

## АЛГОРИТМ ИДЕНТИФИКАЦИИ СИСТЕМ КЛАССА ВИНЕРА

Н. В. Коплярова

Сибирский федеральный университет  
Российская Федерация, 660041, г. Красноярск, пр. Свободный, 79  
E-mail: kopyarovanv@mail.ru

Рассмотрена задача идентификации нелинейных динамических систем класса Винера в условиях неполной информации. В настоящее время широко известны параметрические методы идентификации подобных систем, которые часто имеют дискретно-непрерывный характер. Обычно при параметрической постановке задачи идентификации класс уравнений, описывающий динамический процесс, известен с точностью до вектора параметров. Следующий этап – это оценка параметров по наблюдениям входных-выходных переменных процесса. При этом важно отметить, что выбор параметрической структуры модели исследуемого объекта оказывается чрезвычайно важным. Неточности модели, возникающие при некоторых погрешностях на стадии ее параметрического выбора или определения, не удается устранить при оценке параметров. А значит, модель будет в том или ином смысле, достаточно грубой. В настоящей статье линейный элемент модели Винера не известен с точностью до параметров, что соответствует уровню непараметрической неопределенности. В качестве нелинейного элемента модели принимается та или иная параметрическая структура. Конкретно рассматривается случай, когда параметрический блок представлен в виде квадратора и звена с насыщением. Таким образом, задача идентификации стохастических объектов класса Винера рассматривается в условиях частичной непараметрической неопределенности. На первом этапе строится модель линейного динамического блока. Для построения непараметрической модели последнего необходимо на вход объекта подать функцию Хевисайда, в этом случае выход объекта с точностью до коэффициента является его переходной функцией. Восстановление весовой функции осуществляется по наблюдениям переходной методами непараметрической статистики. Для оценки параметров нелинейного звена необходимо проведение соответствующих экспериментов. Следует обратить особое внимание на то, что при идентификации нелинейной динамической системы класса Винера контролю подлежат только входные и выходные переменные. Подобная ситуация типична при изготовлении не только космических аппаратов, но и многих их блоков и элементов. Кроме того, рассматриваемые модели оказываются полезными при создании компьютерных систем технической диагностики при виброиспытании космических аппаратов (КА) по каналу: «вибросигнал – сигнал датчика, установленный на КА». Проведено численное исследование предложенных алгоритмов, рассматривались модели систем класса Винера в различных условиях (при различном уровне помех в каналах измерения, различном объеме выборки и видах входных воздействий). Результаты компьютерных исследований показывают работоспособность предложенных алгоритмов.

Ключевые слова: идентификация, модель Винера, непараметрическая статистика, нелинейная динамическая система, априорная информация.

Vestnik SibGAU  
2014, No. 5(57), P. 67–77

## ALGORITHMS OF WIENER SYSTEM IDENTIFICATION

N. V. Kopyarova

Siberian Federal University  
79, Svobodnyi Av., Krasnoyarsk, 660041, Russian Federation  
E-mail: kopyarovanv@mail.ru

This article is devoted to the problem of identification of nonlinear dynamic systems Wiener class under conditions of incomplete information. It is now widely known parametric identification methods such systems, which often have a discrete-continuous. Normally, when a parametric formulation of the problem identification class of equations describing the dynamic process is known up to a vector of parameters. The next stage is the estimation of parameters from observations of "input-output" process variables. It is important to note that the choice of the parametric model structure of the object is extremely important. Model inaccuracies arising from some errors at the stage of its parametric selection or definition, can not be rectified in the evaluation parameters. This means that the model is in one sense or another, quite rough. In this paper, the linear element model Wiener is not known with an accuracy of parameters, which corresponds to the non-parametric uncertainty. As a non-linear element model is adopted one or other parametric

structure. Specifically, we consider the case when the parameter block is represented as a quad and a saturation level. Thus, the problem of identification of objects of a class of stochastic Wiener is seen in partial non-parametric uncertainty. At the first stage model of linear dynamic block is built. To construct a non-parametric model of the last input object must submit the Heaviside function, in this case, the output of the object to within a factor is its transition function. Reconstruction of the weight function is carried out by the observations of transitional methods of nonparametric statistics. To estimate the parameters of non-linear element is necessary to conduct appropriate experiments. We should pay particular attention to the fact that in the identification of nonlinear dynamic system Wiener class, subject only to the control input and output variables. This situation is typical not only in the manufacture of spacecraft, but many of their units and components. Furthermore, these models are useful in creating computer systems of technical diagnostics with vibration testing of spacecraft (SC) on the channel: Vibrate - sensor mounted on the spacecraft. A numerical study of the proposed algorithms, consider the model of the class of Wiener in different conditions (at different levels of noise in the measurement channels, a different sample size and types of input actions). The results of computer studies show efficiency of the proposed algorithms.

Keywords: identification, Wiener model, nonparametric statistics, nonlinear dynamical system, a priori information.

**Введение.** Современные производственные системы являются сложными техническими объектами, часто имеющими нелинейную динамическую структуру. Для их исследования необходимо создание математических моделей и алгоритмов, ориентированных на применение современных средств вычислительной техники [1–4]. В связи с этим актуальными являются вопросы, связанные с разработкой методов идентификации нелинейных динамических объектов. При этом необходимо рассмотрение всей имеющейся априорной информации при построении моделей процесса, что достигается за счет применения современных методов параметрической и непараметрической идентификации.

Наиболее важным с точки зрения приложений классом динамических процессов являются системы типа «вход-выход», представимые в виде «черного ящика», допускающие активный эксперимент при отсутствии полной априорной информации о моделируемом объекте. Настоящая работа посвящена рассмотрению задачи идентификации динамических систем в широком смысле, т. е. в условиях, когда параметризация невозможна или удается частично параметризовать модель исследуемого процесса на основании имеющейся априорной информации.

Рассматривается задача идентификации нелинейных динамических систем, представленных в виде последовательно соединения линейного динамическо-

го и нелинейного статического блоков (модель Винера), линейная динамическая часть которых находится в условиях непараметрической неопределенности. Целью работы является повышение эффективности моделирования нелинейных динамических объектов в условиях малой априорной информации. Таким образом, исследуется задача моделирования нелинейных динамических процессов, находящихся в условиях частичной параметризации. Следует отметить, что системы рассматриваемого класса распространены при создании компьютерных систем технической диагностики при виброиспытании космических аппаратов (КА) по каналу «вибросигнал – сигнал датчика, установленный на КА».

