В работе выполнен анализ проблемы представления семантической сети слов в рамках предложений естественного языка, синонимичных и частично синонимичных друг другу. Предложена модель представления вложенной сети сем многоуровневой семантической сети сем и слов естественного языка с привлечением матриц, описывающих глубинную семантику слов в предложении. Затронут вопрос построения программы, автоматически генерирующей такие матрицы на основе семантического векторизованного словаря и предполагающей вариативность интерпретаций – внутренних сверток (задания отношений тождества) элементов значения высказываний. Последнее могло бы дать возможность использовать рассматриваемую модель для моделирования процессов интерпретации и перефразирования мыслей, часто выходящих за рамки семантики исторически устоявшихся терминальных слов и выражений языка.

Библиографические ссылки

1. Avancini H., Lavelli A., Sebastiani F., Zanoli R. Automatic Expansion of Domain-Specific Lexicon by Term Categorization. ACM Translation on Speech and Language Processing. 2006. Vol. 3, No. 1. P. 1–30.

2. Сафонов К. В., Личаргин Д. В. Elaboration of a vector-based semantic classification over the words and notions of the natural language // Вестник СибГАУ. 2009. № 5 (26). С. 52–56.

3. Сафонов К. В., Личаргин Д. В. Разработка векторизованной семантической классификации над словами и понятиями естественного языка // Вестник СибГАУ. 2010. № 4 (30). С. 33–37.

4. Сафонов К. В., Личаргин Д. В. Некоторые принципы автоматической генерации учебных материалов на основе баз знаний и лингвистической классификации // Вестник СибГАУ. 2012. № 2 (42). С. 72–77.

Reference

1. Avancini H., Lavelli A., Sebastiani F., Zanoli R. Automatic Expansion of Domain-Specific Lexicon by Term Categorization. *ACM Translation on Speech and Language Processing*, Vol. 3, No. 1, May 2006, p. 1–30.

2. Safonov K. V., Lichargin D. V. [Elaboration of a vector-based semantic classification over the words and notions of the natural language]. *Vestnik SibGAU*, 2009, vol. 26, no. 5, p. 52–56. (In Russ.)

3. Safonov K. V., Lichargin D. V. [Development vectorized semantic classification of words and concepts of natural language]. *Vestnik SibGAU*, 2010, vol. 30, no. 4, p. 33–37. (In Russ.)

4. Safonov K. V., Lichargin D. V. [Some of the principles of automatic generation of training materials based on knowledge bases and linguistic classification]. *Vestnik SibGAU*, 2012, vol. 42, no. 2, p. 72–77. (In Russ.)

УДК 62.501

НЕКОТОРЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ К *H*-МОДЕЛЯМ БЕЗЫНЕРЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

А. В. Медведев

Сибирский государственный аэрокосмический университет имени академика М. Ф. Решетнева
Российская Федерация, 660014, г. Красноярск, просп. им. газ. «Красноярский рабочий», 31
E-mail: Saor_medvedev@sibsau.ru

Исследуется проблема моделирования дискретно-непрерывных процессов, имеющих «трубчатую» структуру в пространстве входных-выходных переменных. Моделирование процессов этого класса существенно отличается от общепринятых параметрических моделей, представляющих собой поверхности в том же пространстве. При построении обучающихся параметрических моделей «трубчатых» процессов необходимо использование соответствующих непараметрических индикаторов. Рассмотрены некоторые частные примеры моделирования «трубчатых» процессов, из которых следует, что процессы протекают в пространствах дробной размерности. Приводится случай функции многих переменных и анализируется ситуация, когда с течением времени эти переменные могут «исчезать» и «возникать» вновь. Показано, что вычисление размерности дробного пространства может осуществляться различными путями.

Ключевые слова: априорная информация, идентификация, непараметрическая модель, непараметрические алгоритмы, H-модели, пространство дробной размерности.

