

**НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДИНАМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ  
КЛАССА ГАММЕРШТЕЙНА**

Н. В. Коплярова, Н. А. Сергеева

Сибирский федеральный университет  
Российская Федерация, 660041, г. Красноярск, просп. Свободный, 79  
E-mail: koplyarovnv@mail.ru

*Предлагается и исследуется алгоритм моделирования нелинейных динамических систем, представимых в виде последовательного соединения нелинейного безынерционного и линейного динамического блоков (модель Гаммерштейна). Рассматриваются системы, находящиеся в условиях частичной параметризации. В данном случае считается, что структура и параметры линейной динамической части неизвестны, а вид нелинейности известен с точностью до набора параметров. Алгоритм идентификации (моделирования на основе наблюдений входных-выходных переменных системы) основан на объединении в модели непараметрической оценки линейного элемента и оценивания параметров нелинейного элемента. Разработаны алгоритмы моделирования в случае, когда вид нелинейности представляет собой квадрататор и звено насыщения. Проведены численные расчеты, показывающие, что разработанные алгоритмы успешно справляются с задачей идентификации нелинейных систем типа Гаммерштейна.*

*Ключевые слова:* модель Гаммерштейна, непараметрическая оценка, нелинейная динамика, априорная информация.

Vestnik SibGAU  
2014, No. 3(55), P. 93–99**NONPARAMETRIC MODELS OF THE HAMMERSTEIN DYNAMICAL OBJECTS**

N. V. Koplyarova, N. A. Sergeeva

Siberian Federal University  
79, Svobodnyi prosp., Krasnoyarsk, 660041, Russian Federation  
E-mail: koplyarovnv@mail.ru

*The problem of nonlinear dynamical systems of the Hammerstein type identification is considered. Systems in the conditions of partial parameterization are considered. In this case structure and parameters of equation, which describe the linear dynamical part of the object, are unknown. The common type of nonlinearity is assumed to be known with the set of parameters. It is required to construct the mathematical model of the investigation system, which is based on the input-output measures sample. The proposed method of dynamic objects modeling is based on the nonparametric estimation of linear and nonlinear parts of the system. At first it is offered to estimate the nonlinear element parameters, and to the input of system consistently applied different input actions. Then the linear dynamical part model can be constructed as a Duhamel integral, where the impulse response function is estimated with nonparametric algorithm. Presented algorithm doesn't require a complete priory information about the object structure. In the work the results of computer modeling of the Hammerstein type systems with the quard and the saturation nonlinearity are shown. This nonparametric model can describe the investigation systems with different types of nonlinearity, in conditions of noise in the measure channels, and with different sample sizes and input actions. The numerical researches show that the algorithms should be used to identify the Hammerstein type nonlinear systems.*

*Keywords:* Hammerstein model, nonparametric estimation, nonlinear dynamics, a priori information.

**Введение.** Проблема идентификации нелинейных динамических систем относится к разряду важнейших задач теории автоматического управления. В связи с большим разнообразием систем рассматриваемого типа не существует универсальной методики их идентификации. При этом в основном задача рассматривается

в узком смысле, когда структура исследуемого объекта известна с точностью до вектора параметров [1]. Настоящая статья посвящена идентификации динамических систем в широком смысле, когда информация об объекте находится на уровне непараметрической неопределенности. В данном случае на основании

имеющейся априорной информации удастся лишь частично параметризовать модель исследуемого процесса. Большое число нелинейных систем можно представить в виде блока с последовательным включением нелинейного элемента и линейной части. В данной работе исследуются динамические процессы типа Гаммерштейна.

Пусть имеется нелинейный объект, который может быть описан как последовательное сочетание линейного динамического и нелинейного статического блоков [2]. Преимуществом использования таких моделей является их относительная простота, поскольку в них нелинейные и динамические свойства исследуемого объекта разделены на отдельные части. Линейный динамический блок моделей в этом случае должен воспроизводить динамические свойства исследуемого объекта, нелинейный блок – описывать его нелинейные свойства [3]. Основная сложность в построении моделей таких объектов заключается в том, что промежуточные сигналы (значения выхода блока, находящегося первым в последовательности) являются недоступными для измерения. Требуется по наблюдаемым входным-выходным переменным процесса построить математическую модель стохастического объекта, с помощью которой можно получать прогноз его поведения в различных условиях (при произвольном входном воздействии и наличии помех), который будет достаточно удовлетворительным с практической точки зрения.