**Постановка задачи.** Задача идентификации нелинейной динамической системы поясняется на рис. 1 [5], где Объект – система, состоящая из линейной динамической (ЛЭ) и нелинейной статической (НЭ) частей, ИУ – измерительное устройство,  $u(t)$  – входная переменная объекта,  $x(t)$  – выходная переменная,  $u_t^\xi, x_t^\xi$  или  $\{u_b, x_b, t = 1, s\}$  – наблюдения переменных процесса в дискретный момент времени,  $\xi(t)$  – ненаблюдаемое случайное воздействие,  $\varepsilon^u(t), \varepsilon^x(t)$  – случайные факторы, действующие в каналах измерения переменных в дискретные моменты времени  $t$ ,  $\hat{x}(t)$  – выход модели объекта.

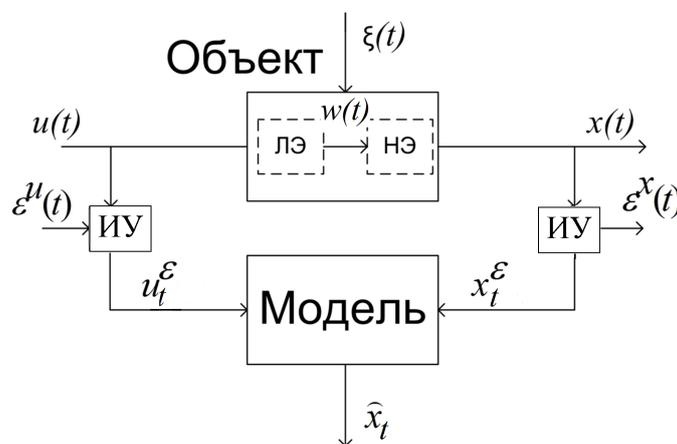


Рис. 1. Общая схема идентификации системы класса Винера

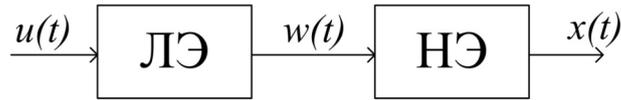


Рис. 2. Модель Винера: ЛЭ и НЭ – линейная динамическая и нелинейная части системы соответственно;  $u(t)$  – входное воздействие;  $w(t)$  – выход промежуточного звена объекта (неизмеряемый);  $x(t)$  – выход объекта

Исходные данные о состоянии исследуемого объекта представляют собой выборку измерений реакции объекта на входное воздействие  $u(t)$ :  $\{u_i, x_i, i = \overline{1, s}\}$  [6]. Параметры и порядок дифференциального уравнения, которым может быть описана линейная динамическая часть системы, неизвестны. Пусть нелинейность в объекте описывается функцией, вид которой предполагается известным с точностью до набора параметров. Рассмотрим системы, в которых нелинейный элемент представляет собой квадратор:  $f(w) = aw^2$ , или звено насыщения (с порогом насыщения  $b_1$ ):

$$f(w) = \begin{cases} w, & |w| \leq b_1 \\ a \cdot \text{sign}(w), & |w| > b_1 \end{cases}$$

Требуется на основании имеющейся информации построить модель данной системы, адекватно описывающую ее поведение при подаче на ее вход воздействий различного вида.

**Непараметрическая модель системы типа Винера.** Объектом исследования являются системы, которые могут быть представлены в виде последовательного соединения линейного динамического и безынерционного нелинейного блоков, называемые моделью Винера [6; 7]. Таким образом, общая схема объекта рассматриваемого типа имеет вид, изображенный на рис. 2, где ЛЭ – линейный элемент (динамический), НЭ – нелинейная функция (статический элемент),  $u(t)$  – входная переменная объекта,  $w(t)$  – выход линейной части объекта (не измеряемый),  $x(t)$  – выходная переменная объекта.

Пусть порядок и параметры линейной динамической части модели Винера неизвестны, а структура нелинейного элемента задана с точностью до набора параметров  $\alpha$ . Основная идея алгоритма, предлагаемого для построения моделей таких систем, заключается в использовании непараметрических оценок для описания связей системы, информация о которых по каким-то причинам неизвестна (в данном случае измерению недоступна линейная динамическая часть системы), а также в применении непараметрического подхода к оцениванию функций.

Как видно из рис. 2, значение выхода исследуемого объекта вычисляется как некоторая функция от значения  $w(t)$ :

$$x(t) = f\{w(t), \alpha\}, \quad (1)$$

где  $x(t)$  – выходной сигнал системы;  $w(t)$  – выход линейной части системы (неизмеряемый);  $u(t)$  – входной сигнал системы;  $f\{w(t), \alpha\}$  – нелинейный оператор.

Предположим, что выход  $w(t)$  может быть измерен, тогда модель линейного динамического звена системы при входном воздействии  $u(t)$  может быть оценена как интеграл Дюамеля, т. е.:

$$w(t) = \int_0^t h'(t - \tau)u(\tau)d\tau, \quad (2)$$

где  $h(t)$  – переходная характеристика системы;  $\tau$  – переменная интегрирования.

Тогда в соответствии с (1) модель исследуемого объекта находится как

$$\hat{x}(t) = \hat{f}\left(\int_0^t h'(t - \tau)u(\tau)d\tau, \hat{\alpha}\right). \quad (3)$$

Математическая модель нелинейного объекта может быть представлена в виде уравнения (3), где вместо переходной функции  $h(t)$  и параметров  $\alpha$  используются их статистические оценки.

Значение переходной функции  $h(t)$  представляет собой реакцию линейного динамического элемента системы на подачу на ее вход воздействия  $u(t) = 1$ , т. е.  $h(t) = w(t)/u(t) = 1$ . При этом значение  $w(t)$  недоступно для измерения. После подачи на вход единичного воздействия возможно измерить только выход нелинейного объекта  $x(t)$ , который будет иметь значение, равное  $x(t) = f(h(t))$ .

Тогда значения переходной функции линейного элемента системы в дискретные моменты времени могут быть оценены следующим образом:

$$h_i = f^{-1}(x_{1_i}, \alpha), \quad (4)$$

где  $h_i$  – рассчитанное значение переходной характеристики линейного элемента системы;  $f^{-1}(x)$  – функция, обратная к описанию нелинейного элемента;  $x_{1_i}$  – экспериментально полученные значения выхода исследуемого объекта при подаче на вход единичного ступенчатого воздействия  $u(t) = 1(t)$ ;  $\alpha$  – параметр нелинейности. Алгоритмы оценивания неизвестной функции  $f^{-1}(x)$  и ее параметров  $\alpha$  зависят от типа нелинейности в объекте и будут приведены далее.

