

О КОМПЬЮТЕРНОМ ИССЛЕДОВАНИИ *H*-МОДЕЛЕЙА. В. Медведев¹, Е. Д. Михов²¹ Сибирский государственный аэрокосмический университет имени академика М. Ф. Решетнева
Российская Федерация, 660014, г. Красноярск, просп. им. газ. «Красноярский рабочий», 31
E-mail: Saor_medvedev@sibsau.ru² Сибирский федеральный университет
Российская Федерация, 660041, г. Красноярск, просп. Свободный, 79
E-mail: Saor_medvedev@sibsau.ru; edmihov@mail.ru

*Исследуется проблема моделирования дискретно-непрерывных процессов, имеющих «трубчатую» структуру в пространстве входных-выходных переменных. При этом рассматривается достаточно общая схема исследуемого процесса, включающая в себя не только входные-выходные переменные, но и промежуточные. Обращено внимание на существенно важный фактор, который состоит в том, что изменение входных переменных может осуществляться через различные интервалы времени. Это вызвано тем, что различные выходные переменные контролируются электрическими средствами, в результате химических анализов, а также физико-механических испытаний. В этой связи приведены различные модели для отличающихся компонент выхода объекта. Кратко анализируется вопрос идентификации в узком и широком смысле. Приводится рекуррентный алгоритм оценки параметров адаптивных моделей, основанной на методе стохастических аппроксимаций. Моделирование процессов этого класса существенно отличается от общепринятых параметрических моделей, представляющих собой поверхности в том же пространстве. При построении обучающихся параметрических моделей «трубчатых» процессов необходимо использование соответствующих непараметрических индикаторов. Приведены также рекуррентные алгоритмы оценки параметров, учитывающие индикаторы в соответствующих параметрических моделях. Можно отметить, что *H*-модели являются более общими, по сравнению с традиционными. То есть, если исследуемый процесс не имеет «трубчатую» структуру, то *H*-модель в этом случае переходит в класс общеизвестных моделей безынерционных систем. Таким образом, адаптивные модели безынерционных процессов несколько изменяются, в отличие от общепринятых. Рассмотрены некоторые частные примеры моделирования «трубчатых» процессов, из которых следует, что «трубчатые» процессы протекают в пространстве дробной размерности. Приводится случай функции многих переменных и анализируется ситуация, когда с течением времени эти переменные могут «исчезать» и «возникать» вновь. Методом статистического моделирования было проведено численное исследование *H*-моделей при различных объемах выборки измерений входных-выходных переменных и различных уровнях помех. В результате этого исследования показано, что размерность пространства, в котором протекает процесс, не только дробна, но и изменяющаяся. Оказывается, что вычисление размерности дробного пространства может осуществляться различными путями.*

*Ключевые слова: априорная информация, идентификация, непараметрическая модель, непараметрические алгоритмы, *H*-модели, пространство дробной размерности.*

ABOUT COMPUTER RESEARCH OF *H* MODELSA. V. Medvedev¹, E. D. Mihov²¹ Siberian State Aerospace University named after academician M. F. Reshetnev
31, Krasnoyarsky Rabochy Av., Krasnoyarsk, 660014, Russian Federation² Siberian Federal University
79, Svobodnyi prosp., Krasnoyarsk, 660041, Russian Federation
E-mail: Saor_medvedev@sibsau.ru; edmihov@mail.ru

A modeling of discrete-continuous processes with “tubular” structure in space “input – output” variables is considered. Moreover general scheme of the test process, including not only the input-output variables but also intermediate is discussed. Attention is drawn to the essential factor which shows that a change of input variables carries out through

various time intervals. This is due to various output variables controlled by electrical means, as a result of chemical analysis and physico-mechanical tests. In this regard the various component models for different process output are given. The question is analyzed in the identification of “narrow” and “broad” sense. Recursive algorithm provides estimates of the parameters of adaptive models based on stochastic approximation method. Modelling of processes of this class differs significantly from conventional parametric models representing the surface in the same space. When constructing students’ parametric models “tubular” processes require the use of appropriate non-parametric indicators. The recurrent algorithms estimate the parameters that take into account the relevant indicators in parametric models are also given. It may be noted that the H-pattern is more common in comparison with conventional. That is, if the test process does not have “tubular” structure, then H-model in this case, goes to the class of well-known models of free-wheeling systems. Thus, the adaptive models freewheeling processes change somewhat, unlike conventional. Some special examples of modeling “tubular” processes, from which it follows that the “tubular” processes take place in the space of fractional dimension. We present the case of functions of several variables and analyzed the situation where, over time these variables can “disappear” and “occur” again. Statistical modeling method, has been carried out numerical study of H-models with different sample sizes measuring input-output variables and different levels of noise. As a result of this study shows that the dimension of the space in which the process takes place, not only fractionally, but also changing. It turns out that the calculation of fractional dimension space can be done in different ways.

