

УДК 534.1: 539.3

**ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК КОЛЕБАНИЙ РАБОЧИХ КОЛЕС ТУРБОМАШИН  
С РАССТРОЙКОЙ ПАРАМЕТРОВ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ  
УМЕНЬШЕННОГО ПОРЯДКА МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ**

О. В. Репецкий<sup>1</sup>, До Мань Тунг<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Восточно-Сибирский институт экономики и права  
Российская Федерация, 664050, г. Иркутск, ул. Байкальская, 258а. E-mail: repetskiy@vsiep.ru

<sup>2</sup>Иркутская государственная сельскохозяйственная академия  
Российская Федерация, 664038, Иркутская обл., Иркутский р-н, п. Молодежный  
E-mail: manhtungcvp@yahoo.com

*Представлен способ моделирования уменьшенного порядка (МУП) для исследования влияния расстройки жесткости лопаток на характеристики колебаний рабочих колес турбомашин методом конечных элементов (МКЭ). Также даны сравнения полученных результатов МУП с экспериментальными данными и результатами, которые получены при использовании МКЭ для полной модели (ПМ) программного комплекса ANSYS, и предложены рекомендации по характеристикам колебаний рабочих колес турбомашин с расстройкой.*

*Ключевые слова: метод конечных элементов, моделирование уменьшенного порядка, характеристики колебания, расстройка, рабочее колесо турбомашин.*

**STUDY OF CHARACTERISTICS OF VIBRATIONS OF MISTUNED BLADED DISKS  
OF TURBOMACHINES ON THE BASIS OF REDUCED-ORDER MODELING  
BY FINITE ELEMENT METHOD**

O. V. Repetskiy<sup>1</sup>, Do Manh Tung<sup>2</sup>

<sup>1</sup>East Siberian Institute of Economics and Law  
258A, Baikal str., Irkutsk, 664050, Russian Federation  
E-mail: repetskiy@vsiep.ru

<sup>2</sup>Irkutsk State Academy of Agriculture  
Molodezny Settlement, Irkutsk region, 664038, Russian Federation  
E-mail: manhtungcvp@yahoo.com

*This paper presents reduced order modeling (ROM) technique to investigate the influence of mistuning of bladed stiffness on characteristics vibrations of bladed discs of turbomachines by finite element method (FEM). Also the authors give the comparison of the results of ROM with experimental results and the results, which are obtained using FEM for the full model (FM) and using software ANSYS and some recommendations for characteristics vibrations of mistuned bladed discs of turbomachines.*

*Keywords: finite element method, reduced order modeling, characteristics vibrations, mistuning, bladed discs of turbomachines.*

Роторы турбомашин являются динамическими системами с конструктивной поворотной симметрией (циклически-симметричные системы (ЦСС)), которые позволяют исследовать их динамику на основе одного сектора. На практике в конструкциях всегда возникают отличия между лопатками (по массе, геометрии, материалу и т. д.) из-за изготовления, износа при эксплуатации и других факторов. Все эти малые отличия лопаток (так называемая расстройка параметров) нарушают циклическую симметрию. Причины расстройки параметров (неидентичность секторов) ЦСС могут быть разные. Чаще всего расстройка лопаток является маленькой величиной (т. е. собственная частота лопаток различна в нескольких процентах от номинального значения), но она может привести к возникновению резонансных напряжений, которые выше

оптимальных на 20 % и более. Реальные увеличения максимальных напряжений на отдельных лопатках составляют от 0 до 20 % и зависят от размещения лопаток на диске. Можно предположить, что исследование расстройки будет играть большую роль при проектировании новых турбомашин, а также в правильной оценке и увеличении ресурса уже работающих [1; 2].

МУП используется, чтобы исследовать характеристики динамики ЦСС на основе одного сектора (рис. 1, б). В данной работе используется способ МУП, детально описанный в работах [3; 4], для исследования влияния расстройки лопаток на характеристики колебаний рабочих колес турбомашин, а именно: *собственные частоты колебаний, формы собственных колебаний и максимум отклика вынужденных колебаний*. Расчеты МУП проводятся МКЭ