Далее на основании выборки дискретных значений можно оценить переходную функцию системы в виде стохастической аппроксимации регрессии непараметрического типа следующим образом [8]:

$$\hat{h}(t) = \frac{1}{sc_s} \cdot \sum_{i=1}^s h_i H\left(\frac{t-t_i}{c_s}\right), \quad (5)$$

При этом колоколообразная функция  $H(\cdot)$  и параметр размытости  $c_s$  должны удовлетворять условиям сходимости [9]:

$$c_s > 0; \lim_{s \rightarrow \infty} c_s = 0; \lim_{s \rightarrow \infty} s c_s = \infty, \quad (6)$$

$$\int_{\Omega(u)} H'(u) du = 0, \quad c_s \int_{\Omega(u)} H'(u) u du = -1, \quad (7)$$

$$\lim_{s \rightarrow \infty} c_s^{-1} H\left(\frac{\tau-t}{c_s}\right) = \delta(\tau-t), u = \frac{\tau-t}{c_s}.$$

В этом случае непараметрическая оценка весовой функции, которая является производной по времени от переходной, примет следующий вид [10; 11]:

$$k_s(t) = h'_s(t) = \frac{1}{s c_s} \cdot \sum_{i=1}^s h_i H'\left(\frac{t-t_i}{c_s}\right). \quad (8)$$

Подставив оценку весовой функции в интеграл Дюамеля в соответствии с (2), получим непараметрическую модель, оценивающую выход линейного элемента [3]:

$$w_s(t) = \frac{1}{s c_s} \cdot \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^{t/\Delta\tau} h_i H'\left(\frac{t-\tau_j-t_i}{c_s}\right) u(\tau_j) \Delta\tau, \quad (9)$$

где  $\tau$  – переменная интегрирования;  $\Delta\tau$  – шаг дискретизации.

Тогда непараметрическая модель нелинейного объекта примет вид [12]:

$$\hat{x}(t) = \hat{f}\left(\int_0^t h'(t-\tau)u(\tau)d\tau, \hat{\alpha}\right) = \hat{f}\left(\frac{1}{s c_s} \cdot \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^{t/\Delta\tau} h_i H'\left(\frac{t-\tau_j-t_i}{c_s}\right) u(\tau_j) \Delta\tau, \hat{\alpha}\right), \quad (10)$$

где  $\hat{f}(w(t), \alpha)$  – оценка нелинейной функции;  $\hat{h}(t)$  – оценка переходной функции линейного элемента системы;  $x(t)$  – выходной сигнал системы;  $u(t)$  – входной сигнал системы;  $\hat{\alpha}$  – оценки параметров нелинейного элемента системы.

**Идентификация нелинейной системы с квадрататором.** Пусть имеем систему, представленную в виде модели Винера (рис. 2). Причем нелинейная часть системы представляет собой квадрататор, описываемый функцией вида  $f(w) = aw^2$ , где  $a = \text{const}$ . Выход объекта вычисляется следующим образом:  $x(t) = f(w, a) = aw^2$ . При единичном входном воздействии  $u(t) = 1(t)$ , выход нелинейной системы равен  $x1(t) = x(t/u(t) = 1) = aw(t)^2$ . То есть оценку значений переходной характеристики линейного элемента  $\hat{h}(t) = w(t)$  можно рассчитать через выход исследуемого процесса следующим образом:  $\hat{h}_i = \sqrt{x1_i/a}$ , где  $x1_i$  – выход исследуемой системы при единичном входном воздействии в момент времени  $t$  [13].

Далее оцениваем переходную характеристику системы с применением непараметрического метода следующим образом:

$$h_s(t) = \frac{1}{s c_s} \cdot \sum_{i=1}^s \hat{h}_i H\left(\frac{t-t_i}{c_s}\right) = \frac{1}{s c_s} \cdot \sum_{i=1}^s \frac{\sqrt{x1_i}}{a} H\left(\frac{t-t_i}{c_s}\right). \quad (11)$$

При произвольном входном воздействии и нулевых начальных условиях выход линейной части системы описывается интегралом Дюамеля (2). С учетом рассчитанного значения переходной функции (11) выход линейного элемента равен:

$$w_s(t) = \frac{1}{s c_s} \cdot \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^{t/\Delta\tau} \sqrt{x1_i} H'\left(\frac{t-\tau_j-t_i}{c_s}\right) u(\tau_j) \Delta\tau, \quad (12)$$

где  $a$  – неизвестная константа (параметр нелинейного элемента системы).

Таким образом, модель нелинейного динамического объекта типа Винера имеет вид:

$$x_s(t) = f(w(t), a) = aw^2(t) = a \left[ \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^{t/\Delta\tau} \sqrt{x1_i} H'\left(\frac{t-\tau_j-t_i}{c_s}\right) u(\tau_j) \Delta\tau \right]^2. \quad (13)$$

Расчетная формула для оценки выхода нелинейной системы при произвольном входном воздействии примет следующий вид:

$$x_s(t) = \left[ \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^{t/\Delta\tau} \sqrt{x1_i} H'\left(\frac{t-\tau_j-t_i}{c_s}\right) u(\tau_j) \Delta\tau \right]^2, \quad (14)$$

где  $x1_i$  – реакция нелинейной системы на единичное входное воздействие;  $u(t)$  – входное воздействие. Таким образом, получается методика, для реализации которой не требуется точное численное значение параметра квадрататора.

*Пример 1.* Рассмотрим нелинейную динамическую систему, состоящую из квадрататора (параметр  $a = 2$ ) и разностного аналога дифференциального уравнения (имитирующего объект):  $3 \cdot x''(t) + 1,3 \cdot x'(t) + 1 \cdot x(t) = u(t)$ . Предполагаем, что вид и параметры реального уравнения, описывающего процесс, неизвестны. Результат моделирования такого процесса представлен на рис. 3.

Анализируя результаты моделирования, можно сказать, что предлагаемые алгоритмы позволяют достаточно точно оценивать значения выхода исследуемой системы при различных значениях параметров нелинейной части объекта, в условиях зашумленности каналов связи, при различных входных воздействиях.

**Идентификация нелинейной системы с насыщением.** Рассмотрим нелинейную динамическую систему, нелинейность в которой представлена звеном насыщения, т. е. описывается функцией вида

$$f(w) = \begin{cases} w, & |w| \leq b, \\ a \cdot \text{sign}(w), & |w| > b, \end{cases} \quad (15)$$

где  $a, b$  – некоторые неизвестные параметры нелинейной функции (15).

В данном случае при  $w(t) < b$  выход объекта совпадает с выходом его линейной динамической части. В остальных случаях, выход объекта представляет собой некоторую константу  $a$ , которую возможно определить опытным путем в результате нескольких экспериментов над исследуемой системой [14].