**Постановка задачи идентификации.** В общем виде задача идентификации нелинейной динамической системы может быть описана схемой, представленной на рис. 1, где приняты следующие обозначения: Объект – нелинейная динамическая система, состоящая из линейной динамической ЛЭ и нелинейной статической НЭ частей; ИУ – измерительное устройство;  $u(t)$  – входная переменная объекта;  $x(t)$  – выходная переменная;  $u_t^\xi, x_t^\xi$  – соответствующие наблюдения переменных процесса в дискретный момент времени, которые из соображения простоты далее будем обозначать  $\{u_i, x_i, i = 1, s\}$ ;  $\xi(t)$  – ненаблюдаемое случайное воздействие;  $\varepsilon^u(t), \varepsilon^x(t)$  – случайные факторы (помехи), действующие в каналах измерения переменных в дискретные моменты времени  $t$ , такие, что  $M\{\varepsilon\} = 0$ ,  $D\{\varepsilon\} < \infty$ ;  $\hat{x}(t)$  – выход модели объекта;  $w(t)$  – выходная переменная нелинейного элемента системы (неизмеряемая).

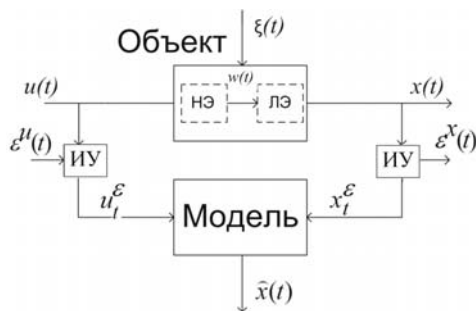


Рис. 1. Общая схема задачи идентификации

Исходные данные о состоянии исследуемого объекта составляют выборку измерений реакции объекта на входное воздействие  $u(t)$ :  $\{u_i, x_i, i = \overline{1, s}\}$ . Параметры и порядок дифференциального уравнения, которым может быть описана линейная динамическая часть системы, неизвестны. Пусть нелинейность в объекте описывается некоторой функцией, вид которой предполагается известным с точностью до набора параметров.

Исследователь имеет возможность проведения эксперимента, т. е. может подавать на вход исследуемого объекта некоторые воздействия и измерять его реакцию на них. Требуется на основании наблюдений входа-выхода построить модель данной системы, адекватно описывающую ее поведение в различных условиях. Задача идентификации нелинейной системы в описанной постановке может быть разделена на два этапа. На первом этапе предлагается оценить параметры нелинейного звена и переходной характеристики линейного динамического элемента, а на втором – построить требуемую математическую модель исследуемого объекта. Сначала рассмотрим задачу идентификации линейного элемента.

**Идентификация линейной динамической системы.** Непараметрическая модель линейного динамического объекта строится на основании переходных характеристик. На вход объекта подается функция Хевисайда  $u(t) = 1(t)$ , а на выходе наблюдаем его переходную функцию  $x(t) = h(t)$ . По наблюдениям  $\{u_i, x_i, i = \overline{1, s}\}$  требуется построить модель линейной динамической системы (ЛДС), порядок которой неизвестен. Непараметрическая модель системы конструируется на основе оценки интеграла Дюамеля. В этом случае зависимость реакции динамической системы  $w(t)$  на входное воздействие  $u(t)$  при нулевых начальных условиях описывается интегралом свертки [3]:

$$w(t) = \int_0^t h'(t - \tau) u(\tau) d\tau = \int_0^t k(t - \tau) u(\tau) d\tau, \quad (1)$$

где  $h(t)$  – переходная характеристика системы;  $k(t)$  – весовая (импульсная переходная) функция этой же системы;  $\tau$  – переменная интегрирования.