SOME NOTES ON *H*-MODELS FOR NON-INERTIA SYSTEMS WITH A DELAY

A. V. Medvedev

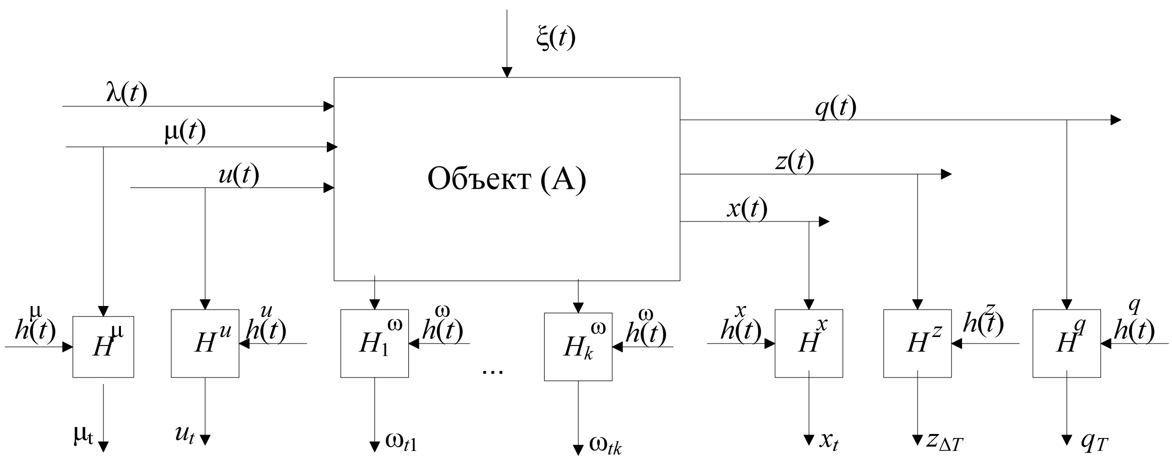
Siberian State Aerospace University named after academician M. F. Reshetnev
31, Krasnoyarsky Rabochy Av., Krasnoyarsk, 660014, Russian Federation
E-mail: Saor_medvedev@sibsau.ru

The paper examines the modeling problem of discrete-continuous processes with a "tubular" structure in the space of the "input-output" variables. Modeling of processes in this class differs from the conventional parametric models represented the surface in the same space. One should apply the appropriate non-parametric indicators while building learning parametric models of the "tubular" processes. Some specific examples of "tubular" processes modeling are considered. It follows from them that the processes are in spaces of fractional dimension. The case of the function with multiple variables is given and the situation when these variables can "disappear" and "occur again" is analyzed. It is shown that the calculation of fractional dimension space can be realized in different ways.

Keywords: a priori information, identification, nonparametric model, nonparametric algorithms, H-models, space of fractional dimension.

Идентификация многих стохастических объектов часто сводится к идентификации статических систем с запаздыванием. Обусловлено это тем, что некоторые выходные переменные объекта контролируются через значительно большие интервалы времени, чем входные, и существенно превышают постоянную времени объекта. Например, ряд переменных измеряется электрическим способом (в этом случае дискретность контроля Δt может быть достаточно мала), а другие переменные контролируются в результате химического анализа или физико-механических испытаний (в этом случае дискретность контроля ΔT велика, т. е. $\Delta T >> \Delta t$).

