7. Баренблатт Г. И. Подобие, автомодельность, промежуточная асимптотика. Л. : Гидрометеоиздат, 1982.

Referens

1. Loytsyanskiy L. G. *Mekhanika zhidkosti i gaza* (Fluid Mechanics.). Moscow, Nauka, 1978, 736 p.

2. Shlikhting G. *Teoriya pogranichnogo sloya* (Theory of the boundary layer). Moscow, Nauka, 1974, 712 p.

3. Abramovich G. N. *Teoriya turbulentnykh struy* (The theory of turbulent jets). Moscow, Fizmatgiz, 1960, 715 p.

4. Ginevskiy A. S. *Teoriya turbulentnykh struy i sledov* (The theory of turbulent jets and tracks). Moscow, Mashinostroyeniye, 1969, 400 p.

5. Bradbury L. J. S. The structure of a self-preserving turbulent plane jet. J. Fluid Mech, 1965, vol. 23, pt. 1, pp. 31–64.

6. Wygnanski J., Fiedler H. E. Two-dimensional mixing region // Ibid. 1970, vol. 41, pt. 2, pp. 327–361.

7. Barenblatt G. I. *Podobiye, avtomodel'nost', promezhutochnaya asimptotika* (Similarity, self-similarity, the intermediate asymptotic behavior). Leningrad, Gidrometeoizdat, 1982, 256 p.

УДК 629.7/621.01

О ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМ СТАТИСТИЧЕСКИМИ МЕТОДАМИ

Е. А. Фурманова, О. Г. Бойко

Сибирский государственный аэрокосмический университет имени академика М. Ф. Решетнева
Россия, 660014, Красноярск, просп. им. газ. «Красноярский рабочий», 31. E-mail: bouko1962@yandex.ru

В работе исследуются точности оценок надежности систем с учетом вероятностного характера формирования состава их элементов. Показана необходимость учета рассеяния характеристик надежности элементов, определенных по результатам их испытаний, и рассеяния этих характеристик при их формировании в системы, оцениваемых теоремами Чебышева и Маркова.

Ключевые слова: надежность, выбор наугад, среднеквадратическое отклонение, параметр потока отказов.

ABOUT THE ACCURACY OF SYSTEMS RELIABILITY DEFINITION WITH STATISTIC METHODS

E. A. Furmanova, O. G. Boyko

Siberian State Aerospace University named after academician M. F. Reshetnev
31 “Krasnoyarskiy Rabochiy” prosp., Krasnoyarsk, 660014, Russia. E-mail: bouko1962@yandex.ru

The authors consider systems reliability estimation accuracy with the account of probabilistic character of formation of their elements composition. The necessity of the account of dispersion of reliability characteristics of the elements is shown. These characteristics may be defined with their tests results or with the results of these characteristics scattering during their forming into systems. These results may be estimated by theorems of Chebishev and Markov.

Keywords: reliability, random choice, standard deviation, refusals stream parameter.

Традиционно точность статистических оценок, в том числе и надежности, принято определять, используя известные методы расчета доверительных вероятностей на доверительных интервалах. Но эта оценка относится к номинальным значениям, полученным в результате вероятностно-статистических расчетов. При этом сама оценка принимается как безусловная данность. В предлагаемой работе рассматриваются диапазоны возможного рассеяния расчетных оценок надежности элементов и функциональных систем. Рассеяние характеристик надежности элементов определяется по результатам их испытаний. А рассеяние характеристик надежности систем определяется случайным процессом их формирования из элементов.

Функциональные системы самолетов (например, гидравлическая, топливная, кондиционирования воздуха, система электроснабжения и др.) формируются путем последовательного и параллельного соединения элементов в определенные структуры. Элементами систем являются механические и гидромеханические агрегаты, электронные блоки и преобразователи. Характерной особенностью эксплуатации самолетных систем является их восстанавливаемость. После посадки самолета любой отказавший элемент заменяется исправным. При расчете надежности таких систем традиционно применяют теорему умножения вероятностей, в соответствии с которой при последовательном соединении перемножают вероятности безотказной работы, а при параллельном – вероятности отказов. Границы применимости такого подхода подробно проанализированы в работах [1–3].

