

ментов в системе получить соотношения для показателей надежности распределенной вычислительной системы.

2. Данная модель позволяет вместо функций распределения, выраженных в аналитическом виде, воспользоваться их статистическими эквивалентами, найденными экспериментально, что особенно полезно при расчете показателей надежности распределенных вычислительных систем.

3. Надежностный анализ распределенных вычислительных систем архитектуры «клиент-сервер» может использоваться для оценки надежности систем для возможных архитектурных изменений и выбора надежной архитектуры из набора вариантов, так как в зависимости от количества и величины компонентов условные и безусловные вероятности сбоя, доступа, анализа и времени восстановления, а также и времени использования компонентов различны.

Библиографические ссылки

1. Антамошкин О. А. Технология утилизации ресурсов распределенных вычислительных сетей // Системы управления и информационные технологии. 2012. № 2.2. С. 220–224.
2. Юнусов Р. В. Оценка надежности программного обеспечения клиент-сервер на примере комплексной системы управления предприятием «Галактика» // Вестник НИИ СУВПТ. 2001. Вып. 7. С. 107–112.
3. Ковалев И. В., Царев Р. Ю., Завьялова О. И. Анализ архитектурной надежности программного

обеспечения информационно-управляющих систем // Приборы. 2010. № 11. С. 24–26.

4. Юнусов Р. В. Анализ надежности аппаратно-программного информационно-управляющего комплекса // Вестник НИИ СУВПТ. 2003. Вып. 11. С. 103–106.

5. Модели и методы оптимизации сбора и обработки информации / И. В. Ковалев, Н. А. Распопин, М. В. Карасева, П. В. Зеленков, Е. В. Каюков // Вестник СибГАУ. 2012. № 2 (42). С. 69–72.

6. Антамошкин О. А., Нургалеева Ю. А., Усачев А. В. Модели модульной декомпозиции программного обеспечения технологических циклов управления // Вестник СибГАУ. 2009. № 3. С. 66–69.

7. Практическая реализация надежностного анализа архитектуры программной системы / Е. В. Гражданцев, М. А. Русаков, О. И. Завьялова, Р. Ю. Царев // Вестник СибГАУ. 2008. № 1 (18). С. 37–40.

8. Русаков М. А., Царев Р. Ю. Методы повышения надежности программного обеспечения // В мире научных открытий. 2011. № 8 (20). С. 32–41.

9. Оценка транзакционной надежности современных систем управления и обработки информации / Р. Ю. Царев, А. В. Штарик, Е. Н. Штарик, О. И. Завьялова // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2012. № 6. С. 29–32.

© Царев Р. Ю., Пупков А. Н., Огнерубова М. А., Сержантова М. В., Бесчастная Н. А., 2013

УДК 681.34

ПРЯМОЙ И ОБРАТНЫЙ АЛГОРИТМ РАСЧЕТА СТОХАСТИЧЕСКИХ СЕТЕЙ*

Р. Ю. Царев¹, А. В. Штарик², Е. Н. Штарик², Е. Р. Хасанов¹, Т. А. Панфилова¹

¹Сибирский государственный аэрокосмический университет имени академика М. Ф. Решетнева
Россия, 660014, г. Красноярск, просп. им. газ. «Красноярский рабочий», 31. E-mail: rahatamatahata@mail.ru

²Сибирский федеральный университет
660074, Красноярск, ул. Киренского, 26. E-mail: alex007p@yandex.ru

Представлены прямой и обратный алгоритмы расчета модифицированных ГЕРТ-сетей, используемые для анализа вероятностно-временных характеристик стохастических сетей.

Ключевые слова: распределенные вычисления, ГЕРТ-сеть, модифицированная ГЕРТ-сеть.

