

**ОЦЕНИВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ОШИБОК МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ АСТЕРОИДОВ,  
СБЛИЖАЮЩИХСЯ С ЗЕМЛЕЙ, НА ТОЧНОСТЬ ПОСТРОЕНИЯ  
ДОВЕРИТЕЛЬНЫХ ОБЛАСТЕЙ**Г. Е. Самбаров<sup>1</sup>, О. М. Сюсина<sup>2</sup><sup>1</sup>Национальный исследовательский Томский государственный университет  
Российская Федерация, 634050, г. Томск, просп. Ленина, 36  
E-mail: detovelli@vtomske.ru<sup>2</sup>Научно-исследовательский институт прикладной математики  
и механики Томского государственного университета  
Российская Федерация, 634050, г. Томск, просп. Ленина, 36, корп. 10  
E-mail: kleo77@sibmail.com

*Рассматривается способ, позволяющий оценивать точность модели движения малых тел Солнечной системы, основанный на сравнении размеров доверительных областей и смещении оценок, полученных при решении задачи наименьших квадратов для моделей различной степени полноты. Сравнение моделей возмущающих сил и выбор лучшей модели в задаче построения областей возможных движений объектов осуществляется на основе показателя, имеющего геометрически ясный и простой вид. Если значение данного показателя меньше некоторого порогового значения, то полагаем, что смещение НК-оценок можно считать малым по сравнению с размерами доверительных областей и исключение воздействующих факторов имеет незначительное влияние. В проведенном исследовании модель движения включала в себя гравитационные возмущения от больших планет, Луны, Плутона, сжатия Земли и релятивистские эффекты от Солнца. Были исследованы также линейные и нелинейные методы представления доверительной области ее граничной поверхностью. Выполнено исследование итерационного метода Ньютона, используемого для отображения точек в нелинейном случае. На примере астероидов 2011 MD и 1998 QE2, сближающихся с Землей, приводятся оценки влияния ошибок модели движения на точность построения доверительных областей. Показано, что неполный учет возмущающих сил и неточное представление наблюдений могут привести к недостоверному определению доверительных областей возможных движений малых тел Солнечной системы.*

*Ключевые слова:* астероиды, модели движения, задача наименьших квадратов, доверительные области, граничные поверхности, показатели нелинейности, систематические ошибки, 2011 MD, 1998 QE2.

**THE ESTIMATION OF THE MOTION MODEL ERRORS  
INFLUENCE ON PRECISION OF THE BUILDING OF CONFIDENCE REGION  
FOR NEAR-EARTH ASTEROIDS**G. E. Sambarov<sup>1</sup>, O. M. Syusina<sup>2</sup><sup>1</sup>National research Tomsk State University  
36, Lenina Av., Tomsk, 634050, Russian Federation  
E-mail: detovelli@vtomske.ru<sup>2</sup>Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics, Tomsk State University  
10 housing, 36, Lenina Av., Tomsk, 634050, Russian Federation  
E-mail: kleo77@sibmail.com

*This paper deals with the method of accuracy estimation of using of asteroid motion models by comparing the size of confidence regions and offset of least square estimation of their nominal orbits determined for models of varying degrees of completeness. Comparing of perturbing forces models and selection of the best models in the task of constructing regions of object possible motions are based on indicator that has geometrically clear and simple form. If the value of this index is less than a certain threshold value, it is supposed that the offset of least square estimation can be considered as small compared to the size of confidence regions and exclusion of some factors has a negligible effect. In this study, the motion model has included gravitational perturbations from the principal planets, the Moon, Pluto, oblateness of Earth and relativistic effects from the Sun. The linear and nonlinear methods of presenting of confidence*

region by its boundary surface are also investigated. Investigation of the Newton's iteration method, which has used for mapping points in non-linear case, has been made. The estimates of the influence of the motion model errors on the accuracy of constructing confidence regions are provided on the example of near Earth asteroids 2011 MD and 1998 QE2. The paper states that no complete account of the disturbing forces and inexact representation of the observations may lead to unreliable determination of confidence region for small bodies' motion.

*Keywords:* asteroids, models of motion, least squares method, confidence region, boundary surfaces, indicators of nonlinearity, systematic errors, 2011 MD, 1998 QE2.