В предлагаемой работе, в порядке обсуждения, исследование вопросов точности и рассеяния вероятностных оценок надежности систем, выполнено с использованием нового методологического подхода, в котором теорема умножения вероятностей не применяется [4; 5]. Предлагаемый подход основан на том, что вероятность первого отказа элемента в системе определяется суммарным параметром потоков отказов элементов, составляющих систему, и ее наработкой. В работах [3–5] предложено, при стационарном процессе эксплуатации восстанавливаемых авиационных систем, в качестве математической модели вероятности времени отказов элементов, принимать распределение равномерной плотности. Тогда вероятность отказа первого элемента в системе определится как

$$q_1(t) = \omega_\Sigma \cdot t\,, \quad 0 \le t \le \frac{1}{\omega_\Sigma}\,, \tag{1}$$

где ω_Σ – суммарный параметр потока отказов N элементов, составляющих систему, определяемый как

$$\omega_\Sigma = \sum_{i=1}^{N} \omega_i\,, \tag{2}$$

где ω_i – параметр потока отказов i-го элемента в системе.

В случае когда все элементы системы имеют одинаковые параметры потоков отказов выражение (2) будет иметь вид

$$\omega_\Sigma = N \cdot \omega\,.$$

Данный подход обеспечивает возможность определения времен отказов элементов, при которых происходит изменение структуры системы. И позволяет рассчитывать надежность систем как без учета восстановления, так и с его учетом. Методы решения этих задач применительно к расчету надежности функциональных систем самолетов гражданской авиации, изложены в работах [6–8]. В предлагаемой работе оценка точности значений времени до отказа элементов выполнена только применительно к первому отказу в системе. Следует сразу отметить, что при решении задач вероятностно-статистическими методами мы не можем заранее знать, какой именно элемент откажет в момент времени t_1.

Положив вероятность первого отказа $q_1(t) = 1$, определим из (1) время первого отказа в системе как

$$t_1 = \frac{1}{\omega_\Sigma}\,. \tag{3}$$

В целях получения и сравнения числовых оценок рассмотрим расчет для приближенного аналога гидросистемы самолета Ту-154М. Гидросистема состоит из N = 60 элементов, расположенных в трех параллельных подсистемах, по 20 последовательно включенных элементов в каждой. В расчетах аналога, примем параметр потока отказов для всех элементов одинаковый и равный $\omega = 1 \cdot 10^{-4}\,\text{ч}^{-1}$, так как гидросистема самолета Ту-154М имеет примерно такие же значения для агрегатов. Время до первого отказа в системе не зависит от схемы соединения элементов и в рассматриваемом случае в соответствии с [6; 8] и выражением (1) при $q_1(t) = 1$ определится как

$$t_1 = \frac{1}{N \cdot \omega} = \frac{1}{60 \cdot 1 \cdot 10^{-4}} = 166{,}6\ \text{ч.}$$

Следует отметить, что эта расчетная наработка на отказ элемента в системе близка к наработке элементов в системе Ту-154М, определенной по эксплуатационным данным.

Параметр потока отказов элемента системы определяется его средней наработкой на отказ $\omega = \dfrac{1}{t_{\text{ср}}}$. При этом $t_{\text{ср}}$ определяется по результатам испытания большой совокупности однотипных элементов по плану испытаний с восстановлением. Таким образом, $t_{\text{ср}}$ является статистически средним для функции распределения вероятности отказа элементов $q^*(t)$ (см. рисунок). При распределении равномерной плотности, диапазон возможных наработок элементов на отказ изменяется от 0 до $2t_{\text{ср}}$.