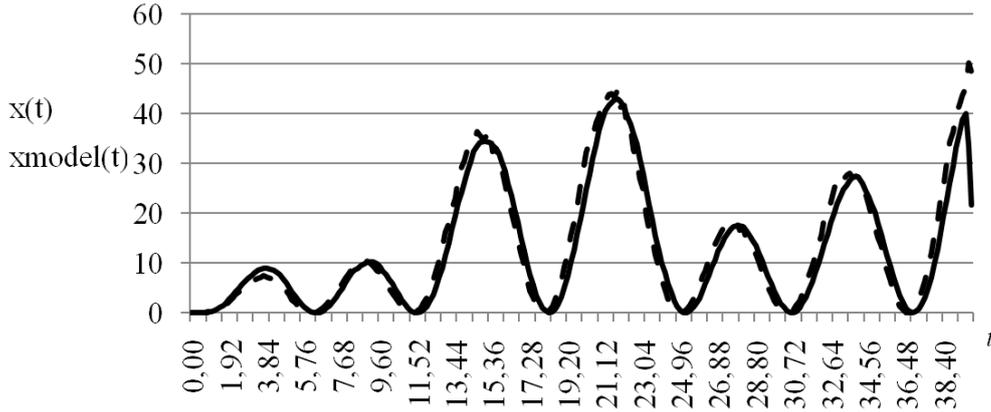


Рис. 3. Результат оценки выхода  $x(t)$ :  $xmodel(t)$  – модель нелинейной системы;  $x$  – выход системы; объем выборки  $s = 250$ ;  $h = 0,16$ ; помеха 5 %; входное воздействие  $u(t) = 3\cos(0,5t) + \sin(0,2t)$ ; относительная ошибка моделирования 3,7 %

Для построения модели предлагается алгоритм, включающий следующую последовательность действий.

Проводится ряд статических экспериментов, т. е. на вход системы последовательно подаются некоторые постоянные воздействия, в результате чего может быть сделан вывод о значениях параметров функции, описывающей нелинейную часть системы.

Параметры нелинейной функции оцениваются согласно следующему алгоритму:

1. Проводится серия экспериментов над исследуемой системой, в ходе которых на ее вход подаются воздействия различной амплитуды  $u_{i,j} = e_j$ ,  $e_j = \text{const}$  в результате получим выборку, состоящую из значений входного воздействия и установившегося значения выхода:  $\{u_j, x^{уст}_j\}$ ,  $j = 1, \bar{m}$ .

2. В результате по данной выборке может быть получена оценка нелинейного элемента системы, параметры которого определяются следующим образом:

– находится расстояние между двумя соседними измерениями следующим образом:  $d_j = |x_j - x_{j-1}| / \Delta t$ , где  $\Delta t$  – шаг дискретизации выборки;

– оценка порога нелинейности  $\hat{b} = x_j$ , если  $d_j < \varepsilon$ ,  $\varepsilon > 0$ ;

–  $\hat{a} = M\{b_j\}$ , где  $x_j = \hat{b}$ , и  $x_j = x^{уст}_{i-1,j}$ ,  $x^{уст}_{i-1,j}$  – установившееся значение выхода нелинейной системы;

– оценка нелинейного элемента системы может быть получена в виде

$$f(w) = \begin{cases} w, & |w| \leq \hat{b} \\ \hat{a} \cdot \text{sign}(w), & |w| > \hat{b} \end{cases} \quad (16)$$

3. На вход объекта подается ступенчатая функция, амплитуда которой не превышает значение порога  $b$ . В результате получается переходная характеристика и строится модель линейной части объекта в виде интеграла Дюамеля.

4. Строится модель объекта, выход которой вычисляется как значение функции, описывающей нелинейное звено, аргументом которой является выход модели линейной части объекта [15].

$$\begin{cases} \hat{x}(t) = \hat{f}(w(t)), \\ \hat{w}(t) = \int_0^t h(t-\tau)u(\tau)d\tau, \end{cases} \quad (17)$$

где  $\hat{x}(t)$  – оценка выхода исследуемой системы;  $\hat{f}(\cdot)$  – оценка функции (15), описывающей нелинейность системы;  $\hat{w}(t)$  – оценка выхода линейного элемента системы;  $h(t)$  – переходная функция системы.

*Пример 2.* Рассмотрим нелинейную динамическую систему, состоящую из звена насыщения вида (15) (параметры  $b = 0,75$ ,  $b_1 = 1$ ) и разностного аналога дифференциального уравнения (имитирующего объект):  $3 \cdot x''(t) + 0,57 \cdot x'(t) + 1 \cdot x(t) = u(t)$ .

Помехи в каналах измерения имитировались следующим образом:

$$x_{i,sh} = x_i + c \cdot \xi_i,$$

где  $x_i$  – выход объекта (без учета влияния помехи);  $\xi$  – нормально распределенная аддитивная помеха с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией. Константа  $c$  определяет интенсивность помехи, она рассчитывается по заданной величине  $\rho$ , определяющей отношение сигнала к шуму (при  $\rho = 10$ , шум 10 %, при  $\rho = 1$ , шум 100 %):

$$\rho = \sqrt{\frac{1}{s} \cdot \sum_{i=1}^s x_i^2} / c.$$

Качество полученных моделей оценивается с помощью относительной средней ошибки моделирования:

$$W = \frac{1}{s} \cdot \sum_{i=1}^s \frac{|x_i - \hat{x}_i|}{|x_{\min} - x_{\max}|} \cdot 100 \%,$$

где  $x_i$  – значение выхода исследуемого объекта,  $\hat{x}_i$  – значение выхода модели. Результат моделирования такого процесса представлен на рис. 4.

Делая анализ работы модели нелинейного динамического объекта с видом нелинейности типа звена насыщения и квадратора, можно сделать выводы о том, что непараметрическая модель достаточно точно описывает нелинейные динамические системы класса Винера.

**Результаты численных исследований.** Далее приведем результаты нескольких численных экспериментов, включающих построение непараметрических моделей систем класса Винера, находящихся в различных условиях. То есть рассматривались случаи, когда исходная выборка измерений входных-выходных переменных системы имела различный объем ( $s$ ), система находилась в условиях зашумления каналов связи, а также на вход подавались различные воздействия.

*Пример 3.* Рассмотрим некоторый нелинейный динамический объект, поведение которого имитируется следующим образом: линейная часть описывается дифференциальным уравнением второго порядка:

$$2,9 \cdot y''(t) + 1,27 \cdot y'(t) + 1 \cdot y(t) = u(t). \quad (18)$$

Таким образом, выход нелинейного процесса равен  $x(t) = f(y(t))$ , где  $f(\cdot)$  – функция, описывающая не-

линейный элемент системы. Нелинейный элемент представляет собой звено насыщения с параметрами  $b = 5, b_1 = 2$ .

Результат моделирования данного объекта представлен на рис. 5.

