

УДК 539.3

ИССЛЕДОВАНИЯ ПО МЕХАНИКЕ ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА В СИБГАУ*

А. В. Лопатин, С. И. Сенашов

Сибирский государственный аэрокосмический университет имени академика М. Ф. Решетнева
Россия, 660014, Красноярск, просп. им. газ. «Красноярский рабочий», 31. E-mail: sen@sibsau.ru

Подводятся итоги исследований по механике деформируемого твердого тела (МДТТ) в СибГАУ за период с 2000 по 2013 гг. Все статьи условно разбиты на три группы: 1) аналитические исследования уравнений МДТТ; 2) численные методы решения задач МДТТ; 3) экспериментальные методы в МДТТ.

В первую группу попали, в основном, работы, посвященные аналитическому решению уравнений упругости и пластичности. Используются симметрии и законы сохранения, которые позволяют строить не только точные решения уравнений упругости и пластичности, но и решать краевые задачи для этих уравнений. Во втором разделе содержатся работы, которые посвящены теоретическому обоснованию численных расчетов, там же приведены модификации известных методов, которые приспособлены для решения конкретных задач, возникающих при моделировании элементов конструкций, в частности, космических аппаратов. В третий раздел включены работы, которые посвящены экспериментальному исследованию материалов, используемых при конструировании элементов космических аппаратов.

Ключевые слова: механика деформируемого твердого тела, аналитические и численные решения, экспериментальные методы.

INVESTIGATIONS ON THE DEFORMABLE SOLID BODY MECHANICS IN SIBSAU

A. V. Lopatin, S. I. Senashov

Siberian State Aerospace University named after academician M. F. Reshetnev
31 "Krasnoyarskiy Rabochiy" prosp., Krasnoyarsk, 660014, Russia. E-mail: sen@sibsau.ru

In this review article the authors summarize the results of the research on the mechanics of deformable solids in the Siberian State Aerospace University from the year 2000 to 2013. All articles are divided into three groups: 1) analytical studies of equations of mechanics of solids; 2) the numerical methods of solution of mechanics of solids; 3) the experimental methods in mechanics of solids.

The first group includes mainly the works devoted to the analytical solution of the equations of elasticity and plasticity. They used symmetries and conservation laws, which allow to build not only exact solutions of equations of elasticity and plasticity, but also to solve boundary value problems for the equations. The second group contains works devoted to theoretical basis of numerical calculations; there are modifications of known methods that are tailored to address specific problems arising in the modeling of structural elements, in particular, of spacecrafts. The third group includes works that are devoted to the experimental study of the materials used in the construction of elements of spacecrafts.

Keywords: mechanics of deformable solids, analytical, numerical solution, experimental methods.

Аналитическое исследование уравнений МДТТ.

В статьях [5–7; 15; 18; 21–23; 25; 27; 33; 41; 43–46; 48; 50; 55] ищутся симметрии и законы сохранения дифференциальных уравнений упругости и пластичности. Здесь под симметриями системы уравнений понимаются такие преобразования, зависящие от независимых и зависимых переменных и их производных, которые оставляют инвариантными системы уравнений и все их дифференциальные следствия. Знание симметрий позволило не только глубже понять структуру дифференциальных уравнений, но и эффективно строить инвариантные решения, т. е. такие решения, которые симметриями переводятся сами в себя. Изучение и построение инвариантных решений показало, что все важные решения, которые используются в

практических расчетах для оценки прочности и допустимых нагрузок являются инвариантными. В работах [15; 18; 21] показано, что каждое такое инвариантное решение порождает целую серию точных решений, более того все не особые решения могут быть построены таким образом.

(Техника построения особых решений разработана уже почти 100 лет назад.)

В работах [5; 15; 18; 23; 25; 27; 38; 41; 43–45; 48; 55] на основе симметрий строятся точные решения уравнений упругости и пластичности. Предпочтение отдается таким решениям, которые имеют физический смысл и могут быть использованы для анализа технологических процессов и нагрузок в реальных конструкциях.

* Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации, шифр проекта 1.3720.2011, 7.5445.2011.

Очень важной является операция группового расчленения системы дифференциальных уравнений. Эта операция разбивает систему на две: автоморфную и разрешающую. Автоморфная система характеризуется тем, что все решения ее могут быть получены с помощью преобразований симметрий из любого решения этой же системы. На разрешающую систему группа симметрий действует тождественно, т. е. любое решение разрешающей системы переводится в себя. Построение разрешающих и автоморфных систем осуществлено для уравнений изотропной и анизотропной пластичности [48], для уравнений плоской теории пластичности [15; 43], а также для трехмерных уравнений пластичности, описывающих некоторые классы пластических течений [21].

