УДК 681.51

ФОРМИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ КОСМИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ ПО ДАННЫМ НАТУРНЫХ ИСПЫТАНИЙ

Э. И. Дружинин[1], М. В. Лукьяненко[2], Е. Н. Якимов[3]

[1]Институт динамики систем и теории управления Сибирского отделения Российской академии наук
Россия, 664033, Иркутск, ул. Лермонтова, 134. E-mail: ed.druzhynin@gmail.com
[2]Сибирский государственный аэрокосмический университет имени академика М. Ф. Решетнева
Россия, 660014, Красноярск, просп. им. газ. «Красноярский рабочий», 31. E-mail: sibgau-sau@mail.ru
[3]ОАО «Информационные спутниковые системы» имени М. Ф. Решетнева»
Россия, 662972, Железногорск Красноярского края, ул. Ленина, 52. E-mail: yen@iss-reshetnev.ru

Предложен новый подход к проблеме уточнения параметров аналитической модели по данным системы измерения текущего состояния конструкции в процессе ее эксплуатации. Этот подход содержит этап определения модальных параметров модели на базе отождествления выхода идентифицируемой модели с выходом – измеряемым состоянием в условиях эксплуатации конструкции и этап, когда на базе полученных сведений о частотном спектре и данных об аналитической модели, используемых в качестве недостающей информации, производится уточнение параметров полученной расчетной модели. Высокоточная корректировка аналитической модели произведена из условия минимальности поправок, сближающих динамику модели с динамикой реальной конструкции. Применение данного метода позволяет обеспечить выполнение повышенных требований к точности построения и исследования модели динамики космического аппарата.

Ключевые слова: космическая конструкция, аналитическая модель, упругие колебания, динамическая модель, модальные параметры, юстировка расчетной модели, идентификация параметров модели.

IDENTIFICATION OF DYNAMIC MODELS OF SPACE CONSTRUCTIONS ACCORDING TO ACTUAL TEST DATA

E. I. Druzhynin[1], M. V. Lukyanenko[2], E. N. Yakimov[3]

[1]Institute of System Dynamics and Control Theory of Russian Academy of Sciences, Siberian Branch
134 Lermontov st., Irkutsk, 664033, Russia. E-mail: ed.druzhynin@gmail.com
[2] Siberian State Aerospace University named after academician M. F. Reshetnev
31 “Krasnoyarskiy Rabochiy” prosp., Krasnoyarsk, 660014, Russia. E-mail: sibgau-sau@mail.ru
[3]JSC “Information Satellite Systems” named after academician M. F. Reshetnev”
52 Lenin st., Zhelenogorsk, Krasnoyarsk region, 662972, Russia. E-mail: yen@iss-reshetnev.ru

A new approach to analytic model parameter adjustment according to the data obtained by the system of current construction state measurement during its operation is proposed. This approach contains the stage of the determination of modal model parameters on the basis of identification of the model output with measured state-output when construction is being operated, and the stage when the adjustment of the obtained computing model parameters are carried out on the basis of acquired data on the frequency spectrum and data of analytic model, used as deficient information. High definition correction of the analytical model is performed from the DCC of the corrections wwhich pull together the model and the real construction dynamic behaviors. Use of this method allows to provide the requirements for spacecraft dynamic model development and investigation accuracy.

Keywords: space construction, analytic model, elastic vibrations, dynamic model, modal parameters, computing model adjustment, model parameters identification.

При больших геометрических размерах современных космических аппаратов (КА) в сочетании с малой массой упругие колебания конструкции будут оказывать существенное влияние на качество получаемой информации. В этой ситуации, при повышенных требованиях к точности исполнения рабочих режимов, построение и исследование модели динамики КА становится одним из ответственных этапов его проектирования.