Keywords: a priori information, identification, nonparametric model, nonparametric algorithms, H-model, fractional dimension space.

Введение. Идентификация многих стохастических объектов часто сводится к идентификации статических систем с запаздыванием. Обусловлено это тем, что некоторые выходные переменные объекта контролируются через значительно большие интервалы времени, чем входные, и существенно превышают постоянную времени объекта. Например, ряд переменных измеряются электрическим способом (в этом случае дискретность контроля Δt может быть достаточно мала), а другие переменные контролируются в результате химического анализа или физико-механических испытаний (в этом случае дискретность контроля ΔT – велика, т. е. $\Delta T \gg \Delta t$).

Наиболее общая схема исследуемого дискретно-непрерывного процесса может быть представлена на рис. 1 [1], где приняты следующие обозначения: A – неизвестный оператор объекта; $x(t)$, $z(t)$, $q(t)$ – выходные переменные процесса; $u(t)$ – управ-

ляющее воздействие; $\mu(t)$ – входная неуправляемая, но измеряемая переменная процесса; $\lambda(t)$ – входная неуправляемая и неизмеряемая переменная процесса; $\xi(t)$ – случайное воздействие; $\omega^i(t)$: $i=1, 2, \dots, k$ – переменные процесса, контролируемые по длине объекта; (t) – непрерывное время; H^μ , H^u , H^x , H^z , H^q , H^ω – каналы связи, соответствующие различным переменным, включающие в себя средства контроля, приборы для измерения наблюдаемых переменных; μ_t , u_t , x_t , $z_{\Delta T}$, q_T , ω_t – означают измерение $\mu(t)$, $u(t)$, $x(t)$, $z(t)$, $q(t)$, $\omega(t)$ в дискретное время; $h^\mu(t)$, $h^u(t)$, $h^x(t)$, $h^z(t)$, $h^q(t)$, $h^\omega(t)$ со значком сверху – случайные помехи измерений соответствующих переменных процесса.

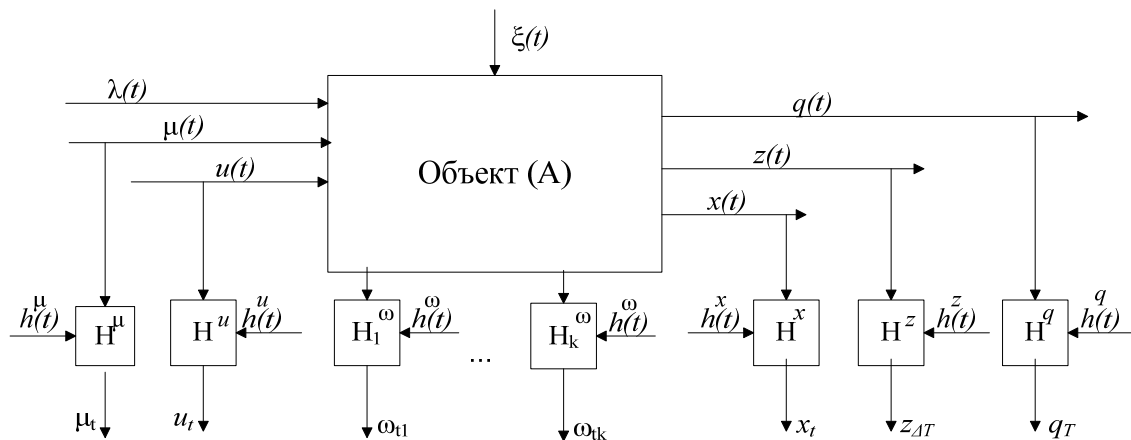


Рис. 1. Общая схема исследуемого процесса

Отметим существенное отличие выходных переменных $z(t)$, $q(t)$ и $x(t)$, представленных на рис. 1. Выходная переменная $x(t)$, равно как и входные, контролируется через интервалы времени Δt , $q(t)$ контролируется через существенно большие интервалы времени ΔT , z – через T , $T \gg \Delta T \gg \Delta t$. С практической точки зрения для исследуемого процесса часто наиболее важным является контроль переменных $z(t)$.