**Введение.** Современный мир подвержен многим опасностям различного характера, и даже такой, как столкновения малых тел Солнечной системы с Землей или космическими аппаратами [1; 2]. Для приближенной оценки этой угрозы используется вероятностный метод определения орбит небесных тел. Так как наблюдения астероидов отягощены неизбежными ошибками, мы можем получить из них только некоторую оценку их возможных параметров. Эта оценка определяет номинальную орбиту малого небесного тела. Чем больший интервал будет охвачен наблюдениями, тем точнее и ближе она будет к истинной траектории объекта. Поэтому для достоверности расчетного движения астероида целесообразно описывать его плотным пучком траекторий, выходящих из начальной доверительной области. И далее, для исследования движения небесного тела, производить отображение этой области на любой другой момент времени. Известно также, что систематические ошибки наблюдений и модели движения астероидов могут оказывать существенное влияние на точность построения доверительных областей. В случае, если эти ошибки достаточно большие, может оказаться, что реальное движение изучаемого объекта будет вне расчетной области возможных движений. Это особенно неприемлемо при исследовании возможных столкновений астероидов с Землей или космическими аппаратами. Исключение систематических ошибок из наблюдений представляет собой сложную и часто неразрешимую задачу, и этой проблеме посвящено достаточно много работ [3–6]. В настоящей работе приводится полный алгоритм способа, позволяющего анализировать модели движения астероидов при построении доверительных областей. Выбор же модели возмущающих сил в традиционно применяемых методах связан только с анализом их влияния на точность определения номинальной орбиты объекта. Размеры доверительных областей в этих оценках не учитываются. Рассматриваемый нами способ этот недостаток устраняет, и выбор модели возмущающих сил этим способом тесно связан с размерами доверительных областей и смещениями оценок параметров орбит, определяемых для альтернативных моделей движения исследуемого объекта.

**Задача построения доверительной области.** При построении начальной доверительной области движения астероида нужно указать вероятность попадания истинного значения определяемых параметров в область их оценок

$$P\{\mathbf{q}_t \in Q(\hat{\mathbf{q}} / \mathbf{d}^*)\} \geq \gamma, \quad (1)$$

где  $\mathbf{q}_t$  – истинная (неизвестная нам) точка в  $m$ -мерном пространстве определяемых параметров  $\mathbf{q} = (q_1, q_2, \dots, q_m)$ ;  $\hat{\mathbf{q}}$  – оценка этих параметров, определяемая по  $n$ -мерной выборке измерений  $\mathbf{d}^* = (d_1^*, d_2^*, \dots, d_n^*)$ ;  $Q(\bullet)$  – доверительная область; число  $\gamma$  – коэффициент доверия, показывающий, с какой вероятностью область  $Q(\bullet)$  покрывает  $m$ -мерную истинную точку  $\mathbf{q}_t$ .

Оценка  $\hat{\mathbf{q}}$  находится из решения задачи наименьших квадратов (НК):

$$\Phi(\mathbf{q}) = [\mathbf{d}(\mathbf{q}) - \mathbf{d}^*]^T \mathbf{W} [\mathbf{d}(\mathbf{q}) - \mathbf{d}^*] = \min, \quad (2)$$

где  $\Phi(\mathbf{q})$  – целевая функция задачи наименьших квадратов;  $\mathbf{d}(\mathbf{q})$  – расчетная  $n$ -мерная вектор-функция измеряемых параметров;  $\mathbf{W}$  – весовая матрица; символ  $T$  означает операцию транспонирования.

**Линейные методы построения доверительных областей.** В линейном случае наименьшие по размерам начальные доверительные области представляют собой  $6$ -мерные эллипсоиды, определяемые выражением

$$(\mathbf{q} - \hat{\mathbf{q}})^T [\mathbf{R}^T(\hat{\mathbf{q}}) \mathbf{W} \mathbf{R}(\hat{\mathbf{q}})] (\mathbf{q} - \hat{\mathbf{q}}) = \hat{\varepsilon}. \quad (3)$$

Здесь

$$\hat{\varepsilon} \cong \sigma_0^2 (k_\gamma)^2, \quad (4)$$

где  $\sigma_0 = [\Phi(\hat{\mathbf{q}}) / (n - m)]^{1/2}$  – среднеквадратическая ошибка единицы веса;  $\mathbf{R}(\mathbf{q}) = \partial \mathbf{d}(\mathbf{q}) / \partial \mathbf{q}$  – матрица частных производных размером  $n \times m$ ; величина  $k_\gamma$  оценивается с помощью статистик  $F(m; n - m)$ -распределения Фишера в виде

$$(k_\gamma)^2 \cong mF(m; n - m; \gamma^*). \quad (5)$$

Величина  $F(m; n - m; \gamma^*) = F^*$  есть верхняя квантиль для  $F(m; n - m)$ -распределения.

Доверительные эллипсоидальные области представляют собой области возможных значений параметров орбит с граничной поверхностью, покрывающей с заданной в линейном приближении вероятностью истинные значения параметров орбиты объекта.

