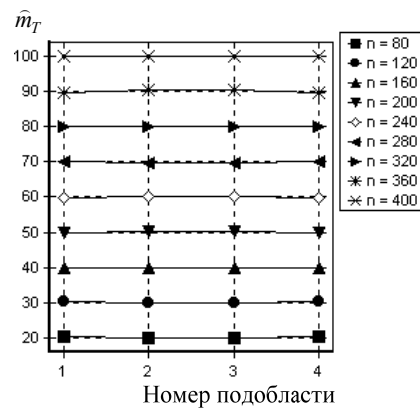


Рис. 4. \hat{m}_T для нового генератора

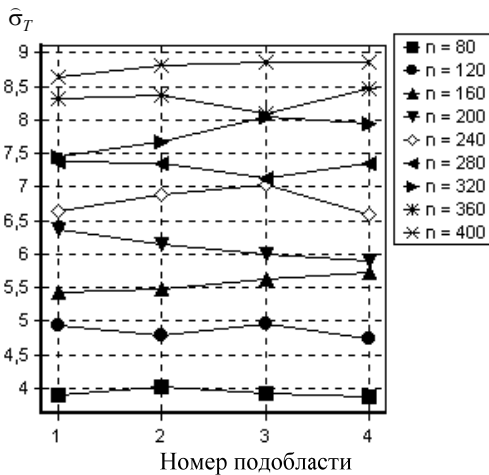


Рис. 5. $\hat{\sigma}_T$ для обычного генератора

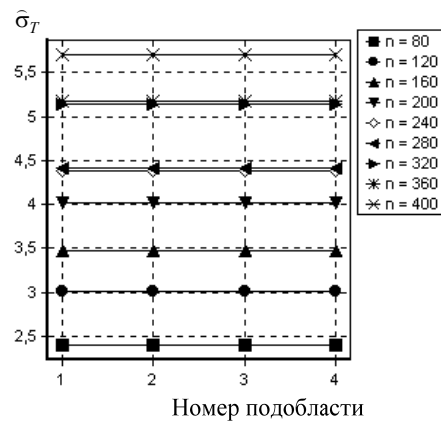


Рис. 6. $\hat{\sigma}_T$ для нового генератора

На рис. 7 приведены графики зависимости $\hat{\sigma}_T$ (среднего значения оценок $\hat{\sigma}_T$ для всех подобластей выбранного варианта) от среднего количества точек s , приходящихся на каждую подобласть, при различном количестве k подобластей. С ростом среднего количества точек s (и соответственно с ростом $n = k \cdot s$) возрастает средняя оценка $\hat{\sigma}_T$ среднего квадратичного отклонения, но для нового генератора она всегда меньше, чем для обычного случайного генератора. Отношение λ оценок $\hat{\sigma}_T$ (для обычного и нового генераторов) для каждого k остается на одном уровне (который находится внутри доверительного интервала) и с ростом k от 4 до 100 уменьшается от величины 1,58 до 1,045: 1,58 ($k = 4$); 1,28 ($k = 9$); 1,9 ($k = 16$); 1,14 ($k = 25$); 1,10 ($k = 36$); 1,08 ($k = 49$); 1,07 ($k = 64$); 1,06 ($k = 81$); 1,045 ($k = 100$). В указанном смысле эффективность нового генератора всегда выше, чем обычного.

На рис. 8 для конкретности представлены графики зависимости величины λ отношения оценок $\hat{\sigma}_T$ (обычного генератора и нового) при сравнительно малых и больших s . Параметр λ можно именовать коэффициентом эффективности нового генератора по отношению к обычному случайному генератору. Чем на большее число k подобластей разбивается рассматриваемая прямоугольная область, тем более тонкая структура используется для характеристики генераторов

и тем ближе λ к единице. Эффективность обоих генераторов становится примерно одинаковой.

Сравним для общности новый генератор случайно распределенных точек с оптимальным генератором ЛПТ неслучайных последовательностей.