DIRECT AND INVERSE ALGORITHMS OF STOCHASTIC NETWORK CALCULATION

R. Yu. Tsarev¹, A. V. Shtarik², E. N. Shtarik², E. R. Khasanov¹, T. A. Panfilova¹

¹Siberian State Aerospace University named after academician M. F. Reshetnev
31 "Krasnoyarskiy Rabochiy" prospect, Krasnoyarsk, 660014, Russia. E-mail: rahatamatahata@mail.ru

²Siberian Federal University
26 Kirenskiy street, Krasnoyarsk, 660074, Russia. E-mail: alex007p@yandex.ru

* Исследование выполнено при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации, соглашение 14.B37.21.0116 «Модели, методы и алгоритмы синтеза и управления развитием кластерных структур АСУ космических систем связи и навигации».

The paper presents direct and inverse algorithms of modified GERT-network calculation used for analysis of probabilistic-time characteristics of stochastic networks.

Keywords: grid computing, GERT-network, modified GERT-network.

Один из подходов к организации процесса интенсивной обработки информации – это использование в качестве узлов обработки информации компьютеров пользователей в свободное от использования времени. Такие проекты, как SETI, Climate Predictions, Legion или Condor, получают все большее распространение и весьма эффективны для некоторых задач [1; 2].

В случае когда для некоторого узла известна вероятность бесперебойной работы в течение времени, необходимого для расчета задачи, то рассчитать функцию распределения времени выполнения задачи можно, используя ГЕРТ-сети [3].

В процессе исследования стала очевидной возможность модификации математической модели ГЕРТ-сетей. Полученная модифицированная модель позволяет оценить время одновременного выполнения задачи на нескольких узлах (рабочих станциях) гетерогенной распределенной системы обработки информации.

Математическая модель модифицированных ГЕРТ-сетей. Для того чтобы дать определение математической модели модифицированной ГЕРТ-сети, введем следующие обозначения [4]:

p_i – вероятность активации узла i ;

p_{ij} – функция условной вероятности активации узла j , при условии активации узла i , $p_{ij} = 1$, если узел i имеет детерминированный выход или $\langle i, j \rangle$ – единственная дуга стохастического выхода;

p_{ijn} – вероятность выполнения начала дуги $\langle i, j \rangle$ при условии, что узел, из которого она входит, активирован;

p_{ijk} – вероятность выполнения конца дуги $\langle i, j \rangle$ при условии, что узел, в который она входит, активирован;

$F_i(t)$ – функция распределения времени выполнения узла i в момент его активации;

$F_{ij}(t)$ – функция условной вероятности распределения времени выполнения работы $\langle i, j \rangle$;

$F_{ijn}(t)$ – функция распределения времени выполнения t_i в начале дуги $\langle i, j \rangle$ при условии, что узел, из которого она входит, активирован;

$F_{ijk}(t)$ – функция распределения времени выполнения t_j на конце дуги $\langle i, j \rangle$ при условии, что узел, в который она входит, активирован.

Также для модифицированных ГЕРТ-сетей (МГ-сетей) справедливы следующие ограничения [4; 5]:

Ограничение 1' (O1'): в течение каждого выполнения проекта для каждого стока активируется не более одного источника, из которого данный сток достижим.

Ограничение 2' (O2'): для каждого узла i МГ-сети, если узел i активирован, то параметры всех выходящих из него дуг вычислимы.

Ограничение 3' (O3'): для каждого узла k произвольной циклической структуры C существует путь из k к узлу вне C такой, что $p_{ij} > 0$ для каждой дуги

$\langle i, j \rangle$ данного пути. Иными словами, есть из каждого цикла есть выход с положительной вероятностью.

Ограничение 4' (O4'): для всякого узла i ГЕРТ-сети G , имеющего IOR- или AND-вход, для любых $j, k \in P(i)$, $Pr(i, j, k) = \{l\}$, причем l – единственный узел и l имеет детерминированный выход.

Ограничение 5' (O5'): для всякого узла i ГЕРТ-сети G , имеющего детерминированный вход, для любых $j, k \in S(i)$, $Sc(i, j, k) = \{l\}$, причем l – единственный узел и l имеет AND- или IOR-вход.