Пусть в каналах измерения переменных рассматриваемой системы действует помеха в размере 5 % от исходного значения выходного сигнала. Тогда непараметрическая модель такой системы примет вид, представленный на рис. 6.

*Пример 4.* Далее рассмотрим систему, линейная динамическая часть которой описана формулой (18), но нелинейный элемент представляет собой квадратор с параметрами  $a = 1, b = 1,6, c = -2$ , т. е.  $f(z) = z^2 + 1,6z - 2$ .

Оценка данных параметров:  $a1 = 1,001, b1 = 1,601, c1 = -2$ . Таким образом, нелинейный элемент системы описывается выражением:  $\hat{f}(z) = 1,001z^2 + 1,601z - 2$ . Результат моделирования такого процесса представлен на рис. 7.

Результат моделирования исследуемого процесса в случае, если в каналах измерения действует помеха 5 %, представлен на рис. 8.

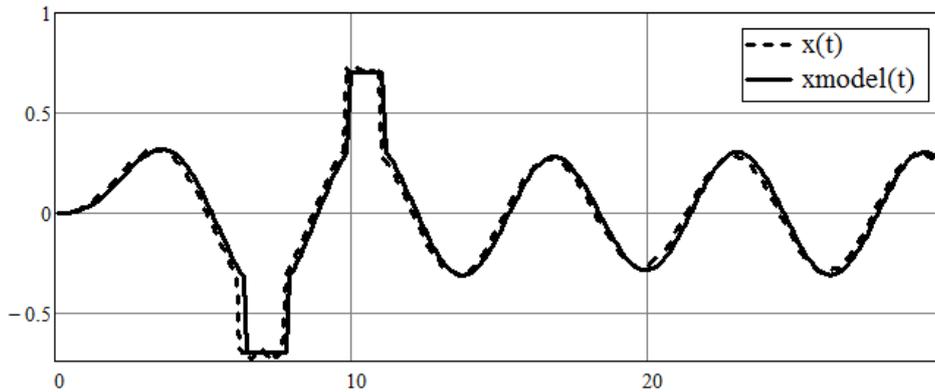


Рис. 4. Результаты оценки выхода  $x(t)$ :  $xmodel(t)$  – модель нелинейной системы;  $x(t)$  – выход системы; объем выборки  $s = 200$ ; шаг дискретизации  $h = 0,15$ ; помеха 5 %; входное воздействие  $u(t) = 0,35\sin(t)$ ; средняя ошибка моделирования 2 %

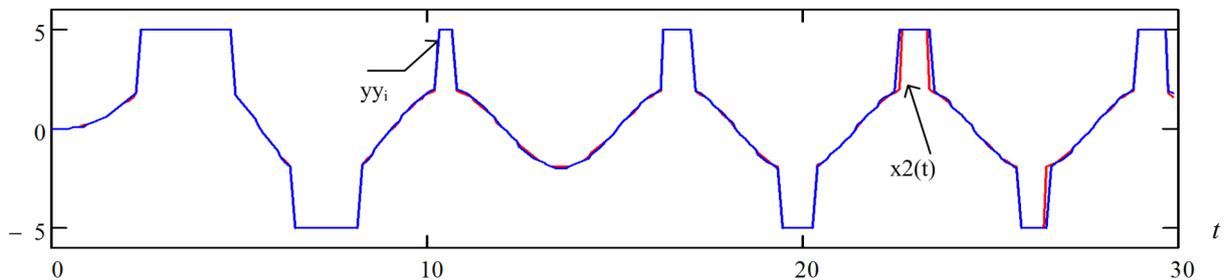


Рис. 5. Результат оценки выхода системы:  $x2(t)$  – модель нелинейной системы;  $yу_i$  – выход системы; тип нелинейности – звено насыщения, объем выборки  $s = 250$ , шаг дискретизации  $h = 0,12$ ; помеха 0 %; относительная средняя ошибка моделирования 2,3 %; входное воздействие  $u(t) = 5\sin(t)$

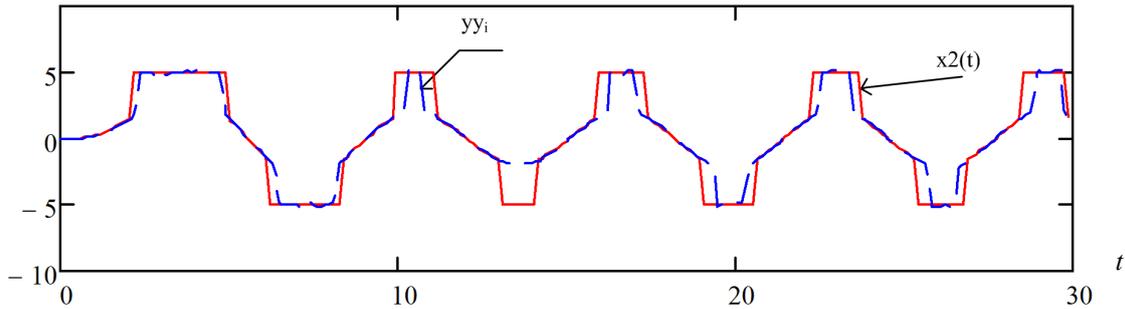


Рис. 6. Результат оценки выхода системы:  $x_2(t)$  – модель нелинейной системы;  $yy_i$  – выход системы; тип нелинейности – звено насыщения; объем выборки  $s = 250$ ; шаг дискретизации  $h = 0,12$ ; помеха 5 %; относительная средняя ошибка моделирования 5,8 %;  $u(t) = 5\sin(t)$

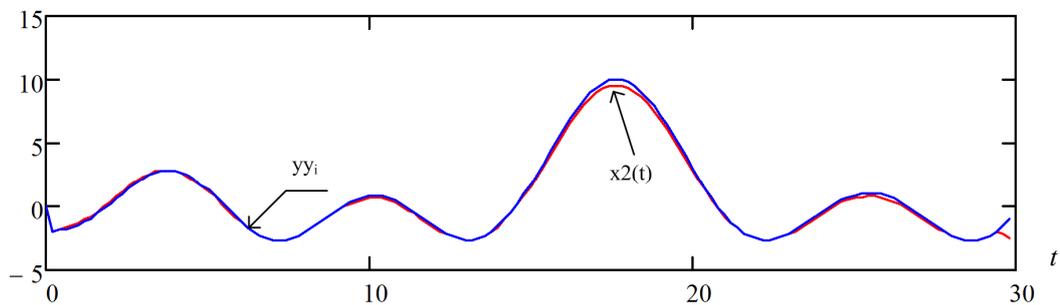


Рис. 7. Результат оценки выхода системы:  $x_2(t)$  – модель нелинейной системы;  $yy_i$  – выход системы; тип нелинейности – квадрат; объем выборки  $s = 150$ ; шаг дискретизации  $h = 0,2$ ; помеха 0 %; относительная средняя ошибка моделирования 1,1 %;  $u(t) = 2\cos(0,4t)$

