

ИТЕРАЦИОННЫЙ РАСЧЕТ ТРИБОКОНТАКТА РОЛИКА С ПЛАСТИНОЙВ. А. Иванов¹, Н. В. Еркаев²¹Политехнический институт Сибирского федерального университета
660074, г. Красноярск, ул. Академика Киренского, 26. E-mail: VinTextrim@yandex.ru²Институт вычислительного моделирования СО РАН
660036, г. Красноярск, Академгородок, 50/44. E-mail: nerkaev@gmail.com

Разработана методика самосогласованного расчета контакта ролика с упругой пластиной конечных размеров при наличии смазочного слоя с учетом зависимости коэффициента вязкости от давления. Ключевым моментом является определение функций податливости, устанавливающих функциональную связь деформаций поверхностей ролика и пластины с давлением в смазочном слое. Для расчета функций податливости применяется известный программный комплекс ANSYS, основанный на методе конечных элементов, а также разложение Фурье. Для устранения вычислительных шумов типа мелкомасштабных осцилляций вводятся регуляризирующие множители для коэффициентов Фурье. Найденные функции податливости используются для самосогласованного расчета давления и прогиба поверхностей в зоне контакта по предложенной итерационной схеме. Представлены конкретные результаты расчетов давления и деформаций в области контакта ролика и пластины для различных нагрузок. Показана быстрая сходимость итераций. При этом необходимое число итераций зависит от нагрузки на ролик: возрастание максимального контактного давления приводит к увеличению числа итерационных циклов.

Ключевые слова: итерации, контактное взаимодействие, смазочный слой.

Vestnik SibGAU
2014, No. 4(56), P. 48–54**ITERATIVE CALCULATION OF TRIBO-CONTACT BETWEEN A ROLLER AND A PLATE**V. A. Ivanov¹, N. V. Erkaev²¹Polytechnic Institute of Siberian Federal University
26, Kirenskiy st., Krasnoyarsk, 660074, Russian Federation. E-mail: VinTextrim@yandex.ru²ICM SB RAS
50/44, Akademgorodok st., 660036, Krasnoyarsk, Russian Federation. E-mail: nerkaev@gmail.com

This article deals with the problem of the hydrodynamic contact of a roller with finite size elastic plate. The lubricant viscosity coefficient is assumed to be a function of the pressure. Generally, this problem requires joined solution of the 2-D hydrodynamic Reynolds' equations and 3-D equations of solid mechanics. Our approach allows one to decouple the task of solid mechanics from the hydrodynamic task. At the first step, we solve the task of solid mechanics and find the compliance matrix, which establishes a functional relationship between surface deflections and pressure distributions along the lubricant layer. Determined ones, this matrix can be used for any pressure distributions along the lubrication layer. At the second step, we implement the obtained compliance matrix for solving the hydrodynamic problem. To find the compliance matrices, we apply the well known ANSYS package based on the finite element method, and also the Fourier series expansion. For suppressing the numerical noise-like small scaled oscillations we introduce regularization factors for the Fourier coefficients. The determined compliance matrices are used for self-consistent calculation of the pressure and surface deflections by the proposed iterative scheme. The particular results of calculations of pressure distributions and surface deformations are presented for different loadings. Fast convergence of the iterations is shown. Number of iterations depends on the loading conditions: An enhancement of the maximal contact pressure leads to increase of the number of the required iteration cycles.

Keyword: iterations, contact interaction, lubricant layer.

Введение. Расчет упругогидродинамического контакта ролика с деформируемой поверхностью является довольно сложной задачей, так как требует совместного решения уравнений гидродинамики в смазочном слое и уравнений упругости в деформируемом

теле. Эта задача тесно связана с проблемой моделирования подшипников качения, которые широко используются во многих технических устройствах. Следует особо отметить применение подшипников качения в авиационных и ракетных двигателях, где они

подвергаются предельным напряжениям. Большие силы и экстремальные температуры заставляют детали работать на пределе их технических возможностей. В то же время они должны отвечать самым строгим требованиям безопасности. Это накладывает повышенные требования к точности расчета рабочих характеристик конструктивных элементов подшипника. При этом корректный расчет деформаций рабочих поверхностей в присутствии смазки становится ключевой задачей.