В работе [48] методами группового анализа исследована система уравнений трансверсально-изотропной упругости. Показано, что эта система удовлетворяет условию Грассмана, а значит, может быть сведена к системе уравнений первого порядка. Данная система является разрешающей системой, относительно группы точечных преобразований, допускаемых уравнениями упругости. Это позволяет построить точное решение, которое представляет собой аналог волн Релея для трансверсально-изотропной упругости.

Использование законов сохранения для решения нелинейных дифференциальных уравнений пластичности началось после выхода работы [56]. Эта статья инициировала серию исследований посвященных аналитическому решению задач теории пластичности, упруго-пластичности и теории сыпучих сред [5; 7; 25; 53]. Особенностью этих и аналогичных работ является то, что в результате, с помощью квадратур, строится аналитическое решение краевой задачи, и нахождение значений напряжений сводится к интегрированию по криволинейному контуру.

Серия статей [1; 10; 22; 34; 51] посвящена исследованию форм нелинейных стержней и стержневых систем, состоящей из нескольких стержней находящихся в напряженно-деформированном состоянии. Постановка и первые решения этой задачи принадлежат еще Л. Эйлеру. В работах использованы эллиптически интегралы и специальные функции Якоби, благодаря этому построенное решение зависит от одного параметра – модуля эллиптической функции, значение которой определяется действующей нагрузкой. Такое представление решений позволяет описать форму изогнутой стержневой конструкции при любом числе точек перегиба.

В работах [39; 40] решена задача определения источника колебаний упругого стержня по дополнительной информации – значению прогиба в финальный момент времени. Доказана разрешимость начально – краевой задачи для уравнения, описывающего волну нагружения. Доказательство существования решения основывается на построенной последовательности Галеркина.

Численные методы решения задач МДТТ. В работе Лопатина А. В., Демина А. Н. [2] решена задача

об исследовании влияния структурной анизотропии на устойчивость композиционной цилиндрической оболочки при осевом сжатии. Получены зависимости, связывающие углы армирования и относительные толщины слоев с величинами критических усилий.

В статье Лопатина А. В., Макарова И. В., Рутковской М. А. [8] рассмотрена задача определения массовой энергоемкости маховика гиперболического профиля.

В работе Лопатина А. В., Макарова И. В., Шумковой Л. В. [9] выполнено оптимальное проектирование трехслойной балки при наличии ограничений, накладываемых на частоты колебаний.

В статье Лопатина А. В., Шумковой Л. В. [3] рассматривается задача о деформировании гибкой фотоэлементной подложки, прикрепленной в растянутом состоянии к жесткому каркасу солнечной батареи. Подложка находится под действием массовых сил, направленных перпендикулярно ее плоскости. Расчетной моделью подложки является ортотропная мембрана, нагруженная равномерным давлением и растягивающими усилиями в плоскости. Деформирование ортотропной мембраны описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений, приближенное решение которых выполнено методом Галеркина. Продемонстрирована возможность использования полученных уравнений и формул для проектирования конструкции солнечной батареи.

В работе Лопатина А. В., Рутковской М. А. [13] выполнен модальный анализ тонкостенной спицы зонтичной антенны. Он позволяет оценить жесткость конструкции и при необходимости помочь в определении мест крепления к спице штанг, используемых при раскрытии антенны. Расчетной моделью спицы, учитывая ее значительное удлинение, является тонкостенный ортотропный стержень, один край которого жестко закреплен, а другой свободен. Это связано с тем, что после раскрытия антенны, спица жестко фиксируется в ступице. Уравнения, описывающие движение композитной спицы, учитывают деформации поперечного сдвига и инерцию поворота поперечного сечения. Задача определения частоты колебаний спицы сведена к вычислению безразмерного частотного параметра, величина которого зависит от удлинения спицы и угла армирования. Результаты расчета частотного параметра были использованы для определения оптимальных радиуса поперечного сечения и угла армирования спицы при наличии ограничений, накладываемых на частоты колебаний.

В статьях Лопатина А. В., Рутковской М. А. [14; 16] выполнен обзор современных трансформируемых космических антенн. Приведена систематизация конструкций антенн по различным признакам.

В статье Лопатина А. В., Авакумова Р. В. [26] исследуется устойчивость ортотропной пластины с двумя свободными краями, нагруженной изгибающим моментом в плоскости. Решение получено с помощью метода Леви и метода конечных разностей.

В работе Лопатина А. В. и Деева П. О. [30] решена задача определения основной частоты колебаний

трехслойной пластины со свободным краем, структура которой состоит из двух одинаковых композитных несущих слоев и ортотропного заполнителя. Для получения вариационных уравнений изгибных колебаний пластины был использован принцип Гамильтона. При этом потенциальная энергия изгиба и кинетическая энергия трехслойной пластины были определены с помощью сдвиговой теории слоистых. Решение уравнений движения было выполнено обобщенным методом Галеркина. Получена аналитическая формула, определяющая основную частоту колебаний трехслойной пластины. Проверка результатов вычисления частот с помощью этой формулы была выполнена методом конечных элементов. Проведенная верификация выявила хорошее совпадение значений частот, полученных двумя способами. Использование аналитической формулы для частоты колебаний было продемонстрировано в задаче проектирования трехслойной пластины со свободным краем.