Динамическая модель (уравнения движения) нежесткой конструкции КА должна давать возможность учитывать не только низкочастотные колебания солнечных батарей, бленды, штанг, но и высокочастотные колебания элементов приемных устройств, вызываемых силами и моментами, обусловленными наличием малых статических и динамических дебалансов быстровращающихся роторов исполнительных устройств на всем диапазоне их рабочих частот. Эти обстоятельства приводит к существенному увеличению размерности динамических моделей. Для таких моделей вопрос точности имеет особое значение. Это связано, с одной стороны с трудностью аналитической разработки точных многомерных моделей динамики описанных объектов, а с другой – с необходимостью обеспечения точного моделирования реакции конструкции на варьирование ее конструкционных и управляющих параметров при эксплуатации.

Построение математической модели сопровождает весь путь создания КА и может быть разделено на две стадии. На первой стадии происходит разработка модели на этапе проектирования системы, когда характеристики конструкции еще не определены окончательно. На этой стадии, опираясь на основные законы физики, инструмент теоретической механики и исследовательский опыт, создается аналитическая (расчетная) модель. При этом натурные эксперименты с целью моделирования, как правило, не проводятся (при необходимости для обеспечения в расчетах хорошего описания качественных особенностей поведения конструкции возможно проведение испытаний на макетах с использованием теории подобия). На второй стадии производится уточнение структуры, размерности и параметров аналитической модели по результатам испытаний крупномасштабной физической модели изделия в условиях, максимально приближенных к реальным условиям работы конструкции, а также по результатам натурных испытаний летного образца на орбите. Для крупногабаритных космических конструкций (КК) динамические характеристики существенно зависят от окружающих условий функционирования, это вызывает необходимость высокой степени приближения условий тестирования к реальным условиям работы КК. Наиболее сложную проблему здесь представляет моделирование невесомости в земных условиях при испытании конструкции в целом. Для крупногабаритной КК не исключена ситуация, когда ее динамические характеристики не удается протестировать в условиях Земли.

В работе предлагается новый подход к проблеме уточнения параметров аналитической модели по данным системы измерения (СИ) текущего состояния конструкции в процессе ее эксплуатации. Этот подход содержит два этапа процесса настройки параметров расчетной модели.

Первый этап – этап идентификации модели: определение ее модальных параметров (собственных частот и коэффициентов демпфирования) на базе отождествления выхода идентифицируемой модели с выходом – измеряемым состоянием в условиях эксплуатации конструкции. Большего только по измерениям входных воздействий и реальным, всегда неполным, данным о состоянии объекта получить нельзя. Необходима дополнительная информация.

На втором этапе на базе полученных сведений о частотном спектре и данных об аналитической модели, используемых в качестве недостающей информации, производится собственно юстировка полученной расчетной модели – уточнение ее параметров: матриц-коэффициентов объекта, регулятора и наблюдателя и не измеряемого на практике полностью вектора состояния объекта в рамках уточненной на первом этапе порядка динамической модели, оставаясь в рамках принятой априорно структуры. Высокоточная корректировка аналитической модели в настоящей публикации производится из условия минимальности поправок, сближающих динамику модели с динамикой реальной конструкции.

Предлагаемый прием юстировки матриц коэффициентов линейной модели в пространстве состояний не накладывает каких бы то ни было априорных условий на юстируемые матрицы объекта управления, регулятора и наблюдателя, как это традиционно делается (обычно предполагается известной матрица масс (либо жесткостей) и так называемая пропорциональность демпфирования для одновременной диагонализуемости трех матриц). В результате юстировки будет обеспечена тождественность модальных параметров и вектора выходных переменных отъюстированной модели таковым идентифицированной модели.

В статье предлагается апостериорное уточнение аналитической модели большой космической конструкции по результатам идентификации по данным СИ состояния конструкции в условиях орбитального полета.

Рассматриваются модели линейной структуры. Идентификация параметров модели, совмещенная с оцениванием состояния, заключается в вычислении ее матриц коэффициентов и вектора состояния. С целью осуществления такой идентификации при реальном неполном измерении состояния конструкции в период 1978–1985 гг. для линейной динамической модели в переменных состояния в работах [1; 2] был разработан хорошо обусловленный прямой вычислительный алгоритм. При выполнении найденных в этих работах необходимых и достаточных условий идентифицируемости алгоритм позволяет уточнять размерность модели и вычислять спектр ее собственных значений по измерениям состояния конструкции в ее свободном, собственном движении (или в переходном процессе).