При построении области по ее граничной поверхности точки, заполняющие эллипсоид, можно найти при помощи алгоритма [7–9]

$$\mathbf{q}_j^* = \hat{\mathbf{q}} + \frac{k_\gamma}{|\boldsymbol{\eta}_j|} \mathbf{A} \boldsymbol{\eta}_j^T. \quad (6)$$

Здесь вектор  $\boldsymbol{\eta}_j = (\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_m)$ , компоненты которого  $\eta_i \in N(0;1)$  – независимые нормально распределенные случайные числа с единичной дисперсией;  $j = 1, 2, \dots, s$ , где  $s$  – количество точек  $\mathbf{q}_j^*$ , определяемое длиной моделируемой датчиками случайных чисел выборки вектора  $\boldsymbol{\eta}_j$ ;  $\mathbf{A}$  – нижняя треугольная матрица, такая, что  $\mathbf{A}\mathbf{A}^T = \widehat{\mathbf{D}}$ ;  $\widehat{\mathbf{D}}$  – НК-оценка ковариационной матрицы, определяемая выражением

$$\widehat{\mathbf{D}} = \sigma_0^2 [\mathbf{R}^T(\bar{\mathbf{q}})\mathbf{W}\mathbf{R}(\bar{\mathbf{q}})]^{-1}. \quad (7)$$

Моделирование случайных точек  $\mathbf{q}_j^*$  при помощи алгоритма (6) должно удовлетворять условию

$$\varepsilon_j \leq \widehat{\varepsilon}, \quad (8)$$

где

$$(\mathbf{q}_j^* - \bar{\mathbf{q}})^T [\mathbf{R}^T(\bar{\mathbf{q}})\mathbf{W}\mathbf{R}(\bar{\mathbf{q}})](\mathbf{q}_j^* - \bar{\mathbf{q}}) = \varepsilon_j. \quad (9)$$

**Построение доверительной области в нелинейном случае.** Если нелинейность связи между вероятностными вариациями ошибок наблюдений и начальных параметров значительна, то формальное определение ковариационной матрицы и задание по ней эллипсоидальной доверительной области становится неправомерным. В этом случае приходится применять трудоемкие многократные решения задачи НК вида [10]

$$\Phi(\mathbf{q}) = [\mathbf{d}(\mathbf{q}) - \mathbf{d}^* - \delta\mathbf{d}]^T \mathbf{W} [\mathbf{d}(\mathbf{q}) - \mathbf{d}^* - \delta\mathbf{d}] = \min \quad (10)$$

или

$$\Phi(\mathbf{q}) = [\mathbf{d}(\mathbf{q}) - \mathbf{d}(\bar{\mathbf{q}}) - \delta\mathbf{d}]^T \mathbf{W} [\mathbf{d}(\mathbf{q}) - \mathbf{d}(\bar{\mathbf{q}}) - \delta\mathbf{d}] = \min. \quad (11)$$

Здесь  $\delta\mathbf{d} \in N(0, \sigma_0^2)$  – независимые нормально распределенные случайные числа с дисперсией, определяемой из решения исходной задачи НК (2).

Найденная таким образом доверительная область представляет собой множество оценок  $\bar{\mathbf{q}}^j$  и имеет, как правило, неправильную бананообразную форму. Ее граничную поверхность мы предлагаем определять уравнением [8; 9]

$$\Phi(\mathbf{q}) = C, \quad (12)$$

где  $\Phi(\mathbf{q})$  – целевая функция задачи НК (2).

В качестве постоянной  $C$  можно выбрать  $C \equiv \Phi_F$ , а также любое из близких друг к другу значений целевой функции в нескольких различных вершинах доверительного эллипсоида или их среднеарифметическое значение, так как близкие значения целевой функции однозначно указывают на то, что эти вершины лежат в окрестности граничной поверхности. Целевая функция  $\Phi_F$ , определяющая граничную поверхность доверительной области, находится при помощи соотношения  $\Phi_F = \Phi(\bar{\mathbf{q}})(1 + k_\gamma^2 / (n - m))$ .

**Алгоритм сравнения моделей движения.** Сравнение моделей возмущающих сил и выбор лучшей модели в задаче построения областей возможных движений астероида осуществляется нами при помощи следующего показателя [3; 7; 11]:

$$\varepsilon_{\text{отн}} = \frac{\Delta d}{d} = \frac{|\widehat{\mathbf{q}}^* - \widehat{\mathbf{q}}|}{|\bar{\mathbf{q}} - \widehat{\mathbf{q}}|}, \quad (13)$$

где  $\widehat{\mathbf{q}}^*$  и  $\widehat{\mathbf{q}}$  – оценки параметров орбиты объекта, определяемые задачей наименьших квадратов по данной (одной и той же)  $n$ -мерной выборке измерений  $\mathbf{d}^*$  с использованием двух моделей сил  $\mathbb{F}^*$  и  $\mathbb{F}$ ;  $\bar{\mathbf{q}}$  – точка, лежащая в параметрическом пространстве вдоль направления  $\widehat{\mathbf{q}}^* - \widehat{\mathbf{q}}$  на уровне поверхности доверительной области  $\Phi_F = \Phi(\bar{\mathbf{q}})\left(1 + \frac{(k_\gamma)^2}{n - m}\right)$ .