Ограничение 6' (O6'): реализация сети является допустимой, если в процессе выполнения узел i активируется с вероятностью, большей $\max P_i > 0$ и не более, чем $\max A_i \geq 1$ раз; узел i имеет EOR-вход, если в узел i циклической структуры C входит более одной дуги и хотя бы одна дуга не принадлежит циклу C ; узел i имеет стохастический выход, если из узла i циклической структуры C выходит более одной дуги и хотя бы одна дуга не принадлежит циклу C ; узел j с детерминированной выходной функцией, являющийся стохастическим началом узла i , принадлежит циклу, если узел i с IOR- или AND-входом принадлежит данному циклу.

Будем называть ГЕРТ-сеть G (V – множество вершин, E – множество направленных ребер) МГ-сетью, если:

- 1) G имеет единственный источник и, по крайней мере, один сток;
- 2) сеть G удовлетворяет ограничениям O1'–O4';
- 3) задано множество параметров для каждого узла сети (по крайней мере, вероятность активации);
- 4) для каждой дуги указаны функции преобразования параметров узлов;
- 5) источник активируется в момент времени 0 (если параметр, отвечающий за время, определен).

Математическая модель модифицированных ГЕРТ-сетей изначально создавалась таким образом, чтобы всякая МГ-сеть, удовлетворяющая O1'–O4' и для которой заданы дополнительные ограничения O6', была бы вычислима при помощи некоторого алгоритма. По своей сути O1'–O4' гарантируют однозначность построения и расчета графа реализации, а O6' – конечность количества этих реализаций.

Рассмотрим МГ-сеть с вектором веса дуг $[p_{ij}, F_{ij}]$ [6], тогда p_{ijk} и $F_{ijk}(t)$ для дуги $\langle i, j \rangle$ имеют вид

$$p_{ijk} = p_{ijn} \cdot p_{ij};$$

$$F_{ijk}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} F_{ijn}(s) \cdot F_{ij}'(t-s) ds = F_{ijn} \oplus F_{ij}. \quad (1)$$

Если считать, что случайная величина $t > 0$, то пределы интегрирования можно заменить на 0 и t соответственно.

Для EOR-входа p_j и $F_j(t)$ имеют вид

$$p_j = p_{ijk}; F_j(t) = F_{ijk}(t). \quad (2)$$

где j – вычисляемый EOR-вход, имеющий начало в узле i .

Для AND-входа p_j и $F_j(t)$ имеют вид

$$\begin{aligned} p_j &= p_{l_1, m_{1k}} \cdot p_{l_2, m_{2k}} \times \dots \times p_{l_N, m_{Nk}} / p_i^{N-1}; \\ F_j(t) &= \max(t_{l_1, m_{1k}}, t_{l_2, m_{2k}}, \dots, t_{l_N, m_{Nk}}) = \\ &= F_{l_1, m_{1k}}(t) \cdot F_{l_2, m_{2k}}(t) \times \dots \times F_{l_N, m_{Nk}}(t), \end{aligned} \quad (3)$$

где j – вычисляемый AND-вход, имеющий стохастическое начало в узле i ; $\{l_1 - m_1\}$, $\{l_2 - m_2\}$, ..., $\{l_N - m_N\} - N$ непересекающихся подсетей.

Для IOR-входа p_j и $F_j(t)$ имеют вид

$$\begin{aligned} p_j &= p_i \cdot [1 - (1 - p_{l_1, m_{1k}})(1 - p_{l_2, m_{2k}}) \times \dots \times (1 - p_{l_N, m_{Nk}})]; \\ F_j(t) &= \min(t_{l_1, m_{1k}}, t_{l_2, m_{2k}}, \dots, t_{l_N, m_{Nk}}) = \\ &= 1 - (1 - F_{l_1, m_{1k}}(t))(1 - F_{l_2, m_{2k}}(t)) \times \dots \times (1 - F_{l_N, m_{Nk}}(t)), \end{aligned} \quad (4)$$

где j – вычисляемый IOR-вход, имеющий стохастическое начало в узле i .

Формулы (1)–(4) позволяют рассчитать любой граф реализации, удовлетворяющий ограничениям О1'–О4'.

