

зе вероятностно-временных характеристик стохастических сетей и численные методы расчета параметров дуг позволяют создать универсальный программный модуль расчета произвольной стохастической сети.

Прямой алгоритм расчета стохастической сети занимает время выполнения меньшее или равное времени выполнения обратного алгоритма. Однако прямой алгоритм может быть использован только при выполнении ограничения О5'. Проверка выполнения данного ограничения может выполняться как исследователем, так и программным путем. Прямой алгоритм дает выигрыш в быстродействии, если сеть имеет хотя бы один цикл.

Библиографические ссылки

1. Управление развитием надежных кластерных структур информационных систем / И. В. Ковалев, Н. Н. Джигоева, А. В. Прокопенко, Р. Ю. Царев // Программные продукты и системы. 2010. № 2 (90). С. 68–71.
2. Оценка транзакционной надежности современных систем управления и обработки информации / Р. Ю. Царев, А. В. Штарик, Е. Н. Штарик, О. И. За-

вьялова // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2012. № 6. С. 29–32.

3. Письман Д. М., Дегтерев А. С. GERT-сетевой анализ времени выполнения задачи на неспециализированном гетерогенном кластере // Фундаментальные исследования. 2005. № 4. С. 79–80.

4. Царев, М. Ю., Царев Р. Ю., Шевчук С. Ф. Модификация GERT-сети для анализа временных характеристик сетевых моделей // Вестник СибГАУ. 2009. № 1 (22). Ч. 2. С. 74–78.

5. Письман, Д. М. Анализ временных параметров сетевых моделей на базе модифицированной GERT-сети // Проблемы машиностроения и автоматизации. 2006. № 1. С. 18–26.

6. Анализ вероятностно-временных характеристик отказоустойчивого программного обеспечения распределенных вычислительных систем / Р. Ю. Царев, А. В. Штарик, Е. Н. Штарик, М. А. Кочергина, Т. А. Панфилова // Вестник СибГАУ. 2012. № 4 (44). С. 64–70.

7. Письман Д. М., Шабалин С. А. Алгоритм расчета модифицированной GERT-сети // Успехи современного естествознания. 2005. № 11. С. 36–37.

© Царев Р. Ю., Штарик А. В., Штарик Е. Н., Хасанов Е. Р., Панфилова Т. А., 2013

УДК 512.54

ГРУППЫ НАСЫЩЕННЫЕ $GL_2(q)$

А. А. Шлепки

Сибирский государственный аэрокосмический университет имени академика М. Ф. Решетнева
Россия, 660014, г. Красноярск, просп. им. газ. «Красноярский рабочий», 31. E-mail: shlyopkin@mail.ru

Получена структура бесконечных локально конечных групп насыщенных полными линейными группами размерности два над конечными полями.

Ключевые слова: группы, насыщенные множеством групп.

GROUP SATURATED $GL_2(q)$

A. A. Shlepk

Siberian State Aerospace University named after academician M. F. Reshetnev
31 "Krasnoyarskiy Rabochiy" prospect, Krasnoyarsk, 660014, Russia. E-mail: shlyopkin@mail.ru

The author presents the obtained structure of infinite local- finite groups saturated with complete linear groups of 2 dimensionality off the finite fields.

Keywords: groups saturated with set of groups.

Группа G насыщена группами из множества X , если любая конечная подгруппа K из G содержится в подгруппе группы G , изоморфной некоторой группе из X [1].

В работах [2; 3] изучались периодические группы с дополнительными условиями конечности, насыщенные множеством $\{GL_2(3^n)\}$. В данной работе продолжены исследования в этом направлении.

Пусть $\mathfrak{Z} = \{GL_2(p^n)\}$. Отметим, что ни характеристика p конечного поля, ни натуральное n не фиксируется. Доказана следующая.

Теорема. Локально конечная группа G насыщенная группами из множества $\mathfrak{Z}$, изоморфна $GL_2(P)$ для некоторого локально конечного поля P .

Известные факты и определения.

Предложение 1. Пусть $L = GL_2(q)$, где $q = 2^n$.

Тогда:

1. $R = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & \alpha \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \alpha \in GF(q) \right\}$ – силовская 2-под-

группа группы L .