с помощью треугольных конечных элементов переменной толщины STI218, которые описаны в работах [5; 6]. Результаты данного исследования для рабочего колеса сравнены с экспериментальными данными и с результатами, которые получены с использованием МКЭ для ПМ (рис. 1, а) с использованием программного комплекса ANSYS. Погрешность результатов между методами МУП и ПМ и результатов метода МУП и результатов, полученных с помощью программы ANSYS, определены как

$$\varepsilon_1 = \left| \frac{f_{МУП}^{расc} - f_{ПМ}^{расc}}{f_{ПМ}^{расc}} \right| \cdot 100, \quad \varepsilon_2 = \left| \frac{f_{МУП}^{расc} - f_{ANSYS}^{расc}}{f_{ANSYS}^{расc}} \right| \cdot 100, \quad (1)$$

где  $f_{МУП}^{расc}$  – собственная частота колебаний рабочих колес с расстройкой, полученная с использованием МУП;  $f_{ПМ}^{расc}$ ,  $f_{ANSYS}^{расc}$  – собственная частота колебаний рабочих колес с расстройкой, полученная с использования МКЭ для полной модели и программы ANSYS.

**Реализация расстройки.** Расстройка лопаток моделируется путем изменения эквивалентных жесткостей  $\Lambda$  или изменения собственных частот лопаток, когда они стационарны (собственные частоты консольных лопаток). Эквивалентная расстроенная жесткость  $k$ -й формы  $n$ -й лопатки представлены в виде [7]

$$\bar{\Lambda}_{b,n}^k = (\bar{\omega}_{b,n}^k)^2 = (1 + \Delta f_n^k) \Lambda_b^k, \quad (2)$$

где  $\Lambda_b^k$  – жесткость  $k$ -й настроенной формы колебаний консольной лопатки и  $\Delta f_n^k$  – расстройка параметров  $k$ -й формы  $n$ -й лопатки.

В данной работе рассмотрим расстройку жесткости лопаток путем изменения модуля упругости лопаток. Тогда модуль упругости  $i$ -й лопатки определен как [3]

$$E_i = (1 + \Delta f_i) E_0, \quad (3)$$

где  $E_0$  – модуль упругости лопатки без расстройки,  $\Delta f_i$  – параметр расстройки  $i$ -й лопатки.

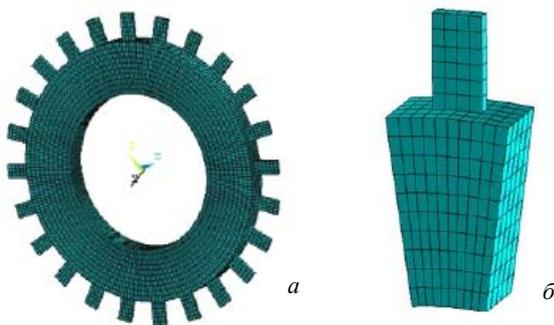


Рис. 1. Модель конечных элементов рабочих колес: а – полный диск; б – один типичный сектор

**Общая схема моделирования уменьшенного порядка.** Предположим, что степени свободы упорядочены так, чтобы получить блочно-диагональные формы при сборке матриц масс и жесткости всей конструкции. Они представлены в виде [4]

$$M = \begin{bmatrix} M_d & 0 \\ 0 & M_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \otimes \tilde{M}_d & 0 \\ 0 & I \otimes \tilde{M}_b \end{bmatrix}, \quad K = \begin{bmatrix} K_d & 0 \\ 0 & K_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \otimes \tilde{K}_d & 0 \\ 0 & I \otimes \tilde{K}_b \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где  $I$  – единичная матрица размера  $N$ ;  $N$  – число секторов;  $\tilde{M}_d$ ,  $\tilde{K}_d$  – матрицы масс и жесткости одного сектора диска;  $\tilde{M}_b$ ,  $\tilde{K}_b$  – матрицы масс и жесткости одной лопатки; символ  $\otimes$  обозначает оператор Кронекера, описанный в работе [4].

Перемещения одного сектора (рис. 1, б) разделены на две части: перемещение диска с безмассовыми лопатками, которое имеет циклическое свойство (часть форм колебаний диска с лопаткой принадлежат степеням свободы лопатки и обозначаются  $\delta^d$ , а часть диска –  $\vartheta^d$ ), перемещение лопатки, закрепленной жестко с диском  $\delta^b$ . Перемещения всей структуры определены как [4]

$$x = \begin{bmatrix} \vartheta^d \\ \delta^d \end{bmatrix} a + \begin{bmatrix} 0 \\ \delta^b \end{bmatrix} b, \quad (5)$$

где  $a$  – вектор обобщенных координат диска для всех форм,  $a = [a_0^T \ a_1^T \ \dots \ a_P^T]^T$ ;  $a_n$  – один вектор обобщенных координат, соответствующих  $n$  узловым диаметрам диска;  $P$  – максимальное число гармоник или максимальное число узловых диаметров;  $b$  – вектор обобщенных координат для всех  $N$  лопаток,  $b = [b_0^T \ b_1^T \ \dots \ b_N^T]^T$ ;  $b_i$  – вектор обобщенных координат  $i$ -й лопатки.