Результатом расчета сети будет множество реализаций W_r , сгруппированное по стокам i_r . Для стока в каждой реализации будет рассчитана вероятность наступления события (вероятность возникновения реализации), функция распределения времени выполнения данной реализации и т. д. Пусть r – элемент множества реализаций со стоком i .

Вероятность активации стока i :

$$P_i = \sum_r p_i^r. \quad (5)$$

Вероятность активации стока i ко времени t в реализации r :

$$P_{i,r}(t) = p_i^r \cdot F_i^r(t). \quad (6)$$

Вероятность активации стока i ко времени t :

$$P_i(t) = \sum_r p_i^r \cdot F_i^r(t). \quad (7)$$

Математическое ожидание времени активации стока i :

$$E(t_i) = \frac{\sum_r [p_i^r \cdot \int_{-\infty}^{\infty} t \cdot dF_i^r(t)]}{\sum_r p_i^r}. \quad (8)$$

Математическое ожидание времени выполнения всей сети:

$$E(t) = \frac{\sum_i \sum_r [p_i^r \cdot \int_{-\infty}^{\infty} t \cdot dF_i^r(t)]}{\sum_i p_i^r}. \quad (9)$$

Дисперсия времени активации стока i :

$$D(t_i) = \frac{\sum_r [p_i^r \cdot (\int_{-\infty}^{\infty} (t - E(t_i))^2 \cdot dF_i^r(t))]}{\sum_r p_i^r}. \quad (10)$$

Дисперсия времени выполнения всей сети:

$$D(t) = \frac{\sum_i \sum_r [p_i^r \cdot (\int_{-\infty}^{\infty} (t - E(t_i))^2 \cdot dF_i^r(t))]}{\sum_i p_i^r}. \quad (11)$$

Принятые обозначения, используемые для записи алгоритмов. Для записи узлов, дуг и относящихся к ним величин и функций используем обозначения, принятые для структур вида «[структура].[параметр]».

Пусть Prs и DFs – множества вещественных и стохастических параметров соответственно. Каждый узел графа реализации будет обладать данными параметрами. Параметр p (вероятность активации узла) является одним из элементов множества Prs ($p \in Prs$).

Для узла $v \in V$ графа МГ-сети $G = \langle E, V \rangle$:

$v.a$ – количество активаций узла v в процессе построения реализации;

$v.In$ – тип входной функции узла (EOR, IOR или AND);

$v.Out$ – тип выходной функции узла (STOCH или DET);

$v.InF(F)$ – тип входной функции узла для стохастических переменных с функцией распределения F (AND, IOR, MIN, MAX, EQUAL) (только для узлов с IOR- или AND-входом);

$v.P$ – множество узлов, являющихся предками узла v ;

$v.S$ – множество узлов, являющихся потомками узла v ;

$v.MaxA$ – максимально допустимое количество активаций узла v в графе реализации;

$v.MaxP$ – минимально допустимая вероятность события «узел v активирован»;

$v.dR$ – узел, являющийся детерминированным источником узла v ;

$v.dS$ – узел, являющийся детерминированным стоком узла v (только для прямого алгоритма расчета МГ-сети).

Для дуги $e \in E$ графа МГ-сети $G = \langle E, V \rangle$ ($e = \langle v_1, v_2 \rangle$):

$e.v_1$ – узел-начало дуги;

$e.v_2$ – узел-конец дуги;

$e.F_Pr(Pr_i)$ – функция преобразования параметра $Pr_i \in Prs$, зависящая от параметров Prs и DFs ;

$e.F_DF(F_i)$ и $e.F_DF_op(F_i)$ – функция распределения для стохастической переменной, заданной функцией распределения F_i и операция для нее («+», «-» или «=») соответственно.

Для графа реализации w :

$W = \{w_i\}$ – множество графов реализации;

$w.H$ – начальный узел графа реализации w ;

$w.T$ – конечный узел графа реализации w ;

x – узел графа реализации, где $x \in w$;

$x.v$ – узел МГ-сети, которому соответствует узел графа реализации ($x.v \in V$);

$x.Prs$ – значения вещественных параметров узла графа реализации;

$x.DFs$ – значения стохастических параметров узла графа реализации;

$w = \{x\}$ – граф реализации, состоящий из единственного узла x . Тогда $w.H = w.T = x$.