2. $N_L(R) = R \rtimes (Z \times T)$, где $Z = \left\langle \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix} \right\rangle$ –

центр группы L , $T = \left\langle \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle$, $|T| = q-1$.

3. R – абелева группа периода 2 и $R \subset SL_2(2^n)$.

4. $C_L(R) = (R \times Z)$.

5. $N_L(Z \times T) = Z \times T \rtimes \langle \omega \rangle$, где $\omega = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

6. Все силовские 2-подгруппы группы L сопряжены и пересекаются тривиально.

7. Пусть $M = \langle a \rangle \times \langle b \rangle$, где $|a| = |b| = k > 2$ подгруппы L . Тогда k делит $q-1$ и для некоторого $g \in L$ $M^g \subset (Z \times T)$ и $N_L(M) = N_L(Z \times T)$.

8. $L = L_2(2^n) \times Z$.

9. $\bar{L} = \frac{L}{Z(L)} \cong L_2(2^n)$ [4].

Предложение 2. Пусть $G = L_2(q)$, где $q = 2^n > 2$ и P – силовская 2-подгруппа группы G . Тогда:

1. P – элементарная абелева группа, и любые две различные силовские 2-подгруппы группы G пересекаются тривиально.

2. $C_G(a) = P$ для любой инволюции $a \in P$.

3. $N_G(P) = P \rtimes H$ – максимальная подгруппа в G , являющаяся группой Фробениуса с ядром P и циклическим дополнением H порядка $q-1$, действующим транзитивно на множестве инволюции из P .

4. $N_G(H)$ – группа диэдра порядка $2(q-1)$.

5. Если K – подгруппа в G и K обладает нетривиальной нормальной подгруппой нечетного порядка, то $N_G(K)$ – группа диэдра порядка $2(q-1)$ или $2(q+1)$ [5].

Предложение 3. Пусть $L = GL_2(q)$, где $q = p^n$ и p – нечетно. Тогда

1. $R = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & \alpha \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \alpha \in GF(q) \right\}$ – силовская p -под-

группа группы L .

2. $N_L(R) = R \rtimes (Z \times T)$, где $Z = \left\langle \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix} \right\rangle$ – центр

группы L , $T = \left\langle \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle$, $|T| = q-1$.

3. R – абелева группа периода p и $R \subset SL_2(p^n)$.

4. $C_L(R) = (R \times Z)$.

5. $N_L(Z \times T) = (Z \times T) \rtimes \langle \omega \rangle$, где $\omega = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

6. Все силовские p -подгруппы группы L сопряжены и пересекаются тривиально.

7. Пусть $M = \langle a \rangle \times \langle b \rangle$, где $|a| = |b| = k > 2$ подгруппы L . Тогда k делит $q-1$ и для некоторого $g \in L$ $M^g \subset (Z \times T)$ и $N_L(M) = N_L(Z \times T)$.

8. $L = SL_2(p^n) \rtimes T = (SL_2(p^n)Z) \rtimes \langle t \rangle$, где $t = \begin{pmatrix} h & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ и h элемент поля $GF(p^n)$ из которого не

извлекается корень квадратный.

9. Если $q \equiv -1 \pmod{4}$, то $L = (SL_2(q) \cdot Z) \rtimes \langle \omega \rangle$.

10. Если $q \equiv 1 \pmod{4}$ то $L/Z(L) = L_2(p^n \rtimes \langle \bar{v} \rangle)$,

где $\bar{v}$ инволюция, являющаяся образом элемента $v = t\omega$ при гомоморфизме $L \rightarrow L/Z(L)$ [4].

11. Если $q \equiv 1 \pmod{4}$, $2^s - 2$ часть числа $q-1$, ξ – примитивный корень степени 2^s из 1 в $GF(q)$ то силовская 2-подгруппа S -порядка 2^{s+1} является сплетением групп Z_{2^s} и Z_2 и

$S = \left\langle \begin{pmatrix} \xi & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \xi \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\rangle$.