Наиболее общая схема исследуемого дискретно-непрерывного процесса может быть представлена на рисунке, где приняты следующие обозначения: А – неизвестный оператор объекта; $x(t)$, $z(t)$, $q(t)$ – выходные переменные процесса; $u(t)$ – векторное управляющее воздействие; $\mu(t)$ – входная неуправляемая измеряемая переменная процесса; $\lambda(t)$ – входная неуправляемая неизмеряемая переменная процесса; $\xi(t)$ – векторное случайное воздействие; $\omega^i(t)$ $i = 1, 2, ..., k$ – переменные процесса, контролируемые в том числе по длине объекта, (t) – непрерывное время; H^μ, H^u, H^x, H^z, H^q, H^ω – каналы связи, соответствующие различным переменным, включающие в себя средства контроля, приборы для измерения наблюдаемых переменных; μ_t, u_t, x_t, $z_{\Delta T}$, q_T, ω_t – означают измерение $\mu(t)$, $u(t)$, $x(t)$, $z(t)$, $q(t)$, $\omega(t)$ в дискретное время; $h^\mu(t)$, $h^u(t)$, $h^x(t)$, $h^z(t)$, $h^q(t)$, $h^\omega(t)$ со значком вверху – случайные помехи измерений соответствующих переменных процесса.



Общая схема исследуемого процесса

Отметим существенное отличие выходных переменных $z(t)$, $q(t)$ и $x(t)$, представленных на рисунке. Выходная переменная $x(t)$, равно как и входные, контролируется через интервалы времени Δt, $q(t)$ контролируется через существенно большие интервалы времени ΔT, z – через T ($T >> \Delta T >> \Delta t$). С практической точки зрения для исследуемого процесса наиболее важным часто является контроль переменных $z(t)$. Например, выходные переменные $x(t)$ контролируются с помощью различного рода индукционных, емкостных и других датчиков, $q(t)$ – на основе лабораторных анализов, а $z(t)$ – в результате длительного химического анализа, физико-механических испытаний и др. Этим и обусловлено существенное отличие дискретности контроля выходных переменных $x(t)$, $z(t)$ и $q(t)$. Особенностью здесь является то, что измеренное значение выхода объекта станет известным только через определенные промежутки времени, этим объясняется задержка в измерениях выходных переменных объекта $x(t)$, $q(t)$ и $z(t)$.

В этом случае значения выходных переменных зависят от входных и $\omega(t)$ (дополнительная информация), т. е. следующим образом:

$$x(t) = A(u(t), \mu(t), \omega(t), \lambda(t), \xi(t), t) . \tag{1}$$

При моделировании подобных процессов, учитывая различную дискретизацию контроля измерений $x(t)$, $q(t)$ и $z(t)$, при прогнозировании $q(t)$ и $z(t)$ естественно использовать весь набор переменных, влияющих на прогноз $x(t)$, $q(t)$, $z(t)$:

$$\hat{x}(t) = \hat{A}(u(t), \mu(t), \omega(t), t), \tag{2}$$

$$\hat{q}(t) = \hat{A}(u(t), \mu(t), \omega(t), \hat{x}(t), t) , \tag{3}$$

$$\hat{z}(t) = \hat{A}(u(t), \mu(t), \omega(t), \hat{x}(t), \hat{q}(t), t) . \tag{4}$$

Учитывая большие значения ΔT и T, значительно превышающие постоянные времени объекта, при моделировании придется учитывать, что процессы относятся к классу статических с запаздыванием, что значительно повышает их роль и значение в задачах идентификации и управления стохастическими системами.

Для дальнейшего изложения, без нарушения общности, «свернем» все входные и выходные переменные в соответствующие векторы. Тогда исследуемый объект может быть представлен статическим с запаздыванием. Такой процесс целесообразно по соответствующему каналу представить в виде

$$x(t) = f(u(t-\tau), \xi(t)) , \tag{5}$$

где $x(t)$ – выходная переменная объекта; $u(t-\tau)$ – совокупная входная переменная; τ – запаздывание; $\xi(t)$ – случайное возмущение, действующее на объект; t – непрерывное время.

Выборка наблюдений в дискретном виде может быть представлена следующим образом: u_t, x_{t+n+m}, где n – дискретность запаздывания, $n = \tau / \Delta t$; m – задержка, вызванная длительностью контроля, $m = \Delta T / \Delta t$; $t = 1, 2, ..., s$. Осуществляя сдвиг реализации x_t, $t = \overline{1, s}$, на $(n+m)$ тактов, выборку наблюдений можно переписать следующим образом: $\{u_t, x_t, t = \overline{1, s}\}$ и, без нарушения общности, свести задачу идентификации к идентификации статического объекта с запаздыванием.