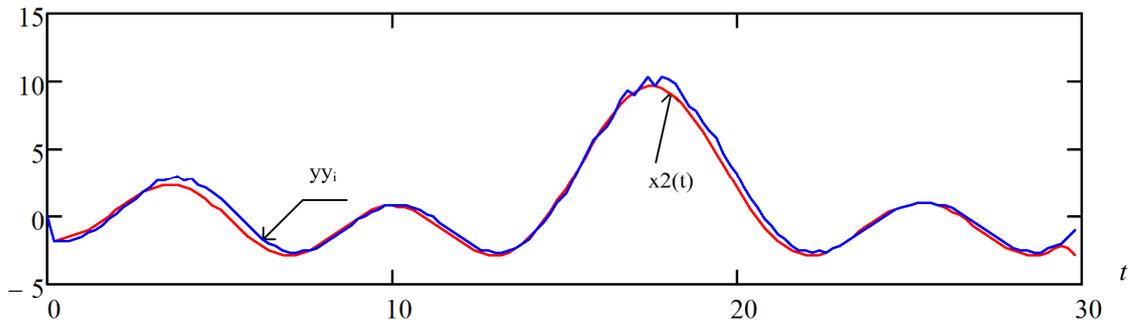


Рис. 8. Результат оценки выхода системы:  $x_2(t)$  – модель нелинейной системы;  $yy_i$  – выход системы; тип нелинейности – квадрат; объем выборки  $s = 150$ ; шаг дискретизации  $h = 0,2$ ; помеха 5 %; относительная средняя ошибка моделирования 2,5 %;  $u(t) = 2\cos(0,4t)$

*Пример 5.* Рассмотрим нелинейный динамический объект, поведение которого имитируется следующим образом:  $1,5 \cdot y''(t) + 0,7 \cdot y'(t) + 2 \cdot y(t) = u(t)$ .

Нелинейный элемент  $f(z) = z^2 - 2,6z + 3$  ( $a = 1$ ,  $b = -2,6$ ,  $c = 3$ ).

Оценка параметров нелинейного элемента:  $a_1 = 0,25$ ,  $b_1 = -1,3$ ,  $c_1 = 3$ , при этом нелинейная часть системы

описывается как  $\hat{f}(z) = 0,25z^2 - 1,3z + 3$ . Результат моделирования такого процесса представлен на рис. 9.

Пусть в каналах измерения переменных системы действует помеха в размере 5 %. Тогда непараметрическая модель такой системы примет вид, представленный на рис. 10.

Проанализировав результаты работы модели нелинейного динамического объекта с известным видом

нелинейности (звено насыщения, квадрат), можно сделать следующие выводы: непараметрическая модель достаточно точно описывает данную систему при различных значениях параметров нелинейной части объекта, в условиях зашумленности каналов связи в пределах 1–6 %, при различном объеме выборки и различных входных воздействиях.

Далее приведены обобщенные результаты численных исследований, представленные в виде графической зависимости величины ошибки моделирования систем класса Винера, рассматриваемых в различных условиях.

1. Зависимость ошибки идентификации от различных объемов выборок измерений переменных процесса. На рис. 11 представлена расчетная зависимость ошибки моделирования от объема выборки. По оси абсцисс отложен объем выборки, а по оси ординат – ошибка идентификации моделей.

Из приведенных результатов видно, что алгоритмы обеспечивают качество моделирования, улучшающееся с увеличением объема выборки.

2. Зависимость ошибки идентификации алгоритма от различных значений интервала дискретизации.

На рис. 12 представлена расчетная зависимость ошибки моделирования от величины интервала дискретизации. По оси абсцисс отложена величина интервала дискретизации ( $\Delta t$ ), а по оси ординат – ошибка идентификации алгоритма.

Из приведенных графических зависимостей видно, что ошибка идентификации растет с увеличением интервала дискретизации.

3. На рис. 13 показана зависимость ошибки идентификации алгоритма от различных уровней помехи. По оси абсцисс отложен уровень помех в процентах, а по оси ординат – ошибка идентификации алгоритма.

Проанализировав результаты численных исследований, можно сделать выводы, что непараметрические алгоритмы построения нелинейных динамических систем являются помехоустойчивыми при уровне помех в пределах 5 % от абсолютного значения выхода объекта. Для всех серий экспериментов характерна следующая зависимость: с увеличением объема выборки качество моделирования увеличивается, а с уменьшением объема выборки уменьшается, а также с увеличением уровня помех качество прогноза значительно ухудшается.

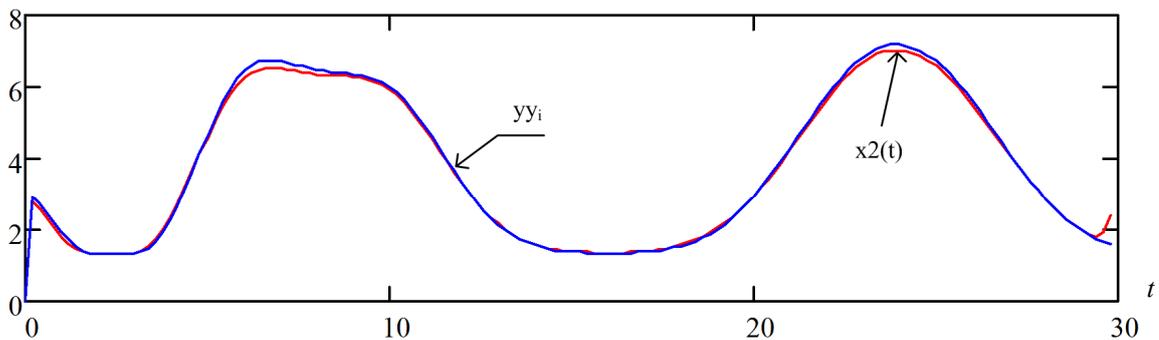


Рис. 9. Результат оценки выхода системы:  $x_2(t)$  – модель нелинейной системы;  $y_i$  – выход системы; тип нелинейности – квадрат; объем выборки  $s = 150$ ; шаг дискретизации  $h = 0,2$ ; помеха 0 %; относительная средняя ошибка моделирования 1 %; входное воздействие  $u(t) = 2\cos(0,4t)$