12. Если $q \equiv -1 \pmod{4}$, $2^s - 2$ часть числа $q+1$, ξ – примитивный корень степени 2^{s+1} из 1 в $GF(q^2)$ то силовская 2-подгруппа S – является полудиэдральной группой порядка 2^{s+2} и

$S = \left\langle \begin{pmatrix} \xi & 0 \\ 0 & \xi + \xi^q \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \right\rangle$ [4].

Предложение 4. Группа $L_2(q)$, где $q = p^n$ – степень простого числа p , имеет следующие подгруппы:

1) $q+1$ сопряженных абелевых элементарных подгрупп порядка q ;

2) $(q \pm 1)/2$ сопряженных циклических подгрупп порядка $\frac{(q \pm 1)}{2; 1}$, 2 и 1 берутся в знаменателе согласно $p > 2$ и $p = 2$; $Z(G)$.

3) $q(q \pm 1)/2$ сопряженных циклических подгрупп порядка $q_{\mp}, q_{\mp}$ делит $\frac{q-1}{2; 1}$;

4) $M(q)/2d_{\mp}$ сопряженных групп диэдра порядка $2d_{\mp}$, где $d_{\mp}$ – нечетное число и $M(q) = q(q^2 - 1)$ для $p = 2$ и $M(q) = q(q^2 - 1)/2$ для $p > 2$;

5) две системы, каждая из $M(q)/4d_{\mp}$ сопряженных групп диэдра порядка $2d_{\mp}$, где $d_{\mp}$ – нечетное число, большее 2;

6) для $p^n = 8h \pm 3$ одно множество из $M(q)/12$ сопряженных нециклических подгрупп порядка 4;

7) $\frac{(p^n-1)(p^n-p)\dots(p^n-p^{m-1})}{(p^m-1)(p^m-p)(p^m-p^{m-1})}$ множеств, каждое из $\frac{p^{2n}-1}{(2,1;1)(p^k-1)}$ сопряженных коммутативных групп порядка p_m , где $(2,1;1)$ означает 2,1 или 1 согласно одному из случаев: $p > 2$ и четное число, $p > 2$ и n/k – нечетное число; или $p = 2$ и n/k – целое число; k делитель m , зависящий от свойств группы порядка p^m

8) множество из $\frac{(p^n-1)p^{n-m}}{(2,1;1)(p^k-1)}$ сопряженных групп Фробениуса порядка $p^m d$, где k и d зависят от m ;

9) $(2,1;1)$ множеств, каждое из $M(p^k) M(q)/(2,1;1)$ сопряженных подгрупп, изоморфных $PSL(2, p^k)$, k – делитель n ;

10) две системы, каждая из $M(q)/2M(p^k)$ сопряженных подгрупп, изоморфных $PGL(2, p^k)$ – $p > 2$, n/k – четное число;

11) для $q = 8h \pm 1$ два множества, каждое из $M(q)/24$ сопряженных подгрупп S_4 ;

12) для $q = 8h \pm 1$ два множества, каждое из $M(q)/24$ сопряженных подгрупп A_4 ;

13) для $q = 8h \pm 3$ или $q = 2^n$, n – четное число, $M(q)/12$ сопряженных подгрупп A_4 ;

14) для $q = 10l \pm 1$ две системы, каждая из $M(q)/60$ сопряженных подгрупп A_5 [5].

Доказательство теоремы.

Лемма 1. Пусть K_1, K_2 – группы, $K_1 \subset K_2, K_1 \simeq GL_2(p_1^{n_1}), K_2 \simeq GL_2(p_2^{n_2})$. Тогда $Z_1 \subseteq Z_2$, где $Z_1 = Z(K_1)$ – центр K_1 и $Z_2 = Z(K_2)$ – центр K_2 .

Доказательство. Рассмотрим следующие ситуации:

- 1) $p_1 = p_2 = 2$,
- 2) $p_1 = 2, p_2 > 2$,
- 3) $p_1 > 2, p_2 = 2$,
- 4) $p_1 > 2, p_2 > 2$.

Пусть

$$\overline{K_1} = \frac{K_1}{Z(K_2)} = \frac{K_1}{Z(K_2) \cap Z(K_1)},$$

$$\overline{K_2} = \frac{K_2}{Z(K_2)}, \text{ и } \overline{Z_1} = \frac{Z_1}{Z_1 \cap Z_2}.$$

Ясно, что $\overline{K_1} \subseteq \overline{K_2}$.