Идентификация в узком и широком смысле. Как было отмечено ранее, при моделировании разнообразных дискретно-непрерывных процессов в настоящее время доминирует теория идентификации в узком смысле. Ее содержание состоит в том, что на первом этапе, на основании имеющейся априорной информации, определяется параметрический класс оператора объекта A^{α}, например:

$$\tilde{x}_{\alpha}(t) = A^{\alpha}(u(t), \alpha) , \tag{6}$$

где A^{α} – параметрическая структура модели; α – вектор параметров.

На втором этапе осуществляется оценка параметров α на основе имеющейся выборки $\{x_i, u_i, i = \overline{1, s}\}$, где s – объем выборки. Успех решения задачи идентификации в этом случае существенно зависит от того, насколько «удачно» определен оператор (6).

Идентификация в широком смысле предполагает отсутствие этапа выбора параметрического класса оператора. Часто оказывается значительно проще определить класс операторов на основе сведений качественного характера, например, линейности процесса или типа нелинейности, однозначности либо неоднозначности и др. В этом случае задача идентификации состоит в оценивании этого оператора на основе выборки $\{x_i, u_i, i = \overline{1, s}\}$:

$$\tilde{x}_s(t) = A_s(u(t), \vec{x}_s, \vec{u}_s) , \tag{7}$$

где $\vec{x}_s = (x_1, x_2, ..., x_s)$, $\vec{u}_s = (u_1, u_2, ..., u_s)$ – временные векторы. Оценка оператора A_s может быть осуществлена средствами непараметрической статистики. Примечательным здесь является то, что при этом исключается этап выбора параметрической структуры. Тем самым можно утверждать, что идентификация в этом случае, а это вариант идентификации в широком смысле, является более адекватной реальным задачам практики.

Идентификация статической системы. Пусть $u = (u_1, \dots, u_k) \in \Omega(u) \subset R^k$, $x \in \Omega(x) \subset R^1$. Вообще говоря, каждая компонента вектора $u_i \in [a_i; b_i]$, $i = \overline{1, k}$, а $x \in [c; d]$. При исследовании реальных процессов значения коэффициентов $\{a_i, b_i, c, d\}$, $i = \overline{1, k}$, всегда известны. В технологических процессах значения этих коэффициентов регламентируются технологическим регламентом (картой). В дальнейшем, без нарушения общности, эти интервалы примем единичными [1], тогда $\Omega(u)$ – единичный гиперкуб, $\Omega_k(u) = [0; 1]$, т. е. $u \in [0; 1]$, $\Omega_{k+1}(u, x) = [0; 1]$, $(u, x) \in \Omega_{k+1}(u, x)$.

Задачу идентификации часто сводят к параметрической, состоящей из двух основных этапов. Первый этап – выбор (определение) параметрической модели (6) в виде $\hat{x} = \hat{f}(u, \alpha)$, где α – вектор параметров, и на втором этапе – последующая оценка параметров α на основании поступающих элементов выборки $(u_1, x_1), (u_2, x_2), \ \ldots, (u_s, x_s)$, т. е. получение оценки α_s. Адаптивная модель в этом случае будет выглядеть следующим образом:

$$\hat{x}_s(u) = \hat{f}(u, \alpha_s) . \tag{8}$$

Оценка параметров α при наличии обучающей выборки может быть осуществлена методом наименьших квадратов или методом стохастических аппроксимаций. Такова общая схема решения задач параметрической идентификации. Отметим только, что наиболее «слабым» местом здесь является выбор параметрической структуры модели. Если на первом этапе допущена достаточно грубая ошибка, то в итоге полученная модель вряд ли будет удовлетворительной. Эта проблема достаточно подробно обсуждалась в [2; 3]. Там же предложен новый класс *K*-моделей, учитывающий в комплексе знание фундаментальных законов, другую априорную информацию об объекте, в том числе разнотипную. Обратим внимание на то, что модели класса (8) представляют собой гиперповерхности в пространстве входных-выходных переменных объекта, т. е. $(u, x) \in \Omega(u, x) \subset R^{k+1}$.