В этом случае значения выходных переменных зависят от входных и $\omega(t)$ (дополнительная информация) следующим образом:

$$x(t) = A(u(t), \mu(t), \omega(t), \lambda(t), \xi(t), t). \quad (1)$$

При моделировании подобных процессов, учитывая различную дискретизацию контроля измерений $x(t)$, $q(t)$ и $z(t)$, при прогнозировании $q(t)$ и $z(t)$ естественно использовать весь набор переменных, влияющих на прогноз $x(t)$, $q(t)$, $z(t)$:

$$\hat{x}(t) = \hat{A}(u(t), \mu(t), \omega(t), t), \quad (2)$$

$$\hat{q}(t) = \hat{A}(u(t), \mu(t), \omega(t), \hat{x}(t), t), \quad (3)$$

$$\hat{z}(t) = \hat{A}(u(t), \mu(t), \omega(t), \hat{x}(t), \hat{q}(t), t). \quad (4)$$

Учитывая большие значения ΔT и T , значительно превышающие постоянные времени объекта, при моделировании придется учитывать, что процессы относятся к классу статических с запаздыванием, что значительно повышает их роль и значение в задачах идентификации и управления стохастическими системами.

Для дальнейшего изложения, без нарушения общности «свернем» все входные и выходные переменные в соответствующие векторы. Тогда исследуемый объект может быть представлен статическим с запаздыванием. Такой процесс целесообразно по соответствующему каналу представить в виде

$$x(t) = f(u(t - \tau), \xi(t)), \quad (5)$$

где $x(t)$ – выходная переменная объекта; $u(t - \tau)$ – совокупная входная переменная; τ – запаздывание; $\xi(t)$ – случайное возмущение, действующее на объект; t – непрерывное время.

Идентификация в узком и широком смысле. При моделировании разнообразных дискретно-непрерывных процессов в настоящее время доминирует теория идентификации в узком смысле. Ее содержание состоит в том, что на первом этапе, на основании имеющейся априорной информации определяется параметрический класс оператора объекта A^α , например:

$$\tilde{x}_\alpha(t) = A^\alpha(u(t), \alpha), \quad (6)$$

где A^α – параметрическая структура модели; α – вектор параметров.

На втором этапе осуществляется оценка параметров α на основе имеющейся выборки $\{x_i, u_i, i = \overline{1, s}\}$, s – объем выборки. Успех решения задачи идентификации в этом случае существенно зависит от того, насколько «удачно» определен оператор (6).

Идентификация в широком смысле предполагает отсутствие этапа выбора параметрического класса оператора. Часто оказывается значительно проще определить класс операторов на основе сведений качественного характера, например, линейности процесса или типа нелинейности, однозначности либо неоднозначности и др. В этом случае задача идентификации состоит в оценивании этого оператора на основе выборки $\{x_i, u_i, i = \overline{1, s}\}$ [2; 3]:

$$\tilde{x}_s(t) = A_s(u(t), \bar{x}_s, \bar{u}_s), \quad (7)$$

где $\bar{x}_s = (x_1, x_2, \dots, x_s)$, $\bar{u}_s = (u_1, u_2, \dots, u_s)$ – временные векторы. Оценка оператора A_s может быть осуществлена средствами непараметрической статистики. Примечательным здесь является то, что при этом исключается этап выбора параметрической структуры. Тем самым можно утверждать, что идентификация в этом случае, а это вариант идентификации в широком смысле, является более адекватной реальным задачам практики.

Идентификация статической системы. Пусть $u = (u_1, \dots, u_k) \in \Omega(u) \subset R^k$, $x \in \Omega(x) \subset R^l$. Вообще говоря, каждая компонента вектора $u_i \in [a_i; b_i]$, $i = \overline{1, k}$, а $x \in [c; d]$. При исследовании реальных процессов значения коэффициентов $\{a_i, b_i, c, d\}$, $i = \overline{1, k}$, всегда известны. В технологических процессах значения этих коэффициентов регламентируются технологическим регламентом (картой). В дальнейшем, без нарушения общности эти интервалы примем единичными [1], тогда $\Omega(u)$ – единичный гиперкуб, $\Omega_k(u) = [0; 1]$, т. е. $u \in [0; 1]$, $\Omega_{k+1}(u, x) = [0; 1]$, $(u, x) \in \Omega_{k+1}(u, x)$.