1) по предложению 1 (пункт 9), $K_2 = L_2(2^{n_2}) \times Z_2$ и $K_1 = (2^{n_1}) \times \overline{Z_1}$. Тогда $\overline{K_2} \simeq L_2(2^{n_2})$ и $\overline{K_1} \simeq L_2(2^{n_1}) \times \overline{Z_1}$. Из предложения 2 (пункты 1, 2) вытекает, что $\overline{Z_1} = 1$. Итак, в ситуации 1 лемма доказана;

2) по предположениям 1–3, $\overline{K_1} = L_2(2^{n_1}) \times \overline{Z_1}$ и $\overline{K_2} = L_2(p_2^{n_2}) \times \langle \overline{t} \rangle$. В силу того что $\overline{K_1}$ порождается $2'$ -элементами, то $\overline{K_1} \subseteq L_2(p_2^{n_2})$. Но из предложения 4 вытекает, что при $\overline{Z_1} \neq 1$ таких подгрупп в $L_2(p_2^{n_2})$ нет. Итак, $\overline{Z_1} = 1$ и в ситуации 2 лемма доказана;

3) по предложениям 1–3, $\overline{K_1} = L_2(p_1^{n_1}) \times \langle \overline{t} \rangle$ и $\overline{K_2}(2^{n_2}) = L_2(2^{n_2})$. Но силовская 2-подгруппа в $\overline{K_2}$ элементарная абелева, а в $\overline{K_1}$ нет (предложение 3, пункт 11, 12, предложение 2, пункт 1). Противоречие. Таким образом, ситуация 3) невозможна;

4) по предложению 3 (пункты 8–10). Следовательно, $\overline{K_1} = (L_2(p_1^{n_1}) \times \overline{Z_1}) \times \langle \overline{t_1} \rangle$, $\overline{K_2} = L_2(p_2^{n_2}) \times \langle \overline{t_2} \rangle$ и $|\overline{t_1}| = |\overline{t_2}| = 2$.

Если $2 \notin \pi(Z_2 \cap Z_1)$, то возьмем инволюцию x_1 из Z_2 и рассмотрим в K_2 подгруппу $R = x_1 \times (\langle x_2 \rangle \times \langle x_3 \rangle)$, где $\langle x_2 \rangle \times \langle x_3 \rangle$ подгруппа порядка 4 из K_1 . R лежит в некоторой силовской 2 подгруппе S_2 из K_2 и S_2 , либо полудиэдральная групп, либо группа диэдра (предложение 3, пункты 11, 12). Но в обоих случаях в S_2 нет элементарных абелевых подгрупп порядка 8. Это означает, что $\overline{Z_1}$ содержит инволюцию, а $\overline{K_1}$ содержит элементарную абелеву подгруппу R порядка 8. В силу включения $\overline{K_1} \subset \overline{K_2}$ R лежит в некоторой силовской 2 подгруппе S из $\overline{K_2}$. Но S не содержит подгруппу типа R (предложение 3, пункты 11, 12). Таким образом, $\overline{Z_1}$ нечетного порядка. Следовательно, $L_2(p_1^{n_1}) \times \overline{Z_1} \subseteq L_2(p_2^{n_2})$. Но таких подгрупп в $L_2(p_2^{n_2})$ нет, при $\overline{Z_1} \neq 1$ (предложение 4). Таким образом, $\overline{Z_1} = 1$ и в ситуации 4 лемма доказана.

Лемма доказана.

Лемма 2. Пусть $K \in \mathfrak{S}(1)$. Тогда $Z(K) \subseteq Z(G)$.

Доказательство. Возьмем конечную подгруппу $K \in \mathfrak{S}(1)$. Следовательно, $K \simeq GL_2(p_0^{k_0})$. Пусть $g \in Z(K)$ покажем, что $g \in Z(G)$. Предположим обратное. Тогда найдется такой $x \in G$, что $g^x \neq g$. По условию насыщенности конечная группа $\langle K, x \rangle \subseteq K_1 \simeq GL_2(p_1^{k_1})$.