Если исследуемый процесс имеет «трубчатую» структуру, то модель (8) необходимо подкорректировать следующим образом [2]:

$$\hat{x}_s(u) = I_s(u)\hat{f}(u, \alpha_s) \tag{9}$$

либо

$$\hat{x}_s(u) = I_s(u)\sum_{j=1}^{N} \alpha_{sj}\varphi_j(u) , \tag{10}$$

где $\varphi_j(u)$ – система линейно независимых функций; индикатор $I_s(u)$ имеет вид

$$I_s(u) = \begin{cases} 1, & \text{если } u \in \Omega_s^H(u); \\ 0, & \text{если } u \,\overline{\in}\, \Omega_s^H(u). \end{cases} \tag{11}$$

Заметим лишь, что, вообще говоря, область $\Omega_s^H(u)$ нам не известна, а известна лишь выборка $\left\{x_i, u_i, i = \overline{1, s}\right\}$. Если индикатор равен нулю, то оценка $\hat{x}(u)$, $\hat{x}_s(u)$ не может быть вычислена, т. е. при таких значениях компонент вектора $u \in \Omega(u)$ процесс протекать не может. Если индикатор $I_s(u)$ при любом значении $u \in \Omega(u)$ равен единице, то модель (9) совпадает с (8). В качестве оценки индикатора $I_s(u)$ можно принять следующее приближение:

$$I_s(u) = \operatorname{sgn}(sc_s)^{-1}\sum_{i=1}^{s}\Phi(c_s^{-1}(x_s(u) - x_i))\prod_{j=1}^{k}\Phi(c_s^{-1}(u^j - u_i^j)) , \tag{12}$$

где

$$x_s(u) = \sum_{i=1}^{s} x_i \prod_{j=1}^{k}\Phi(c_s^{-1}(u^j - u_i^j)) / \sum_{i=1}^{s}\prod_{j=1}^{k}\Phi(c_s^{-1}(u^j - u_i^j)), \tag{13}$$

а параметр размытости c_s и колоколообразная функция $\Phi(\cdot)$ удовлетворяют условиям сходимости [4].

Таким образом, при известном значении $u = u' \in \Omega(u)$ сначала строится оценка $x_s(u = u')$ по формуле (13), затем вычисляется индикатор $I_s(u)$ и только на следующем этапе используются модели (9) или (10), если индикатор оказался равным единице. Если же индикатор равен нулю, то это означает, что хотя $u' \in \Omega(u)$, но $u' \,\overline{\in}\, \Omega^H(u)$, т. е. компоненты вектора $u = u' = (u'_1, \ \ldots, \ u'_k)$ определены неверно, иными словами, реально протекающий «трубчатый» процесс не соответствует совокупности заданных значений компонент вектора $u = u'$. Причины этого могут состоять в том, что компоненты вектора $u = u' = (u'_1, \ \ldots, \ u'_k)$ выбраны неверно либо измерены со значительной погрешностью типа «выброс». Конечно же, это справедливо только при условии, что мы располагаем представительной выборкой $\left\{x_i, u_i, i = \overline{1, s}\right\}$. Следует заметить, что использование традиционных моделей типа (8) позволит получить оценку $\hat{x}(u = u')$, которая, естественно, будет далека от реальности.

Естественно считать, что процесс идентификации объекта в параметрической постановке также следует осуществлять с учетом «трубчатой» структуры объекта. Примем модель «трубчатого» процесса в виде

$$\hat{x}(u) = I(u)\sum_{j=1}^{N} \alpha_j \varphi_j(u) , \tag{14}$$

где $\varphi_j(u)$, $j = \overline{1, N}$ – система выбранных линейно независимых функций; $I_s(u)$ – индикаторная функция (12).

