вания к его точности. Также уменьшить вариационную ошибку ИБС позволяет выбор высокоточных измерителя тока и ИОН.

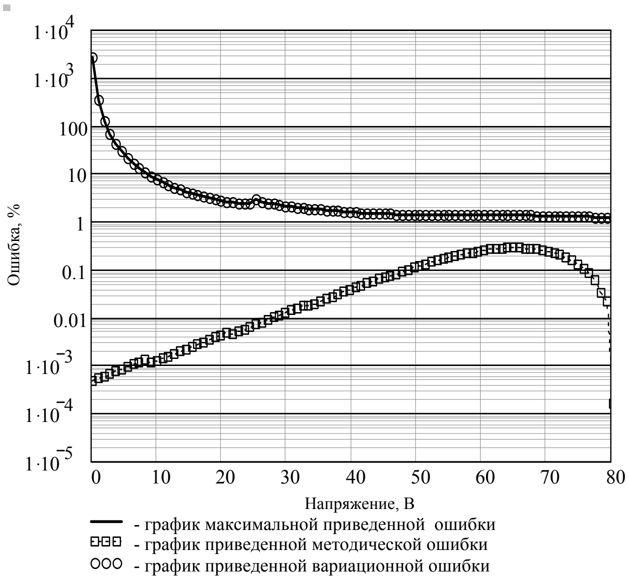


Рис. 7. Приведенные ошибки СНФОТ при одном и том же напряжении нагрузки

Библиографические ссылки

1. Мизрах Е. А. Исследование статической точности имитаторов солнечных батарей // Вестник СибГАУ. 2005. № 7. С. 24–27.
2. Мизрах Е. А. О выборе структуры имитатора первичного источника электроэнергии космического аппарата // Вестник СибГАУ. 2002. №3. С. 50–54.
3. Штабель Н. В. Исследование цифрового функционального преобразователя для имитатора солнечных батарей. // Актуальные проблемы авиации и космонавтики : сб. тез. докл. Всерос. науч.-практ. конф. студентов, аспирантов и молодых специалистов (6–10 апреля 2009, г. Красноярск) : в 2 т. Т. 1. / под общ. ред. Ю. Ю. Логинова ; Сиб. гос. аэрокосмич. ун-т. Красноярск, 2009. 376 с.

References

1. Mizrakh E. A. *Vestnik SibGAU*. 2005, № 7, p. 24–27.
2. Mizrakh E. A. *Vestnik SibGAU*. 2002, № 3, p. 50–54.
3. Shtabel' N. V. *Aktual'nye problemy aviatsii i kosmonavtiki : sb. tez. dokl. Vseros. nauch.-prakt. konf. studentov, aspirantov i molodykh spetsialistov. Vol. 1. Tekhnicheskie nauki. Informatsionnye tekhnologii. Soobshcheniya shkol'nikov* (Modern questions of aviation and astronautics) / SibGAU. Krasnoyarsk, 2009. 376 p.

УДК 517.55+517.929.4

УСТОЙЧИВОСТЬ МНОГОСЛОЙНЫХ ЛИНЕЙНЫХ НЕОДНОРОДНЫХ РАЗНОСТНЫХ СХЕМ И АМЕБЫ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ГИПЕРПОВЕРХНОСТЕЙ

М. С. Рогозина

Сибирский федеральный университет
Россия, 660041, Красноярск, просп. Свободный, 79
E-mail: rogozina.marina@mail.ru

Рассматривается проблема устойчивости полиномиальных разностных операторов, основным источником появления которых является теория разностных схем. В исследовании используется терминология и методы этой теории, а также методы теории амеб алгебраических гиперповерхностей. Понятие амебы позволяет сформулировать многомерный аналог условия, что все корни характеристического многочлена лежат в единичном круге, то есть условие устойчивости многомерных разностных схем. В терминах теории амеб алгебраических гиперповерхностей доказан критерий устойчивости многослойной линейной неоднородной разностной схемы. Получена формула, выражающая решение задачи Коши через ее фундаментальное решение.

Ключевые слова: разностная схема, устойчивость, амеба алгебраической гиперповерхности.