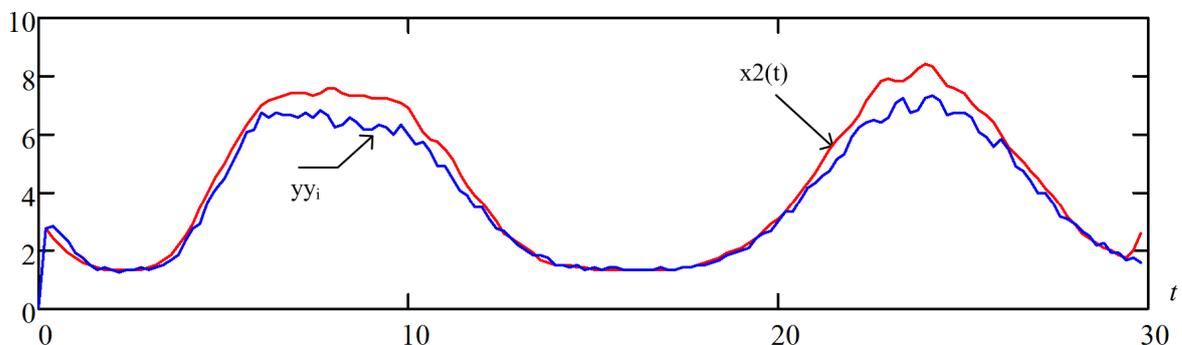


Рис. 10. Результат оценки выхода системы:  $x_2(t)$  – модель нелинейной системы;  $y_i$  – выход системы; тип нелинейности – квадрат; объем выборки  $s = 150$ ; шаг дискретизации  $h = 0,2$ ; помеха 5 %, относительная средняя ошибка моделирования 5,3 %; входное воздействие  $u(t) = 2\cos(0,4t)$

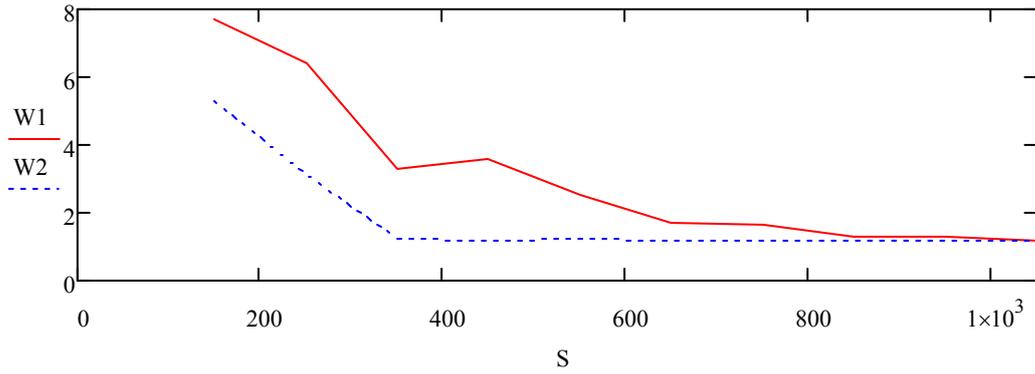


Рис. 11. Расчетная зависимость ошибки идентификации от объема выборки:  $w_1, w_2$  – относительная средняя ошибка моделирования систем из примеров 3 и 4 соответственно

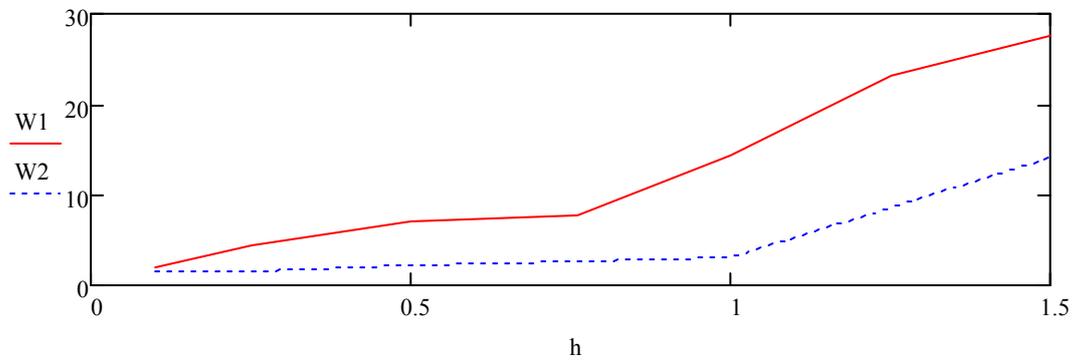


Рис. 12. Расчетная зависимость ошибки идентификации от величины интервала дискретизации

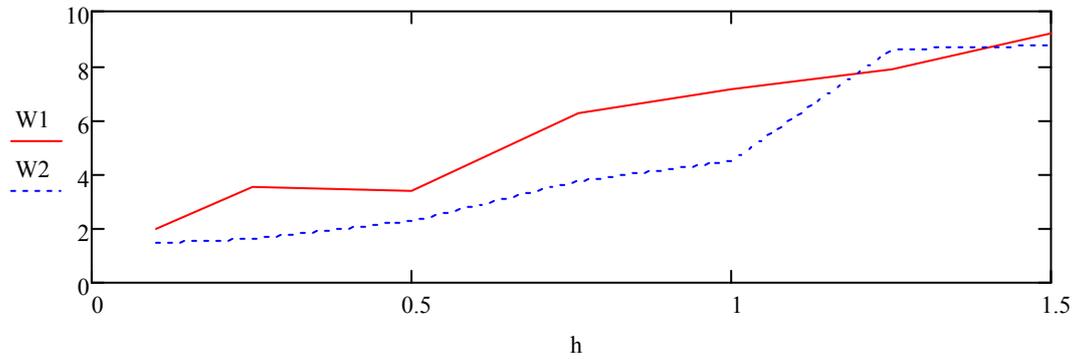


Рис. 13. Расчетная зависимость ошибки идентификации от уровня помех

Проводя анализ работы непараметрической модели динамического объекта с неизвестным типом нелинейности, можно сделать вывод о том, что полученная модель адекватно описывает нелинейную динамическую систему, находящуюся в условиях непараметрической неопределенности.

**Заключение.** В статье рассмотрена задача идентификации нелинейных динамических систем, представимых в виде моделей Винера. Исследуются системы, находящиеся в условиях частичной параметризации. В данном случае структура линейного динамического

блока неизвестна, а вид нелинейности предполагается известным с точностью до параметров.

Задача идентификации нелинейной системы рассмотренного типа может быть разделена на две части. Сначала рассматривается непараметрическая идентификация линейного элемента, алгоритм которой связан с тем, что реакция линейной системы на входное воздействие описывается интегралом Дюамеля. Суть метода заключается в построении моделей и получении прогноза выхода нелинейных динамических систем посредством сочетания моделей линейного

динамического и нелинейного статического процессов в общей модели системы. Данный метод не предусматривает наличия полной априорной информации о структуре объекта.