Очевидно, что значения  $\varepsilon_{\text{отн}} > 1$  (т. е.  $\Delta d > d$ ) определенно указывают на большие смещения относительно друг друга НК-оценок параметров  $\widehat{\mathbf{q}}^*$  и  $\widehat{\mathbf{q}}$  (следовательно, и доверительных областей, построенных на основе этих оценок). Если же  $\varepsilon_{\text{отн}} < 1$  (т. е.  $\Delta d < d$ ), эти смещения можно считать малыми по сравнению с размерами доверительных областей только при выборе более жесткого критерия, такого как, например,  $\varepsilon_{\text{отн}} < 0,1$ . Наглядное представление такого способа оценивания влияния возмущающих сил на точность построения областей возможных движений астероидов с использованием показателя  $\varepsilon_{\text{отн}}$  дает рис. 1.

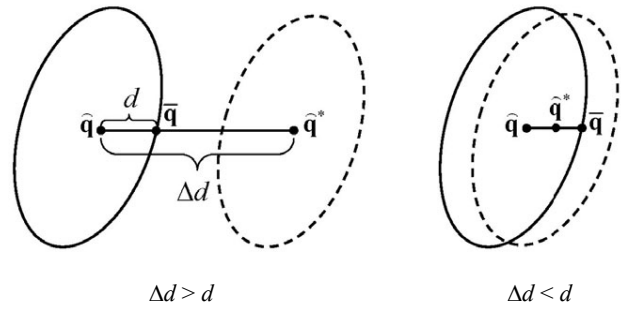


Рис. 1. Геометрическое изображение оценивания смещения доверительных областей по показателю  $\varepsilon_{\text{отн}}$

В случаях, когда имеют место сближения астероидов с Землей или другими планетами, этот критерий необходимо уменьшить еще на несколько порядков. Следует также отметить, что рассматриваемый способ анализа модели движения астероидов может быть применен как для построения начальных областей возможных значений параметров орбит, так и при отображении этих областей во времени. В зависимости от степени нелинейности задачи для определения в параметрическом пространстве точки  $\bar{\mathbf{q}}$ , можно применять линейный либо нелинейный метод нахождения точек граничных поверхностей доверительных областей [3; 11; 12]. При слабой нелинейности линейный метод может быть реализован следующим алгоритмом:

$$\bar{\mathbf{q}}_n = \bar{\mathbf{q}} + \frac{k_\gamma}{|\widehat{\mathbf{q}}^* - \widehat{\mathbf{q}}|} \mathbf{A}(\widehat{\mathbf{q}}^* - \widehat{\mathbf{q}})^T. \quad (14)$$

В случае, если доверительную область нельзя аппроксимировать эллипсоидом, то находим точку  $\bar{\mathbf{q}}_n$ , решая нелинейное уравнение

$$F(\mathbf{q}) = \Phi(\mathbf{q}) - \Phi_F = 0, \quad (15)$$

где  $\bar{\mathbf{q}}_n = \hat{\mathbf{q}} + l(\hat{\mathbf{q}}^* - \hat{\mathbf{q}})$ ;  $l$  – параметр растяжения (сжатия) вектора  $\hat{\mathbf{q}}^* - \hat{\mathbf{q}}$  до граничной поверхности.

Схема решения уравнения (15) методом Ньютона может быть записана в виде следующего алгоритма:

$$l_{n+1} = l_n - \frac{[F(\mathbf{q})]_{l=l_n}}{\left(\frac{\partial \Phi(\mathbf{q})}{\partial l}\right)_{l=l_n}}, \quad (16)$$

где частная производная  $\frac{\partial \Phi(\mathbf{q})}{\partial l}$  определяется выражениями  $\frac{\partial \Phi(\mathbf{q})}{\partial l} = \frac{\partial \Phi(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} \cdot \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial l}$ ;  $\frac{\partial \Phi(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} = 2[\mathbf{R}^T(\mathbf{q})\Delta \mathbf{d}(\mathbf{q})]^T$ ;  $\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial l} = \hat{\mathbf{q}}^* - \hat{\mathbf{q}}$ ;  $\mathbf{R}(\mathbf{q}) = \partial \mathbf{d}(\mathbf{q}) / \partial \mathbf{q}$  – матрица частных производных от измеряемых параметров  $\mathbf{d}(\mathbf{q})$  по определяемым параметрам  $\mathbf{q}$ ;  $[\Delta \mathbf{d}(\mathbf{q}) = \mathbf{d}(\mathbf{q}) - \mathbf{d}^*(\mathbf{q})]$  – вектор невязок «О–С».

**Численные эксперименты.** В качестве объектов исследования мы выбрали астероиды 2011MD и 1998QE2. Первый объект – это астероид группы Аполлона, который 27 июня 2011 г. прошел относительно близко к поверхности Земли – на расстоянии около 20000 км от ее центра. Полная выборка его наблюдений включала в себя 1539 наблюдений в одной оппозиции с 21.06.2011 г. по 3.07.2011 г. [13–15].