Приведем необходимые в дальнейшем результаты работы [2]. Динамическую модель будем описывать линейными стационарными уравнениями состояния в стандартной форме:

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad y = Cx, \tag{1}$$

здесь $x(t) \in R^n$ – вектор состояния, $u(t) \in R^m$ – вектор управления, $y(t) \in R^r$ – вектор выхода модели. Вещественные матрицы искомой улучшенной АМ обозначены как A (объект управления), B (регулятор), C (наблюдатель) размерностей $n \times n$, $n \times m$, $r \times n$ соответственно. Для исходной АМ вида (1) известные (расчетные) матрицы коэффициентов будем обозначать A_p, B_p, C_p. Эти матрицы имеют тот же порядок, что и матрицы искомой модели A, B, C.

Аналитическая модель динамики использует только проектные данные и поэтому с точностью до ошибок моделирования она отражает свойства проектируемой конструкции. Поскольку возникающие при создании АМ ошибки стремятся минимизировать, то вполне оправданно рассматривать элементы матриц коэффициентов A_p, B_p, C_p расчетной АМ в качестве проектных значений параметров. Погрешности производства реальной конструкции, также создаваемой по проектным данным, вносятся существующей на данный момент технологией производства, что принципиально ограничивает возможности минимизировать ошибки при реализации проектных значений, поэтому значения параметров реальной конструкции существенно отличаются от проектных значений.

Найденные в [1; 2] необходимые и достаточные условия идентифицируемости модели (1) по неполным измерениям состояния конструкции при ее движении по одной фазовой траектории имеют следующий вид:

1) для пары $\{A, x_0\}$ должны выполняться условия:

– минимальный многочлен вектора x_0 относительно матрицы A совпадает с минимальным многочленом самой матрицы;

– матрица A – простая (имеет взаимно простые элементарные делители).

2) $T \neq \dfrac{2\pi l}{\left|Jm\lambda_i - Jm\lambda_i\right|}$ l = 1, 2, …, где T – шаг измерений вектора состояния; ($\lambda_i \neq \lambda_j$) – пары собственных чисел матрицы A таких, что: $\lambda_i \neq \lambda_j$, $\mathrm{Re}\lambda_i = \mathrm{Re}\lambda_j$;

3) пара $\{A, C\}$ наблюдаема.

Согласно этим условиям идентификация параметров модели (1) по измерениям состояния конструкции в ее собственном движении возможна лишь для простых [3] матриц A объекта управления модели. Для расчетной АМ – модели (A_p, B_p, C_p) – выполнение этого условия обеспечивается выбором проектных значений параметров. Начальный вектор состояния, выбор которого также ограничен условиями идентифицируемости, будем включать в обобщенный термин параметры.

Условия идентифицируемости модели эквивалентны условиям построения базиса ее пространства состояния по измерениям состояния конструкции на одной фазовой траектории [1; 2]. Поэтому их нарушение эквивалентно вырождению ранга матрицы, составленной из измеренных «базисных» векторов, т. е. будет происходить на некотором собственном алгебраическом многообразии в пространстве параметров модели [2]. Следовательно, свойство идентифицируемости по измерениям на одной траектории системы является, подобно свойству управляемости, типическим и грубо в каждой точке, где это свойство имеет место [4]. Таким образом, свойство идентифицируемости выполняется во всех точках некоторой окрестности его точки грубости в евклидовой топологии конечномерного пространства параметров.

Множество точек грубости свойства идентифицируемости модели (1) по измерениям состояния на одной траектории системы является одновременно открытым и всюду плотным в пространстве проектных значений параметров, а его дополнение имеет лебегову меру нуль [4]. Таким образом, условия идентифицируемости при выборе проектных значений параметров произвольным образом будет выполняться почти всегда. Будем предполагать, что точность технологии реализации проекта гарантирует принадлежность реализованных в конструкции значений проектных параметров той окрестности множества проектных значений параметров, для которой выполняются условия идентифицируемости модели по неполным измерениям состояния конструкции на одной траектории.