Постановка задачи и подходы к решению обсуждались в работах [1–10], в которых рассматривался контакт ролика с упругим полупространством. В этих работах для расчета зоны контакта использовалось интегральное уравнение связи давления P и деформации δ :

$$\delta(x) = \int_{-\infty}^{\infty} P(x') K(x-x') dx', \quad (1)$$

где $K(x-x') = K_1(x-x') + K_2(x-x')$ – суммарная функция податливости, характеризующая влияние давления в точке x' на прогиб в точке x ; K_1 – функция податливости упругой пластины; K_2 – функция податливости ролика. В публикациях [2; 3] деформация ролика вообще не учитывалась ($K_2 = 0$), а вместо пластины рассматривалось упругое полупространство, для которого функция податливости K_1 имеет простой аналитический вид:

$$K(x-x') = \frac{2(1-m^2)}{\pi E} \text{Ln} \left(\frac{2L}{|x-x'|} \right), \quad (2)$$

где m и E – коэффициент Пуассона и модуль упругости материала. Однако в реальном случае контакта ролика с пластиной конечной толщины функция податливости зависит от геометрических характеристик, и ее поведение не описывается простой логарифмической формулой (2). В этом случае отсутствуют аналитические выражения для функции податливости и необходимо привлекать численные методы решения задачи. Целью данной работы является построение метода численного определения функций податливости контактирующих поверхностей для случая контакта ролика конечной длины с упругим телом конечной толщины при наличии смазки. Для выполнения расчетов привлекается известный вычислительный комплекс ANSYS.

Описание метода расчета. Предлагаемый метод расчета может использоваться для проектирования подшипников качения. Так как радиус ролика очень мал по сравнению с радиусом кольца, по которому он катится, то можно приближенно принять внешнее кольцо подшипника плоской пластиной [7]. Для иллюстрации метода рассмотрим контактное взаимодействие цилиндрического ролика с движущейся пластиной, покрытой слоем смазочного материала (рис. 1). Весь ход решения задачи разбиваем на три этапа.

На первом этапе определяем распределение давления в смазочном слое из решения уравнения Рейнольдса:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \exp(-\alpha P) \frac{\partial P}{\partial x} \right) = 6\mu_0 V \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right), \quad (3)$$

где P – давление в смазочном слое; V – скорость движения пластины; μ_0 – динамическая вязкость масла при нормальном давлении; α – пьезокоэффициент давления [11]. Ось x ориентирована в направлении движения пластины.

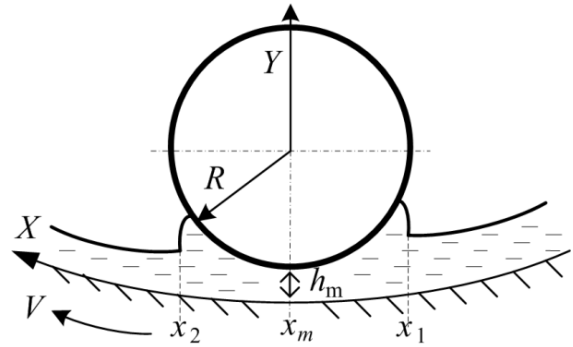


Рис. 1. Схема расположения ролика, пластины и слоя жидкого смазочного материала

Предполагая, что размер области контакта цилиндра и пластины мал по сравнению с радиусом ролика R , получаем следующее выражение для толщины слоя смазочного материала [2]:

$$h = h_m + (x - x_m)^2 / (2R), \quad (4)$$

где h_m – минимальная толщина смазочного слоя; x_m – координата точки минимального зазора. Формула (4), в которой пока не учтены упругие деформации поверхности, используется для предварительного расчета давления в области контакта. Деформации будут учтены в дальнейшем при выполнении итераций, описанных в последнем разделе.

Граничные условия в рассматриваемом случае имеют следующий вид [1; 2]:

$$P(x_1) = P(x_2) = \frac{dP}{dx}(x_2) = 0, \quad (5)$$

где x_1 и x_2 – входная и выходная границы смазочного слоя.

Для удобства решения задачи вводим безразмерные переменные:

$$\tilde{x} = (x - x_m) / (h_m R)^{1/2}, \quad q = P h_m^{3/2} / (6\mu V \sqrt{R}),$$

$$t = t V / (h_m R)^{1/2}.$$

После перехода к безразмерным переменным уравнение Рейнольдса (3) принимает более простой вид:

$$\frac{\partial}{\partial \tilde{x}} \left(H(\tilde{x})^3 \exp(-\tilde{\alpha} q) \frac{\partial q}{\partial \tilde{x}} \right) = \frac{\partial H(\tilde{x})}{\partial \tilde{x}}, \quad (6)$$

где $H(\tilde{x}) = 1 + \tilde{x}^2 / 2$; $\tilde{\alpha} = 6\alpha \mu_0 V \sqrt{R} / h_m^{3/2}$.