Вычисление значения выхода объекта при этом возможно, если известна его весовая функция  $k(t)$ . Однако в реальных системах «снятие» весовой функции объекта представляется невозможным, в связи с чем требуется специальный прием, изложенный ниже. Основная идея идентификации ЛДС в условиях непараметрической неопределенности [3] состоит в непараметрическом оценивании весовой функции системы. Подав на вход системы воздействие в виде функции Хевисайда, получим значения ее переходной функции в дискретные моменты времени  $t_i, i = \overline{1, s}$ . Тогда оценку переходной функции системы можно записать в виде стохастической аппроксимации регрессии непараметрического типа следующим образом [4]:

$$h_s(t) = \frac{1}{sc_s} \cdot \sum_{i=1}^s h_i H\left(\frac{t-t_i}{c_s}\right), \quad (2)$$

где  $\{h_i = x_i / u(t) = 1, i = 1, s\}$  – экспериментально полученные значения переходной характеристики ЛДС, т. е. сигнал, получаемый на выходе системы при подаче на ее вход единичного ступенчатого воздействия  $u(t) = 1(t)$  при нулевых начальных условиях. При этом в выражении (2) колоколообразная функция и параметр размытости должны удовлетворять следующим условиям сходимости:

$$c_s > 0; \lim_{s \rightarrow \infty} c_s = 0; \lim_{s \rightarrow \infty} sc_s = \infty, \quad (3)$$

$$\int_{\Omega(u)} H'(u) du = 0, \quad c_s \int_{\Omega(u)} H'(u) u du = -1, \quad u = \frac{\tau-t}{c_s}, \quad (4)$$

$$\lim_{s \rightarrow \infty} c_s^{-1} H\left(\frac{\tau-t}{c_s}\right) = \delta(\tau-t).$$

Известно, что весовая функция  $k(t)$  определяется соотношением  $k(t) = dh(t) / dt$ . Тогда непараметрическая оценка весовой функции примет следующий вид:

$$k_s(t) = h'_s(t) = \frac{1}{sc_s} \cdot \sum_{i=1}^s h_i H'\left(\frac{t-t_i}{c_s}\right). \quad (5)$$

Подставив оценку весовой функции в интеграл Дюамеля, получим непараметрическую модель ЛДС. После чего, заменив интеграл его дискретным аналогом, получим непараметрическую расчетную модель линейного динамического элемента системы [3]:

$$\hat{w}_s(t) = \frac{1}{sc_s} \cdot \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^{t/\Delta\tau} h_i H'\left(\frac{t-\tau_j-t_i}{c_s}\right) u(\tau_j) \Delta\tau, \quad (6)$$

где  $\tau$  – переменная интегрирования;  $\Delta\tau$  – шаг дискретизации. Далее рассмотрим алгоритм идентификации нелинейной системы.

#### Идентификация системы типа Гаммерштейна.

Рассмотрим систему, поведение которой может быть описано с помощью модели Гаммерштейна (рис. 2).

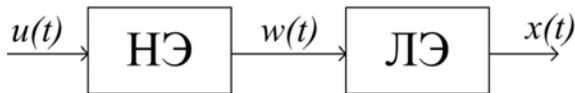


Рис. 2. Модель Гаммерштейна: ЛЭ – линейная динамическая часть; НЭ – нелинейный элемент системы;  $u(t)$  – входное воздействие;  $w(t)$  – выход промежуточного звена объекта;  $x(t)$  – выход объекта

Выход нелинейного элемента  $w(t)$  измерению недоступен. Предполагается, что параметризованная структура ЛЭ неизвестна, а вид нелинейной характеристики НЭ известен с точностью до набора параметров.

Согласно рис. 2 связь между входом  $u(t)$  и выходом  $x(t)$  объекта при нулевых начальных условиях может быть описана системой уравнений следующего вида [3]:

$$w(t) = f(u(t), \alpha), \quad (7)$$

$$x(t) = \int_0^t k(t-\tau) w(\tau) d\tau,$$

или при замене переменной  $w(t)$  в соответствии с (7) получим:

$$x(t) = \int_0^t k(t-\tau) f(u(\tau), \alpha) d\tau, \quad (8)$$

где  $k(t)$  – весовая функция динамического элемента;  $f(u, \alpha)$  – нелинейная функция, заданная с точностью до вектора неизвестных параметров  $\alpha$ .