Приведем результаты предварительной идентификации [2]. При выполнении условий идентифицируемости прямой алгоритм [2] позволяет:

– определить порядок улучшенной аналитической модели (1);

– вычислить с точностью до ошибок идентификации оценки $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$ искомых матриц модели (A, B, C) и оценку начального вектора $\hat{x}_0 = \hat{x}(t_0)$ состояния;

– определить матрицы A, B, C и состояние $x(t)$ искомой модели лишь с точностью до неопределенного апостериорного базиса X:

$$A = X\hat{A}X^{-1};\; B = X\hat{B};\; C = \hat{C}X^{-1};\; x(t) = X\,\hat{x}(t). \quad (2)$$

В силу подобия матриц A и $\hat{A}$ формулами (2) представлен спектр собственных значений искомой матрицы A. Поскольку процесс идентификации модели имеет целью отождествление динамики модели с динамикой реальной конструкции, его результаты служат не только для определения динамических характеристик линейной модели, но и для оценки таковых конструкции. Поэтому найденный в этом процессе спектр собственных значений идентифицированной матрицы $\hat{A}$ в пределах ее размерности (числа тонов колебаний, включенных в конечномерную модель, аппроксимирующую распределенную конструкцию), вычисленной по данным измерений состояния конструкции, представляет одновременно и спектр собственных частот и коэффициентов демпфирования «линеаризованной» конструкции.

Исследования показали, что полученной информации достаточно только для модального синтеза замкнутой системы управления. Для вычисления же улучшенной аналитической модели (A, B, C), по которой возможно прогнозирование динамических эффектов реального объекта, необходимо знание базиса X. Для его вычисления необходима дополнительная информация.

Вместо практически ограниченной возможности совершенствования системы измерений здесь выбран предложенный в [5] путь коррекции аналитической модели. Рассматриваемый в настоящей работе прием улучшения аналитической модели заключается в вычислении минимальных поправок расчетной матрицы с опорой на идентифицированную модель ($\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$). В отличие от распространенного подхода [5; 6] здесь корректировка производится в пределах окрестности допустимых реализаций проектных параметров.

Улучшенную аналитическую модель (A, B, C) будем строить путем коррекции ($A_p + \delta A$, $B_p + \delta B$, $C_p + \delta C$) расчетной модели (A_p, B_p, C_p) за счет информации, представленной отношениями (2). Рассмотрим задачу вычисления апостериорного базиса X_0, обеспечивающего минимальность поправки δA расчетной матрицы объекта управления A_p. Будем определять матрицу X_0 из условий минимума квадрата эвклидовой нормы

$$\Phi = \frac{1}{2}\left\| A_p - X\hat{A}X^{-1} \right\|_e^2 \frac{1}{2}\sum_{i,j=1}^{n}\left(a_{ij}^p - \sum_{\mu,\nu}^{n} x_{i\mu}\hat{a}_{\mu\nu}x_{\nu j}^{-1} \right)^2 . \quad (3)$$

Стандартным путем вычислим необходимое условие минимума поправки δA: $\frac{\partial \Phi}{\partial X} = 0$. Выполнив дифференцирование, найдем:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial X_0} = -\left\{ \hat{A}X^{-1}\left(A_p - X\hat{A}X^{-1} \right)^t - \right.$$
$$\left. - X^{-1}\left(A_p - X\hat{A}X^{-1} \right)^t X\hat{A}X^{-1} \right\}^t = 0.$$

Таким образом, базис X, минимизирующий поправку δA, должен удовлетворять уравнению:

$$X\hat{A}X^{-1}\left(A_p - X\hat{A}X^{-1} \right)^t - \left(A_p - X\hat{A}X^{-1} \right)^t X\hat{A}X^{-1} . \quad (4)$$

Для простых матриц A_p, $\hat{A}$ и A_p уравнение (4) может быть переписано в форме, не содержащей операции обращения матрицы:

$$\hat{A}^t X^t X - X^t A_p^t X - X^t X\, f\left(\hat{A} \right) = 0 , \quad (5)$$

где $f(\lambda)$ – некоторый многочлен степени $\le n-1$ [4].