Положения входной и выходной границ будем характеризовать безразмерными параметрами a и b :

$$a = \frac{(x_1 - x_m)}{(R h_m)^{1/2}}, \quad b = \frac{(x_2 - x_m)}{(R h_m)^{1/2}}.$$

Значение параметра a зависит от количества смазки. В случае обильной смазки полагают $a = -\infty$ [2–4].

Интегрируя уравнение (6) и используя нулевое граничное условие (5) для производной функции давления при $x = x_2$, получаем дифференциальное уравнение первого порядка:

$$\exp(-\tilde{\alpha}q) \frac{\partial q}{\partial \tilde{x}} = \frac{H(\tilde{x}) - H(b)}{H(\tilde{x})^3} = \frac{(\tilde{x}^2 - b^2) / 2}{(1 + \tilde{x}^2 / 2)^3}. \quad (7)$$

В результате интегрирования уравнения (7) находим функцию, характеризующую распределение давления в смазочном слое и зависящую от параметра b :

$$\frac{1 - \exp(-\tilde{\alpha}q(x))}{\tilde{\alpha}} = \left(\arctan\left(\frac{\tilde{x}}{\sqrt{2}}\right) + \frac{\pi}{2} \right) \frac{\sqrt{2}}{4} \left(1 - \frac{3}{2}b^2 \right) - (2 + b^2) \left(\frac{\tilde{x}}{(2 + \tilde{x}^2)^2} \right) + \left(\frac{\tilde{x}}{2 + \tilde{x}^2} \right) \left(1 - \frac{3}{2}b^2 \right) \frac{1}{2}. \quad (8)$$

Неизвестный параметр b определяем с помощью граничного условия $q(b) = 0$, из которого следует трансцендентное уравнение

$$\left(\arctan\left(\frac{b}{\sqrt{2}}\right) + \frac{\pi}{2} \right) \frac{\sqrt{2}}{4} \left(1 - \frac{3}{2}b^2 \right) - (2 + b^2) \times \left(\frac{b}{(2 + b^2)^2} \right) + \left(\frac{b}{2 + b^2} \right) \left(1 - \frac{3}{2}b^2 \right) \frac{1}{2} = 0. \quad (9)$$

Решая уравнение (9) численно методом Ньютона, находим значение искомого параметра: $b = 0,67155$. Подставляя найденное значение b в уравнение (8), получаем распределение давления в смазочном слое, удовлетворяющее всем граничным условиям.

На втором этапе найденное распределение давления используем для определения прогиба упругой поверхности, контактирующей с роликом, и деформации самого ролика. Для этого применяем программный комплекс ANSYS, основанный на методе конечных элементов [12]. В нем строится модель пластины и ролика, которые разбиваются сеткой на элементарные конечные элементы. При разбиении на элементы необходимо учитывать, что в зоне контакта сетка должна быть строго упорядоченной и достаточно мелкой для более точного расчета. На граничных узлах сетки в области контакта задается найденное на первом этапе распределение давления. Далее выполняется расчет в ANSYS, после которого снимаются показания прогибов контактирующих поверхностей, которые используются в дальнейшем для определения функции податливости.

На третьем этапе определяем функции прогибов на основе результатов расчета ANSYS и интегральной формулы (1). Для искомого функций податливости используем разложение Фурье следующего вида:

$$K(x) = \sum_{i=0}^n \left[M_i \cos\left(x \frac{2\pi}{l} i\right) + N_i \sin\left(x \frac{2\pi}{l} i\right) \right], \quad (10)$$

где l – интервал изменения функции податливости (порядка длины контакта).

Подставляем выражение (10) в уравнение (1), умножаем поочередно на $\cos\left(x \frac{2\pi}{l} k\right)$ и $\sin\left(x \frac{2\pi}{l} k\right)$

и интегрируем от $-l/2$ до $l/2$. В результате получаем систему линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов M_k и N_k :

$$\begin{aligned} & M_k \int_{-l/2}^{l/2} P(x') \sin\left(k \frac{2\pi}{l} x'\right) dx' + \\ & + N_k \int_{-l/2}^{l/2} P(x') \cos\left(k \frac{2\pi}{l} x'\right) dx' = \\ & = \frac{2}{l} \int_{-l/2}^{l/2} \delta \sin\left(k \frac{2\pi}{l} x'\right) \cdot dx', \quad k \neq 0, \\ & M_k \int_{-l/2}^{l/2} P(x') \cos\left(k \frac{2\pi}{l} x'\right) dx' - \\ & - N_k \int_{-l/2}^{l/2} P(x') \sin\left(k \frac{2\pi}{l} x'\right) dx' = \\ & = \frac{2}{l} \int_{-l/2}^{l/2} \delta \cos\left(k \frac{2\pi}{l} x'\right) \cdot dx', \quad k \neq 0; \\ & M_0 \int_{-l/2}^{l/2} P(x') dx' = \frac{1}{l} \int_{-l/2}^{l/2} \delta \cdot dx'. \end{aligned} \quad (11)$$