Сформируем критерий оптимальности:

$$R(\alpha) = M\left\{(x(u) - I(u)\sum_{j=1}^{N}\alpha_j\varphi_j(u))^2\right\}. \tag{15}$$

Наша цель состоит в отыскании таких $\alpha^* = (\alpha_1^*, \ \ldots, \alpha_N^*)$, что

$$R(\alpha^*) = \min_{\alpha} R(\alpha) . \tag{16}$$

Решение задачи (16) дается системой рекуррентных соотношений:

$$\alpha_s^l = \alpha_s^{l-1} + \gamma_s^l (x_s - I_s(u_s)\sum_{j=1}^{N}\alpha_{s-1}^j \varphi_j(u_s))\varphi_j(u_s) I_s(u_s), \quad l = 1, \ \ldots, N . \tag{17}$$

В качестве оценки $I(u_s)$ примем приближения:

$$I_s(u_s) = \operatorname{sgn}(sc_s)^{-1}\sum_{i=1}^{s}\prod_{j=1}^{k}\Phi\left(\frac{u_s - u_i^j}{c_s}\right). \tag{18}$$

Ясно, что сходимость α_s к α_s^* следует при $s \to \infty$.

Об одной особенности моделирования «трубчатых» процессов. Приведем следующий пример, имеющий отношение к идентификации безынерционной системы. Рассмотрим следующий простой частный случай. Пусть объект описывается уравнением:

$$x(u) = f(u_1, u_2, u_3), \tag{19}$$

где трехмерный вектор $u = (u_1, u_2, u_3) \in R^3$ является входной переменной, а $x \in R^1$ – выходная переменная. Традиционный путь построения модели процесса, описываемого (19), состоит в определении класса параметрических зависимостей $\hat{x}(u) = \hat{f}(u_1, u_2, u_3, \alpha)$ и последующей оценки параметров α тем или иным способом по выборке наблюдений (u_i, x_i), $i = \overline{1, s}$, где s – объем выборки. Проанализируем этот пример с разных точек зрения. Пусть компоненты вектора входных переменных $u = (u_1, u_2, u_3)$ стохастически никак не связаны, т. е. независимы. В этом случае естественно использовать обычный традиционный прием, описанный выше. Теперь предположим, что объективно компоненты вектора входных переменных функционально связаны, например,

$$u_2 = \varphi_1(u_1),\ u_3 = \varphi_2(u_2) = \varphi_2(\varphi_1(u_1)). \tag{20}$$

Естественно, исследователь не знает о существовании зависимостей (20). В противном случае можно было бы сделать подстановку (20) в (19) и получить следующую зависимость x уже от одной переменной u_1 вида

$$x(u) = f(u_1, \varphi_1(u_1), \varphi_2(\varphi_1(u_1))). \tag{21}$$

Таким образом, зависимость (19) в приведенных выше условиях может быть сведена к одномерной зависимости x от u_1. В случае, если зависимость u_3 от u_2 объективно отсутствует, то (19) легко приводится к виду

$$x(u) = f(u_1, \varphi_1(u_1), u_3), \tag{22}$$

т. е. к двумерной зависимости x от u_1, u_3. Отсюда можно заключить, что при наличии функциональной зависимости между компонентами вектора u мы получаем зависимость x от u, в данном случае одно-, двух-, трехмерные. Подчеркнем еще раз, что о наличии функциональных зависимостей между компонентами вектора входных переменных исследователю не известно, просто мы проанализировали случай «Если бы…». А теперь проанализируем наиболее интересный случай, имеющий непосредственное отношение к *H*-процессам [1]. Пусть u_3 и u_2, хотя и неизвестным образом, но стохастически связаны. Подчеркнем – стохастически, а не функционально. Вернемся еще раз к анализу того, что произошло. Во-первых, если компоненты вектора u независимы, то исследуемый процесс описывается функцией трех переменных. Если две компоненты вектора входных переменных u связаны функциональной зависимостью, то процесс описывается функцией двух переменных. Наконец, если две переменные связаны стохастически, то процесс описывается функцией более чем двух переменных, но менее чем трех?! Можно считать, что мы приходим к зависимости от дробного числа переменных и, следовательно, к пространству дробной размерности. Например, Б. Мондельброт в [5] замечает: «Кровеносная система человека – пульсирующая, живая – имеет размерность 2.7». Дробная размерность пространств, по видимому, впервые была отмечена в работах Хаусдорфа и Безиковича.