Второй объект – астероид группы Амура, прошедший 1 июня 2013 г. на расстоянии в 5,8 млн км от нашей планеты. Полная выборка наблюдений астероида 1998QE2 включает 111 наблюдений в 6 оппозициях и охватывает период с 19.08.1998 г. по 19.02.2009 г. На их примере нами было исследовано влияние ошибок модели и представления наблюдений на точность построения начальных доверительных областей с использованием реальных наблюдений. В проведенном исследовании модель движения включала в себя гравитационные возмущения от больших планет, Луны, Плутона, сжатия Земли и релятивистские эффекты от Солнца.

Полученные результаты сравнения моделей движения астероидов представлены в таблице и на рис. 2, 3. Как видно из таблицы, для объекта 2011MD явное влияние на смещение НК-оценки оказывает исключение из модели движения сжатия Земли и возмущений от Луны. А для астероида 1998QE2 исключение возмущающих факторов имеет незначительное влияние. Более наглядное подтверждение численных результатов и представление о точности определения областей возможных движений объектов на основе рассматриваемых моделей дает рис. 2. Здесь области представлены в виде проекций доверительных эллипсоидов на плоскость XY. Как видно из рис. 2, для астероида 1998QE2 области совпадают из-за плохого влияния рассматриваемых факторов.

Так как нелинейные отображения на граничную поверхность доверительной области точки  $\bar{\mathbf{q}}$  осуществляются при помощи численных итерационных схем, представляет определенный интерес исследование их свойств применительно к решаемой задаче. Мы выполнили с этой целью ряд численных экспериментов по исследованию свойств алгоритма (16) метода Ньютона. Существующие теоретические оценки сходимости итерационных методов являются сложными и требуют вычисления производных высоких порядков. Поэтому нами было проведено численное исследование непосредственно самих целевых функций. С этой целью в направлении вдоль вектора  $\hat{\mathbf{q}}^* - \hat{\mathbf{q}}$  на точку  $\bar{\mathbf{q}}$  была получена зависимость функции  $F(\mathbf{q}) = \Phi(\mathbf{q}) - \Phi_F$  и соответствующей этой функции  $\sigma - \sigma_F$  от значения параметра  $l$ . Результаты расчетов показаны на рис. 3. Для каждого из рассмотренных объектов в скобках после имени астероида приведены количество его наблюдений, мерный интервал, на котором эти наблюдения были получены, и альтернативная модель, с которой проводилось исследование. Приведены также показатели нелинейности  $\chi$  [6], среднеквадратические ошибки единицы веса  $\sigma_0$  и значения параметра растяжения (сжатия)  $l$ , при которых точка  $\bar{\mathbf{q}}$  отображается на уровенную поверхность доверительной области движения исследуемого астероида.

**Значения показателей точности моделей, полученных на основе линейных и нелинейных методов определения значения параметра  $l$  для точки  $\bar{\mathbf{q}}$**

Объект	$\epsilon_{\text{отн}}^H$	$\epsilon_{\text{отн}}^H = \frac{1}{l}$	$\epsilon_{\text{отн}}^N$
2011MD без учета сжатия Земли	5,8958	5,8962	5,8872
2011MD без учета возмущений от Луны	63,3706	63,2911	63,0561
1998QE2 без учета сжатия Земли	$1,1042 \cdot 10^{-8}$	$1,1042 \cdot 10^{-8}$	$1,1043 \cdot 10^{-8}$
1998QE2 без учета возмущений от Плутона	$1,3986 \cdot 10^{-4}$	$1,3986 \cdot 10^{-4}$	$1,3986 \cdot 10^{-4}$