Перейдем в (4) к искомой матрице объекта A:

$$A\left(A_p - A \right)^t - \left(A_p - A \right)^t A = 0 . \quad (6)$$

Или

$$A_p A^t - A^t A_p + A^t A - AA^t = 0 . \quad (7)$$

Вычислив из (4) значение матрицы A, подставим его в уравнение для определения матрицы X: $AX - X\hat{A} = 0$. После вычисления X найдем матрицы $B = X\hat{B}$, $C = \hat{C}X^{-1}$.

Перепишем уравнение (6), для поправки $\delta A_p = A - A_p$: $\left[\delta A_p^t , A_p + \delta A_p \right] = 0$. Преобразуем в форму суммы коммутаторов: $\left[\delta A_p^t , A_p \right] + \left[\delta A_p^t , \delta A_p \right] = 0$. В естественном нормальном базисе F матрицы A_p оно примет вид

$$\left[\delta Q_p , S_p \right] + \left[\delta Q_p , \delta S_p \right] = 0 , \quad (8)$$

где $S_p = F^{-1}A_p F$, $\delta S_p @ F^{-1}\delta A_p F$, $\delta Q_p @ F^{-1}\delta A_p^t F =$ $= \left(F^t F \right)^{-1} \delta S_p^t F^t F$.

По постановке задачи матрица A_p простая, поэтому в естественной нормальной форме S_p она имеет вид одной клетки Сильвестра:

$$S_p = \begin{pmatrix} 0 & 1 & . & . & . & 0 & 0 \\ 0 & 0 & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & . & . & . & 0 & 1 \\ a_0^p & a_1^p & . & . & . & a_{n-2}^p & a_{n-1}^p \end{pmatrix}.$$

Таким образом, она будет определятся коэффициентами характеристического полинома расчетной матрицы объекта A_p. Канонические образы δS_p поправок δA_p, сохраняющих простую структуру матрицы A_p, должны сохранять структуру клетки Сильвестра δS_p, и, следовательно, минимальная поправка, вычисляемая из уравнения (8), по необходимости должна иметь вид

$$\delta S_p = \begin{pmatrix} 0 & 0 & . & . & . & . & 0 \\ . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & . & . & . & . & 0 \\ \delta a_0 & \delta a_1 & . & . & . & . & \delta a_{n\text{-}1} \end{pmatrix}.$$

После введения в уравнение (8) матриц S_p и δS_p в указанном виде задача сведется к вычислению неопределенных элементов в последней строке матрицы δS_p.

Таким образом, предложенный подход к проблеме уточнения параметров аналитической модели по данным СИ текущего состояния конструкции в процессе ее эксплуатации обеспечивает выполнение повышенных требований к точности построения и исследования динамической модели КА.

Библиографические ссылки

1. Dynamics and Control of Large Space Stractures / G. S. Nuur et al. // J. of Guidance, Control and Dynamics. 1984. Vol. 7. № 5. P. 514–526.

2. Дружинин Э. И., Дмитриев А. В. К теории прямых вычислительных алгоритмов параметрической идентификации линейных объектов II // Теоретические и прикладные вопросы оптимального управления. Новосибирск : Наука, 1985. С. 218–225.

3. Хорн Р., Джонсон Ч. Матричный анализ. М. : Мир, 1989.

4. Уонэм У. Мюррей. Линейные многомерные системы управления. Геометрический подход. М. : Наука, 1980.

5. Berman A., Nagy E. J. Improvement of Large Analytical Model Using Test Data // AIAA Journal. 1983. Aug. Vol. 21, № 8. P. 1168–1173.

6. Baruch M., Bar Ihzhack I. Y. Optimal Weighted Ortogonalization of Measured Modes // AIAA Journal. 1978. April. Vol. 16.

Referens

1. Nuur G. S., Ryan R. S., Scofild H. N., Sims J. L. Dynamics and Control of Large Space Stractures. J. of Guidance, Control, and Dynamics. 1984, vol. 7, no. 5, pp. 514–526.