В работе Лопатина А. В., Удальцова Р. А. [35] решена задача о симметричных колебаниях трехслойной пластины, структура которой состоит из двух одинаковых композитных несущих слоев и ортотропного заполнителя. С использованием вариационного принципа Гамильтона получено дифференциальное уравнение, описывающее движение трехслойной пластины. При выводе этого уравнения были использованы два предположения, касающиеся деформирования заполнителя. Согласно первому предположению в заполнителе отсутствуют тангенциальные перемещения. В соответствии со вторым предположением нормальные перемещения в заполнителе изменяются от прогиба несущего слоя до нуля по нелинейному закону. Были получены формулы, определяющие частоту симметричных колебаний трехслойной пластины, у которой края несущих слоев шарнирно закреплены. Показано, что частота колебаний трехслойной пластины может быть представлена в виде произведения частоты колебаний несущего слоя и частотного коэффициента, который учитывает динамическое поведение заполнителя. Приведены формулы, определяющие величину частотного коэффициента для трехслойных пластин с ортотропными и изотропными несущими слоями. С помощью метода конечных элементов была выполнена верификация разработанной модели симметричных колебаний трехслойной пластины. Из сравнения результатов вычислений следует, что полученные в работе формулы позволяют с высокой достоверностью определять частоты симметричных колебаний трехслойных пластин. Разработанная модель дает возможность находить частоты с точностью сопоставимой с точностью аналогичных расчетов, выполненных в пакетах COSMOS/M, ANSYS. При этом частотный анализ, выполненный на основе представленной модели, требует минимальных вычислительных ресурсов.

В статье Деева П. О. [42] решена задача определения основной частоты колебаний прямоугольной трехслойной пластины, в центральной точке которой отсутствует прогиб и углы поворота. Вариационное

уравнение движения получено с помощью принципа Гамильтона. Для решения задачи был использован обобщенный метод Галеркина. Аппроксимация прогиба пластины, у которой все четыре угла движутся в одну сторону, выполнена с помощью определенной комбинации балочных функций. Задача определения основной частоты колебаний сведена к вычислению безразмерного частотного параметра, величина которого зависит от упругих и геометрических характеристик пластины. Частотный параметр находится как минимальное собственное число матрицы третьего порядка. Выполнены расчеты основной частоты колебаний для различных трехслойных пластин, закрепленных в центральной точке. Полученные результаты были подтверждены соответствующим конечно-элементным анализом.

В статье Лопатина И. А. [52] с помощью обобщенного метода Галеркина решена задача определения основной частоты колебаний прямоугольной ортотропной пластины, которая закреплена от прогиба в угловых точках. Для аппроксимации прогиба пластины была использована комбинация тригонометрических функций. Показано, что рассматриваемая задача сводится к определению безразмерного частотного параметра, величина которого равна наименьшему собственному числу соответствующей однородной системе уравнений третьего порядка. В качестве примера определен частотный коэффициент для изотропной пластины. Выполнено сравнение с результатами, полученными численным методом. Это сравнение позволило сделать вывод о том, что представленные в статье формулы позволяют с высокой точностью и минимальными вычислительными затратами определять основные частоты колебаний пластин, закрепленных углах.

В работе Лопатина А. В. и др. [51] представлена новая геометрически-нелинейная модель трансформируемого обода большой космической антенны построенного с использованием гибких композитных элементов. Основным элементом обода – гибкая композитная полоса. Развернутый обод антенны состоит из двух кругов изогнутых углепластиковых полос и труб, соединяющих их. В свернутой конфигурации изогнутые полосы выправляются и запасают потенциальную энергию деформации. Открытие антенны на орбите осуществляется за счет высвобождения запасенной энергии. Сформулирована нелинейная краевая задача для изогнутого состояния и получены точные аналитические решения в эллиптических функциях и интегралах, описывающие изгиб полос. При моделировании использована геометрически-нелинейная модель, позволяющая получать точные аналитические решения. Полученное решение позволит определять оптимальную форму изогнутой криволинейной полосы и оценивать запасенную энергию.