Решая систему линейных алгебраических уравнений (11), находим коэффициенты Фурье:

$$\begin{aligned} M_k &= \frac{2 X_k C_k + Y_k D_k}{l X_k^2 + Y_k^2}, \quad N_k = \frac{2 Y_k C_k - X_k D_k}{l X_k^2 + Y_k^2}, \quad k \neq 0, \\ M_0 &= \frac{1 X_0 C_0 + Y_0 D_0}{l X_0^2 + Y_0^2}, \quad N_k = \frac{1 Y_0 C_0 - X_0 D_0}{l X_0^2 + Y_0^2}, \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} Y_k &= \int_{-l/2}^{l/2} P(x) \cos\left(k \frac{2\pi}{l} x\right) \cdot dx, \\ X_k &= \int_{-l/2}^{l/2} P(x) \sin\left(k \frac{2\pi}{l} x\right) \cdot dx, \\ C_k &= \int_{-l/2}^{l/2} \delta(x) \sin\left(k \frac{2\pi}{l} x\right) \cdot dx, \\ D_k &= \int_{-l/2}^{l/2} \delta(x) \cos\left(k \frac{2\pi}{l} x\right) \cdot dx. \end{aligned}$$

Здесь функции $P(x)$ и $\delta(x)$ определяются сплайн-интерполяцией сеточных значений P_i и δ_i . Важно отметить, что при восстановлении функции податливости возникают шумы, связанные с влиянием мелко-масштабных погрешностей в исходных данных, полученных на основе расчета ANSYS. Чтобы устранить эти шумы, необходимо использовать специальную регуляризацию. Общая теория регуляризаций при решении интегральных уравнений описана в монографии [13]. Для подавления шумов вводим регуляризующие множители вида $g_j = \frac{1}{1 + \varepsilon j^4}$, где ε – малый параметр, подбираемый для уменьшения паразитных осцилляций. В этом случае выражения (12) принимают вид

$$\tilde{M}_k = \frac{2 X_k C_k + Y_k D_k}{l X_k^2 + Y_k^2} g_k, \quad \tilde{N}_k = \frac{2 Y_k C_k - X_k D_k}{l X_k^2 + Y_k^2} g_k, \quad k \neq 0;$$

$$\tilde{M}_0 = \frac{1}{l} \frac{X_0 C_0 + Y_0 D_0}{X_0^2 + Y_0^2}, \quad \tilde{N}_0 = \frac{1}{l} \frac{Y_0 C_0 - X_0 D_0}{X_0^2 + Y_0^2}. \quad (13)$$

Подставляя найденные значения M_k и N_k из (13) в формулу (10), получаем сглаженную функцию податливости:

$$K(x) = \sum_{k=0}^n \left[\tilde{M}_k \cos\left(x \frac{2\pi}{l} k\right) + \tilde{N}_k \sin\left(x \frac{2\pi}{l} k\right) \right]. \quad (14)$$

Формула (14) применима как для K_1 – функции податливости упругой пластины, так и для K_2 – функции податливости ролика. Функции K_1 и K_2 могут существенно отличаться в силу различий геометрических характеристик и свойств материалов пластины и ролика.

На последнем этапе используем найденную функцию податливости для уточненного расчета распределений давления и прогиба итерационным способом. Итерационная формула имеет вид

$$\begin{aligned} H_0(\tilde{x}) &= 1 + \tilde{x}^2 / 2, \\ \delta_1^{(n)}(\tilde{x}) &= A \int_a^b q_n(x') K_1(\beta(\tilde{x} - x')) dx', \\ \delta_2^{(n)}(\tilde{x}) &= A \int_a^b q_n(x') K_2(\beta(\tilde{x} - x')) dx', \\ H_n(\tilde{x}) &= 1 + \tilde{x}^2 / 2 + \delta_1^{(n-1)}(\tilde{x}) + \delta_2^{(n-1)}(\tilde{x}) = \\ &= 1 + \tilde{x}^2 / 2 + A \int_a^b q_{n-1}(x') K_1(\beta(\tilde{x} - x')) dx' + \\ &+ A \int_a^b q_{n-1}(x') K_2(\beta(\tilde{x} - x')) dx, \\ \frac{1 - \exp(-\tilde{\alpha} q_n(x))}{\tilde{\alpha}} &= \int_a^{\tilde{x}} \frac{H_n(x') - H_n(b)}{H_n(x')^3} dx', \quad (15) \\ n &= 0, 1, 2, 3, \dots \end{aligned}$$

где n – номер итерации; $\beta = (R h_m)^{1/2} / L_y$; $A = 6 \mu_0 V R / h_m^2$ – коэффициенты, вычисляемые по заданным параметрам задачи; L_y – толщина пластины.