Положим, что  $x^1$  – реакция нелинейного объекта на входной сигнал в виде функции Хевисайда  $u(t) = 1(t)$ , а  $x(t)$  – реакция объекта на некоторый входной сигнал произвольной формы.

Ступенчатый сигнал  $u(t) = 1(t)$  после прохождения нелинейного элемента сохраняет ступенчатую форму, но меняет амплитуду, т. е.  $\alpha(t) = f(1(t), \alpha) = \text{const}$ . То есть значение выхода НЭ  $w(t)$  при подаче на вход ступенчатого воздействия является постоянной величиной и может рассматриваться как входное воздействие для ЛЭ. Тогда выход нелинейной системы, оцениваемый как  $x^1(t) = \int_0^t h_1'(t-\tau) 1(\tau) d\tau$ , можно рассмат-

ривать как переходную функцию некоторой линейной динамической системы, где приняты следующие обозначения:  $x^1(t)$  – выход нелинейной системы при подаче на ее вход единичного воздействия;  $h_1(t)$  – переходная функция линейного элемента системы. Оценка переходной функции может быть получена на основе выборки  $\{x^1_i, t_i\}, i = \overline{1, s}$ .

С учетом оценки  $\hat{h}_1(t)$ , модель нелинейной системы (8) можно записать в следующем виде [5]:

$$\hat{x}(t) = \int_0^t \hat{h}_1'(t-\tau) \hat{f}(u(\tau), \hat{\alpha}) d\tau. \quad (9)$$

Оценки параметров нелинейного элемента  $\{x^1_i, t_i\}, i = \overline{1, s}$  находятся на основе выборки измерений  $\{u_i, x_i\}, i = \overline{1, s}$  в общем случае как решения экстремальной задачи. В частности, алгоритм оценивания параметров НЭ определяется в зависимости от вида нелинейности, некоторые из возможных алгоритмов подробно рассмотрены далее. Тогда непараметрическая модель системы Гаммерштейна будет описываться следующим образом:

$$\hat{x}(t) = \frac{1}{sc_s} \cdot \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^{t/\Delta\tau} \hat{h}_i H' \left( \frac{t - \tau_j - t_i}{c_s} \right) \hat{f}(u(\tau_j)) \Delta\tau, \quad (10)$$

где  $\hat{h}_i$  – оценка переходной характеристики линейного элемента;  $\hat{f}(t)$  – оценка нелинейного элемента системы. Далее рассмотрим алгоритм моделирования при НЭ в виде квадратора.

**Непараметрическая модель системы с квадрататором.** Пусть имеется система, представленная в виде модели Гаммерштейна (рис. 2). Причем нелинейная часть системы представляет собой квадратор, описываемый функцией вида  $f(u) = au^2$ , где  $a = \text{const}$ . Выход НЭ вычисляется следующим образом:  $w(t) = f(u, a) = au^2$ . При единичном входном воздействии  $u(t) = 1(t)$  выход нелинейного элемента системы равен  $w(t) = a$ . Выход нелинейного объекта тогда рассчитывается следующим образом:

$$\begin{aligned} x^1(t) &= \int_0^t h'(t-\tau)w(\tau)d\tau = \\ &= a \int_0^t h'(t-\tau)u^2(\tau)d\tau = a \int_0^t h'(t-\tau)d\tau. \end{aligned} \quad (11)$$

Таким образом, выход  $x^1(t)$  при  $u(t) = 1$  может быть рассмотрен как оценка переходной функции линейного элемента, значение которой умножено на некоторый коэффициент, т. е.  $x^1(t) = ah(t)$ . Тогда переходная функция ЛЭ оценивается следующим образом:

$$\hat{h}(t) = x^1(t) / a. \quad (12)$$

При произвольном входном воздействии и нулевых начальных условиях выход линейной части системы описывается выражением (9). С учетом рассчитанного значения переходной функции (12) модель нелинейного динамического объекта примет вид

$$\hat{x}(t) = a \int_0^t \hat{h}'(t-\tau)u^2(\tau)d\tau = \int_0^t \hat{x}^1(t-\tau)u^2(\tau)d\tau. \quad (13)$$

Далее приведем расчетную непараметрическую модель нелинейного объекта, представленного в виде модели Гаммерштейна с квадрататором:

$$\hat{x}(t) = \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^{t/\Delta\tau} x_i^1 H' \left( \frac{t - \tau_j - t_i}{c_s} \right) u^2(\tau_j) \Delta\tau, \quad (14)$$

где  $\hat{x}(t)$  – непараметрическая модель исследуемой системы;  $x_i^1$  – реакция нелинейной системы на единичное входное воздействие;  $u(t)$  – тестовое входное воздействие.