Уравнение движения системы «диск–лопатки» в виде матрицы определено как [4]

$$\begin{bmatrix} I_d + \delta^{dT} M_b \delta^d & \delta^{dT} M_b \delta^b \\ \delta^{bT} M_b \delta^d & I_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{a} \\ \ddot{b} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \text{diag} [2\xi^k] \otimes \sqrt{\hat{K}_b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{a} \\ \dot{b} \end{bmatrix} + (1 + \gamma) \begin{bmatrix} \hat{K}_d & \delta^{dT} K_b \delta^b \\ \delta^{bT} K_b \delta^d & B \text{diag} \left[ \text{diag} (1 + \Delta f_n^k) \right] \hat{K}_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta^{dT} F \\ \delta^{bT} F \end{bmatrix}, \quad (6)$$

где  $I_d = \vartheta^{dT} M_d \vartheta^d$ ,  $\hat{K}_d = \vartheta^{dT} K_d \vartheta^d$  – соответственно, матрицы масс и жесткости диска, когда все формы

с матрицей масс нормированы;  $I_b = \delta^{bT} M_b \delta^b$ ,  $\hat{K}_b = \delta^{bT} K_b \delta^b$  – соответственно, матрицы масс и жесткости  $N$  лопаток, когда все формы с матрицей масс нормированы;  $N$  – количество лопаток,  $\xi^k$  – коэффициент вязкого демпфирования;  $\gamma$  – коэффициент демпфирования структуры;  $F$  – соответственно, вектор возбуждающих силы степеней свободы всех лопаток при сборке. Все матрицы в уравнении (6) детально описаны в работах [3; 4].

**Характеристики колебаний рабочих колес турбомашин.**

*Собственные частоты колебаний.* Метод МУП определяет собственные частоты колебаний рабочих колес без расстройки в зависимости от числа узловых диаметров и узловых окружностей. Число узловых диаметров одной формы колебаний нумеруется так, чтобы соответствовать одной фазе между смежными лопатками, определенной как [4]

$$\Phi_n = \frac{2\pi n}{N} \quad (n = 0, \dots, P), \quad (7)$$

где  $n$  – число узловых диаметров;  $N$  – количество лопаток рабочего колеса.

*Формы собственных колебаний.* В данной работе используем евклидову норму перемещений, чтобы исследовать формы колебаний рабочих колес с расстройкой и без расстройки. Для рабочих колес без расстройки евклидова норма определена в зависимости от числа узловых диаметров и узловых окружностей и является гармонической функцией при присутствии узловых диаметров (см. рис. 6, а, в). Евклидова норма перемещений для собственных колебаний выражена скалярной величиной, называющейся формой относительных перемещений лопаток  $\bar{\delta}_i^r$ . Эта норма перемещений для  $i$ -й лопатки определена как [4]

$$\bar{\delta}_i^r = \frac{\sqrt{\sum_{j=1}^{N_b} \delta_{j,i}^2}}{\sqrt{\sum_{n=1}^N \left[ \sum_{j=1}^{N_b} \delta_{j,n}^2 \right]}} \quad (i = 1, \dots, N), \quad (8)$$

где  $\delta_{j,i}$  – перемещение  $j$ -й степени свободы  $i$ -й лопатки;  $N_b$  – число степеней свободы одной лопатки;  $N$  – число лопаток в системе.

*Максимум отклика вынужденных колебаний.* В данной работе используем евклидову норму перемещений, чтобы исследовать максимальную амплитуду колебаний лопаток системы «диск–лопатки» с расстройкой и без расстройки. Для настроенной системы пик нормы перемещений всех лопаток одинаков, но это не так для расстроенной системы. Евклидова норма перемещений для вынужденных колебаний является скалярным выражением, оценивающим отклонение амплитуды лопаток, и определена как [4]

$$\bar{\delta}_n = \sqrt{\sum_{j=1}^{N_b} \delta_{j,n}^2} \quad (n = 1, \dots, N), \quad (9)$$

где  $\bar{\delta}_n$  – евклидова норма перемещений лопаток;  $N_b$  – число степеней одной лопатки;  $\delta_{j,n}$  – перемещение  $j$ -й степени  $n$ -й лопатки.