Авиационные элементы изготавливают на сертифицированных предприятиях по сертифицированным технологиям. Элементы, устанавливаемые в системы самолета при комплектовании или замене отказавших, берутся из партии случайным образом. При этом в системе с одинаковой вероятностью могут устанавливаться элементы с различными наработками на отказ, изменяющимися в диапазоне от 0 до $2t_{\text{ср}}$.

Допустим, что в системе, при сохранении ω_Σ неизменным, установлен один из наугад выбранных элементов, имеющий наработку на отказ, равную $t_i = 1$ ч. Вероятность события P_1, выбора наугад из всей партии элементов именно такого элемента, определится как

$$P_1 = \frac{t_i}{2t_{\text{ср}}}\,. \tag{4}$$

Поскольку в рассматриваемой системе-аналоге 60 элементов, вероятность события P_{60}, попадания в нее такого элемента, выше и равна

$$P_{60} = \frac{60 \cdot t_i}{2t_{\text{ср}}}\,. \tag{5}$$

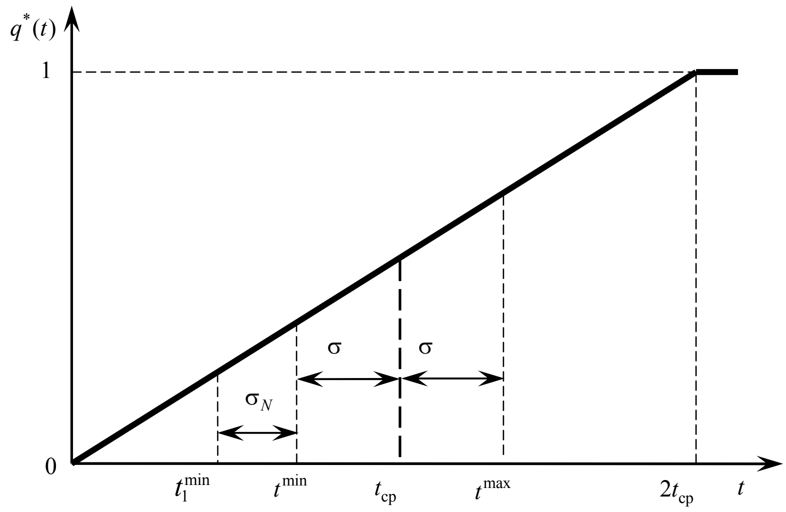

Схема учета среднеквадратических отклонений при определении минимальной наработки на отказ элемента системы

Поскольку рассматриваемый элемент с вероятностью, равной $q(t)=1$, отказывает не в точке времени t_i, а на интервале [0, t_i], то естественно допустить, что он откажет в середине этого интервала, т. е. за время $t=0{,}5\cdot t_i$. Отсюда вероятность отказа рассматриваемого элемента на отрезке [0, t_i] будет

$$q(t_i)=\frac{P_{60}}{0{,}5\cdot t_i}. \qquad (6)$$

Тогда время до отказа этого первого элемента в системе, при условии попадания его в ее структуру, составит

$$t_1=\frac{0{,}5\cdot t_i}{P_{60}}=\frac{t_{ср}}{60} \qquad (7)$$

При 60 элементах, имеющих $t_{ср}=1\cdot 10^{-4}$ ч, это время составит 166,6 ч, т. е. тоже, что и t_1, рассчитанное ранее по (3).

Расчеты показывают, что если принять наработку на отказ выбранного наугад элемента системы равной 10, 100 либо 150 ч, то время до отказа первого элемента в системе t_1 останется прежним и равным t_1 = 166,6 ч, как и определено по выражению (3).

Таким образом, в работе рассмотрена процедура вероятностного комплектования системы элементами выбором их наугад. В соответствии с ней, оценивая время до отказа системы с учетом наименее надежного элемента, необходимо в вероятностной постановке учитывать и вероятности реализации события попадания в систему такого элемента. Второй вывод из полученных результатов указывает на то, что время первого отказа в системе t_1 устойчиво к процедуре ее комплектования выбором наугад элементов и определяется суммарным параметром ω_Σ системы по (3) либо средней наработкой на отказ $t_{ср}$ по (7).