Рассмотрим следующую ситуацию. Из простоты соображений пусть интересующий нас процесс описывается (19).

В случае стохастической зависимости между переменными u2(u1), u3(u1) по имеющимся в наличии обучающим выборкам можно вычислить квадратичную ошибку прогноза $u_{2s}(u_1)$, $u_{3s}(u_1)$, где $u_{2s}(u_1)$, $u_{3s}(u_1)$ есть непараметрические оценки [3]:

$$\delta_{21} = \sum_{i=1}^{s} \left(u_2 - u_{2s}(u_1)\right)^2 \Big/ \sigma_{u_2}^2,$$

$$\delta_{31} = \sum_{i=1}^{s} \left(u_3 - u_{3s}(u_1)\right)^2 \Big/ \sigma_{u_3}^2. \tag{23}$$

«Силу» стохастической связи λ между двумя произвольными переменными можно, например, вычислить по формуле:

$$\lambda = 1 - \delta, \tag{24}$$

где δ может быть равно δ_{21} либо δ_{31}.

Отсюда видно, что самая сильная стохастическая связь (функциональная) равна 1, отсутствие связи – при λ = 0, а при стохастической зависимости между входными переменными 0 < λ < 1.

Если в более общем случае такого рода процесс интерпретировать как функции многих переменных, то изменчивость этой функции во времени может быть, например, показана на нижеследующей цепочке соотношений, действующих во времени:

x =f (t, **u1**, **u2**, **u3**, **u4**, **u5**) – T1
x=f (t, u1, **u2**, **u3**, u4, **u5**) – T2
x=f (t, u1, **u2**, **u3**, u4, **u5**) – T3
x=f (t, u1, **u2**, **u3**, u4, **u5**) – T4
x=f (t, **u2**, **u3**, u4, **u5**, u6) – T5 (25)
x=f (t, , **u2**, **u3**, u4, **u5**, u6) – T6
x=f (t, , **u2**, **u3**, u4, **u5**, u6) – T7
x=f (t, , **u2**, u3, , **u5**, u6) – T8
x=f (t, u1, **u2**, u3, u4, **u5**, **u6**, u7) – T9

Поясним наши обозначения. Наиболее темным цветом (**u1**) обозначены переменные, которые оказывают самое сильное влияние на x (возможно, функциональная зависимость). Менее темное обозначение (u1) говорит о более слабом влиянии переменной на x (возможно, стохастическая зависимость), более слабое влияние на x оказывают u1 и u1; T*i*, где $i = \overline{1, 9}$, – интервалы существования соответствующих зависимостей. Таким образом, в реально действующих процессах подобного рода роли значения переменных существенно изменчивы. Из приведенных выше зависимостей видно, что некоторые переменные могут утрачивать свое значение, а некоторые утрачивают, а потом восстанавливаются, а некоторые новые переменные появляются впервые, как например u6, u7.

Если сохранить математический «облик» интерпретации функции многих переменных как точку многомерного пространства, то мы приходим к наличию пространства дробной размерности F^{λ}. Вычисление размерности F^{λ} можно осуществить, например, так:

$$\dim F^{\lambda} = (n+1) - \sum_{i=1}^{n-1} \lambda_{i,i+1}, \tag{26}$$

где n – размерность вектора u; $\lambda_{i,i+1}$ означает «силу» стохастической связи между u_i и u_{i+1}.