STABILITY OF MULTILAYER INHOMOGENEOUS DIFFERENCE SCHEMES AND AMOEBAS OF ALGEBRAIC HYPERSURFACES

M. S. Rogozina

Siberian Federal University
79 Svobodnyy prosp., Krasnoyarsk, 660041, Russia. E-mail: rogozina.marina@mail.ru

We study the stability of polynomial difference operators coming mainly from the theory of difference schemes. In the study we use the terminology and the methods of this theory as well as those of the theory of amoebas of algebraic hypersurfaces. The notion of amoeba allows to formulate a multidimensional analog of the condition that all roots of the characteristic polynomial lie in the unit disc, i.e. the stability condition for multidimensional difference schemes. In the terms of the latter we formulate and prove the stability criterion for multilayer linear inhomogeneous difference schemes. A formula representing the solution to the Cauchy problem via its fundamental solution is obtained.

Keywords: difference scheme, stability, amoeba of algebraic hypersurfaces.

Разностные уравнения возникают в различных областях математики. В комбинаторном анализе разностные уравнения в сочетании с методом производящих функций дают мощный аппарат исследования перечислительных задач. Другой источник появления разностных уравнений – дискретизация дифференциальных. Так, дискретизация уравнения Коши-Римана привела к созданию теории дискретных аналитических функций, которая нашла применение в теории римановых поверхностей и комбинаторном анализе [1; 2]. Методы дискретизации дифференциальной задачи являются важной составной частью теории разностных схем и также приводят к разностным уравнениям [3]. Одно из важнейших свойств разностной схемы – устойчивость.

В теории Лакса [4] теорема эквивалентности утверждает, что если исходная дифференциальная задача корректна и схема аппроксимирует эту задачу, то устойчивость необходима и достаточна для сходимости.

В монографии [5] исследована устойчивость однородной двухслойной линейной разностной схемы с постоянными коэффициентами. Условие устойчивости здесь дается в терминах, связанных с понятием разностной функции Грина задачи Коши. В работе [6] к исследованию устойчивости многослойных однородных разностных схем применяется теория амеб алгебраических гиперповерхностей.

В данной работе исследуется случай неоднородных разностных схем. В первом параграфе получена формула для решения задачи Коши через ее фундаментальное решение (Теорема 1). Во втором параграфе формулируется и доказывается критерий устойчивости задачи Коши для многослойной линейной неоднородной разностной схемы (Теорема 2) в терминах теории амеб алгебраических гиперповерхностей.

Формула для решения задачи Коши. Введем необходимые обозначения и определения.

Пусть δ_j оператор сдвига по j-ой переменной $\delta_j f(x) = f(x_1, \ldots, x_{j-1}, x_j+1, x_{j+1}, \ldots, x_n)$. Обозначим $P(\delta, \delta_{n+1}) = \sum_{(\alpha,\beta)\in A} a_{\alpha\beta}\delta^{\alpha}\delta_{n+1}^{\beta}$ – полиномиальный разностный оператор, то есть $A = (\alpha, \beta)$ – конечное подмножество целочисленной решетки $\mathbb{Z}^{n+1}$, и $\delta = (\delta_1, \delta_2, \ldots, \delta_n)$, $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n)$ и $\delta^{\alpha} = \delta_1^{\alpha_1}\delta_2^{\alpha_2}\ldots\delta_n^{\alpha_n}$.

Рассмотрим разностные операторы с постоянными коэффициентами, характеристический многочлен $P(z,w)$ которых имеет вид

$$P(z, w) = P_m(z)w^m + P_{m-1}(z)w^{m-1} + \ldots + P_0(z),$$

где $P_j(z)$ являются многочленами переменных $z = (z_1, z_2, \ldots, z_n)$ и коэффициент при старшей по w степени $P_m(z) \equiv 1$. Это означает, что $(0, m) \in A$

$$\text{и для всех } (\alpha, \beta) \in A, \quad (\alpha, \beta) \neq (0, m) \text{ выполняется условие } m > \beta. \qquad (*)$$

Такие разностные уравнения возникают в теории разностных схем и ниже мы будем использовать терминологию этой теории.

Сформулируем задачу Коши для неоднородной $(m + 1)$-слойной линейной разностной схемы вида

$$\left[\delta_{n+1}^{m} + \sum_{k=1}^{m} P_j(\delta)\delta_{n+1}^{m-k}\right] f(x, y) = g(x, y), \qquad (1)$$

где $P_j(\delta)$ – полиномиальные разностные операторы с постоянными коэффициентами; $g(x,y)$ – заданная функция и $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbb{Z}^n$.