*Определение возбуждающей силы.* Возбуждающие силы – это гармонические функции от времени, отличающиеся фазой между секторами. Фаза  $i$ -й лопатки определена как [4]

$$\Phi_i = \frac{2\pi C(i-1)}{N} \quad (i = 1, \dots, N) \quad (10)$$

где  $C$  – порядок энергии возбуждений.

Вектор внешней возбуждающей силы представлен в виде [4]

$$F = \{ f e^{j\Phi_1} \quad f e^{j\Phi_2} \quad \dots \quad f e^{j\Phi_N} \}^T = \sqrt{N} e_{C+1} \otimes f, \quad (11)$$

где  $e_{C+1}$  –  $(C+1)$ -й столбец матрицы Фурье;  $f$  – вектор возбуждающей силы одной лопатки.

На физической модели (рис. 2) математическое уравнение распределения вектора газодинамических сил  $\{f_i\}$  по длине лопатки может быть описано следующим видом [5]:

$$\{f_i\} = [0 \quad P_y \quad P_x \quad m_z \quad 0 \quad 0]^T, \quad (12)$$

где  $P_y = P_y(z, t)$  и  $P_x = P_x(z, t)$  – возбуждающие силы по направлениям  $x$  и  $y$ ;  $m_z = m_z(z, t)$  – крутящий момент (рис. 2). Определение  $P_x, P_y, m_z$  детально описано в работе [5].

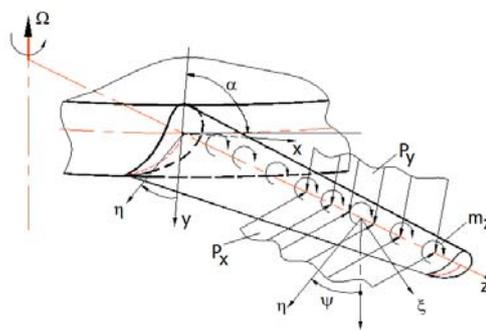


Рис. 2. Физическая модель лопатки ротора турбины под действием газодинамических сил

**Результаты исследования.** В качестве примера рассмотрим модельное рабочее колесо, содержащее 24 лопатки. Геометрические размеры и характеристики материала рассчитываемой конструкции: внутренний радиус 0,0135 м, внешний радиус 0,06 м, толщина диска и лопатки 0,002 м, длина лопатки 0,036 м, ширина лопатки 0,012 м, модуль упругости материала 210 ГПа, плотность 7850 кг/м<sup>3</sup>, коэффициент Пуассона 0,3. Возбуждающие силы приложены на все узлы пика каждой лопатки:  $\{f_i\} = [0 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0]^T$ , коэффициент вязкого демпфирования  $\xi^k = 0$ , коэффициент демпфирования структуры  $\gamma = 0,6$  %. Параметры расстройки приведены в табл. 1.

Конечно-элементная модель сектора «диск-лопатки» для МУП и системы «диск-лопатки» при использовании МКЭ для ПМ на основе треугольных конечных элементов STI218, соответственно, содержит 174 и 3 312 степени свободы.

Результаты расчета собственных частот системы «диск-лопатки» без расстройки при использовании МУП, ПМ и программного комплекса ANSYS приведены в табл. 2 и на рис. 3.

Подобные результаты исследований колебаний рабочего колеса с расстройкой параметров по собственным частотам, погрешностям результатов и евклидовым нормам перемещений лопаток методов МУП, ПМ и программы ANSYS приведены на рис. 4–6.

Максимальная амплитуда перемещений лопаток, соответствующая порядкам энергии возмущения  $C = 5$ , приведена на рис. 7.