В статье Лопатина И. А. [47] представлено решение задачи о выборе закона изменения поперечного сечения стержня, обеспечивающего восприятия максимальной сжимающей силы при заданном объеме материала. Осесимметричные пространственные

фермы, составленные из прямолинейных стержней, нашли широкое применение в качестве адаптеров полезной нагрузки. Расчет таких конструкций проводится в предположении, что стержни фермы соединены шарнирно. Основным видом разрушения стержня является потеря устойчивости при действии на него сжимающей силы. Стержни фермы в большинстве конструкций имеют постоянное по длине поперечное сечение. Вместе с тем использование в ферме стержней с переменным поперечным сечением позволяет создавать более эффективные конструкции. С использованием аналогичной модели в статье Лопатина А. В., Удальцова Р. А. [29] исследована симметричная потеря устойчивости композитной трехслойной пластины, нагруженной сжимающими усилиями.

В статьях Нестерова В. А. [31; 32; 36–38; 54] разрабатывается конечный элемент, учитывающий сдвиговую податливость композитных балок и пластин.

Экспериментальное исследование материалов, используемых при конструировании элементов космических аппаратов. В работе [11] представлены кривые усталости при мягком симметричном нагружении гладких образцов из сплавов Д16, которые достаточно хорошо совпадают с экспериментальными кривыми полученными авторами статьи. Приведено уравнение, которое можно использовать для прогнозирования конструктивных элементов. В работе [12] проанализированы свойства общей системы разрешающей системы уравнений плоской задачи упругости, написанной для среды армированной двумя семействами волокон, расположенных в направлениях произвольных изогональных траекторий. Предложенная методика позволяет решать краевые задачи для семейства равнонапряженных и нерастяжимых волокон с различными упругими свойствами. Расчеты проведены для случая, когда материал связующего алюминий, армирование проведено стальными волокнами. В статье [17] предложен подход к расчету пространственных шарнирно-стержневых систем с жесткими элементами типа переходных отсеков. Он заключается в сочетании принципа возможных перемещений с методом конечных элементов. Рассмотрены этапы от постановки краевой задачи и компьютерного моделирования до анализа напряженно – деформированного состояния конструкции. Анализируется вопрос прочности, исследуемой конструкции. С помощью методики проведен расчет некоторых пространственных ферм. В [19] рассмотрены основные типы предельных состояний для лопастей воздушных винтов самолетов. Выполнена расчетно-экспериментальная оценка остаточной прочности и ресурса лопастей при статическом и циклическом нагружении. Установлены критические и допускаемые размеры трещин, получены расчетные кривые усталости. Авторы заметили резкое увеличение коэффициентов напряжений и повышение скоростей развития усталостных трещин на определенной стадии циклического нагружения. Сделан вывод, что дефектоскопический в лопастях необходимо делать не только с учетом времени налета, но и по числу взлетов и посадок.

В [20] реализован методический подход к оценке ресурса деталей машин при ударно-циклическом нагружении. Он основывается на линейной гипотезе накопления усталостных повреждений и схематизации нестационарных нерегулярных процессов нагружения, получаемых вычислительным моделированием с учетом конструкционной формы деталей, кинематической и энергетической характеристикой машин.

В работе [57] описана конструкция измерительной головки и измерительного стенда для проведения испытаний металлических поверхностей. Результаты испытаний представлены в виде диаграммы «нагрузка-глубина вдавливания» для алюминиевых сплавов и легированных сталей. Представленное в статье конструктивное решение защищено патентом РФ.

Библиографические ссылки

1. Задачи нелинейного изгиба стержневых конструкций / Ю. В. Захаров, К. Г. Охоткин, В. В. Исакова, А. Д. Скоробогатов // Вестник СибГАУ. 2005. № 6. С. 45–51.
2. Лопатин А. В., Демин А. Н. Влияние структурной анизотропии на устойчивость композиционной цилиндрической оболочки при осевом сжатии // Вестник СибГАУ. 2005. № 6. С. 62–65.
3. Лопатин А. В., Шумкова Л. В. Нелинейное деформирование ортотропной мембраны натянутой на жесткий каркас // Вестник СибГАУ. 2005. № 6. С. 64–68.
4. Наговицин В.Н. Задача оптимизации сжатой цилиндрической оболочки с учетом ее надежности // Вестник СибГАУ. 2005. № 6. С. 74–77.
5. Жданов О. Н. Решение задачи Коши, описывающей одномерный поток гранулированного материала // Вестник СибГАУ. 2005. № 7. С. 5–7.
6. Гомонова О. В. Характеристики системы дифференциальных уравнений плоского напряженного состояния, соответствующие инвариантным решениям // Вестник СибГАУ. 2006. № 1 (8). С. 14–16.
7. Коюпченко И. Н., Сенашов С. И. Группа Ли-Беклунда и законы сохранения уравнений анизотропной идеальной пластической среды // Вестник СибГАУ. 2006. № 3 (10). С. 17–21.
8. Лопатин А. В., Макаров И. В., Рутковская М. А. Определение массовой энергоемкости маховика гиперболического профиля // Вестник СибГАУ. 2006. № 3 (10). С. 26–31.
9. Лопатин А. В., Макаров И. В., Шумкова Л. В. Оптимальное проектирование трехслойной балки при заданных частотах поперечных колебаний // Вестник СибГАУ. 2006. № 3 (10). С. 31–36.
10. Захаров Ю. В., Охоткин К. Г., Скоробогатов А. Д. Нелинейный изгиб консоли распределенной нагрузкой // Вестник СибГАУ. 2006. № 4 (11). С. 20–24.
11. Никушкин Н. В., Кацура А. В., Васильев Р. П. Критерий усталостного разрушения металлов при мало-многоцикловом нагружении // Вестник СибГАУ. 2006. № 6 (13). С. 34–38.
12. Немировский Ю. В., Федорова Н. А. Моделирование деформирования плоских авиационных кон-