Введем операции построения графа реализации:

$w = M(w_1, w_2)$ – новый граф реализации сети, являющийся объединением графов w_1 и w_2 дугой из $w_2.H$ в $w_1.T$. Частным случаем данной операции будем считать $M(x, w) = M(\{x\}, w)$ и $M(w, x) = M(w, \{x\})$.

$w = M(w_1, W, w_2)$ – новый граф реализации сети, являющийся объединением дугами конечного узла $w_1.T$ со всеми начальными узлами $w_i.H$ ($w_i \in W$) и объединением дугами конечных узлов $w_i.T$ с начальным узлом $w_2.H$.

Обратный алгоритм расчета модифицированных ГЕРТ-сетей. Общая идея обратного алгоритма расчета МГ-сети [7]:

– обход графа МГ-сети ведется от выбранного стока к источнику;

– обход ведется с помощью рекурсивного алгоритма;

– для каждого узла, имеющего EOR-вход, запускается столько же рекурсивных вызовов процедур (ветвей обхода), сколько дуг входит в данный узел;

– для каждого узла i , имеющего IOR- или AND-вход, запускается рекурсивный вызов процедуры расчета узла j , являющегося детерминированным источником узла i , затем рассчитываются все пути от j к i и, используя найденные пути, строятся все реализации, завершаемые узлом i ;

– расчет вещественных и стохастических переменных производится при «выходе» алгоритма из рекурсии;

– результатом работы главной процедуры «ОРасчитатьСеть» являются множества реализаций для каждого из стоков.

Процедура «ОРасчитатьСеть» для обратного алгоритма расчета модифицированной ГЕРТ-сети

Шаг 1. Для каждой вершины v_i из множества вершин V задать число активаций $v.a$ равное 0 и объявить пустое множество возможных реализаций ($W = \{\}$).

Шаг 2. Для каждого стока vs_i из множества стоков S выполнить процедуру «ОПостроитьРеализацию».

Шаг 3. Объединить полученные реализации W_i в результате шага 2 в результирующее множество W .

Шаг 4. Конец процедуры.

Процедура «ОПостроитьРеализацию» для обратного алгоритма расчета МГ-сети

Шаг 1. Если число активаций текущего узла больше максимально допустимого количества активаций $vs.a > vs.MaxA$, то перейти к шагу 18, иначе – шаг 2.

Шаг 2. Если текущий узел vs указывает на узел источника подсети vs , то перейти к шагу 3, иначе – шаг 4.

Шаг 3. К множеству реализаций W добавим узел графа реализации x , для которого: $x.v = vs$, $x.Prs = vs.Prs$, $x.DFs = vs.DFs$. Перейти к шагу 18.

Шаг 4. Увеличить $vs.a$ на 1.

Шаг 5. Если типом входной функции текущего узла $vs.In$ является входная функция типа EOR, то перейти к шагу 6, иначе – шаг 12.

Шаг 6. Для множества узлов, являющихся предками текущего узла vs , выполнить процедуру «ОПостроитьРеализацию».

Шаг 7. Объединить полученные в результате шага 6 множества графов реализаций W_i во множество $W1$.

Шаг 8. Для каждого узла графа реализации $W1$ $x.v = vs$.

Шаг 9. Для пар узлов графа реализации $W1$ x и vs выполнить процедуру «Рассчитать дугу».

Шаг 10. Парно объединить графы реализаций $W1$ с $M(w_i, x_i)$ во множество $W2$, где i от 1 до $|W1|$, перейти к шагу 17.

Шаг 11. Для детерминированного источника текущего узла $vs.dR$ выполнить процедуру «ОПостроитьРеализацию».

Шаг 12. Для каждого узла xs_i графа реализации Ws , полученного в результате выполнения шага 11, выполнить процедуру «ОПостроитьРеализацию».