Таблица 1

Параметры расстройки

Лопатка	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\Delta f_i$ (%)	-0,52	-1,87	-1,82	-0,39	-5,01	-0,85	1,42	7,62	2,93	2,72	2,77	-4,92
Лопатка	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
$\Delta f_i$ (%)	-8,07	-4,91	5,93	-6,92	-0,41	0,43	1,84	-5,47	2,39	3,81	4,11	3,92

Таблица 2

Сопоставление расчетных и экспериментальных значений частот собственных колебаний модельного диска [8]

Формы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Эксп. [1]	210	265	340	501	681	803	922	938	961	1008	1027	1030
МУП	255,1	260,1	321	492	669	808	911,9	987	1041	1079	1104	1119
ПМ	255,1	260,1	321	492	669	808	911,9	987	1041	1079	1104	1119
ANSYS	265	284	318	491	655	778	865	929	973	1006	1026	1039
Формы	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Эксп. [1]	1032	1386	1362	1723	2109	2714	3452	4102	4738	5112	5513	5983
МУП	1123	1461	1521	1737	2147	2713	3354	4002	4613	5155	5605	5947
ПМ	1123	1461	1521	1737	2147	2713	3354	4002	4613	5155	5605	5947
ANSYS	1043	1481	1524	1743	2208	2815	3447	4040	4567	5154	5655	5700



Рис. 3. График частот собственных колебаний «диск-лопатки» без расстройки в зависимости от числа узловых диаметров  $n$  и узловых окружностей  $m$

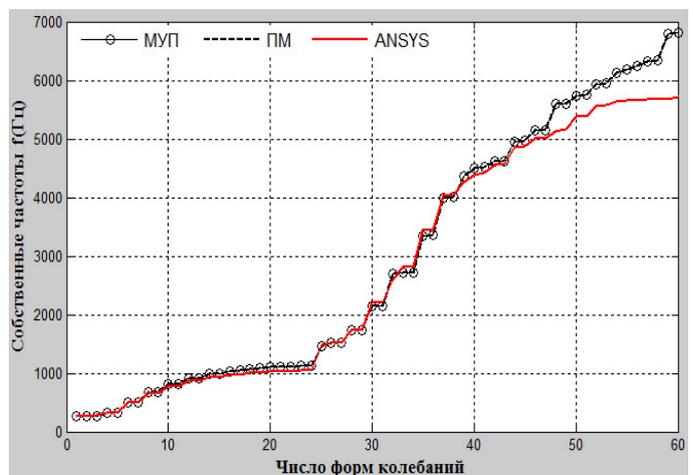
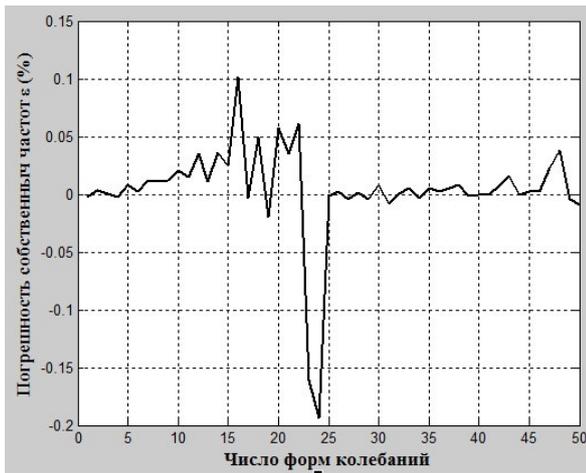
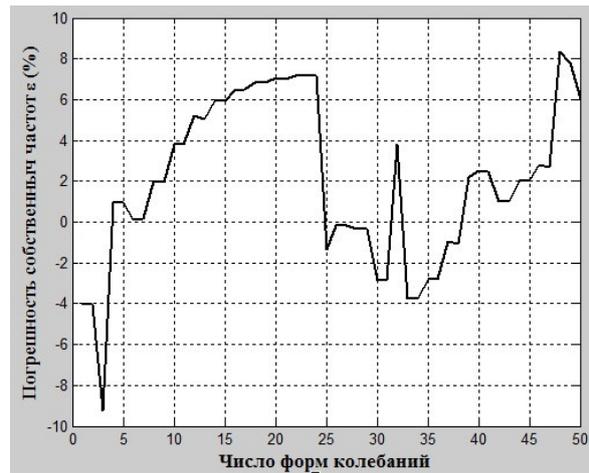


Рис. 4. График собственных частот рабочего колеса с расстройкой параметров



а



б

Рис. 5. Погрешность результатов собственных частот:  
а – при использовании МУП и ПМ; б – при использовании МУП и программы ANSYS