- струкций армированных двумя семействами криволинейных волокон // Вестник СибГАУ. 2006. № 6 (13). С. 38–44.
13. Лопатин А. В., Рутковская М. А. Выбор упругих и геометрических параметров токозастенной спицы зонтичной антенны // Вестник СибГАУ. 2007. №1(14). С. 3–8.
14. Лопатин А. В., Рутковская М. А. Обзор конструкций современных трансформируемых космических антенн (ч. 1) // Вестник СибГАУ. 2007. № 2 (15). С. 51–57.
15. Сенашов С. И., Гомонова О. В. Эволюция характеристик решений двумерных задач теории идеальной пластичности // Вестник СибГАУ. № 3 (16). С. 51–55.
16. Лопатин А. В., Рутковская М. А. Обзор конструкций современных трансформируемых космических антенн (часть 2) // Вестник СибГАУ. 2007. № 3 (16). С. 77–81.
17. Сабиров Р. А. К расчету напряженно-деформированного состояния переходных ферменных отсеков летательных аппаратов // Вестник СибГАУ. 2007. № 4 (17). С. 100–105.
18. Яхно Л. В. Преобразование решения Надаи в решение Прандтля для системы идеальной двумерной пластичности // Вестник СибГАУ. 2008. № 4 (21). С. 65–67.
19. Оценка предельных состояний лопастей воздушных винтов самолетов / Н. А. Махутов, В. В. Москвичев, А. С. Серегин, М. П. Степнов // Вестник СибГАУ. 2009. № 1 (22). Ч. 1. С. 92–97.
20. Доронин С. В., Косолапов Д. В. Моделирование напряженно-деформированного состояния и оценка ресурса при ударно-циклическом нагружении // Вестник СибГАУ. 2009. № 1 (22). Ч. 2. С. 23–27.
21. Сенашов С. И., Черепанова О. Н. Гомотопия решений уравнения минимальных поверхностей // Вестник СибГАУ. 2009. № 2 (23). С. 84–85.
22. Захаров Ю. В., Исакова В. В., Охоткин К. Г. Аналогия перемагничивания обменно-связной магнитной структуры и изгиба упругого стержня со сжатием // Вестник СибГАУ. 2009. № 2 (23). С. 122–125.
23. Сенашов С. И., Гомонова О. В. Новые точные решения, описывающие двумерные поля скоростей для решения Прандтля // Вестник СибГАУ. 2009. № 4 (25). С. 18–21.
24. Кузоватова О. И., Садовский В. М. Численное исследование задачи о продавливании связной сыпучей среды // Вестник СибГАУ. 2009. № 4 (25). С. 21–26.
25. Сенашов С. И., Яхно А. Н. Решение задачи Коши для гиперболической системы однородных двумерных квазилинейных уравнений // Вестник СибГАУ. 2009. № 4 (25). С. 26–28.
26. Лопатин А. В., Авакумов Р. В. Устойчивость ортотропной пластины с двумя свободными краями, нагруженной изгибающим моментом в плоскости // Вестник СибГАУ. 2009. № 4 (25). С. 28–33.
27. Gomonova O. V., Senashov S. I. New exact solutions which describe 2-dimensional velocity field for Prandtl's solution // Вестник СибГАУ. 2009. № 5 (26). С. 43–45.
28. Lopatin A. V., Avakumov R. V. Buckling of orthotropic plates with the two free edges loaded for the pure in-plane bending moment // Вестник СибГАУ. 2009. № 5 (26). С. 21–25.
29. Лопатин А. В., Удальцов Р. А. Симметричная потеря устойчивости композитной трехслойной пластины // Вестник СибГАУ. 2010. № 2 (28). С. 23–28.
30. Лопатин А. В., Деев П. О. Определение основной частоты колебаний прямоугольной трехслойной пластины со свободным краем // Вестник СибГАУ. 2010. № 3 (29). С. 64–71.
31. Нестеров В. А. Матрица жесткости конечного элемента пространственной балки с низкой трансверсальной сдвиговой жесткостью // Вестник СибГАУ. 2010. № 3 (29). С. 71–76.
32. Нестеров В. А., Лопатин А. В. Вывод разрешающих уравнений равновесия пластины с низкой трансверсальной сдвиговой жесткостью // Вестник СибГАУ. 2010. № 3 (29). С. 81–86.
33. Сенашов С. И., Бурмак В. И. Точное решение уравнений пластичности плоского напряженного состояния // Вестник СибГАУ. 2010. № 4 (30). С. 10–11.
34. Власов А. Ю., Захаров Ю. В., Филенкова Н. В. Изгиб упругой консоли в поле центробежных сил: пороговые значения нагрузок // Вестник СибГАУ. 2010. № 4 (30). С. 15–20.
35. Лопатин А. В., Удальцов Р. А. Симметричные колебания трехслойной пластины // Вестник СибГАУ. 2010. № 5(31). С. 221–227.
36. Нестеров В. А. Поперечные колебания пластины, податливой при трансверсальном сдвиге // Вестник СибГАУ. 2010. № 5 (31). С. 236–242.
37. Нестеров В. А., Лопатин А. В. Вывод выражения энергии деформации оболочки в геометрически нелинейной постановке // Вестник СибГАУ. 2010. № 5 (31). С. 242–246.
38. Нестеров В. А. Конечно элементный расчет трехслойной балки // Вестник СибГАУ. 2011. № 2 (35). С. 48–54.
39. Frost M. B. Solvability of an initial-boundary problem for a loaded wave equation // Вестник СибГАУ. 2011. № 2 (35). С. 76–80.
40. Frost M. B. Determining the source of transverse oscillations of the elastic rod // Вестник СибГАУ. 2011. № 3 (36). С. 8–11.
41. Сенашов С. И. Законы сохранения в задаче о продольной плоской волне нагрузки в упругопластическом стержне // Вестник СибГАУ. 2011. № 3 (36). С. 85–88.
42. Деев П. О. Определение основной частоты колебаний прямоугольной трехслойной пластины закрепленной в центральной точке // Вестник СибГАУ. 2011. № 4 (37). С. 25–30.
43. Сенашов С. И., Гомонова О. В., Михеев А. Е. О построении полей скоростей для неособых полей напряжений // Вестник СибГАУ. 2011. № 5 (38). С. 88–90.