Пусть $Z_1 = Z(K_1)$. Из леммы 1 вытекает, что $Z(K) \subset Z(K_1)$, а значит, $g^x = g$. Противоречие выбором x .

Лемма доказана.

Лемма 3. $Z(G)$ – локально циклическая группа.

Доказательство. Действительно, пусть $\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$ – конечно порожденная подгруппа из $Z(G)$. По условию насыщенности $\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle \subset K_2 \simeq GL_2(p_2^{k_1})$. Ясно, что $\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle \subset Z_2 = Z_2(K_2)$. Так как Z_2 – циклическая группа, то и $\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$ – циклическая группа.

Лемма доказана.

Рассмотрим теперь фактор группу $\bar{G} = G/Z$. По лемме 3 и [4] $\bar{G}$ локально конечная группа насыщенная множеством групп $\{GL_2(p^n)/Z(GL_2(p^n))\}$, (предложения 1–3). Рассмотрим в $\bar{G}$ подгруппу $\bar{L}$ порожденную всеми подгруппами $\bar{K}$ такими, что $\bar{K} \simeq L_2(p_i^{n_i})$.

Лемма 4. $\bar{L} \simeq L_2(P)$, где P – подходящее локально конечное поле характеристики p .

Доказательство. Покажем, что группа $\bar{L}$ насыщена множеством $\mathfrak{F}_1 = \{L_2(p_i^{n_i})\}$. Возьмем в $\bar{L}$ конечную подгруппу $\bar{M}$. По определению группы $\bar{L}$, $\bar{M} \subseteq \bar{L}_1, \dots, \bar{L}_i, \dots, \bar{L}_m$ для некоторого набора конечных подгрупп $\bar{L}_i \subset \bar{L}$ таких, что $\bar{L}_i \simeq L_2(p_i^{n_i})$ и $i = \overline{1, m}$. Пусть M и L_i – некоторые конечные прообразы групп $\bar{M}$ и $\bar{L}_i$ в G такие, что $M \subseteq \langle L_1, \dots, L_i, \dots, L_m \rangle$

По условию насыщенности $\langle L_1, \dots, L_i, \dots, L_m \rangle \subseteq N \subset G$ и $N \simeq GL_2(p_{m+1}^{n_{m+1}})$. По предложению 1, (пункт 8) и предложению 3 (пункты 8–10). $\bar{N} = N/Z(G) = \overline{L_{m+1}} \rtimes \langle \bar{t}^\sigma \rangle$, где $\overline{L_{m+1}} \simeq L_2(p_{m+1}^{n_{m+1}})$, $\bar{t}$ – инволюция и $\sigma \in \{0, 1\}$. Итак мы можем записать вложение $\langle \bar{L}_1, \dots, \bar{L}_i, \dots, \bar{L}_m \rangle \subseteq \overline{L_{m+1}} \rtimes \langle \bar{t}^\sigma \rangle = \bar{N}$. Так как все $\bar{L}_i$ конечные простые неабелевы группы, а $\bar{L}_i \cap \overline{L_{m+1}} \triangleleft \bar{L}_i$ (заметим, что $\overline{L_{m+1}} \triangleleft \bar{N}$), то либо $\bar{L}_i \cap \overline{L_{m+1}} = 1$, либо $\bar{L}_i \cap \overline{L_{m+1}} = \bar{L}_i$. Первый случай невозможен, поскольку тогда $|\bar{N} : \overline{L_{m+1}}| \geq |\bar{L}_i| > 2$, а с другой стороны $|\bar{N} : \overline{L_{m+1}}| = |\overline{L_{m+1}} \times \langle \bar{t} \rangle : \overline{L_{m+1}}| = 2$. Противоречие. Следовательно, остается второй случай. Но тогда все $\bar{L}_i$ лежат в $\overline{L_{m+1}}$, а значит, и $\bar{M}$ лежит в $\overline{L_{m+1}}$. Итак, насыщенность $\bar{L}$ группами из множества $\mathfrak{F}_1$ доказана.