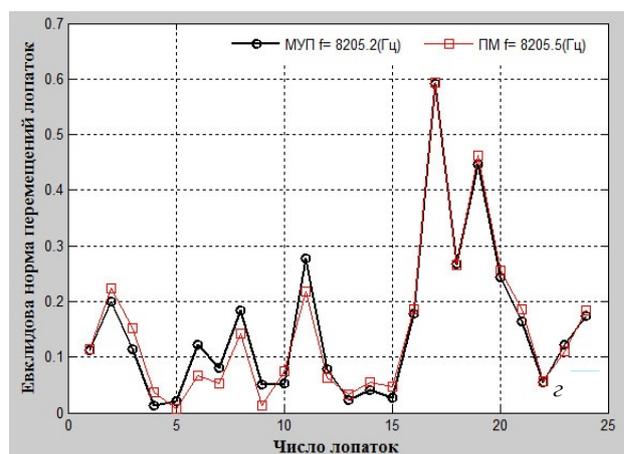
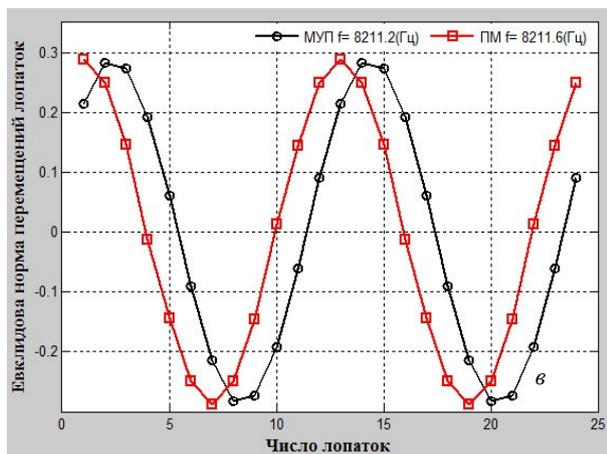
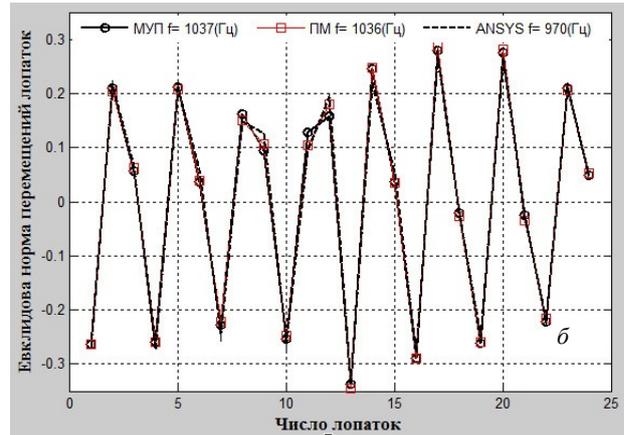
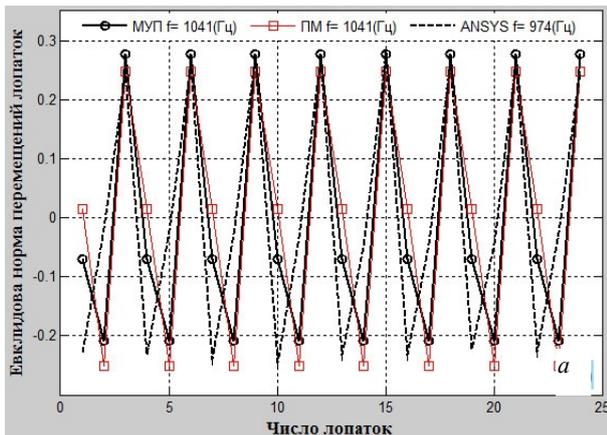
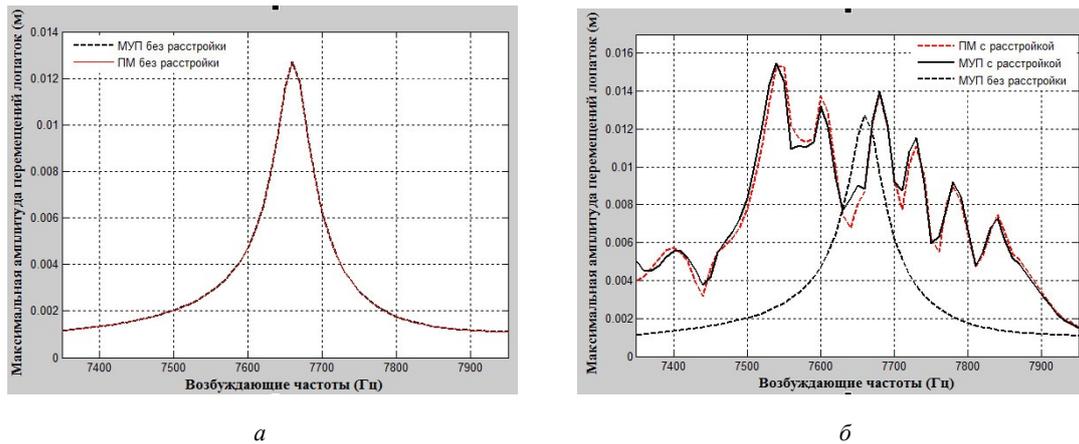