Шаг 13. Для каждого графа реализации $w2_i$ из множества графов реализаций $Ws2$, полученных в результате выполнения шага 12, удалить первый узел.

Шаг 14. Для всех возможных пар узлов из $Ws2$ выполнить процедуру «Рассчитать дугу».

Шаг 15. Для каждого узла x множества графов реализаций $Ws2$: $x.v = vs$ – определить параметры узла графа реализации $x.Prs$ и $x.DFs$ по множеству $\{ws2_i\}$, используя формулы (1)–(4), (8), (10).

Шаг 16. Парно объединить графы реализаций $Ws2$ с $M(ws2_i, xs2_i)$ во множество $W2$, где i от 1 до $|Ws2|$.

Шаг 17. Уменьшить $vs.a$ на 1.

Шаг 18. Конец процедуры.

Процедура «Рассчитать дугу» расчета МГ-сети

Шаг 1. $e = \langle v1, v2 \rangle$, $Prs2(p) = Prs1(p) * e.F_Pr(p)$, где $v1, v2$ – узлы, являющиеся началом и концом дуги; $Prs1, Prs2$ – множества вещественных параметров начала и конца дуги соответственно; $DFs1, DFs2$ – множества стохастических параметров начала и конца дуги соответственно.

Шаг 2. Для каждого Pr_i из $Prs1$, при $Pr_i \neq p$ выполнить: $Prs2(Pr_i) = e.F_Pr(Pr_i)(Prs1, DFs1)$.

Шаг 3. Для каждого F_i из $DFs1$ рассчитать $DFs2(F_i)$ по формулам (1)–(11), используя значения $Prs1, DFs1, e.F_DF(F_i), e.F_DF_op(F_i)$.

Шаг 4. Конец процедуры.

Прямой алгоритм расчета модифицированных ГЕРТ-сетей. Общая идея прямого алгоритма расчета МГ-сети:

– обход графа МГ-сети ведется от источника к стокам;

– обход ведется с помощью рекурсивного алгоритма;

– для каждого узла, имеющего стохастический выход, запускается столько же рекурсивных вызовов процедур (ветвей обхода), сколько дуг выходит из данного узла;

– для каждого узла i , имеющего детерминированный выход, рассчитываются все пути от i к j , и, используя найденные пути, строятся все реализации,

завершаемые узлом j , где j – детерминированный сток узла i ;

- расчет вещественных и стохастических переменных производится при «углублении» алгоритма рекурсии;

- результатом работы главной процедуры «ПРассчитатьСеть» являются множества реализаций.

Следует отметить, что для использования прямого алгоритма расчета МГ-сети необходимо выполнение ограничения О5'.

Процедура «ПРассчитатьСеть» для прямого алгоритма расчета модифицированной ГЕРТ-сети

Шаг 1. Для каждой вершины v_i из множества вершин V задать число активаций $v.a$, равное 0, и объявить множество возможных реализаций $Wt = \{x\}$, где $x.v = vr$, $x.Pr = iPrs$, $x.DFs = iDfs$ (vr – узел-источник МГ-сети; $iPrs$ и $iDfs$ – начальные значения параметров в узле-источнике).

Шаг 2. Для каждого стока vs_i из множества стоков S , используя множество реализаций Wt , выполнить процедуру «ППостроитьРеализацию».

Шаг 3. Объединить полученные реализации Wt_i в результате шага 2 в результирующее множество W .

Шаг 4. Конец процедуры.

Процедура «ППостроитьРеализацию» для прямого алгоритма расчета МГ-сети

Шаг 1. Если Wc (множество реализаций, построенное от источника до узла vc) пустое множество, то перейти к шагу 23, иначе – шаг 2.

Шаг 2. Если число активаций текущего узла больше максимально допустимого количества активаций $vc.a > vc.MaxA$, то перейти к шагу 3, иначе – шаг 4.

Шаг 3. $Wc = \{\}$, перейти к шагу 23.