Для каждого фиксированного s (среднего количества точек, приходящихся на каждую подобласть) и k (количества подобластей) в каждую подобласть попадает различное количество точек. Пример такого распределения точек при $s = 3$ и $k = 36$ (при этом общее количество точек $n = s \cdot k = 108$) представлен на рис. 9. Так как ЛПТ генератор обеспечивает получение только одной реализации при любом фиксированном количестве точек, то для сравнения со случайными генераторами аналогом величины $\hat{\sigma}_T$ – среднего значения оценки среднего квадратичного отклонения – будем считать обычную оценку среднего квадратичного отклонения (от среднего) для вышеуказанной реализации распределения точек по подобластям. Для ЛПТ генератора эта характеристика разброса точек существенно меньше соответствующей величины $\hat{\sigma}_T$ для нового генератора. Их отношение так же, как и при сравнении случайных генераторов, обозначаем через λ и оно характеризует эффективность ЛПТ генератора по отношению к новому генератору. На рис. 10 приведены графики изменения λ как функции от s при различных k .

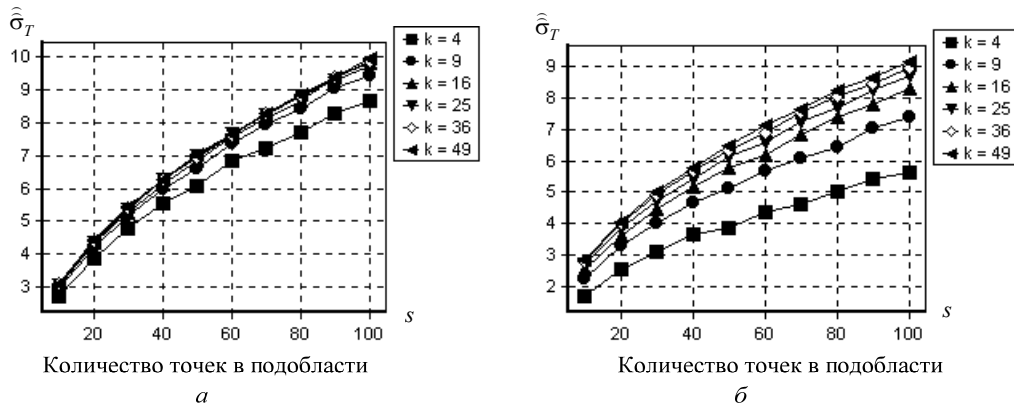


Рис. 7. $\hat{\sigma}_T$ для обычного (а) и нового (б) генераторов

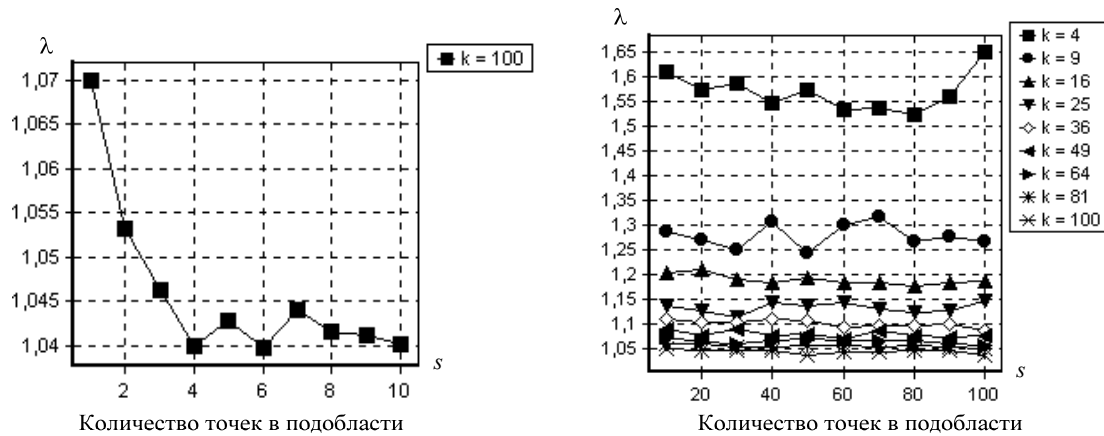


Рис. 8. Поведение коэффициента эффективности λ нового генератора по отношению к обычному генератору