44. Некоторые точные решения уравнений анизотропной теории пластичности / С. И. Сенашов, Е. В. Филюшина, А. М. Попов, И. В. Ковалев // Вестник СибГАУ. 2011. № 3 (36). С. 90–92.
45. Сенашов С. И., Филюшина Е. В., Попов Е. А. Преобразование точных решений уравнений пластичности высшими симметриями // Вестник СибГАУ. 2011. № 3 (36). С. 92–95.
46. Бурмак В. И. Оптимальные системы подалгебр и инвариантные решения уравнений плоского напряженного состояния // Вестник СибГАУ. 2012. № 1 (41). С. 10–15.
47. Лопатин И. А. Решение вариационной задачи по выбору оптимальной формы сжатого стержня // Вестник СибГАУ. 2012. № 1 (41). С. 28–31.
48. Аннин Б. Д., Чиркунов Ю. А., Бельмеев Н. Ф. Групповое расслоение уравнений трансверсально-изотропной упругости // Вестник СибГАУ. 2012. № 3 (43). С. 4–7.
49. Нестеров В. А. Конечно-элементный анализ устойчивости балки, податливой при трансверсальном сдвиге // Вестник СибГАУ. 2012. № 3(43). С. 56–62.
50. Сенашов С. И., Филюшина Е. В. О новых решениях уравнений пластичности, полученных с помощью высших симметрий // Вестник СибГАУ. 2012. № 4 (44). С. 53–56.
51. Геометрически нелинейная модель трансформируемого обода большой космической антенны с гибкими композитными элементами / А. В. Лопатин, Ю. В. Захаров, К. Г. Охоткин, В. В. Вильянен, А. В. Пашковский // Вестник СибГАУ. 2012. № 5 (45). С. 75–80.
52. Лопатин И. А. Определение основной частоты ортотропной пластины, закрепленной в углах // Вестник СибГАУ. 2012. № 5 (45). С. 80–84.
53. Сенашов С. И. О системах дифференциальных уравнений с двумя характеристиками // Вестник СибГАУ. 2012. № 5 (45). С. 104–106.
54. Нестеров В. А. Модальный конечно-элементный анализ балок, податливых при трансверсальном сдвиге // Вестник СибГАУ. 2013. № 1 (47). С. 68–74.
55. Сенашов С. И., Филюшина Е. В. Линии тока для решения Прандтля // Вестник СибГАУ. 2013. № 1(47). С. 79–82.
56. Сенашов С. И. Законы сохранения и точное решение задачи Коши для уравнений идеальной пластичности // ДАН. 1995. Т. 345, № 5. С. 619–620.
57. Автономов Н. Н., Пучнин М. С. Регистрация диаграммы вдавливания шарового индентора с использованием измерительной головки // Вестник СибГАУ. 2011. № 5 (38). С. 124–127.
4. Nagovicin V. N. *Vestnik SibGAU*, 2005, № 6, p. 74–77.
5. Zhdanov O. N. *Vestnik SibGAU*, 2005, № 7, p. 5–7.