Таким образом, показано, что ω_Σ и t_1 не зависят от процедуры выбора элементов наугад из некоторой совокупности. Но поскольку $\omega_{ср}=\frac{\omega_\Sigma}{N}$, то и $\omega_{ср}$ и t_1 также не зависят от числа N выбираемых наугад элементов.

В теории надежности из экспериментально построенного распределения вероятности отказа $q^*(t)$ используется только одна его числовая характеристика, это $t_{ср}$ стремящееся к математическому ожиданию. Но если учесть и другую характеристику, т. е. среднеквадратическое отклонение σ, то возможные значения времени до отказа конкретного типа элементов определятся в диапазоне от $t^{\min}$ до $t^{\max}$ (см. рисунок), т. е.

$$t^{\min}=t_{ср}-\sigma,$$
$$t^{\max}=t_{ср}+\sigma. \qquad (8)$$

Неравенство Чебышева (закон больших чисел) указывает на то, что вероятность отклонений случайной величины от ее математического ожидания может выйти за пределы трех среднеквадратических отклонений не более чем на 1/9. При распределении равномерной плотности вероятность выхода случайной величины за пределы σ составляет 0,71, за пределы 2σ – 0,42, и за пределы 3σ – 0,13.

В связи с изложенным проблема определения возможных границ отклонения случайной величины, наработки на отказ элемента, от ее математического ожидания представляется актуальной. Ее решение возможно сопоставлением результатов расчета надежности систем с экспериментальными значениями. Выполненные авторами ускоренные испытания восстанавливаемой системы из ламп накаливания показали приемлемость оценки отклонения 2σ. При этом для распределения с равномерной плотностью вероятности [9] оценка отклонения примет вид

$$2\sigma=\frac{t_{ср}}{\sqrt{3}}. \qquad (9)$$

Распределение $q^*(t)$ определяет надежность одного конкретного типа элементов. Но существует еще рассеяние времени отказов элементов относительно $t_{ср}$, зависящее от числа N выбираемых наугад элементов. Это рассеяние также может быть определено среднеквадратическим отклонением σ_N. Нетрудно понять, что при $N = 1$ $\sigma_N = \sigma$, определяемому по (9), а при увеличении N до бесконечности $\sigma_N \to 0$. Тогда при распределении равномерной плотности σ_N естественно определить как

$$\sigma_N = \frac{t^{\min}}{\sqrt{3 \cdot N}}. \tag{10}$$

Этот же результат получается при использовании одной из основных теорем теории больших чисел теоремы Чебышева [9]. Таким образом, нами получено подтверждение необходимости использования теоремы Чебышева в расчетах надежности систем.

В системах самолетов используются элементы с различными законами распределения вероятности времени до отказа $q_i^*(t)$. При стационарном процессе эксплуатации $q_i^*(t)$ для всех элементов определится распределением равномерной плотности, но со своими числовыми характеристиками $t_{iср}$ и σ_i. Обобщенная теорема Чебышева для независимых случайных величин доказывает правомерность использования одной из основных теорем закона больших чисел (теоремы Чебышева) и для случаев с различными $q_i^*(t)$ [9]. Для зависимых случайных величин, правомерность использования теоремы Чебышева доказана в теореме Маркова.

Поскольку для систем самолетов, отказы которых приводят к катастрофическим ситуациям, важно знать нижнюю границу оценки надежности, то в расчетах надежности элементов необходимо использовать оба среднеквадратических отклонения: и σ, и σ_N.