В принципе, могут быть предложены и другие схемы вычисления размерности пространства. Например,

$$\dim F_1^{\lambda} = (n+1) - \sum_{i=1}^{n-1} \lambda_{1,i+1}, \tag{27}$$

где $\lambda_{1,i+1}$ – зависимость всех компонент вектора u от одной компоненты u_1.

При достаточно внимательном анализе разложения функций в ряды уместно вспомнить фразу В. И. Арнольда из замечательной книги «Теория катастроф» [6]: «Вычисления в этих прикладных[1] исследованиях обычно проводились без общей теории за счет правильного отбрасывания одних членов ряда Тейлора и оставления других, наиболее важных. Из физиков, особенно систематически применявших теорию катастроф до ее возникновения, стоит особо выделить Л. Д. Ландау. В его руках искусство отбрасывать „несущественные“ члены ряда Тейлора, сохраняя меньшие по величине „физически важные“ члены, дало много включаемых в теорию катастроф результатов».

Итог статьи состоит в анализе особенностей, возникающих при моделировании процессов «трубчатой» структуры, которая имеет место всегда, если компоненты вектора входных переменных процесса стохастически зависимы. В этом случае традиционно используемые модели статических систем с запаздыванием неприменимы или могут приводить к значительным ошибкам. Наиболее интересным является тот факт, что мы приходим к необходимости введения пространства дробной размерности. Безусловно, важным является факт исчезновения и появления роли значения некоторых входных переменных в различные периоды времени на значения выходных переменных процесса, что тесно связано не столько с пространством дробной размерности, сколько с пространством изменяющейся размерности.

Библиографические ссылки

1. Medvedev A. V. Nonparametric approximation in adaptive systems theory // Works of Applied Methods of Statical Analysis. Simulation and Statistical Inference. Новосибирск : СФУ, 2011.

2. Медведев А. В. Анализ данных в задаче идентификации // Компьютерный анализ данных моделирования. Минск : БГУ, 1995. Т. 2. С. 201–206.

3. Медведев А. В. Теория непараметрических систем. Моделирование // Вестник СибГАУ. 2010. Вып. 4(30). С. 4–9.

4. Медведев А. В. *H*-модели для безынерционных систем с запаздыванием // Вестник СибГАУ. 2012. Вып. 5(45). С. 84–89.

5. Мондельброт Б. Фрактальная геометрия природы. Ижевск : Ижевский ин-т компьютерных исследований, НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2010. 656 с.

6. Арнольд В. И. Теория катастроф. М. : Наука, 1990.

References

1. Medvedev A. V. Nonparametric approximation in adaptive systems theory. *Works of Applied Methods of Statical Analysis. Simulation and Statistical Inference*, Novosibirsk, SFU Publ., 2011.

2. Medvedev A. V. [Data analysis in the identification problem]. *Kompyuternyy analiz dannyh modelirovaniya*. Minsk, BGU Publ., 1995, vol. 2, p. 201–206. (In Russ.)

3. Medvedev A. V. [The theory of non-parametric systems. Modeling]. *Vestnik SibGAU*. 2010, vol. 30, no. 4, p. 4–9. (In Russ.)

4. Medvedev A. V. [H-models for non-inertia systems with a delay]. *Vestnik SibGAU*. 2012, vol. 45, no. 5, p. 84–89. (In Russ.)

5. Mondelbrot B. *Fraktalnaya geometriya prirody* [Fractal Geometry of Nature]. Moscow – Izhevsk, Izhevskiy institut kompyuternyh issledovaniy, NITS “Regulyarnaya i haoticheskaya dinamika” Publ., 2010, 656 p.

6. Arnold V. I. *Teoriya katastrof* [Catastrophe Theory]. Moscow, Nauka Publ., 1990.

[1] Здесь речь идет о теории упругости.