2. Druzhinin E. I., Dmitriyev A. V. *K teorii pryamykh vychislitel'nykh algoritmov para-metricheskoy identifikatsii lineynykh ob"yektov II* (Theory of direct numerical algorithms parametric identification of linear objects II). *Teoreticheskiye i prikladnyye voprosy optimal'nogo upravleniya* (Theoretical and applied questions of optimal control). Novosibirsk, Nauka, 1985, pp. 218–225.

3. Khorn R., Dzhonson C. H. *Matrichnyy analiz* (Matrichny analysis). Moscow, Mir, 1989, 655 p.

4. Uonem U. Myurrey. *Lineynyye mnogomernyye sistemy upravleniya. Geometricheskiy podkhod* (Linear multidimensional control systems. Geometric an approach). Moscow, Nauka, 1980.

5. Berman A., and Nagy E. J. Improvement of Large Analytical Model Using Test Data. AIAA Journal. 1983, Aug, vol. 21, № 8, pp. 1168–1173.

6. Baruch M., and Bar Ihzhack I. Y. Optimal Weighted Ortogonalization of Measured Modes. AIAA Journal. 1978, April, vol. 16.

УДК 536.46

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ КОРРЕКЦИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КООРДИНАТ ПРИ ГЕОМАГНИТНЫХ ВОЗМУЩЕНИЯХ*

И. Н. Карцан, В. Н. Тяпкин, К. Г. Охоткин, Р. В. Карцан, Д. Н. Пахоруков

Сибирский государственный аэрокосмический университет имени академика М. Ф. Решетнева
Россия, 660014, Красноярск, просп. им. газ. «Красноярский рабочий», 31. E-mail: kartsan@sibsau.ru

Предложен новый способ прямой дифференциальной коррекции погрешностей определения координат, который будет избавлен от большого объема корректирующих дифференциальных поправок, передаваемых множеству потребителей системы с необходимостью осуществлять выбор наиболее точных из них в аппаратуре потребителя.

Ключевые слова: спутниковая радионавигационная система, опорные станции, псевдодальность, псевдоскорость, точность определения координат, геомагнитные возмущения.

DIFFERENTIAL CORRECTION OF POSITION MEASUREMENT ERRORS IN EVENT OF GEOMAGNETIC DISTURBANCES

I. N. Kartsan, V. N. Tyapkin, K. G. Okhotkin, R. V. Kartsan, D. N. Pahorykov

Siberian State Aerospace University named after academician M. F. Reshetnev
31 “Krasnoyarskiy Rabochiy” prosp., Krasnoyarsk, 660014, Russia. E-mail: kartsan@sibsau.ru

A new method of direct differential correction of position measurement errors which will be relieved of a large amount of corrective differential amendments transmitted to many users of the system with the necessity to choose the most accurate of them in consumers equipment.

Keywords: satellite radio-navigation system, booster station, pseudo ranges, pseudo speed, accuracy of position measurements, geomagnetic disturbances.

Для решения некоторых транспортных и специальных прикладных задач требуется обеспечить точность определения координат потребителя спутниковой радионавигационной системы (СРНС) с погрешностью не хуже 10 м в достаточно протяженной (2–3 тыс. км) рабочей зоне. При этом доступность навигационного сервиса должна быть не хуже 0,999…0,999 9 и целостность на уровне 0,999 999……0,999 999 999 5 [1].

Для поддержания указанной выше точности, доступности и непрерывности навигационных определений в пределах протяженной рабочей зоны используются широкозонные и региональные дифференциальные дополнения СРНС. Наиболее известным примером зарубежной широкозонной дифференциальной системы (ШДС) служит американская ШДС WAAS [2]. Многочисленные исследования показывают, что воздействие геомагнитных возмущений и мощных всплесков радиоизлучения Солнца часто влечет за собой недоступность сервиса по предоставлению пользователю системы дифференциальных поправок, которые используются для коррекции погрешностей навигационных определений [3].

*Исследование выполнено при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации, соглашение 14.B37.21.1957.