Найти решение $f(x, y)$ уравнения (1), удовлетворяющее начальным условиям

$$f(x, y) = \varphi_y(x), \; y = 0, 1, \ldots, m-1, \qquad (2)$$

где $\varphi_y(x)$ – заданные функции переменных $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbb{Z}^n$.

Определение 1. Решение $P(x, y)$ разностного уравнения

$$P(\delta, \delta_{n+1})P(x, y) = \delta_{(0,0)}(x, y), \; (x, y) \in \mathbb{Z}^{n+1},$$

удовлетворяющее начальным условиям

$$P(x, y) = 0, \; y = 0, 1, \ldots, m-1,$$

где $\delta_{(0,0)}(x, y) = \begin{cases} 0, \text{ если } (x, y) \neq (0, 0) \\ 1, \text{ если } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ называется фундаментальным решением (функцией Грина) задачи (1)–(2).

Определим на $\mathbb{Z}^{n+1}$ две функции:

$$\varphi(x,y)=\begin{cases}\varphi_y(x), \text{ для } x\in\mathbb{Z}^n, y=0,1,...,m-1,\\ 0, \text{ для } x\in\mathbb{Z}^n, y\geq m;\end{cases}$$

$$\mu(x,y)=\sum_{(\alpha,\beta)\in A} a_{\alpha\beta}\varphi(x+\alpha,y+\beta), x\in\mathbb{Z}^n, -m\leq y<0.$$

Обозначим через $\Pi=\{(x,y)\in\mathbb{Z}^{n+1}: y\geq 0\}$ «полупространство» $\mathbb{Z}^{n+1}$.

Приведем формулу для решения задачи (1)–(2), в которой искомое решение выражается через входные данные и фундаментальное решение.

Теорема 1. Если $f(x, y)$ решение задачи Коши (1)–(2), то для $(x, y)\in\Pi$ справедлива формула $f(x, y) = f_0(x, y) + f^*(x, y)$, где

$$f_0(x,y)=\sum_{(x',y')}\mu(x',y')\boldsymbol{P}(x-x',y-y'), \qquad (3)$$

причем суммирование проводится по всем точкам $(x',y')\in\mathbb{Z}^{n+1}$, удовлетворяющим условию $-m\leq y'<0$, а

$$f^*(x,y)=\sum_{(x',y')}g(x',y')\boldsymbol{P}(x-x',y-y'), \qquad (4)$$

где суммирование проводится по всем точкам $(x', y')\in\mathbb{Z}^{n+1}$, удовлетворяющим условию $0\leq y'\leq m-1$. При этом для любого фиксированного $(x, y)\in\Pi$ число слагаемых для f_0 и f^* конечно.

Замечание. Отметим, что $f_0(x, y)$ – решение однородной задачи Коши, $f^*(x, y)$ – частное решение с нулевыми начальными данными.

В случае двухслойных разностных схем эта формула была получена в монографии [5], для задачи Коши в положительном октанте $\mathbb{Z}_+^{n+1}$ целочисленной решетки $\mathbb{Z}^n$ в [7], для многослойных однородных разностных схем в [6].

Для доказательства теоремы 1 нам потребуется следующая лемма.

Лемма. Пусть K – конус в $\mathbb{R}^{n+1}_{(x,y)}$ порожденный векторами $a^j=(a^j_1,\ldots,a^j_n,a^j_{n+1})$, $j = 1, 2, ..., m$.

$$K=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^{n+1}:(x,y)=\sum_{j=1}^m\lambda_j a^j,\lambda\geq 0\right\}.$$

Если $a^j_{n+1}>0$ для $j = 1, ..., m$, то пересечение конуса K с гиперплоскостью $y = \text{const}$ является ограниченным множеством.

Доказательство. Всякая точка $(x, y)\in K$ представляется в виде $(x,y)=\sum_{j=1}^m\lambda_j a^j$, где $\lambda_j\geq 0$, $j = 1, ..., m$. Точки $(x,y)\in K\cap\{y=\text{const}\}$, следовательно, определяются из уравнения относительно $\lambda_1, \ldots, \lambda_m$ вида

$$a^1_{n+1}\lambda_1+\ldots+a^m_{n+1}\lambda_m=\text{const},$$

в котором коэффициенты $a^j_{n+1}>0$. Множество $\Lambda=\{\lambda\}$ решений $\lambda=(\lambda_1,\ldots,\lambda_m)$ такого уравнения – ограниченное множество в $\mathbb{R}^m$, а конус K можно рассматривать как образ множества Λ при линейном преобразовании, матрица которого составлена из координат векторов a^j.