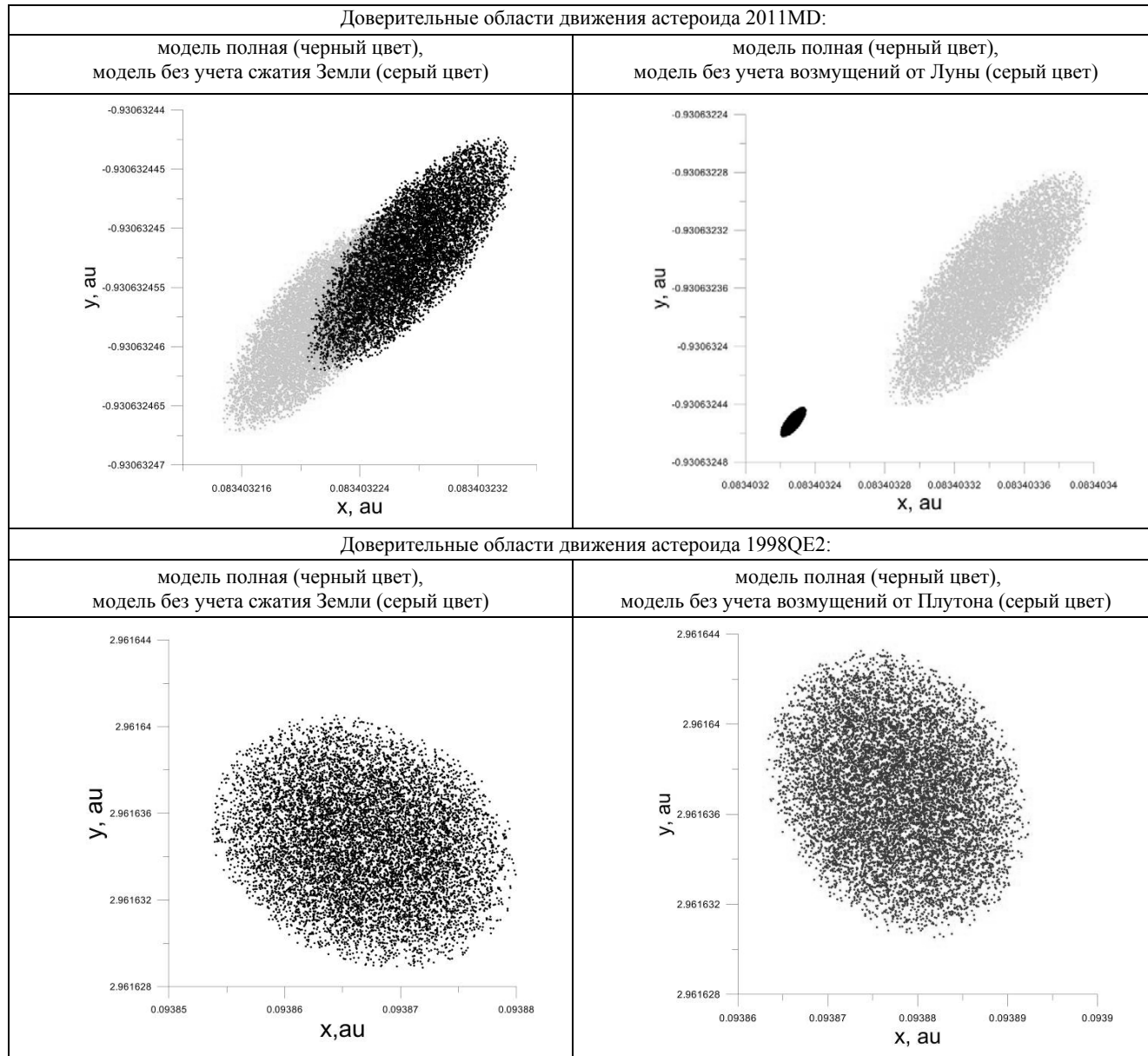


Рис. 2. Доверительные области движения исследуемых астероидов

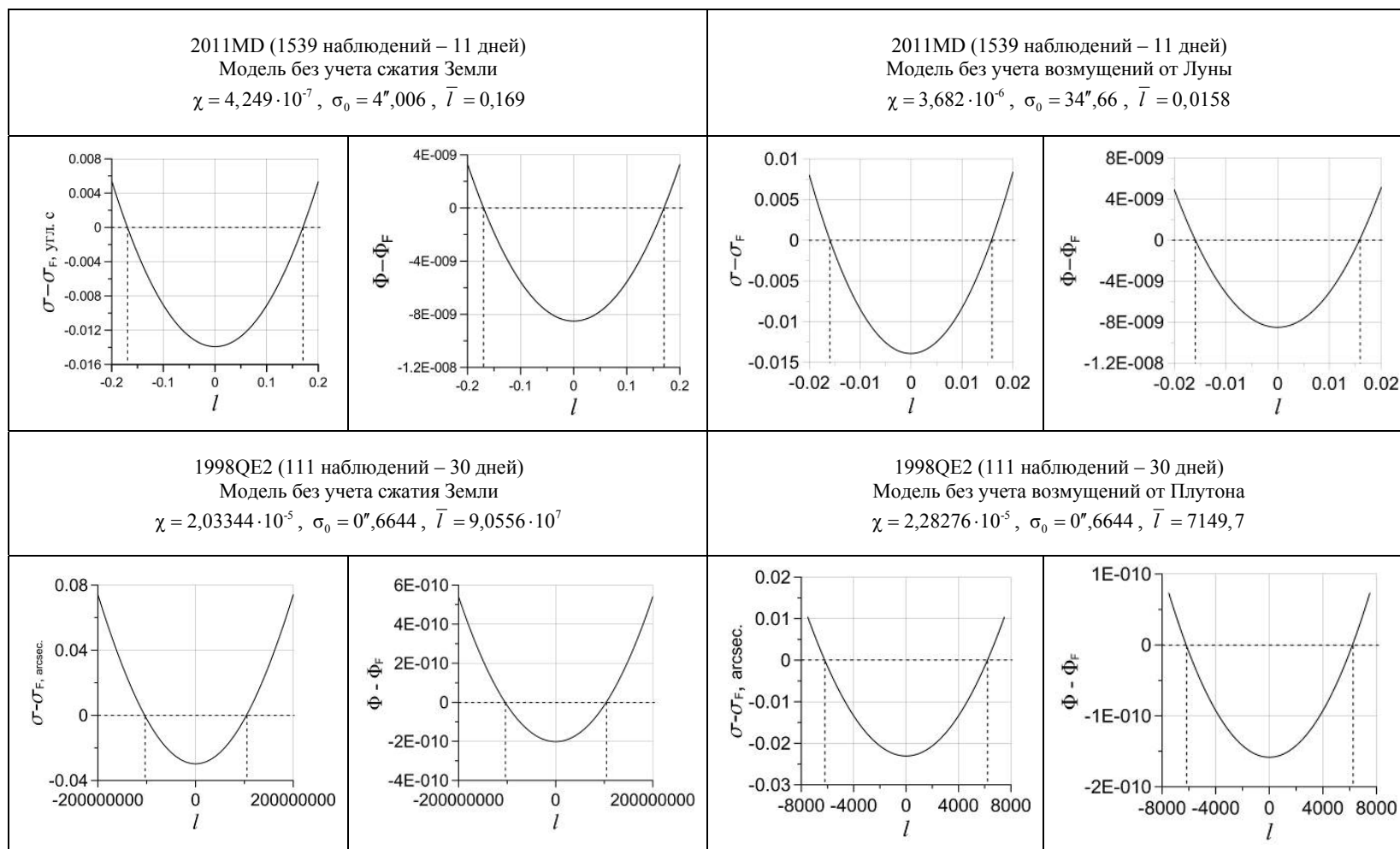


Рис. 3. Графики зависимостей целевых функций и среднеквадратических невязок от параметра  $l$

**Заключение.** Влияние систематических ошибок, обусловленных выбором моделей движения и представлением наблюдений, на точность определения начальных областей возможных движений объекта может быть разным в зависимости от интервала наблюдаемости. Рассматриваемый способ оценивания модели возмущающих факторов имеет геометрически ясный, простой вид и позволяет в ряде случаев при определении вероятностных областей не учитывать влияние отдельных малых возмущающих сил. В целом, картина влияния малых возмущающих сил на точность построения вероятностных областей может быть сложной и полностью видна по значениям показателя  $\varepsilon_{\text{отн}}$ .

Так из рис. 2, 3 и таблицы видно, что при исследовании движения астероида 2011 MD необходимо учитывать возмущающие ускорения, обусловленные сжатием Земли и влиянием Луны, так как значение  $\varepsilon_{\text{отн}}$  значительно больше порогового значения 0,1. Для объекта 1998QE2 численная характеристика показателя точности  $\varepsilon_{\text{отн}}$  меньше порогового значения, что говорит о несущественном влиянии Плутона и сжатия Земли, следовательно, на данном мерном интервале их можно не учитывать.

**Благодарности.** Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Российского фонда фундаментальных исследований в рамках научного проекта № 12-02-00220-а.

**Acknowledgements.** This work was financially supported by RFBR (grant № 12-02-00220-а.)

#### Библиографические ссылки

1. Шустов Б. М., Рыхлова Л. В. Астероидно-кометная опасность: вчера, сегодня, завтра. М. : ФИЗМАТЛИТ, 2010. 384 с.