**Пример.** Рассмотрим нелинейную динамическую систему Гаммерштейна, состоящую из квадратора с параметром  $a = 3$  и разностного аналога дифференциального уравнения (имитирующего объект):  $3 \cdot x''(t) + 0,52 \cdot x'(t) + 1 \cdot x(t) = u(t)$ . Результаты моделиро-

вания данного объекта при различных входных воздействиях представлены на рис. 3 и 4.

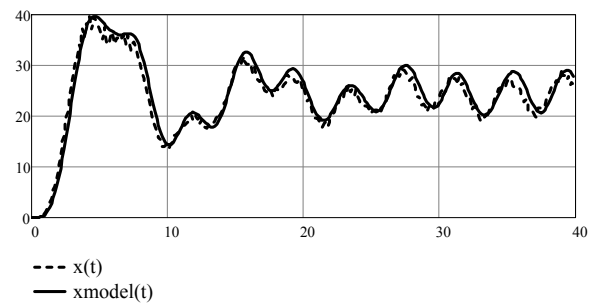


Рис. 3. Результат оценки выхода  $x(t)$ :  $xmodel(t)$  – модель нелинейной системы,  $x$  – выход системы, объем выборки  $s = 300$ ,  $h = 0,117$ , помеха 5 %, входное воздействие  $u(t) = 4\sin(0,8t)$ , относительная ошибка моделирования 3,2 %

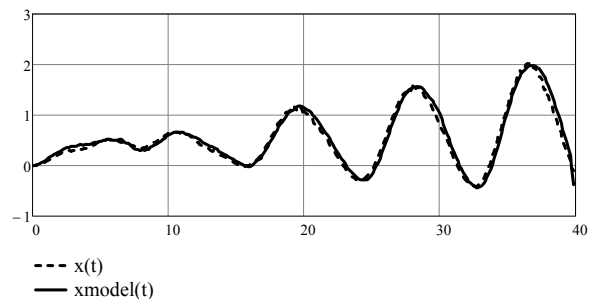


Рис. 4. Результат оценки выхода  $x(t)$ :  $xmodel(t)$  – модель нелинейной системы,  $x$  – выход системы, объем выборки  $s = 300$ ,  $h = 0,117$ , помеха 5 %, входное воздействие  $u(t) = 0,5\cos(0,75t) + 0,01t$ , относительная ошибка моделирования 2,88 %

Анализируя модели нелинейного динамического объекта с видом нелинейности типа квадратор, можно сказать, что непараметрическая модель достаточно хорошо описывает систему при различных значениях параметров нелинейной части объекта, в условиях зашумленности каналов связи, при различных входных воздействиях.

**Непараметрическая модель системы с насыщением.** Рассмотрим нелинейную динамическую систему, нелинейность в которой представлена звеном насыщения, т. е. описывается функцией вида

$$f(u) = \begin{cases} u, & |u| \leq b, \\ a \cdot \text{sign}(u), & |u| > b, \end{cases} \quad (15)$$

где  $a, b$  – некоторые неизвестные параметры.

Модель системы в общем виде может быть описана уравнением вида (4), где неизвестными являются значения параметров функции  $f(u)$  и переходная характеристика линейного элемента системы. Учитывая вид нелинейности, в данном случае при  $w(t) < b$ , выход объекта совпадает с выходом его линейной динамической части. В остальных случаях выход объекта представляет собой константу, которую возможно определить опытным путем в результате нескольких

экспериментов над системой, которые будут описаны далее [6].

Подадим на вход объекта единичное воздействие в виде функции Хевисайда, тогда выход нелинейного элемента вычисляется как

$$w(t) = \begin{cases} 1, & |b| \leq 1, \\ a \cdot \text{sign}(b), & |b| > 1. \end{cases} \quad (16)$$

Далее рассмотрим каждый из данных возможных случаев подробнее.