Доказательство теоремы 1. Покажем, что число слагаемых в правой части формул (3), (4) конечно. Из ограничения (*) на характеристический многочлен $P(z, w)$ следует, что $m-\beta>0$ для всех $(\alpha,\beta)\in A$, $(\alpha,\beta)\neq$ $\neq(0, m)$. Ниже (см. § 2) будет показано, что носитель фундаментального решения $P(x, y)$ (т. е. множество $\text{supp}P = (x, y)\colon P(x, y)\neq 0)$ лежит в конусе K порожденном векторами $(0, m) - (\alpha, \beta)$. Согласно лемме, для фиксированного y это означает, что число значений фундаментального решения $P(x, y)$, не равных нулю, конечно.

Докажем, что формулы (3), (4) дают решение уравнения (1). Действительно,

$$P(\delta,\delta_{n+1})f=P(\delta,\delta_{n+1})f_0(x,y)+P(\delta,\delta_{n+1})f^*(x,y).$$

При $y\geq 0$ с учетом определения фундаментального решения для любых $(x, y)\in\Pi$, имеем $y-y'>0$, т. е. $\sum_{(x',y')}\mu(x',y')\delta_{(0,0)}(x-x',y-y')=0$, тогда

$$P(\delta,\delta_{n+1})f=\sum_{(x',y'):-m\leq y'<0}\mu(x',y')\delta_{(0,0)}(x-x',y-y')+$$
$$+\sum_{(x',y'):y'\geq 0}g(x',y')\delta_{(0,0)}(x-x',y-y')=g(x,y).$$

Проверим выполнение условия (2).

Пусть $0\leq y\leq m-1$. Так как суммирование здесь ведется по всем (x',y') таким, что $-m\leq y'\leq -1$, то $f^*(x, y) = 0$. Имеем

$$f(x,y)=f_0(x,y)=$$
$$=\sum_{(x',y')}\left(\sum_{(\alpha,\beta)\in A}a_{\alpha,\beta}\varphi(x'+\alpha,y'+\beta)\right)\mathcal{P}(x-x',y-y').$$

Во внутренней сумме суммируем по тем (α, β), для которых $-y'\leq\beta\leq m$, так как для остальных (α, β) имеем $\varphi(x'+\alpha, y'+\beta) = 0$.

Меняя порядок суммирования

$$f(x,y)=\sum_{(\alpha,\beta)\in A}a_{\alpha,\beta}\sum_{(x',y')}\varphi(x'+\alpha,y'+\beta)\times$$
$$\times\mathcal{P}(x+\alpha-(x'+\alpha),y+\beta-(y'+\beta))$$

и индексы суммирования $x''=x'+\alpha$, $y''=y+\beta$ после приведения во внутренней сумме подобных при $\varphi(x'', y'')$, получим

$$f(x,y)=\sum_{(\alpha,\beta)}a_{\alpha,\beta}\sum_{(x'',y'')}\varphi(x'',y'')\mathcal{P}(x+\alpha-x'',y+\beta-y'')=$$
$$=\sum_{(x'',y'')}\varphi(x'',y'')\sum_{(\alpha,\beta)\in A:y''+1\leq\beta\leq m}a_{\alpha,\beta}\mathcal{P}(x-x''+\alpha,y-y''+\beta).$$

Здесь уже суммируем по (x'', y'') таким, что $0\leq y''\leq$ $\leq m-1$ и по (α, β) таким, что $y''+1\leq\beta\leq m$, поэтому для $0\leq\beta\leq y''$ в силу неравенств $0\leq y\leq m-1$ по определению фундаментального решения имеем $P(x-x''+\alpha, y-y''+\beta) = 0$.