Адаптивная модель в этом случае будет выглядеть следующим образом:

$$\hat{x}_s(u) = \hat{f}(u, \alpha_s). \quad (8)$$

Наиболее «слабым» местом здесь является выбор параметрической структуры модели. Если на первом этапе допущена достаточно грубая ошибка, то в итоге полученная модель вряд ли будет удовлетворительной. Эта проблема достаточно подробно обсуждалась в [2; 3]. Обратим внимание на то, что модели класса (8) представляют собой гиперповерхности в пространстве входных-выходных переменных объекта, т. е. $(u, x) \in \Omega(u, x) \subset R^{k+l}$.

Если исследуемый процесс имеет «трубчатую» структуру [2], то модель (8) необходимо подкорректировать следующим образом:

$$\hat{x}_s(u) = I_s(u) \hat{f}(u, \alpha_s) \quad (9)$$

либо:

$$\hat{x}_s(u) = I_s(u) \sum_{j=1}^N \alpha_{sj} \varphi_j(u), \quad (10)$$

где $\varphi_j(u)$ – система линейно независимых функций; индикатор $I_s(u)$ имеет вид

$$I_s(u) = \begin{cases} 1, & \text{если } u \in \Omega_s^H(u); \\ 0, & \text{если } u \notin \Omega_s^H(u). \end{cases} \quad (11)$$

Заметим лишь, что, вообще говоря, область $\Omega^H(u)$ нам не известна, а известна лишь выборка $\{x_i, u_i, i = \overline{1, s}\}$. Если индикатор равен нулю, то оценка $\hat{x}_s(u)$ не может быть вычислена, т. е. при таких значениях компонент вектора $u \in \Omega(u)$ процесс протекать не может. Если индикатор $I_s(u)$ при любом значении $u \in \Omega(u)$ равен единице, то модель (9) совпадает с (8). В качестве оценки индикатора $I_s(u)$ можно принять следующее приближение:

$$I_s(u) = \text{sgn} \sum_{i=1}^s \Phi(c_s^{-1}(x_s(u) - x_i)) \prod_{j=1}^k \Phi(c_s^{-1}(u^j - u_i^j)), \quad (12)$$

где

$$x_s(u) = \sum_{i=1}^s x_i \prod_{j=1}^k \Phi(c_s^{-1}(u^j - u_i^j)) / \sum_{i=1}^s \prod_{j=1}^k \Phi(c_s^{-1}(u^j - u_i^j)), \quad (13)$$

а параметр размытости c_s и колоколообразная функция $\Phi(\cdot)$ удовлетворяют некоторым условиям [2].

Таким образом, при известном значении $u = u' \in \Omega(u)$ сначала строится оценка $x_s(u = u')$ по формуле (13), затем вычисляется индикатор $I_s(u)$, и только на следующем этапе используются модели (9) или (10), если индикатор оказался равным единице. Если же индикатор равен нулю, то это означает, что хотя $u' \in \Omega(u)$, но $u' \notin \Omega^H(u)$, т. е. компоненты вектора $u = u' = (u'_1, \dots, u'_k)$ определены неверно, иными словами, реально протекающий «трубчатый» процесс не соответствует совокупности заданных значений компонент вектора $u = u'$. Причины этого могут заключаться в том, что компоненты вектора $u = u' = (u'_1, \dots, u'_k)$ выбраны неверно либо измерены со значительной погрешностью типа «выброс». Конечно же, это справедливо только при условии, что мы предполагаем представительной выборкой $\{x_i, u_i, i = \overline{1, s}\}$. Следует заметить, что использование традиционных моделей типа (8) позволит получить оценку $\hat{x}(u = u')$, которая, естественно, будет далека от реальности.

Естественно считать, что процесс идентификации объекта в параметрической постановке также следует

осуществлять с учетом «трубчатой» структуры объекта. Примем класс моделей «трубчатого» процесса в виде

$$\hat{x}(u) = I(u) \sum_{j=1}^N \alpha_j \varphi_j(u), \quad (14)$$

где $\varphi_j(u)$, $j = \overline{1, N}$ – система выбранных линейно независимых функций.