На нулевой итерации расчет давления в смазочном слое выполняется без учета прогиба упругого слоя. В процессе сходящихся итераций получаем самосогласованные распределения давления и прогиба в области контакта.

Иллюстрация метода на конкретном примере.

Для расчетов использовались следующие числовые параметры: $h_m = 0,00001$ м, $\mu = 0,024$ Па·с, $V = 7$ м/с, $R = 0,005$ м (за основу взят подшипник 32114 серии [14]). Для моделирования примем, что материалы пластины и ролика идентичны и имеют следующие механические свойства: $E = 2,1 \cdot 10^{11}$ Па – модуль упругости (сталь), $m = 0,3$ – коэффициент Пуассона.

Решая уравнение (9) численно методом Ньютона, находим $b = 0,67155$. Подставляя найденное значение b в уравнение (8), получаем распределение давления, показанное на рис. 2. Далее найденное распределение давления используем для определения прогибов упругой поверхности и ролика.

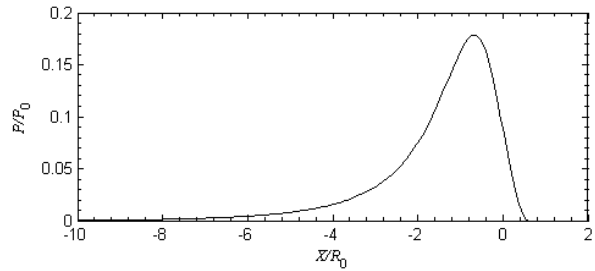


Рис. 2. Распределение безразмерного давления в смазочном слое при отсутствии упругих деформаций. Координата нормирована к характерному размеру зоны контакта $R_0 = (R h_m)^{1/2}$

В программном комплексе ANSYS для моделирования процесса контакта была построена расчетная модель упругой пластины (упругий параллелепипед размерами $L_x \times L_y \times L_z = 0,2 \times 0,05 \times 0,2$ м). Вся расчетная область разбивалась на 40 элементов по длине, 10 элементов по высоте и 4 элемента по ширине (крупная сетка). В зоне действия нагрузки делалось дополнительное, более мелкое разбиение области на 90 ячеек вдоль пятна контакта для большей точности расчетов (рис. 3, а). Внутри упругого ролика ($R = 0,005$ м) расчетная область от $R = 0$ м, до $R = 0,002$ м разбивалась свободной сеткой, предложенной комплексом ANSYS. Область от $R = 0,002$ м, до $R = 0,005$ м разбита на 10 элементов. Расчетная область, за исключением пятна контакта, разбита на 40 элементов по длине окружности, а само пятно контакта дополнительно разбито на 90 элементов (рис. 3, б).

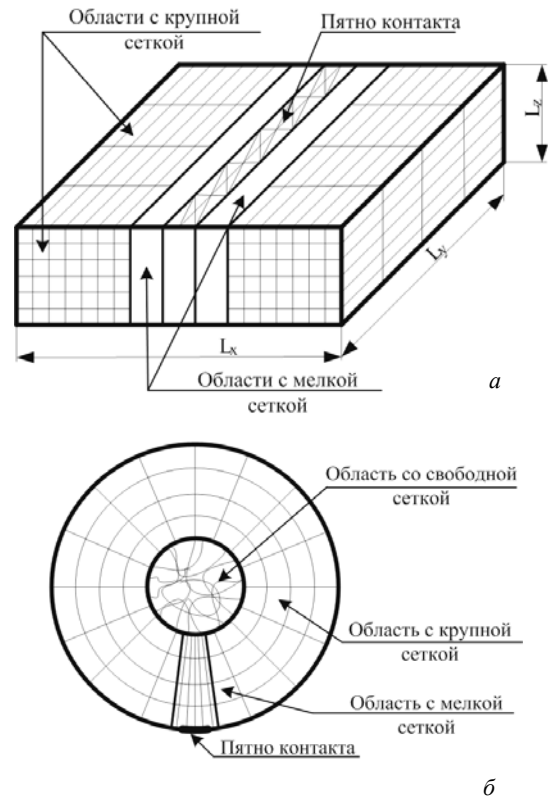


Рис. 3. Схема расчетной сетки, используемой в ANSYS: а – для упругой пластины; б – для упругого ролика

В качестве нагрузки задавалось давление, действующее на каждую ячейку сетки вдоль пятна контакта. Выполняя расчет ANSYS для заданного распределения давления (рис. 2), получаем значения деформаций ролика и пластины, показанные на рис. 4.