2. Шустов Б. М. Астероидно-кометная опасность: о роли физических наук в решении проблемы // Успехи физических наук. 2011. Т. 54, № 10. С. 1068–1071.
3. Сюсина О. М., Черницов А. М., Тамаров В. А., Самбаров Г. Е. Способ оценки влияния модели сил на систематическую ошибку определения областей возможных движений астероидов // Известия вузов. Физика. 2013. Т. 56, № 6/3. С. 235–237.
4. Скрипниченко П. В., Галушина Т. Ю. Исследование структуры возмущений и вероятностной орбитальной эволюции на примере астероида 99942 Apophis // Известия вузов. Физика. 2013. Т. 56, № 6/3. С. 229–231.
5. Черницов А. М., Тамаров В. А. Определение допустимого уровня систематических ошибок наблюдений при построении областей возможных движений малых тел // Известия вузов. Физика. 2003. Т. 46, № 12. С. 75–81.
6. Особенности определения доверительных областей в пространстве начальных параметров движения малых тел Солнечной системы / А. М. Черницов [и др.] // Известия вузов. Физика. 2007. Т. 50, № 12/2. С. 33–43.
7. Самбаров Г. Е., Сюсина О. М. Влияние систематических ошибок на точность построения обла-

стей возможных движений малых тел Солнечной системы // Тр. Томского государственного университета. 2012. Т. 282 С. 283–286.

8. Сюсина О. М., Черницов А. М., Тамаров В. А. Построение доверительных областей в задаче вероятностного исследования движения малых тел Солнечной системы // *Астрономический вестник*. 2012. Том 46, № 3. С. 209–222.

9. Сюсина О. М., Черницов А. М., Тамаров В. А. Методы построения доверительных областей движения малых тел Солнечной системы // *Вестник СибГАУ*. 2011. № 6 (39). С. 15–20.