Тогда

$$f(x,y) = \sum_{(x'',y''):0\le y''\le m-1} \varphi(x'',y'')\times$$
$$\times \sum_{(\alpha,\beta)\in A:0\le\beta\le m} a_{\alpha,\beta}\mathcal{P}(x-x''+\alpha, y-y''+\beta) =$$
$$= \sum_{(x'',y'')} \varphi(x'',y'')P(\delta,\delta_{n+1})\mathcal{P}(x-x'', y-y'') =$$
$$= \sum_{(x'',y'')} \varphi(x'',y'')\delta_{(0,0)}(x-x'', y-y'') = \varphi(x,y).$$

Устойчивость и амебы алгебраических гиперповерхностей. Приведем некоторые сведения из теории амеб алгебраических гиперповерхностей (см. [8]).

Определение 2. Многогранником Ньютона N_P многочлена $P(z,w) = \sum_{(\alpha,\beta)\in A} a_{\alpha\beta} z^\alpha w^\beta$ называется выпуклая оболочка в $\mathbb{R}^{n+1}$ элементов множества A.

Пусть $V = \{(z, w) \in \mathbb{C}^{n+1} : P(z, w) = 0\}$ – множество нулей многочлена $P(z, w)$, оно называется характеристическим множеством.

Определение 3. Амебой алгебраической гиперповерхности называется образ множества нулей V многочлена $P(z,w) = \sum_{(\alpha,\beta)\in A} a_{\alpha\beta} z^\alpha w^\beta$ при отображении

$$\log: (z, w) = (z_1, \ldots, z_n, w) \to$$
$$\to (\log|z_1|, \ldots, \log|z_n|, \log|w|) = (\log|z|, \log|w|).$$

Отметим следующие свойства амебы.

Множество V, а значит и $\log V$, замкнуто, поэтому его дополнение открыто. Оно состоит из конечного числа связных выпуклых компонент и вершине $(0, m)$ многогранника Ньютона N_P соответствует связная компонента $E_{0,m}$ дополнения амебы, в которой рациональная функция $\frac{1}{P(z,w)}$ разлагается в ряд Лорана вида

$$\frac{1}{P(z,w)} = \frac{1}{w^m + \sum_{(\alpha,\beta)\in A'} a_{\alpha,\beta} z^\alpha w^\beta} =$$
$$= \frac{1}{w^m(1 - \sum_{(\alpha,\beta)\in A'} (-a_{\alpha,\beta}) z^\alpha w^{\beta-m})}$$
$$= \frac{1}{w^m}\sum_{k=0}^{\infty} (-a_{\alpha\beta} z^\alpha w^{\beta-m})^k = \sum_{(x,y)\in(0,m)+K_{0,m}\cap\mathbb{Z}^{n+1}} \frac{\mathcal{P}(x,y)}{z^x w^{y+1}}$$

где $A' = A\backslash\{0, m\}$, $(x, y) \in (0, m) + K_{0,m} \cap \mathbb{Z}^{n+1}$, а $K_{0,m}$ – конус, построенный на векторах $(0, m) - (\alpha, \beta)$, $(\alpha, \beta) \in A$.

Непосредственно проверяется, что $\mathcal{P}(x,y)$ – фундаментальное решение и $\operatorname{supp} P \subset K_{0,m}$.

Для произвольной функции $\varphi(x, y)$, заданной в полупространстве $\Pi = \{(x, y) \in \mathbb{Z}^{n+1} : y \ge 0\}$, определим ее норму следующим образом

$$\|\varphi(x,y)\| = \sup_{(x,y)\in\Pi} |\varphi(x,y)|. \tag{5}$$

Определение 4. Назовем задачу (1)–(2) устойчивой, если существует константа $L > 0$ такая, что при любых ограниченных начальных данных (2) и ограниченной правой части $g(x,y)$ для соответствующего решения f выполняется неравенство

$$\|f\| \le L\cdot(\|\varphi\| + \|g\|).$$

Теорема 2. Пусть $E_{0,m}$ – связная компонента дополнения амебы характеристического многочлена $P(z, w)$, соответствующая вершине $(0, m)$ многогранника Ньютона. Задача Коши (1)–(2) устойчива тогда и только тогда, когда начало координат принадлежит $E_{0,m}$, т. е. $(0, 0) \in E_{0,m}$.

Доказательство. Пусть задача (1)–(2) устойчива, докажем, что начало координат принадлежит $E_{0,m}$.