1. Если  $|b| > 1$ , тогда выход нелинейной системы (обозначим его  $x^1(t)$ ) фактически будет равен величине  $x^1(t) = a \cdot \text{sign}(b) \int_0^t \hat{h}'(t-\tau) d\tau$ . При этом в теории моделирования линейных динамических систем с применением непараметрического подхода, если подать на вход модели воздействие  $u(t) = 1$ , получим оценку переходной функции системы, т. е.  $\hat{h}(t) = \int_0^t \hat{h}'(t-\tau) l(\tau) d\tau$ . Таким образом, учитывая, что  $x^1(t) = a \cdot \text{sign}(b) \cdot \hat{h}(t)$ , получим оценку переходной функции следующим образом:  $\hat{h}(t) = x^1(t) / a \cdot \text{sign}(b)$ .

2. Если  $|b| \leq 1$ , выход нелинейной системы ( $x^1(t)$ ) будет равен значению переходной функции системы:

$$x(t) = \int_0^t \hat{h}'(t-\tau) d\tau = \hat{h}(t).$$

Таким образом, оценка переходной функции нелинейного объекта может быть рассчитана как

$$\hat{h}(t) = \begin{cases} x^1(t) / a \cdot \text{sign}(b), & |b| > 1, \\ x^1(t), & |b| \leq 1, \end{cases} \quad (17)$$

где  $x^1(t)$  – реакция объекта на единичное воздействие (данная величина доступна для измерения),  $a$ ,  $b$  – параметры нелинейного элемента (неизвестны). Параметры функции, описывающей НЭ, предлагается оценить по следующей схеме:

1. Проводится серия экспериментов, в ходе которых на вход системы последовательно подаются воздействия различной амплитуды  $u_{i,j} = e_j$ ,  $e_j = \text{const}$ .

При этом, если  $u_{i,j} = e_j$ , то выход нелинейного объекта равен  $w(t) = e_j$ , если  $e_j < b$  или в противном случае, то  $w(t) = a \cdot \text{sign}(b)$ . Выход нелинейного объекта  $x(t)_j$  равен значению переходной характеристики линейного элемента  $h(t)$ , умноженной на некоторый коэффициент.

В таблице представлены обобщенные данные о значениях различных переменных нелинейной динамической системы при подаче на ее вход воздействие различной амплитуды.

Таким образом, в результате получим выборку, составленную из значений входных воздействий и установившегося значения выхода нелинейной системы:

$\{u_{i,j}, x_{i,j} = x_y\}, i = \overline{1}, s, j = \overline{1}, \overline{m}$ . На основании этой выборки параметры нелинейного элемента могут быть оценены согласно следующему алгоритму.

#### Обобщение экспериментов для определения параметров нелинейного элемента

| $U(t)$           | $W(t)$ | $X(t)$                                                        | $X_{\text{уст}}$ |
|------------------|--------|---------------------------------------------------------------|------------------|
| $e_1$            | $e_1$  | $x(t) = e_1 \int_0^t \hat{h}'(t-\tau) d\tau = e_1 \hat{h}(t)$ | $e_1 \cdot h_y$  |
| $e_2$            | $e_2$  | $x(t) = e_2 \hat{h}(t)$                                       | $e_2 \cdot h_y$  |
| $e_3$            | $e_3$  | $x(t) = e_3 \hat{h}(t)$                                       | $e_3 \cdot h_y$  |
| $e_4$            | $e_4$  | $x(t) = e_4 \hat{h}(t)$                                       | $e_4 \cdot h_y$  |
| ...              | ...    | ...                                                           | ...              |
| $e_k > b, k < n$ | $a$    | $x(t) = a \int_0^t \hat{h}'(t-\tau) d\tau = a \hat{h}(t)$     | $a \cdot h_y$    |
| ...              | ...    | ...                                                           | ...              |
| $e_n > b$        | $a$    | $x(t) = a \hat{h}(t)$                                         | $a \cdot h_y$    |

2. Находится расстояние между двумя соседними измерениями:  $d_j = |x_{i,j} - x_{i-1,j}| / dt$ , где  $dt$  – шаг дискретизации выборки.

3.  $\hat{b} = x_{i,j}$ , если  $d_j < \varepsilon, \varepsilon > 0$ .