6. Gomonova O. V. *Vestnik SibGAU*, 2006, № 1(8), p. 14–16.
7. Kojupchenko I. N., Senashov S. I. *Vestnik SibGAU*, 2006, № 3 (10), p. 17–21.
8. Lopatin A. V., Makarov I. V., Rutkovskaja M. A. *Vestnik SibGAU*, 2006, № 3 (10), p. 26–31.
9. Lopatin A. V., Makarov I. V., Shumkova L. V. *Vestnik SibGAU*, 2006, № 3 (10), p. 31–36.
10. Zaharov Ju. V., Ohotkin K. G., Skorobogatov A. D. *Vestnik SibGAU*, 2006, № 4 (11), p. 20–24.
11. Nikushkin N. V., Kacura A. V., Vasil'ev R. P. *Vestnik SibGAU*, 2006, № 6 (13), p. 34–38.
12. Nemirovskij Ju. V., Fedorova N. A. *Vestnik SibGAU*, 2006, № 6 (13), p. 38–44.
13. Lopatin A. V., Rutkovskaja M. A. *Vestnik SibGAU*, 2007, № 1 (14), p. 3–8.
14. Lopatin A. V., Rutkovskaja M. A. *Vestnik SibGAU*, 2007, № 2 (15), p. 51–57.
15. Senashov S. I., Gomonova O. V. *Vestnik SibGAU*, № 3 (16), p. 51–55.
16. Lopatin A. V., Rutkovskaja M. A. *Vestnik SibGAU*, 2007, № 3 (16), p. 77–81.
17. Sabirov R. A. *Vestnik SibGAU*, 2007, № 4 (17), p. 100–105.
18. Jahno L. V. *Vestnik SibGAU*, 2008, № 4 (21), p. 65–67.
19. Mahutov N. A., Moskvichev V. V., Seregin A. S., Stepnov M. P. *Vestnik SibGAU*, 2009, № 1 (22), ch. 1, p. 92–97.
20. Doronin S. V., Kosolapov D. V. *Vestnik SibGAU*, 2009, № 1 (22), ch. 2, p. 23–27.
21. Senashov S. I., Cherepanova O. N. *Vestnik SibGAU*, 2009, № 2 (23), p. 84–85.
22. Zaharov Ju. V., Isakova V. V., Ohotkin K. G. *Vestnik SibGAU*, 2009, № 2 (23), p. 122–125.
23. Senashov S. I., Gomonova O. V. *Vestnik SibGAU*, 2009, № 4 (25), p. 18–21.
24. Kuzovatova O. I., Sadovskij V. M. *Vestnik SibGAU*, 2009, № 4 (25), p. 21–26.
25. Senashov S. I., Jahno A. N. *Vestnik SibGAU*, 2009, № 4 (25), p. 26–28.
26. Lopatin A. V., Avakumov R. V. *Vestnik SibGAU*, 2009, № 4 (25), p. 28–33.
27. Gomonova O. V., Senashov S. I. *Vestnik SibGAU*, 2009, № 5 (26), p. 43–45.
28. Lopatin A. V., Avakumov R. V. *Vestnik SibGAU*, 2009, № 5 (26), p. 21–25.
29. Lopatin A. V., Udalcov R. A. *Vestnik SibGAU*, 2010, № 2 (28), p. 23–28.
30. Lopatin A. V., Deev P. O. *Vestnik SibGAU*, 2010, № 3 (29), p. 64–71.
31. Nesterov V. A. *Vestnik SibGAU*, 2010, № 3 (29), p. 71–76.
32. Nesterov V. A., Lopatin A. V. *Vestnik SibGAU*, 2010, № 3 (29), p. 81–86.
33. Senashov S. I., Burmak V. I. *Vestnik SibGAU*, 2010, № 4 (30), p. 10–11.