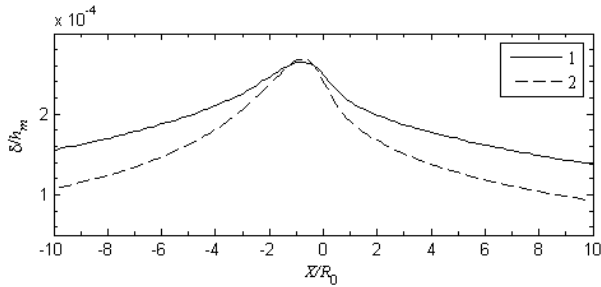


Рис. 4. Прогиб поверхности, полученный в результате моделирования в ANSYS: 1 – упругой пластины; 2 – упругого ролика

Используя найденное ранее распределение давления в слое и рассчитанные по программе ANSYS деформации, определяем из решения системы (12) коэффициенты Фурье.

Для сглаживания паразитных осцилляций вводим регуляризирующие множители. Осцилляции сильнее проявляются на краях и в меньшей степени – в центральной части области определения функции податливости. Поэтому в центральной части применяем множители g_{1k} с меньшим сглаживанием, а на периферии – множители g_{2k} с большим сглаживанием:

$$g_{1n} = \frac{1}{1 + 0,0002 n^4}, \quad g_{2n} = \frac{1}{1 + 0,0008 n^4}. \quad (16)$$

Подставляя найденные значения M_k и N_k с множителями (16) в формулу (14), получаем окончательное выражение функции податливости в виде

$$K(x) = \begin{cases} \sum_{k=0}^n \left[M_k g_{1k} \cos\left(x \frac{2\pi}{l} k\right) + N_k g_{1k} \sin\left(x \frac{2\pi}{l} k\right) \right], & |x/L| < 0,03; \\ \sum_{k=0}^n \left[M_k g_{2k} \cos\left(x \frac{2\pi}{l} k\right) + N_k g_{2k} \sin\left(x \frac{2\pi}{l} k\right) \right], & |x/L| \geq 0,03. \end{cases}$$

График найденных функций показан на рис. 5. Значения функций нормированы к их максимальным значениям: $K_{\max 1} = 3,267 \cdot 10^{-15} \text{ Па}^{-1}$ для упругой пластины и $K_{\max 2} = 3,45 \cdot 10^{-15} \text{ Па}^{-1}$ для упругого ролика. Пики функций податливости пластины и ролика очень близки по значениям. Это объясняется идентичностью механических свойств материалов ролика и пластины. При этом функция податливости пластины существенно медленнее спадает по сравнению с функцией податливости ролика, что связано с различием их геометрических параметров. Характер убывания функции податливости для ролика зависит от его радиуса, а для пластины – от её толщины.

Полученная формула (14) для функции податливости может применяться при любых распределениях давления в смазочном слое для заданных размеров

пластины и ролика. Проверка данного метода выполнена в [15].

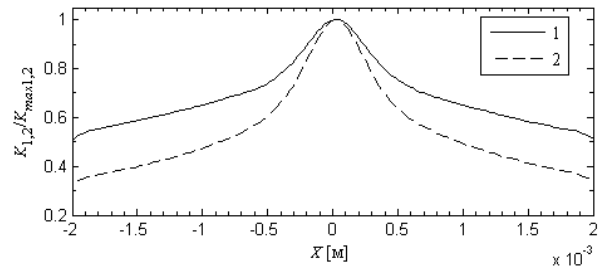


Рис. 5. График функций податливости: 1 – упругой пластины; 2 – упругого ролика

Далее включаем найденные функции податливости в общую итерационную схему для самосогласованного расчета давления и прогиба в зоне контакта. Сначала выполняем расчет для $h_m = 0,000001 \text{ м}$. Результаты расчетов прогиба и давления представлены в таблице. Нулевая итерация не учитывает прогиб поверхности и поэтому дает наибольший пик давления. При следующих итерациях, учитывающих прогиб, пик давления заметно снижается. Как видно из таблицы, установившийся режим для данного случая наступает уже на третьем итерационном шаге. На дальнейших итерационных шагах относительные изменения максимального прогиба и давления очень малы (составляют сотые доли процента).