10. Авдюшев В. А. Численное моделирование орбит. Томск. : НТЛ, 2010. 284 с.

11. Сюсина О. М., Самбаров Г. Е., Черницов А. М., Тамаров В. А. Исследование влияния ошибок модели движения астероидов на точность построения начальной доверительной области // *Известия вузов. Физика*. 2012. Т. 55, № 10/2. С. 50–59.

12. Сюсина О. М., Черницов А. М., Тамаров В. А. К задаче определения граничной поверхности доверительной области в нелинейном случае // *Известия вузов. Физика*. 2011. Т. 54, № 6/2. С. 63–70.

13. Центр малых планет [Электронный ресурс]. URL: <http://www.minorplanetcenter.net/> (дата обращения: 10.09.2014).

14. Физические свойства астероида, сближающегося с Землей, 2011 MD / М. Момерт [и др.] // *Астрофизический журнал*. 2014. Т. 789, № 22. С. 1–5.

15. Бондаренко Ю. С., Железнов Н. Б. Исследование движения двойного астероида при сближении с Землей // Тр. института прикладной астрономии РАН. 2012, № 25. С. 59–72.

#### References

1. Shustov B. M., Rykhlova L. V. *Asteroidno-kometnaya opasnost': vchera, segodnya, zavtra*. [Asteroid and comet hazards: yesterday, today and tomorrow] Moscow, FIZMATLIT Publ., 2010, 384 p.
2. Shustov B. M. [Asteroid and comet hazards: The role of physical sciences in solving the problem]. *Uspekhi fizicheskikh nauk*. 2011, Vol. 54, № 10, p. 1068–1071 (In Russ.).
3. Syusina O. M., Chernitsov A. M., Tamarov V. A., Sambarov G. E. [Method of estimation of force model influence on systematic errors of determination regions of probable asteroids motion] *Izvestiya Vuzov. Fizika*. 2013, vol. 56, № 6/3, p. 235–237 (In Russ.).
4. Skripnichenko P. V., Galushina T. Yu. [The study of perturbation structure and probability orbital evolution on the example of asteroid 99942 Apophis] *Izvestiya Vuzov. Fizika*. 2013, vol. 56, № 6/3, p. 229–231 (In Russ.).
5. Chernitsov A. M., Tamarov V. A. [Determination of acceptable level of observational systematic errors in construction of probable motion regions of small bodies] *Izvestiya Vuzov. Fizika*. 2003, vol. 46, № 12, p. 75–81 (In Russ.).
6. Chernitsov A. M., Tamarov V. A., Avdyushev V. A., Ban'shchikova M. A., Dubas O. M. [Peculiarities of definition of confidence regions in the space of initial

motion parameters of Solar System small bodies.] *Izvestiya Vuzov. Fizika*. 2007, vol. 50, № 12/2, p. 33–43 (In Russ.).

7. Syusina O. M., Sambarov G. E. [The influence systematic biases on the accuracy construction of the confidence regions] *Trudy Tomskogo gosudarstvennogo universiteta*. 2012, vol. 282, p. 283–286 (In Russ.).

8. Syusina O. M., Chernitsov A. M., Tamarov V. A. [Construction of confidence regions in problem on probabilistic study into motion bodies of the solar system]. *Solar System Research*. 2012, vol. 46, Iss. 3, p. 195–207.

9. Syusina O. M., Chernitsov A. M., Tamarov V. A. [The methods of generation of confidence areas for the small bodies motions]. *Vestnik SibGAU*. 2011, no. 6(39), p. 15–20 (In Russ.).

10. Avdyushev V. A. *Chislennoe modelirovanie orbit*. [Numerical simulation of orbits]. Tomsk, NTL Publ., 2010, 284 p.

11. Syusina O. M., Sambarov G. E., Chernitsov A. M., Tamarov V. A. [Investigation of influence of the asteroid

motion model errors on precision of the building of initial confidence region] *Izvestiya Vuzov. Fizika*. 2012, vol. 55, №10/2, p. 50–59 (In Russ.).

12. Syusina O. M., Chernitsov A. M., Tamarov V. A. [To problem of the definition of the boundary surface of confidence regions in non-linear case] *Izvestiya Vuzov. Fizika*. 2011, Vol. 54. № 6/2, p. 63–70 (In Russ.).

13. *Tsentr malyi planet* [Minor Planet Center]. Available at: <http://www.minorplanetcenter.net/> (accessed 10.09.2014).

14. Mommert M. et al. [Physical Properties of Near-Earth Asteroid 2011 MD]. *The Astrophysical Journal Letters*, 2014. Vol. 789, no. 22, 5 p.

15. Yu. S. Bondarenko, N. B. Zhelezov [The study of binary asteroid motion during approaching with the Earth] *Trudy instituta prikladnoi` astronomii RAN*. 2012, no. 25, p. 59–72 (In Russ.).