Для произвольной фиксированной точки $(x_1, y_1) \in \Pi$ найдем решение задачи (1)–(2) для начальных данных $\varphi(x, y) \equiv 0$ и правой части $g(x, y)$, построенной , следующим образом:

$$g_{(x_1,y_1)}(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\overline{\mathcal{P}_m(x_1-x, y_1-y)}}{|\mathcal{P}_m(x_1-x, y_1-y)|}, & \mathcal{P}_m(x_1-x, y_1-y) \ne 0, \\ 0, & \mathcal{P}_m(x_1-x, y_1-y) = 0. \end{cases}$$

Согласно теореме 1, для решения $f_{(x1,y1)}(x, y)$ задачи (1)–(2) с этими входными данными $\varphi(x, y) \equiv 0$, $g = g_{(x1,y1)}$ имеем

$$f_{(x_1,y_1)}(x,y) = \sum_{(x',y')\in\Pi} g_{(x_1,y_1)}(x',y')\mathcal{P}_m(x-x', y-y').$$

При $(x, y) = (x_1, y_1)$ получим, что

$$f_{(x_1,y_1)}(x,y) = \sum_{(x',y')\in\Pi} \frac{\overline{\mathcal{P}_m(x_1-x', y_1-y')}}{|\mathcal{P}_m(x_1-x', y_1-y')|}\mathcal{P}_m(x_1-x', y_1-y') =$$
$$= \sum_{(x',y')\in\Pi} |\mathcal{P}_m(x_1-x', y_1-y')| = \sum_{(x'',y'')} |\mathcal{P}_m(x'',y'')|.$$

Так как $\|\varphi\| = 0$ и $\|g_{(x1,y1)}\| \le 1$, то в силу устойчивости задачи (1)–(2) получим

$$|f_{(x_1,y_1)}(x_1,y_1)| = \sum_{(x'',y'')} |\mathcal{P}_m(x'',y'')| \le K$$

для некоторого $K > 0$ и произвольной точке $(x_1, y_1) \in \Pi$. Это означает, что ряд $\sum \frac{|\mathcal{P}_m(x,y)|}{z^x w^{y+1}}$ сходится при $z = 1$, $w = 1$, а значит точка $(0,0) \in E_{0,m}$.

Пусть начало координат $(0, 0) \in E_{0,m}$, докажем, что задача Коши (1)–(2) устойчива.

Пусть $\varphi(x, y)$ – начальные данные и $\|\varphi\| < +\infty$. Согласно теореме 1 соответствующее решение разностного уравнения можно записать в виде

$$f(x,y) = \sum_{(x',y')} \mu(x',y')\mathcal{P}(x-x', y-y') +$$
$$+ \sum_{(x',y')} g(x',y')\mathcal{P}(x-x', y-y'),$$

где

$$\mu(x,y) = \sum_{(\alpha,\beta)\in A} a_{\alpha,\beta}\varphi(x+\alpha, y+\beta), x\in\mathbb{Z}^n,\ -m \le y < 0.$$

Оценим функцию $f(x,y)$:

$$|f(x,y)|\le \sum_{(x',y')}\sum_{(\alpha,\beta)\in A}|a_{\alpha,\beta}||\varphi(x'+\alpha,y'+\beta)||\mathcal{P}(x-x',y-y')|+$$

$$+\sum_{(x',y')}|g(x',y')||\mathcal{P}(x-x',y-y')|\le$$

$$\le\|\varphi\|\sum_{(x',y')}\sum_{(\alpha,\beta)\in A}|a_{\alpha,\beta}||\mathcal{P}(x-x',y-y')|+$$

$$+\|g\|\sum_{(x',y')}|\mathcal{P}(x-x',y-y')|\le$$

$$\le L_1\|\varphi\|\sum_{(x',y')}|\mathcal{P}(x-x',y-y'+1)|+$$

$$+\|g\|\sum_{(x',y')}|\mathcal{P}(x-x',y-y')|,$$

где $L_1=\sum_{(\alpha,\beta)\in A}|a_{\alpha\beta}|$.

Так как точка (0,0) $\in E_{0,m}$, то ряд $\sum_{(x,y)\in\Pi}\frac{\mathcal{P}(x,y)}{z^x w^y}$ сходится, причем абсолютно в точке $z = 1$, $w = 1$, т. е. $\sum_{(x,y)\in\Pi}|\mathcal{P}(x,y)|\le L_2$, где L_2 – некоторая константа.