Рис. 6. График евклидовой нормы перемещений лопаток, соответствующей собственным расстроенным частотам

Рис. 7. График максимальных значений отклика вынужденных колебаний рабочих колес при  $C = 5$ 

В работе представлен способ МУП для исследования колебания рабочих колес турбомашин без расстройки и с расстройкой жесткости лопаток. В этом способе использован подход составляющей формы: один сектор системы «диск–лопатки» разделен на две части. Это диск с безмассовыми лопатками, жестко защемленный на внутреннем радиусе, и консольная лопатка, жестко защемленная на поверхности между диском и лопаткой [9]. При этом используются матрицы масс и жесткости конечных элементов одиночной лопатки. Поэтому расстройка жесткости лопатки легко моделируется в расчете. Дополнительно при использовании МУП число степеней свободы расчета значительно уменьшается (из 3 312 степеней свободы при использовании ПМ число степеней свободы уменьшено до 174 для МУП), что снижает трудоемкость и численные затраты времени на ЭВМ.

Из рис. 3, 6 и 7 видно, что на графике собственных частот рабочих колес без расстройки в зависимости от числа узловых диаметров и окружностей часто появляются поворотные зоны частот. В этих зонах амплитуды собственных колебаний и максимальные амплитуды вынужденных колебаний рабочих колес даже с маленькой расстройкой жесткости сильно изменяются как качественно, так и количественно (рис. 6, з; 7, б).

Из табл. 2 и рис. 5 видно, что численные результаты МУП для рабочих колес без расстройки и с расстройкой МКЭ на основе треугольных конечных элементов STI218 хорошо совпадают с экспериментальными данными и результатами программного комплекса ANSYS. Полученные результаты 2-х этих методов очень близки. Однако использование треугольных конечных элементов STI218 позволяет учитывать модели со сложной геометрией сечения. Здесь представлено влияние расстройки жесткости лопаток на характеристику колебаний рабочих колес турбомашин. Эти результаты совпадают с выводами работ, которые опубликованы авторами Gisli Ottarsson [3], J. R. Bladh [4], и позволяют решать задачи чувствительности колебаний и повышения прочности рабочих колес с расстройкой при проектиро-

вании новых и эксплуатации старых конструкций турбомашин.

Данные исследования являются базовыми для дальнейшего анализа влияния расстройки параметров на долговечность рабочих колес турбомашин.

#### Библиографические ссылки

1. Мехатроника / Б. Хайманн [и др.]. Новосибирск : Изд-во СО РАН, 2010.
2. Мироновский С. Н., Репецкий О. В., Рыжиков И. Н. Эффект расстройки лопаток рабочих колес турбомашин // Вестник стипендиатов DAAD. 2002, № 2. С. 75–81.
3. Ottarsson G., Castanier M. P., Pierre C. A reduced-order modeling technique for mistuned bladed disks // Journal AIAA, 1994–1640. P. 2552–2562.
4. Jan Ronnie Bladh. Efficient predictions of the vibratory response of mistuned bladed disks by reduced order modeling. Dissertation submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy in the University of Michigan, 2001.
5. Репецкий О. В. Компьютерный анализ динамики и прочности турбомашин. Иркутск : Изд-во ИрГТУ, 1999.
6. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. М. : Мир, 1975.
7. Bladh J. R., Castanier M. P., Pierre C. Component-Mode-Based Reduced order modeling techniques for Mistuned bladed Disks – Part I: Theoretical Models // Journal of Engineering for Gas turbines and Power, 2001. № 8. P. 89–99.
8. Борискин О. Ф., Кулибаба В. В., Репецкий О. В. Конечно-элементный анализ колебаний машин. Иркутск : Изд-во ИрГТУ, 1989.
9. Hurty W. C. Dynamic analysis of structural systems using component modes // Journal AIAA. 1965. № 4. P. 678–685.