Шаг 4. Если vc указывает на узел источник подсети vs , то перейти к шагу 5, иначе – шаг 6.

Шаг 5. Объединить результирующее множество реализаций сети W с множеством Ws , $Ws = \{\}$, перейти к шагу 23.

Шаг 6. Увеличить $vc.a$ на 1.

Шаг 7. Если тип выходной функции текущего узла – стохастическая функция ($vc.Out = Stoch$), то перейти к шагу 8, иначе – шаг 13.

Шаг 8. Объявить пустые множества реализаций Wt и $Wt1$.

Шаг 9. Для пар текущий узел (vc) и сток текущего узла (v_i из $vc.S$) выполнить процедуру «Рассчитать дугу».

Шаг 10. Объединить множества $M(w_k, x)$ в Wt , где w_k – графы реализации из множества Wc и x – стоки текущего узла ($x.v = v_i$ из $vc.S$)

Шаг 11. Для каждого стока текущего узла (v_i из $vc.S$), используя множество реализаций Wt , полученное на предыдущем шаге, выполнить процедуру «ППостроитьРеализацию».

Шаг 12. Объединить полученные множества реализаций $Wt1$ в результате шага 11 с результирующим множеством W , перейти к шагу 22.

Шаг 13. Объявить пустое множество реализаций $Wt2$.

Шаг 14. Для пар текущий узел (vc) и сток текущего узла (v_i из $vc.S$) выполнить процедуру «Рассчитать дугу».

Шаг 15. Объявить множество реализаций $Wt = \{x\}$, где x – стоки текущего узла ($x.v = v_i$ из $vc.S$).

Шаг 16. Для каждого стока текущего узла (v_i из $vc.S$), используя множество реализаций Wt , полученное на предыдущем шаге, выполнить процедуру «ППостроитьРеализацию».

Шаг 17. Для каждого графа реализации $w2_i$ из множества графов реализации $W2$, полученных в результате выполнения шага 16, удалить последний узел.

Шаг 18. Для всех возможных пар узлов из $W2$ выполнить процедуру «Рассчитать дугу».

Шаг 19. Для узла $vc.dS$, являющегося детерминированным стоком текущего узла vc , определить параметры узла графа реализации $x.Pr$ и $x.DFs$ по множеству графов $\{w2_i\}$, используя формулы (1)–(4), (8), (10).

Шаг 20. Объединить множества $M(w_k, \{w2_i\}, x)$ в $Wt2$, где w_k – графы реализации из множества Wc , $w2_i$ – графы реализаций из множества $W2$ и x – стоки текущего узла ($x.v = v_i$ из $vc.S$).

Шаг 21. Для узла $vc.dS$, являющегося детерминированным стоком текущего узла vc , используя множество реализаций $Wt2$, полученное на предыдущем шаге, выполнить процедуру «ППостроитьРеализацию».

Шаг 22. Уменьшить $vc.a$ на 1.

Шаг 23. Конец процедуры.

Сравнение производительности прямого и обратного алгоритмов расчета модифицированной ГЕРТ-сети. Приведем качественное сравнение производительности прямого и обратного алгоритмов расчета стохастической сети. Выполнить количественную оценку производительности алгоритмов для произвольной сети не представляется возможным.

Время работы программ, использующих прямой и обратный алгоритмы обхода МГ-сети, в основном формируется из времени выполнения трех операций: обхода графа сети, дублирования множества реализаций и расчета параметров узлов графа реализаций.

Время выполнения алгоритма обхода графа МГ-сети примерно одинаково для прямого и обратного алгоритмов.

В ходе практических испытаний над различными сетями произвольного вида выявлено, что алгоритм на базе прямого обхода графа всегда не медленнее по производительности алгоритма на базе обратного обхода графа. Однако, как уже отмечалось выше, область его применения уже (требует выполнения О5').

Один из способов повышения точности расчетов интегральной свертки при анализе вероятностно-временных характеристик стохастических сетей заключается в том, чтобы дать возможность использовать аналитически заданные функции распределения в качестве стохастических параметров (весов) дуг сети.