References

- Zaharov Ju. V., Ohotkin K. G., Isakova V. V., Skorobogatov A. D. *Vestnik SibGAU*, 2005, № 6, p. 45–51.
- Lopatin A. V., Demin A. N. *Vestnik SibGAU*, 2005, № 6, p. 62–65
- Lopatin A. V., Shumkova L. V. *Vestnik SibGAU*, 2005, № 6, p. 64–68

34. Vlasov A. Ju., Zaharov Ju. V., Filenkova N. V. *Vestnik SibGAU*, 2010, № 4 (30), p. 15–20.
35. Lopatin A. V., Udalcov R. A. *Vestnik SibGAU*, 2010, № 5 (31), p. 221–227.
36. Nesterov V. A. *Vestnik SibGAU*, 2010, № 5 (31), p. 236–242.
37. Nesterov V. A., Lopatin A. V. *Vestnik SibGAU*, 2010, № 5 (31), p. 242–246.
38. Nesterov V. A. *Vestnik SibGAU*, 2011, № 2 (35), p. 48–54.
39. Frost M. B. *Vestnik SibGAU*, 2011, № 2 (35), p. 76–80.
40. Frost M. B. *Vestnik SibGAU*, 2011, № 3 (36), p. 8–11.
41. Senashov S. I. *Vestnik SibGAU*, 2011, № 3 (36), p. 85–88.
42. Deev P. O. *Vestnik SibGAU*, 2011, № 4 (37), p. 25–30.
43. Senashov S. I., Gomonova O. V., Miheev A. E. *Vestnik SibGAU*, 2011, № 5 (38), p. 88–90.
44. Senashov S. I., Filjushina E. V., Popov A. M., Kovalev I. V. *Vestnik SibGAU*, 2011, № 3 (36), p. 90–92.
45. Senashov S. I., Filjushina E. V., Popov E. A. *Vestnik SibGAU*, 2011, № 3 (36), p. 92–95.
46. Burmak V. I. // *Vestnik SibGAU*, 2012, № 1 (41), p. 10–15.
47. Lopatin I. A. // *Vestnik SibGAU*, 2012, № 1 (41), p. 28–31.
48. Annin B. D., Chirkunov Ju. A., Belmecev N. F. *Vestnik SibGAU*, 2012, № 3 (43), p. 4–7.
49. Nesterov V. A. *Vestnik SibGAU*, 2012, № 3 (43), p. 56–62.
50. Senashov S. I., Filjushina E. V. *Vestnik SibGAU*, 2012, № 4 (44), p. 53–56.
51. Lopatin A. V., Zaharov Ju. V., Ohotkin K. G., Viljanen V. V., Pashkovskij A. V. *Vestnik SibGAU*, 2012, № 5 (45), p. 75–80.
52. Lopatin I. A. *Vestnik SibGAU*, 2012, № 5 (45), p. 80–84.
53. Senashov S. I. *Vestnik SibGAU*, 2012, № 5 (45), p. 104–106.
54. Nesterov V. A. *Vestnik SibGAU*, 2013, № 1 (47), p. 68–74.
55. Senashov S. I., Filjushina E. V. *Vestnik SibGAU*, 2013, № 1 (47), p. 79–82.
56. Senashov S. I. *DAN*, 1995, 345 (5), p. 619–620.
57. Avtonomov N. N., Puchnin M. S. *Vestnik SibGAU*, 2011, № 5 (38), p. 124–127.

© Лопатин А. В., Сенашов С. И., 2013

УДК 62.501

ТЕОРИЯ НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ. УПРАВЛЕНИЕ – II

А. В. Медведев

Сибирский государственный аэрокосмический университет имени академика М. Ф. Решетнева
Россия, 660014, Красноярск, просп. им. газ. «Красноярский рабочий», 31
E-mail: Saor_medvedev@sibsau.ru

Формулируются некоторые новые задачи управления, возникшие на основе анализа реально протекающих процессов. Обсуждается необходимость анализа оптимальных, или близких к ним, параметрических алгоритмов управления с целью их исследования на предмет «грубости» ранее высказанных гипотез, их соответствия реальности или полученных ранее оценок соответствующих параметров моделей и регуляторов. Предлагается путь управления сложными дискретно-непрерывными процессами в диалоговом режиме на основе изменяющихся сцен в трехмерном пространстве, характеризующих поведение управляемого процесса в многомерном пространстве. Рассматриваются некоторые алгоритмы управления и приводятся результаты вычислительных экспериментов.

Ключевые слова: дискретно-непрерывный процесс, прогноз, диалоговая система, дуальное управление, непараметрические алгоритмы управления, адаптивное управление.

THEORY OF NONPARAMETRIC SYSTEMS. CONTROL – II

A. V. Medvedev

Siberian State Aerospace University named after academician M. F. Reshetnev
31 “Krasnoyarskiy Rabochiy” prosp., Krasnoyarsk, 660014, Russia. E-mail: Saor_medvedev@sibsau.ru

The author formulates some new control problems, arising on the basis of the analysis of real processes and discusses the necessity of the optimal, or close to it, analysis, parametric algorithms of control with the purpose of their