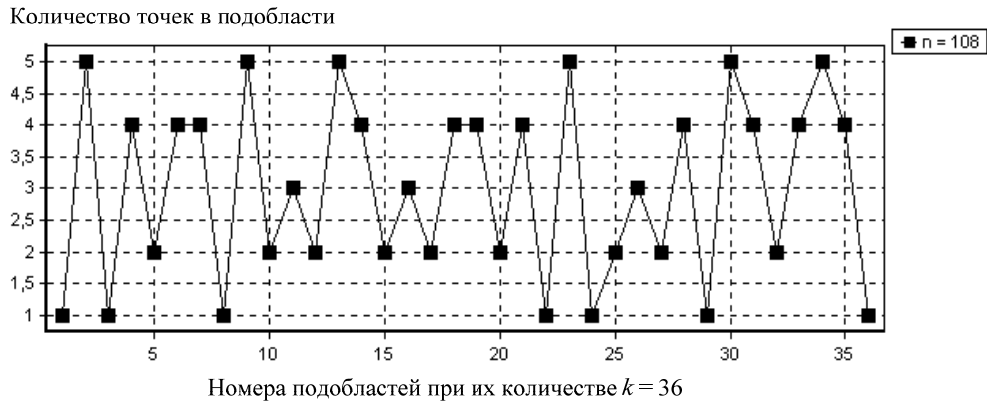


Рис. 9. Распределение количества точек по подобластям при $s = 3$ и $k = 36$ для ЛПГ генератора

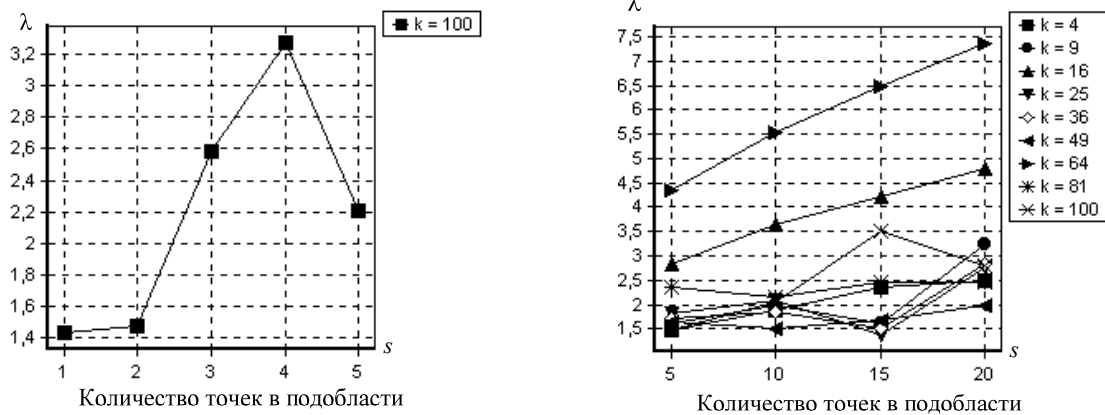


Рис. 10. Поведение коэффициента эффективности λ ЛПГ генератора по отношению к новому генератору

Таким образом, использование нового генератора при исследованиях алгоритмов поиска глобального экстремума функций непрерывных переменных (с селективным усреднением координат) подтвердило его преимущество по сравнению с простейшим датчиком случайных равномерно распределенных точек. Поясним этот факт. При поиске глобального экстремума перед совершением каждого рабочего шага проводится n пробных движений. Величина n обычно невелика и лежит в интервале $[20; 200]$. Часто $n = 100$. Для величины n , равной или максимально близкой к указанной, в таблице приведен коэффициент эффективности λ нового генератора при различных возможных сочетаниях s и k :

s	k	n	λ
1	100	100	1,069
2	49	98	1,03
3	36	108	1,122
4	25	100	1,153
6	16	96	1,204
11	9	99	1,313
25	4	100	1,562

При числе областей $k = 100$, когда на каждую из 100 подобластей приходится в среднем одна точка, коэффициент эффективности $\lambda = 1,069$. Преимущество нового генератора совсем мало. Перед соверше-