4. Если  $x_{i,j} = \hat{b}$ , то  $x_j = y_{i-1,j}$ ,  $\hat{a} = M\{a_j\}$ .

В соответствии с видом функции оценка нелинейного элемента примет вид

$$\hat{f}(u) = \begin{cases} u, & |u| \leq \hat{b}, \\ \hat{a} \cdot \text{sign}(u), & |u| > \hat{b}. \end{cases}$$

Далее на вход объекта подается некоторая ступенчатая функция, значение которой не превышает порога  $b$ , т. е. получаем переходную характеристику. Модель линейной части объекта предлагается строить в виде интеграла Дюамеля.

Таким образом, модель нелинейного объекта, выход которой вычисляется как значение функции, описывающей нелинейное звено, аргумент которой – выход модели линейной части объекта, выглядит как

$$\hat{x}(t) = \int_0^t \hat{h}'(t-\tau) \hat{f}(u(\tau), \hat{a}, \hat{b}) d\tau. \quad (18)$$

Численный вариант данной модели:

$$\hat{x}(t) = \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^{t/\Delta\tau} \hat{h}_i H' \left( \frac{t - \tau_j - t_i}{c_s} \right) \hat{f}(u(\tau_j)) \Delta\tau. \quad (19)$$

**Пример.** Рассмотрим нелинейную динамическую систему в виде модели Гаммерштейна, состоящую из звена насыщения (параметры  $a = 2$ ,  $b = 0,3$ ) и разност-

ного аналога дифференциального уравнения (имитирующего объект):  $x''(t) + 0,32 \cdot x'(t) + 2 \cdot x(t) = u(t)$ . На рис. 5, 6 представлена непараметрическая модель нелинейной системы.

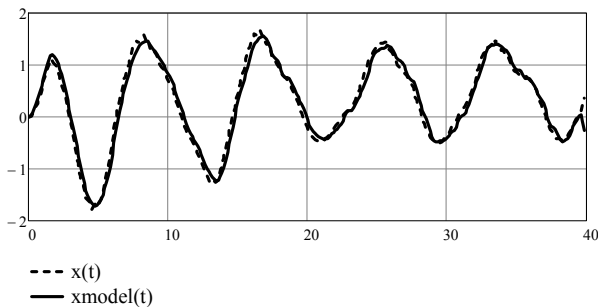


Рис. 5. Результат оценки выхода  $x(t)$ :  $xmodel(t)$  – модель нелинейной системы,  $x(t)$  – выход системы, объем выборки  $s = 300$ , шаг дискретизации  $h = 0,15$ , помеха 5 %, входное воздействие  $u(t) = 0,5\cos(0,75t) + 0,01t$ , ошибка моделирования 2,45 %

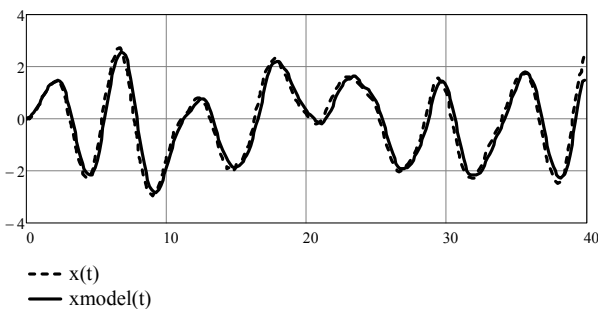


Рис. 6. Результат оценки выхода  $x(t)$ :  $xmodel(t)$  – модель нелинейной системы,  $x(t)$  – выход системы, объем выборки  $s = 200$ , шаг дискретизации  $h = 0,15$ , помеха 5 %, входное воздействие  $u(t) = 5\cos(0,7t)\cos(0,4t - 0,2)$ , ошибка моделирования 3,5 %

**Заключение.** Делая анализ работы модели нелинейного динамического объекта с видом нелинейности типа звена насыщения и квадратора, можно сделать выводы о том, что непараметрическая модель достаточно точно описывает систему при различных значениях параметров нелинейной части объекта, в условиях зашумленности каналов связи, при различном объеме выборки и различных входных воздействиях.