Таблица

Максимальные значения давления и прогиба для $h_m = 0,000001 \text{ м}$

№ итерации	Давление $P \cdot 10^7 \text{ Па}$	Прогиб $\delta \cdot 10^{-8} \text{ м}$		Нагрузка $10^3, \text{ Н}$
		Кольцо	Ролик	
0	1,33280	2,88508651	2,98079148	4,871
1	1,2209	2,715387	2,804656146	4,499
2	1,2272	2,725262225	2,8149000698	4,522
3	1,2268	2,7244631096	2,8140732702	4,52
4	1,2269	2,7250222903	2,8146484524	4,522
5	1,22687	2,7247243298	2,8143419046	4,521

Далее проводим серию вычислительных экспериментов, постепенно увеличивая давление за счет уменьшения минимального зазора. Так, выполняем расчеты для следующих значений минимального зазора h_m : $0,00000085$, $0,00000065$, $0,0000005$, $0,00000037$ и $0,00000025$. Расчеты показали, что уменьшение параметра h_m (увеличение внешней нагрузки) приводит к некоторому замедлению сходимости процесса и увеличению числа итерационных шагов для достижения требуемой точности. На рис. 6 показана зависимость минимального зазора в смазочном слое от контактной нагрузки. Зависимость нагрузки от распределения контактного давления определяется следующим интегральным уравнением:

$$W = \int_{x_1}^{x_2} P(x) dx, \quad (17)$$

где W – контактная нагрузка.

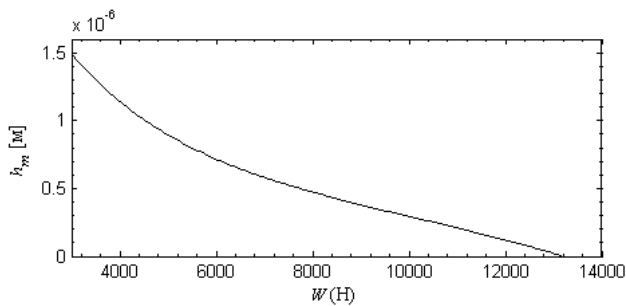


Рис. 6. Зависимость минимального зазора в смазочном слое h_m от контактной нагрузки W (17)

Заключение. Разработан подход к решению задачи упругогидродинамического контакта ролика с движущейся пластиной конечной толщины. На первом этапе на основе решения уравнения Рейнольдса выполняется предварительный расчет давления в смазочном слое без учета деформаций поверхности. Далее распределение этого давления задается в программе ANSYS для определения упругих деформаций пластины и ролика. В предположении линейной интегральной связи деформации и давления определяется функции податливости контактирующих тел. Найденные функции податливости не зависят от конкретного распределения давления в смазочном слое и используются для итерационного расчета характеристик смазочного слоя и деформаций поверхностей при различных нагрузках.

Библиографические ссылки

1. Коднир Д. С. Контактная гидродинамика смазки деталей машин. М. : Машиностроение, 1976. 304 с.
2. Галахов М. А., Усов П. П. Дифференциальные и интегральные уравнения математической модели теории трения. М. : Наука. Физ.-мат. лит., 1990, 280 с.
3. Галахов М. А., Гусятников П. Б., Новиков А. П. Математические модели контактной гидродинамики. М. : Наука, 1985, 294 с.
4. Терентьев В. Ф., Еркаев Н. В., Докшанин С. Г. Трибонадежность подшипниковых узлов в присутствии модифицированных смазочных композиций. Новосибирск : Наука, 2003, 142 с.
5. Venner C. H., Lubrecht A. A. MultiLevel methods in lubrication. Amsterdam : Elsevier, 2000. P. 400.
6. Venner C. H. Multilevel solution of the EHL line and point contact problems / PhD thesis, University of Twente. Enschede, 1991.
7. Venner C. H., Lubrecht A. A. Numerical simulation of a transverse ridge in a circular EHL contact under rolling sliding // Trans. ASME J. Tribol. 1994. Pp. 751–761.
8. Anuradha P., Kumar P. EHL line contact central and minimum film thickness equations for lubricants with linear piezoviscous behavior // Tribol. 2011. Int. 44. Pp. 1257–1260.
9. Беспорточный А. И. Асимптотические режимы гидродинамического контакта упругого цилиндра и жесткого полупространства // Труды МФТИ. 2013. Т. 5, № 2. С. 4–12.