Предложенный способ представления функций распределения стохастических параметров при анали-

зе вероятностно-временных характеристик стохастических сетей и численные методы расчета параметров дуг позволяют создать универсальный программный модуль расчета произвольной стохастической сети.

Прямой алгоритм расчета стохастической сети занимает время выполнения меньшее или равное времени выполнения обратного алгоритма. Однако прямой алгоритм может быть использован только при выполнении ограничения О5'. Проверка выполнения данного ограничения может выполняться как исследователем, так и программным путем. Прямой алгоритм дает выигрыш в быстродействии, если сеть имеет хотя бы один цикл.

Библиографические ссылки

1. Управление развитием надежных кластерных структур информационных систем / И. В. Ковалев, Н. Н. Джигоева, А. В. Прокопенко, Р. Ю. Царев // Программные продукты и системы. 2010. № 2 (90). С. 68–71.
2. Оценка транзакционной надежности современных систем управления и обработки информации / Р. Ю. Царев, А. В. Штарик, Е. Н. Штарик, О. И. За-

вьялова // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2012. № 6. С. 29–32.

3. Письман Д. М., Дегтерев А. С. GERT-сетевой анализ времени выполнения задачи на неспециализированном гетерогенном кластере // Фундаментальные исследования. 2005. № 4. С. 79–80.

4. Царев, М. Ю., Царев Р. Ю., Шевчук С. Ф. Модификация GERT-сети для анализа временных характеристик сетевых моделей // Вестник СибГАУ. 2009. № 1 (22). Ч. 2. С. 74–78.

5. Письман, Д. М. Анализ временных параметров сетевых моделей на базе модифицированной GERT-сети // Проблемы машиностроения и автоматизации. 2006. № 1. С. 18–26.

6. Анализ вероятностно-временных характеристик отказоустойчивого программного обеспечения распределенных вычислительных систем / Р. Ю. Царев, А. В. Штарик, Е. Н. Штарик, М. А. Кочергина, Т. А. Панфилова // Вестник СибГАУ. 2012. № 4 (44). С. 64–70.

7. Письман Д. М., Шабалин С. А. Алгоритм расчета модифицированной GERT-сети // Успехи современного естествознания. 2005. № 11. С. 36–37.

© Царев Р. Ю., Штарик А. В., Штарик Е. Н., Хасанов Е. Р., Панфилова Т. А., 2013

УДК 512.54

ГРУППЫ НАСЫЩЕННЫЕ $GL_2(q)$

А. А. Шлепкин

Сибирский государственный аэрокосмический университет имени академика М. Ф. Решетнева
Россия, 660014, г. Красноярск, просп. им. газ. «Красноярский рабочий», 31. E-mail: shlyopkin@mail.ru

Получена структура бесконечных локально конечных групп насыщенных полными линейными группами размерности два над конечными полями.

Ключевые слова: группы, насыщенные множеством групп.

GROUP SATURATED $GL_2(q)$

A. A. Shlepin

Siberian State Aerospace University named after academician M. F. Reshetnev
31 "Krasnoyarskiy Rabochiy" prospect, Krasnoyarsk, 660014, Russia. E-mail: shlyopkin@mail.ru

The author presents the obtained structure of infinite local- finite groups saturated with complete linear groups of 2 dimensionality off the finite fields.

Keywords: groups saturated with set of groups.

Группа G насыщена группами из множества X , если любая конечная подгруппа K из G содержится в подгруппе группы G , изоморфной некоторой группе из X [1].

В работах [2; 3] изучались периодические группы с дополнительными условиями конечности, насыщенные множеством $\{GL_2(3^n)\}$. В данной работе продолжены исследования в этом направлении.

Пусть $\mathfrak{Z} = \{GL_2(p^n)\}$. Отметим, что ни характеристика p конечного поля, ни натуральное n не фиксируется. Доказана следующая.

Теорема. Локально конечная группа G насыщенная группами из множества $\mathfrak{Z}$, изоморфна $GL_2(P)$ для некоторого локально конечного поля P .

Известные факты и определения.