Приведены результаты вычислительных экспериментов, состоящие в построении непараметрических моделей динамических процессов типа Гаммерштейна, в случае, когда вид нелинейного элемента представлял собой квадрататор и звено насыщения. Полученная непараметрическая модель достаточно качественно описывает исследуемые системы при различных видах нелинейной части объектов, в условиях зашумленности каналов связи, при различном объеме выборки и входных воздействиях.

Работа посвящена рассмотрению задачи непараметрической идентификации нелинейных динамических систем, представленных в виде модели Гаммерштейна.

Исследуется случай, когда задача идентификации ставится в условиях как параметрической, так и непараметрической неопределенности. При этом структура линейного динамического блока неизвестна, а вид нелинейности предполагается известным с точностью до параметров. Задача идентификации нелинейной системы рассмотренного типа разделена на две части. Сначала рассматривается непараметрическая идентификация линейного элемента, алгоритм которой связан с тем, что реакция линейной системы на входное воздействие описывается интегралом Дюамеля. Приводятся методика построения моделей для получения прогноза выхода нелинейных систем посредством сочетания моделей линейного динамического и нелинейного статического процессов в общей модели системы. Были проведены многочисленные вычислительные эксперименты при многочисленных интервалах дискретизации и различном уровне помех при измерении входных-выходных переменных. В статье приведен лишь один из них. Полученная непараметрическая модель достаточно качественно описывает исследуемые системы при различных видах нелинейной части объектов, в условиях зашумленности каналов связи, при различном объеме выборки и входных воздействиях. Следует отметить одно обстоятельство – полученные модели нелинейной динамики могут оказаться полезными, если учесть, что исполнительный механизм и объект можно рассматривать как модель Гаммерштейна.

### Библиографические ссылки

1. Цыпкин Я. З. Основы информационной теории идентификации. М.: Наука, 1984. 320 с.
2. Медведев А. В. Непараметрические алгоритмы идентификации нелинейных динамических систем // Стохастические системы управления. Новосибирск: Наука, 1979. С. 15–22.
3. Чайка С. Н. К идентификации динамических систем класса Гаммерштейна при частично параметризованной структуре модели // Динамика систем: Управление и оптимизация. Горький: Изд-во Горьковского гос. ун-та, 1989. С. 24–36.
4. Надаряя Э. А. Непараметрическое оценивание плотности вероятностей и кривой регрессии. Тбилиси: Изд-во Тбилисского ун-та, 1983. 194 с.
5. Попков Ю. С. Идентификация и оптимизация нелинейных стохастических систем. М.: Энергия, 1976. 440 с.
6. Коплярова Н. В., Сергеева Н. А. О непараметрических алгоритмах идентификации нелинейных динамических систем // Вестник СибГАУ. 2012. Вып. 5(51). С. 39–44.

### References

1. Cypkin Ja. Z. *Osnovy informacionnoi teorii identifikacii* [Fundamentals of the informational theory of identification]. Moscow, Nauka Publ., 1984, 320 p.
2. Medvedev A. V. [Nonparametric algorithms of nonlinear dynamical system identification]. *Stokhastiches-*

*kie sistemi upravleniya* [Stochastic control system]. Novosibirsk, Nauka Publ., 1979, p. 15–22.

3. Chaika S. N. [To dynamical systems of Hammerstein class identification with partially parameterized model structure]. *Dinamica system: upravlenie i optimizaciya* [System dynamics: Control and optimization]. Gorki, Gorki university Publ, 1989, p 24–36.

4. Nadaraya E. A. *Neparametricheskoe ocenivanie plotnosti veroyatnosti I krivoi regressii* [Nonparametric estimation of probability density function and regression curve]. Tbilissi, Tbilissi Univ. Publ, 1983, 194 p.

5. Popkov U. S. *Identifikaciya I optimizaciya nelineinih stohasticheskikh sistem* [Identification and optimization of nonlinear stochastic systems]. Moscow, Energya Publ., 1976, 440 p.

6. Kopyarova N. V., Sergeeva N. A. [About the nonparametric algorithms of nonlinear dynamical processes identification]. *Vestnic SibGAU*, 2012, no. 5 (51), p. 39–44. (In Russ.)

© Коплярова Н. В., Сергеева Н. А., 2014