Таким образом, вначале необходимо для исходного распределения $q^*(t)$ конкретного типа элементов определять среднеквадратическое отклонение и минимальное время до отказа как

$$t^{\min} = t_{ср} - \frac{t_{ср}}{\sqrt{3}}. \tag{11}$$

Поскольку $t_{ср}$ и $t^{\min}$ не зависят от N, то затем следует учитывать Чебышевское среднеквадратическое отклонение для элементов системы, с учетом их числа в системе. Например, для рассматриваемого случая при равенстве средних наработок на отказ всех элементов минимальное время до отказа первого элемента в системе определится как

$$t_1^{\min} = t^{\min} - \frac{t^{\min}}{\sqrt{3N}}. \tag{12}$$

Тогда с учетом среднеквадратических отклонений σ и σ_N значение параметра потока отказов элемента, используемое для расчета надежности систем, следует определять в виде

$$\omega = \frac{1}{t_1^{\min}}. \tag{13}$$

Таким образом, показано, что в расчетах надежности систем, при определении параметра потока отказов, необходимо учитывать как значение средней наработки элементов на отказ, определенное по результатам их испытаний, так и среднеквадратическое отклонение этой наработки. Кроме того, поскольку при комплектовании системы элементы из партии берутся наугад, то в расчете надежности системы необходимо учитывать среднеквадратическое отклонение, зависящее от числа элементов в системе и определяемое одной из основных теорем закона больших чисел (теоремой Чебышева).

Библиографические ссылки

1. Александровская Л. Н., Аронов Н. З. Безопасность и надежность технических систем. М. : Логос, 2008.

2. Теория вероятностей : учебник для вузов / А. В. Печкин [и др.] ; под ред. В. С. Зарубина, А. П. Крищенко. 3-е изд., испр. М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. Вып. XVI.

3. Бойко О. Г. Надежность функциональных систем самолетов гражданской авиации : монография // Избранные тр. Рос. Шк. по проблемам науки и технологий. М. : РАН, 2009.

4. Бойко О. Г., Шаймарданов Л. Г. Моделирование надежности агрегатов функциональных систем самолетов // Проблемы машиностроения и надежности машин. М. : РАН, 2010. № 5. С. 40–47.

5. Бойко О. Г., Шаймарданов Л. Г. Математическое моделирование схемной надежности сложных систем // Проблемы безопасности и чрезвычайных ситуаций. М. : ВИНИТИ РАН, 2010. № 3. С. 82–88.

6. Бойко О. Г., Шаймарданов Л. Г. Метод расчета надежности восстанавливаемых систем с общим резервированием // Проблемы разработки, изготовления и эксплуатации ракетно-космической и авиационной техники : материалы VII Всерос. науч. конф., посвященной памяти главного конструктора ПО «Полет» А. С. Клинышкова. Омск : Изд-во ОмГТУ, 2012. С. 223–227.

7. Бойко О. Г., Шаймарданов Л. Г. Исследование методологических подходов к расчету надежности систем с позиций фундаментальных представлений статистической физики // Безопасность и живучесть технических систем : материалы IV Всерос. конф. Красноярск : Изд-во ИФ СО РАН, 2012. Т. 1. С. 229–234.

8. Бойко О. Г., Шаймарданов Л. Г. Новый подход в оценке надежности функциональных систем самолетов гражданской авиации // Актуальные проблемы авиационных и аэрокосмических систем. Казань-Дайтона Бич.2012. Т. 17, № 2 (35). С. 21–27.

9. Венцель Е. С. Теория вероятностей. М. : Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1962.