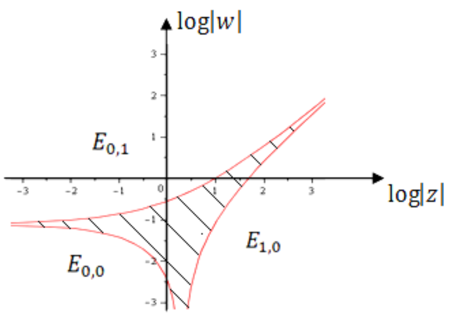
Получаем

$$|f(x,y)|\le L_1\cdot L_2\cdot\|\varphi\|+L_2\cdot\|g\|\le L\cdot(\|\varphi\|+\|g\|),$$

где $L = \max\{L_1{\cdot}L_2, L_2\}$ и по определению это означает, что задача Коши (1)–(2) устойчива.

В качестве примера, иллюстрирующего теорему 2, рассмотрим задачу (1)–(2) для разностного оператора $P(\delta_1,\delta_2)=\delta_2-\frac{1}{4}\delta_1-\frac{1}{3}$.

Амеба его характеристического многочлена $P(z,w)=w-\frac{1}{4}z-\frac{1}{3}$ имеет вид представленный на рисунке:



Обозначения на рисунке следующие: $E_{0,1}$, $E_{1,0}$, $E_{0,0}$ – компоненты дополнения амебы, соответствующие вершинам (0,1), (1,0), (0,0) многогранника Ньютона. Заштрихованная на рисунке область – амеба.

По рисунку видно, что (0; 0) $\in E_{0,1}$, поэтому задача (1)–(2) для этого оператора устойчива. Тот же результат получается, если использовать известные методы теории схем [4].

Библиографические ссылки

1. Duffin R. J. Basic Properties of Discrete Analytic Functions // Duke Math. J. 1956. Vol. 23. P. 335–363.
2. Данилов О. А., Медных А. Д. Дискретные аналитические функции многих переменных и формула Тейлора // Вестник НГУ. Серия: Математика, механика, информатика. 2009. Т. 9, № 2. С. 38–46.
3. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. М. : Наука, 1971. 552 с.
4. Рябенький В. С. Введение в вычислительную математику. М. : Физматлит, 2000. 296 с.
5. Федорюк М. В. Асимптотика: интегралы и ряды. М. : Наука, 1987. 544 с.
6. Рогозина М. С. Устойчивость многослойных разностных схем и амебы алгебраических гиперповерхностей // Журнал СФУ. Математика и физика. 2012. Т. 5, № 2. С. 256–263.
7. Лейнартас Е. К. Устойчивость задачи Коши для многомерного разностного оператора и амеба характеристического множества // Сиб. матем. журн., 2011. Т. 52, № 5. С. 387–393.
8. Forsberg M., Passare M., Tsikh A. Laurent determinants and arrangements of hyperplane amoebas // Advances in Mathematics, 2000. Vol. 151, № 1. P. 45–70.

References

1. Duffin R. J. Basic Properties of Discrete Analytic Functions. Duke Math. J. 1956, vol. 23, p. 335–363.
2. Danilov O. A., Mednykh A. D. *Vestnik NGU. Seriya: Matematika, mekhanika, informatika.* 2009. Vol. 9, issue. 2, p. 38–46.
3. Samarskiy A. A. *Vvedenie v teoriyu raznostnykh skhem (*Introduction to the theory of difference schemes*)*. Moscow, Nauka, 1971, 552 p.
4. Ryaben'kiy V. S. *Vvedenie v vychislitel'nuyu matematiku* (Introduction to computational mathematics). Moscow, FIZMATLIT, 2000, 296 p.
5. Fedoryuk M. V. *Asimptotika: integraly i ryady* (Asymptotics: integrals and series). Moscow, Nauka, 1987, 544 p.
6. Rogozina M. S. *Zhurnal SFU. Matematika i fizika*. 2012, vol. 5, № 2, p. 256–263.
7. Leynartas E. K. *Sib. matem. zhurn.,* 2011, vol. 52, № 5, s. 387–393.
8. Forsberg M., Passare M., Tsikh A., Laurent determinants and arrangements of hyperplane amoebas, Advances in Mathematics, 2000, vol. 151, № 1, p. 45–70.