10. Беспорточный А. И. Режимы смазки контакта цилиндра с упругим покрытием и жесткого полупространства // Научный вестник МГТУ ГА. 2011. № 163. С. 138–143.

11. D'Agostino V., Petrone V., Senatore A. Effects of the lubricant piezo-viscous properties on EHL line and point contact problems // Tribol. Lett. 2013. Int. 49. Pp. 385–396. DOI 10.1007/s11249-012-0079-5.

12. Любимов А. К. Применение системы ANSYS к решению задач механики сплошной среды. Нижний Новгород : Изд-во Нижегородского гос. ун-та. 2006. 227 с.

13. Тихонов А. Н. Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. М. : Наука. 1979. 288 с.

14. Нарышкин В. Н., Коросташевский Р. В. Подшипники качения. Справочник-каталог. М. : Машиностроение, 1984. 280 с.

15. Иванов В. А., Еркаев Н. В. Моделирование контакта ролика с пластиной при наличии смазки // Технология машиностроения. 2014. № 6. С. 53–58.

References

1. Kodnir D. S. *Kontaktная gidrodinamika smazki detalei mashin* [Contact hydrodynamics of lubrication of machine parts]. Moscow, Mashinostroyeniye Publ., 1976, 304 p.
2. Galakhov M. A., Usov P. P. *Differentsialnie i integralnie uravneniy matematicheskoi teorii treniy* [Differential and integral equations of the mathematical model of the friction theory]. Moscow, Nauka ; Fiz.-Mat. Lit. Publ., 1990, 280 p.
3. Galakhov M. A., Gusaytnikov P. B., Novikov A. P. *Matematicheskie modeli kontaktnoi gidrodinamiki* [Mathematical models of contact hydrodynamics]. Moscow, Nauka Publ., 1985, 294 p.
4. Terentev V. F., Erkaev N. V., Dokshaniin S. G. *Tribonadejnost podshipnikovikh uzlov v prisutstvii modifitsirovanikh smazochnikh kompozitsy* [Tribodurability of bearing units in a presence of modified lubricant compositions]. Novosibirsk, Nauka Publ., 2003, 142 p.
5. Venner C. H., Lubrecht A. A. MultiLevel methods in lubrication. Amsterdam, Elsevier, 2000, 400 p.
6. Venner C. H. Multilevel solution of the EHL line and point contact problems. PhD thesis, University of Twente. Enschede, 1991.
7. Venner C. H., Lubrecht A. A. Numerical simulation of a transverse ridge in a circular EHL contact under rolling sliding. Trans. ASME J. Tribol 1994, p. 751–761.
8. Anuradha P., Kumar P. EHL line contact central and minimum film thickness equations for lubricants with linear piezoviscous behavior. Tribol 2011. Int. 44, p. 1257–1260.
9. Besportochnyy A. I. [Asymptotic regimes of hydrodynamic contact of an elastic cylinder and a rigid half-space]. *Trudy MFTI*. 2013. T. 5, № 2, p. 4–12 (In Russ.).
10. Besportochnyy A. I. [Regimes of lubrication of the cylinder covered by an elastic layer with a rigid half-space]. *Nauchnyy vestnik MGTU GA*. 2011, № 163, p. 138–143 (In Russ.).
11. D'Agostino V., Petrone V., Senatore A. Effects of the lubricant piezo-viscous properties on EHL line and

point contact problems, Tribol Lett 2013, Int 49, p. 385–396. DOI 10.1007/s11249-012-0079-5.

12. Lubimov A. K. *Primenenie sistemi ANSYS k resheniy zadach mekhaniki sploshnoi sredi* [Use of ANSYS system to the solution of problems of mechanics of the continuous environment]. N. Novgorod, izd-vo Nizhegorodskogo gosuniversiteta, 2006, 227 p.

13. Tihonov A. N., Arsenin V. Ja. *Metody reshenija nekorrektnykh zadach* [Methods of the incorrect tasks solution]. Moscow, Nauka Publ., 1979, 288 p.

14. Naryshkin V. N., Korostashevskij R. V. *Podshipniki kachenija. Spravochnik-katalog*. [Rolling bearings. Reference book catalog]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1984, 280 p.

15. Ivanov V. A., Erkaev N. V. [Modeling of contact of a roller with a plate in a presence of lubricant]. *Tekhnologija mashinostroenija*. 2014, vol. 6, p. 53–58 (In Russ.).

© Иванов В. А., Еркаев Н. В., 2014