Referens

1. Aleksandrovskaya L. N., Aronov N. Z. *Bezopasnost' i nadezhnost' tekhnicheskikh system* (Safety and reliability of technical systems). Moscow, Logos. 2008, 376 p.
2. Pechkin A. V., Teskin O. I., Tsvetkova G. M. et al. *Teoriya veroyatnostey* (Probability theory). Moscow, Izd-vo MGTU im. N. E. Baumana, 2004, vol. XVI, 456 p.
3. Boyko O. G. *Nadezhnost' funktsional'nykh sistem samoletov grazhdanskoy aviatsii* (The reliability of the functional systems of civil aircraft). Moscow, RAN, 2009, 119 p.
4. Boyko O. G., Shaymardanov L. G. *Problemy mashinostroyeniya i nadezhnosti mashin.* Moscow, RAN, 2010, № 5, pp. 40–47.
5. Boyko O. G., Shaymardanov L. G. *Problemy bezopasnosti i chrezvychaynykh situatsiy.* Moscow, VINITI RAN, 2010, № 3, pp. 82–88.
6. Boyko O. G., Shaymardanov L. G. *Materialy VII Vseros. nauch. konf. "Problemy razrabotki, izgotovleniya i ekspluatatsii raketno-kosmicheskoy i aviatsionnoy tekhniki"* (Proceedings of the VII All-Russia. Scientific. Conf. "The problems of design, manufacture and operation of the rocket-space and aviation technology"), Omsk, Omsk State Technical University Publishing House, 2012, pp. 223–227.
7. Boyko O. G., Shaymardanov L. G. *Materialy IV Vseros. konf. "Bezopasnost' i zhivuchest' tekhnicheskikh sistem"* (Proceedings of the IV All-Russia. Conf. "Safety and Survivability Technical Systems"), Krasnoyarsk, Publishing House of SB Russian Academy of Sciences IF., 2012, vol. 1, pp. 229–234.
8. Boyko O. G., Shaymardanov L. G. *Aktual'nyye problemy aviatsionnykh i aerokosmicheskikh sistem*, Kazan'-Daytona Bich, 2012, vol. 17, № 2 (35), pp. 21–27.
9. Ventsel Ye. S. *Teoriya veroyatnostey* (Probability). Moscow, Gosudarstvennoye izd. f.-m. lit-ry, 1962, 563 p.

УДК 629.78

АНАЛИЗ ДИНАМИКИ СИСТЕМЫ ОРИЕНТАЦИИ И СТАБИЛИЗАЦИИ УПРУГОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С СИЛОВЫМ ГИРОСКОПИЧЕСКИМ КОМПЛЕКСОМ НА БАЗЕ ГИРОДИНА ГД 02-150

Е. Н. Якимов[1], В. А. Раевский[1], М. В. Лукьяненко[2]

[1]ОАО «Информационные спутниковые системы» имени М. Ф. Решетнева»
Россия, 662972, Железногорск Красноярского края, ул. Ленина, 52
[2]Сибирский государственный аэрокосмический университет имени академика М. Ф. Решетнева
Россия, 660014, Красноярск, просп. им. газ. «Красноярский рабочий», 31. E-mail: sibgau-sau@mail.ru

Рассмотрены актуальные вопросы исследования динамики системы ориентации и стабилизации (СОС) с учетом нежесткости элементов конструкции космического аппарата (КА). Проведены исследования резонансных упругих колебаний в нежестких элементах конструкции КА, таких как панели батареи солнечной (БС) и антенны бортового радиотехнического комплекса (БРТК), возбуждаемых возмущающими моментами силового гироскопического комплекса (СГК) на базе гиродина ГД 02-150 (далее ГД), при формировании им требуемого управляющего момента. Проведен анализ свободного движения «упругого» КА с непрерывным заданием скорости рамки, динамики свободного движения «упругого» КА при воздействии на него моментов со стороны силового гироскопа (СГ) ГД и ошибок от упругих колебаний при работе СГК в контуре управления. Дана оценка величины динамической ошибки ориентации связанной системы координат относительно заданной и угловых отклонений антенны от номинального положения, обусловленных упругими колебаниями. По результатам проведенных исследований разработаны рекомендации по устранению резонансных упругих колебаний в нежестких элементах конструкции КА.

Ключевые слова: система ориентации и стабилизации, силовой гироскопический комплекс, элементы конструкции, резонансные упругие колебания, динамическая ошибка ориентации, алгоритм управления, возмущающий момент.