По основному результату из [6] $L \simeq L_2(P)$ для некоторого локально конечного поля P характеристики p .

Лемма доказана.

Зафиксируем простое p из леммы 4.

Лемма 5. $|\bar{G} : \bar{L}| \leq 2$.

Доказательство. Если $p = 2$, то утверждение леммы очевидно (предложения 1, 2). Пусть $p \neq 2$. Возьмем в G конечную подгруппу $G_k \simeq GL_2(p^{m_k})$ и рассмотрим ее образ $\bar{G}_k$ в $\bar{G}$. Тогда $\bar{G}_k = \overline{L_k} \rtimes \langle \bar{t} \rangle$, где $\overline{L_k} \simeq L_2(p^{m_k})$, а $\bar{t}$ – инволюция. Если $\bar{t} \in \bar{L}$ для любой $\bar{G}_k$, то $\bar{G}_k \subset \bar{L}$, поскольку $\overline{L_k}$ лежит в $\bar{L}$ по определению, $\bar{G} = \bar{L}$ и $|\bar{G} : \bar{L}| = 1$. Пусть для некоторого $\bar{t} \notin \bar{L}$. Покажем, что $\bar{G} \subseteq \bar{L} \rtimes \langle \bar{t} \rangle$, так как обратное включение очевидно. Действительно, пусть $\bar{g} \in \bar{G}$ а g некоторый его прообраз в G . По условию насыщенности $\langle t, g \rangle \subset G_k \simeq GL_2(p^{m_k})$ и при переходе к $\bar{G}$ получаем $\langle \bar{t}, \bar{g} \rangle \subseteq \bar{G}_k = \overline{L_k} \rtimes \langle \bar{t} \rangle \subset \bar{L} \rtimes \langle \bar{t} \rangle$ где $\overline{L_k} \simeq L_2(p^{m_k})$. Значит $\bar{g} \in \bar{L} \rtimes \langle \bar{t} \rangle$. В силу произвольности выбора $\bar{g}$ получаем $\bar{G} \subset \bar{L} \rtimes \langle \bar{t} \rangle$ и окончательно $\bar{G} = \bar{L} \rtimes \langle \bar{t} \rangle$.

Лемма доказана.

Завершим доказательство теоремы. Пусть $\bar{L}$ и P из условия леммы 4. Так как P – локально конечное поле, то оно счетно. Выберем в P цепочку конечных подполей

$$P_1 \subset P_2 \subset \dots \subset P_i \subset \dots$$

такую, что $\bigcup_{i=1}^{\infty} P_i = P$. Выберем в $\bar{L}$ цепочку конечных подгрупп $\bar{L}_1 \subset \bar{L}_2 \subset \dots$ такую, что $\bar{L}_i \simeq L_2(P_i)$ и $\bigcup_{i=1}^{\infty} \bar{L}_i = \bar{L}$. Обозначим через L_i некоторый конечный прообраз $\bar{L}_i$ в G . Так как $Z(G)$ – локально циклическая группа, то она счетна. Выберем в $Z(G)$ цепочку конечных подгрупп $Z_1 \subset Z_2 \subset \dots \subset Z_i \subset \dots$ такую, что $\bigcup_{i=1}^{\infty} Z_i = Z(G)$. По лемме 5 любой элемент g группы G представим в виде $g = z_i \cup_j t^\sigma$, где $z_i \in Z_i$, $\cup_j \in L_j$, $\sigma \in \{0, 1\}$, и где t – фиксированный элемент четного порядка из G . По условию насыщенности, $\langle z_1, L_1 t \rangle \subset G_1 \simeq GL_2(p^{m_1}) = GL_2(P_1^*)$, где P_1^* – конечное подполе из P и $|P_1^*| = p^{m_1}$ (лемма 4). Предполо-

жим, что мы определили группу $G_l \approx GL_2(p^{m_l})$ для $l \geq 1$. По условию насыщенности, конечная группа $\langle Z_{l+1}, L_{l+1}, G_l \rangle \subset G_{l+1} \approx GL_2(p^{m_{l+1}}) = GL_2(P_{l+1}^*)$, где P_{l+1}^* подполе из P и $|P_{l+1}^*| = p^{m_{l+1}}$ по лемме (4).