Показана работоспособность предлагаемого алгоритма и применимость к задаче построения нелинейных динамических систем типа Винера в различных условиях, что расширяет область применения непараметрических методов к новым объектам исследования, а также закладывает теоретическую основу для дальнейшего проектирования. Описанные методы построения и исследования моделей позволяют производить моделирование технологических процессов и систем, имеющих нелинейную структуру.

**Благодарности.** Хотелось бы выразить искреннюю благодарность за помощь в подготовке данной научной статьи научному руководителю – Медведеву Александру Васильевичу. Его педагогический и научный подход, отличное знание предмета вдохновили меня на выполнение данной работы. Во время всех этапов подготовки работы он помог мне рекомендациями, советами, оказывал моральную поддержку.

**Acknowledgment.** I would like to express my sincere gratitude for their help in the preparation of the scientific article supervisor – Medvedev Alexander Vasilyevich. His teaching and scientific approach, excellent knowledge of the subject inspired me to perform this work. During all stages of preparation work, he helped me hints, tips, and provided moral support.

#### Библиографические ссылки

1. Sung S. W., Lee J. Modeling and control of Wiener-type processes // *Chemical Engineering Science*. 2004. № 59. P. 1515–1521.
2. Дорф Р., Бишоп Р. Современные системы управления / пер. с англ. Б. И. Копылова. М. : Лаборатория базовых знаний, 2002. 832 с.
2. Keesman K. J. System identification. An introduction. London : Springer, 2011, 351 p.
4. Цыпкин Я. З. Основы информационной теории идентификации. М. : Наука, 1984. 320 с.
5. Методы классической и современной теории автоматического управления. Т. 1. Математические модели, динамические характеристики и анализ систем управления / под ред. К. А. Пупкова, Н. Д. Егупова. М. : МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. 656 с.
6. Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления. М. : Мир, 1975. 681 с.
7. Медведев А. В. Непараметрические алгоритмы идентификации нелинейных динамических систем // *Стохастические системы управления*. Новосибирск : Наука. 1979. С. 15–22.
8. Медведев А. В. Теория непараметрических систем. Моделирование // *Вестник СибГАУ*. 2010. Вып. 4 (30). С. 4–9.
9. Надарая Э. А. Непараметрическое оценивание плотности вероятностей и кривой регрессии. Тбилиси : Изд-во Тбилис. ун-та, 1983. 194 с.
10. Медведев А. В. Непараметрические системы адаптации. Новосибирск : Наука, 1983. 173 с.
11. Медведев А. В. Теория непараметрических систем. Управление-I // *Вестник СибГАУ*. 2013. № 2(48). С. 57–63.
12. Попков Ю. С. Идентификация и оптимизация нелинейных стохастических систем. М. : Энергия, 1976. 440 с.
13. Чайка С. Н. К идентификации динамических систем при частично параметризованной структуре модели // *Динамика систем: Управление и оптимизация*. Горький : Изд-во Горьк. гос. ун-та, 1989.
14. Коплярова Н. В., Сергеева Н. А. Непараметрические алгоритмы идентификации систем класса Винера и Гаммерштейна // *Системы управления и информационные технологии*. 2013. Вып. № 2.1(52).
15. Коплярова Н. В., Сергеева Н. А. О непараметрических алгоритмах идентификации нелинейных динамических систем // *Вестник СибГАУ*. 2012. Вып. 5(51). С. 39–44.

#### References

1. Sung S. W., Lee J. Modeling and control of Wiener-type processes. *Chemical Engineering Science*, 2004, no. 59, P. 1515–1521.
2. Dorf R. C., Bishop R. H. *Sovremennye sistemy upravleniya*. Per. s angl. B. I. Kopylova. [Modern Control Systems. Per. from English. B. I. Kopylova]. Moscow, Laboratoriya bazovykh znaniy Publ., 2002, 832 p.
3. Keesman K. J. System identification. An introduction. London: Springer, 2011. 351 p.
4. Цыпкин Я. З. *Osnovy informatsionnoi teorii identifikatsii* [Fundamentals of the informational theory of identification]. Moscow, Nauka Publ., 1984, 320 p.
5. Pupkov K. A., Egupov N. D. *Metody klassicheskoi i sovremennoi teorii avtomaticheskogo upravleniya. T1: Matematicheskie modeli, dinamicheskie kharakteristiki i analiz sistem upravleniya* [Methods of classical and modern control theory. T1: Mathematical models, dynamic characteristics and analysis of control systems]. Moscow, MGTU name. N. E. Bauman Publ., 2004, 656 p.
6. Eykhoff P. *Osnovy identifikatsii sistem upravleniya* [Identity-based control systems]. Moscow, Mir Publ., 1975, 681 p.
7. Medvedev A. V. [Nonparametric algorithms of nonlinear dynamical system identification]. *Stokhasticheskie sistemy upravleniya* [Stochastic control system]. Novosibirsk, Nauka Publ., 1979, P. 15–22 (In Russ.).
8. Medvedev A. V. [Nonparametric systems theory. Modeling]. *Vestnic SibGAU*, 2010, no. 4 (30), z. 4–9 (In Russ.).
9. Nadaraya E. A. *Neparametricheskoe otsenivanie plotnosti veroyatnostei i krivoi regressii* [Nonparametric estimation of probability density function and regression curve]. Tbilissi, Tbilissi Univ. Publ., 1983, 194 p.
10. Medvedev A. V. *Neparametricheskie sistemi adaptatsii* [Nonparametric adaptation systems]. Novosibirsk, Nauka Publ., 1983, 173 p.
11. Medvedev A. V. [Nonparametric systems theory. Control]. *Vestnic SibGAU*, 2013, no. 2(48), p. 57–63 (In Russ.).

12. Popkov U. S. *Identifikatsiya i optimizatsiya nelineinykh stokhasticheskikh sistem* [Identification and optimization of nonlinear stochastic systems]. Moscow, Energy Publ., 1976, 440 p.

13. Chaika S. N. [To dynamical systems of Hammerstein class identification with partially parameterized model structure]. *Dinamika sistem: upravlenie i optimizatsiya* [System dynamics: Control and optimization]. Gorki, Gorki university Publ, 1989, P. 24–36 (In Russ.).

14. Kopyarova N. V., Sergeeva N. A. [Nonparametric algorithms for system identification of Wiener and Hammerstein class]. *Sistemy upravleniya i informatsionnie tekhnologii*, 2013, no. № 2.1 (52) (In Russ.).

15. Kopyarova N. V., Sergeeva N. A. [About the nonparametric algorithms of nonlinear dynamical processes identification]. *Vestnic SibGAU*, 2012, no. 5(51), p. 39–44 (In Russ.).