#### References

1. Khaymann B., Gert V. Popp K., Repetskiy O. V. *Mekhatronika* (Mechatronics). Novosibirsk, SO RAN Publ., 2010.

2. Mironovskiy S. N., Repetskiy O. V., Ryzhikov I. N. *Effekt rasstroyki lopatok rabochikh koles tyrbomashin* (effect of mistuning blades on the rotors of turbomachines). *Vestnik stipendiatov DAAD*, 2012, no. 2, p. 75–81.
3. Gisli Ottarsson, Mathew P. Castanier, Christophe Pierre. A reduced-order modeling technique for mistuned bladed disks. *Journal AIAA*, 1994–1640, p. 2552–2562.
4. Jan Ronnie Bladh. Efficient predictions of the vibratory response of mistuned bladed disks by reduced order modeling. Dissertation submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy in the University of Michigan, 2001.
5. Repetskiy O. V. *Komp'yuternyj analiz dinamiki i prochnosti tyrbomashin* (Computer analysis of dynamics and strength turbomachines). Irkutsk, IrGTU Publ., 1999.
6. Zenkevich O. *Metod konechnykh jelementov v tehnikе* (The Finite Element Method in engineering science). Moscow, Mir Publ., 1975.
7. Bladh J. R., Castanier M. P., Pierre C. Component-Mode-Based Reduced order modeling techniques for Mistuned bladed Disks – Part I: Theoretical Models. *Journal of Engineering for Gas turbines and Power*, 2001, no. 8, p. 89–99.
8. Boriskin O. F. Kulibaba V. V. Repetskiy O. V. *Konechnojelementnyj analiz kolebaniy mashin* (Finite element analysis of vibration machines). Irkutsk, IrGTU Publ., 1989.
9. Hurty W. C. Dynamic analysis of structural systems using component modes. *Journal AIAA*, 1965, no. 4, p. 678–685.

© Репецкий О. В., До Мань Тунг, 2014

УДК 005; 519.7; 303.732

#### AUTOMATIC LINEAR DIFFERENTIAL EQUATION IDENTIFICATION IN ANALYTICAL FORM\*

I. S. Ryzhikov

Siberian State Aerospace University named after academician M. F. Reshetnev  
31, Krasnoyarsky Rabochy Av., Krasnoyarsk, 660014, Russian Federation  
E-mail: ryzhikov-88@yandex.ru

*In this study a multi-agent evolutionary strategies algorithms system is considered in application to linear dynamic system identification problem solving. The proposed approach is based on previous results of designing the universal simultaneous parameters and structure identification technique that uses the observations of system output and input. Every agent is model-based and has an aim to find an extremum for agent's criterion. The solution of the problem is symbolic and can be automatically found for the small samples and noised data.*

*Keywords: evolutionary strategies, multi-agent system, identification, structure and parameters, differential equation.*

#### АВТОМАТИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В АНАЛИТИЧЕСКОМ ВИДЕ

И. С. Рыжиков

Сибирский государственный аэрокосмический университет имени академика М. Ф. Решетнева  
Российская Федерация, 660014, г. Красноярск, просп. им. газ. «Красноярский рабочий», 31  
E-mail: ryzhikov-88@yandex.ru

*Рассматривается применение многоагентной системы алгоритмов эволюционных стратегий для решения задач идентификации линейных динамических систем. Предлагаемый подход основан на результатах предыдущих работ по разработке и совершенствованию универсального метода, позволяющего автоматически решать задачу идентификации одновременно параметров и структуры объекта по данным наблюдений его входа и выхода. Каждый агент основан на модели и имеет цель найти оптимум функционала; функционалы отличаются для всех агентов. Решение ищется в аналитическом виде автоматически, в том числе и для случаев малой выборки.*

*Ключевые слова: эволюционные стратегии, многоагентные системы, идентификация, структура и параметры, дифференциальное уравнение.*

\* The study was supported by The Ministry of education and science of Russian Federation, project № 14.B37.21.1521. The second International Workshop on Mathematical Models and its Applications (IWMMA 2013).