По построению

$$G_1 \subset G_2 \subset \dots \subset G_l \subset G_{l+1} \subset \dots, \bigcup_{i=1}^{\infty} G_i = G.$$

$$\text{и} \quad P_1^* \subset P \dots \subset P_l^* \subset P_{l+1}^* \subset \dots, \bigcup_{l=1}^{\infty} P_l^* = P.$$

Значит, $GL_2(P_1^*) \subset GL_2(P_2^*) \subset \dots \subset GL_2(P_l^*) \subset \dots$

$$\text{и} \quad \bigcup_{l=1}^{\infty} GL_2(P_l^*) = GL_2(P).$$

В силу изоморфизма $G_l \approx GL_2(P_l^*)$, получаем, что

$$G = \bigcup_{l=1}^{\infty} G_l \approx GL_2(P).$$

Теорема доказана.

Библиографические ссылки

1. Шлепкин А. К. Сопряженно бипрimitивно конечные группы, содержащие конечные неразрешимые подгруппы // Сб. тезисов 3-й Междунар. конф. по алгебре. Красноярск, 1993. С. 363.
2. Панюшкин Д. Н. Группы Шункова, насыщенные прямыми произведениями различных групп : дис. ... канд. физ.-мат. наук. Красноярск, 2010.
3. Shlyopkin A. A Periodic groups saturated by the groups $GL_2(p^n)$ // Book of abstracts of the Intern. conf. on algebra. Kyiv, 2012. P. 144.
4. Dixon L. Linear groups. Leipzig : B. C. Neubner, 1901.
5. Бусаркин В. М., Горчаков Ю. М. Конечные расщепляемые группы. М. : Наука, 1968.
6. Рубаишин А. Г., Филиппов К. А. О периодических группах насыщенных $L_2 = (p^n)$ // Сиб. мат. журн. 2005. № 6. С. 1432–1438.

© Шлепкин А. А., 2013

УДК 004.773.5

ЗАЩИЩЕННЫЙ ДОСТУП К СИСТЕМАМ ВИДЕОКОНФЕРЕНЦИИ*

К. Е. Шудрова¹, Р. В. Лебедев², В. Ю. Почкаенко³

¹Сибирский государственный аэрокосмический университет имени академика М. Ф. Решетнева
Россия, 660014, Красноярск, просп. им. газ. «Красноярский рабочий», 31. E-mail: shudrova87@mail.ru

²ОАО «Информационные спутниковые системы» имени академика М. Ф. Решетнева
Россия, 662972, г. Железногорск Красноярского края, ул. Ленина, 52

³Россия, Красноярск, ООО «НПП «Бевард»

Проводится анализ уязвимости «переполнение буфера» для программно-аппаратного комплекса «Метка привилегий». По методике CVSS строится вектор метрик, компоненты которого характеризуют уровень защищенности алгоритма. На основе полученных результатов авторами предлагается модифицировать существующий алгоритм.

Ключевые слова: видеоконференция, уязвимость, CVSS.

SECURE ACCESS TO VIDEO CONFERENCE SYSTEMS

K. E. Shudrova¹, R. V. Lebedev², V. Yu. Pochkaenko³

¹Siberian State Aerospace University named after academician M. F. Reshetnev
31 "Krasnoyarskiy Rabochiy" prospect, Krasnoyarsk, 660014, Russia. E-mail: shudrova87@mail.ru

²JSC "Information Satellite Systems" named after academician M. F. Reshetnev
52 Lenin street, Zheleznogorsk, Krasnoyarsk region, 662972, Russia

³LLC "NPP" Bevard", Krasnoyarsk, Russia

The authors present vulnerability analysis "buffer overflow" for software and hardware complex "The label of privileges". By the CVSS procedure the metrics based vector is constructed, and its components characterize the level of security of the algorithm. Based on these results the authors suggest to modify the existing algorithm.

Keywords: video conferencing, vulnerability, CVSS.

* Исследование выполнено при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации, соглашение 14.132.21.1800 «Разработка алгоритмов и программных решений организации доступа к мультимедиа конференциям различных типов».