нием первого рабочего шага вес каждого пробного движения велик. Надо хотя бы одной точкой попасть в окрестность искомого глобального экстремума. На следующих рабочих шагах осуществляется достаточно быстрое сокращение области поисковых движений и за счет этого на каждом следующем рабочем шаге область глобального экстремума (по отношению к области поисковых движений) увеличивается, а, следовательно, возрастает количество пробных точек, попадающих в эту область. Характеризовать область пробных движений можно все грубей, уменьшая количество подобластей вплоть до $k = 4$. При этом эффективность нового генератора с каждым шагом повышается. Последовательное изменение эффективности генератора отражено в таблице (при получении $\hat{\sigma}_T$, по которым рассчитывались λ , производилось 10 000 повторных испытаний). За счет отмеченного эффекта число итоговых рабочих шагов сокращается (по сравнению с использованием обычного генератора) на 1–2, т. е. вместо 5–7 шагов будет совершено 4–5 (при прочих равных условиях). В среднем время поиска глобального минимума сокращается на 25 %.

Новый генератор имеет некоторое преимущество и по отношению к генератору ЛПГ детерминированной последовательности точек, ибо для каждого фиксированного количества пробных точек n и заданной исходной

точки поиска обеспечивает получение различных случайных реализаций пробных точек, что необходимо при статистическом анализе свойств алгоритмов и обеспечении более надежного (за счет многократных запусков алгоритма) поиска положения глобального экстремума.

Все полученные закономерности выявлены при размерности пространства переменных, равной двум.

Библиографические ссылки

1. Рубан А. И. Глобальная оптимизация методом усреднения координат / Краснояр. гос. техн. ун-т. Красноярск, 2004.

2. Кузнецов А. В. Генераторы последовательностей равномерно распределенных точек // Вестн. Краснояр. гос. техн. ун-та. Мат. методы и моделирование. 2005. № 37. С. 148–155.

References

1. Ruban A. I. *Globalnaya optimizatsiya metodom usredneniya koordinat* (Global optimization by averaging coordinates). Krasnoyarsk, KGTU, 2004. 302 p.

2. Kuznetsov A. V. *Vestnik KGTU*, 2010, № 37, pp. 148–155.

© Рубан А. И., Кузнецов А. В., 2013

УДК 519.634

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ ПОИСКА МНОГОМЕРНЫХ СОЛИТОНОВ

Н. П. Савенкова, В. С. Лапонин

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова
Россия, 119991, ГСП-1 Москва, Ленинские горы. E-mail: lapvlad@mail.ru

В последние годы в связи с развитием разработки оптических вычислительных систем стало активно развиваться математическое моделирование распространения лазерных фемтосекундных импульсов в нелинейных средах. Среди предложенных методов нахождения солитонов наибольшее распространение получили метод обратной задачи, спектральные методы и др. Ниже предлагаются два итерационных метода M1 и M2 для поиска солитонных решений в задаче распространения оптического излучения в среде с кубической нелинейностью в аксиально-симметричном случае.

Ключевые слова: солитонное решение, численный метод, сходимость.

NUMERICAL RESEARCH OF METHODS FOR MULTIDIMENSIONAL SOLITONS SEARCH

N. P. Savenkova, V. S. Laponin

Moscow State University named after M. V. Lomonosov
GSP-1 Lenin Hills, Moscow, 119991, Russia. E-mail: lapvlad@mail.ru

Over the last years, along with the development of optical computing systems, the mathematical modeling of laser femtosecond pulses in nonlinear media has been actively developing. Among the proposed methods for finding solitons the most widespread methods are the method of the inverse problem, spectral methods and other methods. The authors present two iterative methods, namely M1 and M2, for finding soliton solutions in the propagation of optical radiation in a medium with a cubic nonlinearity in the axially symmetric case.

Keywords: soliton solution, numerical method, convergence.

В последние годы в связи с развитием оптических вычислительных систем стало активно развиваться математическое моделирование распространения лазерных фемтосекундных импульсов в нелинейных средах. Математическая постановка соответствующих моделей сводится к определению управляющих параметров, для которых нелинейная система уравнений в частных производных, кроме обычных решений, допускает существование решений солитонного вида [1–3].

Под солитонным решением [4] в работе подразумевается решение, локализованное в ограниченной области, быстро стремящееся к нулю вне этой области, сохраняющее свою конфигурацию со временем и имеющее один или несколько инвариантов.

Среди предложенных методов нахождения солитонов наибольшее распространение получили метод обратной задачи, спектральные методы и др. При этом лазерное излучение позволяет реализовать так называемые цветные солитоны, когда на нескольких