Сформируем критерий оптимальности:

$$R(\alpha) = M \left\{ (x(u) - I(u) \sum_{j=1}^N \alpha_j \varphi_j(u))^2 \right\}. \quad (15)$$

Наша цель состоит в отыскании таких $\alpha^* = (\alpha_1^*, \dots, \alpha_N^*)$, что

$$R(\alpha^*) = \min_{\alpha} R(\alpha). \quad (16)$$

Решение задачи (16) дается системой рекуррентных соотношений:

$$\alpha_s^l = \alpha_s^{l-1} + \gamma_s^l (x_s - I_s(u_s)) \times \sum_{j=1}^N \alpha_{s-1}^j \varphi_j(u_s) \varphi_j(u_s) I_s(u_s), l = 1, \dots, N. \quad (17)$$

В качестве оценки $I(u_s)$ примем приближение

$$I_s(u_s) = \text{sgn} \sum_{i=1}^s \prod_{j=1}^k \Phi\left(\frac{u_s - u_i^j}{c_s}\right). \quad (18)$$

Ясно, что сходимость α_s к α_s^* следует при $s \rightarrow \infty$.

Об одной особенности моделирования «трубчатых» процессов. Приведем следующий пример, имеющий отношение к идентификации безынерционной системы. Рассмотрим следующий простой частный случай. Пусть объект описывается уравнением

$$x(u) = f(u_1, u_2, u_3), \quad (19)$$

где трехмерный вектор $u = (u_1, u_2, u_3) \in R^3$ является входной переменной; $x \in R^1$ – выходная переменная. Традиционный путь построения модели процесса, описываемого зависимостью (19), состоит в определении класса параметрических зависимостей $\hat{x}(u) = \hat{f}(u_1, u_2, u_3, \alpha)$ и последующей оценки параметров α тем или иным способом по выборке наблюдений (u_i, x_i) , $i = \overline{1, s}$, где s – объем выборки. Проанализируем этот пример с разных точек зрения. Пусть компоненты вектора входных переменных $u = (u_1, u_2, u_3)$ стохастически никак не связаны, т. е. независимы. В этом случае естественно использовать обычный традиционный прием, описанный выше. Теперь предположим, что объективно компоненты вектора входных переменных функционально связаны, например,

$$u_2 = \varphi_1(u_1), \quad u_3 = \varphi_2(u_2) = \varphi_2(\varphi_1(u_1)). \quad (20)$$

Естественно, исследователь не знает о существовании зависимостей (20). В противном случае можно было бы сделать подстановку (20) в (19) и получить следующую зависимость x уже от одной переменной u_1 вида

$$x(u) = f(u_1, \varphi_1(u_1), \varphi_2(\varphi_1(u_1))). \quad (21)$$

Таким образом, зависимость (19) в приведенных выше условиях может быть сведена к одномерной зависимости x от u_1 . В случае, если зависимость u_3 от u_2 объективно отсутствует, то (19) легко приводится к виду

$$x(u) = f(u_1, \varphi_1(u_1), u_3), \quad (22)$$

т. е. к двумерной зависимости x от u_1, u_3 . Отсюда можно заключить, что при наличии функциональной зависимости между компонентами вектора u мы получаем зависимость x от u , в данном случае одно-, двух-, трехмерные. Подчеркнем еще раз, что о наличии функциональных зависимостей между компонентами вектора входных переменных исследователю не известно. Просто мы проанализировали случай «Если бы...». А теперь проанализируем наиболее интересный случай, имеющий непосредственное отношение к H -процессам [1]. Пусть u_3 и u_2 , хотя и неизвестным образом, но стохастически связаны [2]. Подчеркнем – стохастически, а не функционально. Вернемся еще раз к анализу того, что произошло. Во-первых, если компоненты вектора u независимы, то исследуемый процесс описывается функцией трех переменных. Если две компоненты вектора входных переменных u связаны функциональной зависимостью, то процесс описывается функцией двух переменных. Наконец, если две переменные связаны стохастически, то процесс описывается функцией более чем двух переменных, но менее чем трех?! Можно считать, что мы приходим к зависимости от дробного числа переменных и, следовательно, к пространству дробной размерности. Например, Б. Мондельброт в [4] замечает: «Кровеносная система человека – пульсирующая, живая – имеет размерность 2.7». Дробная размерность пространств, по-видимому, впервые была отмечена в работах Хаусдорфа и Безиковича.

Рассмотрим следующую ситуацию. Из простоты соображений пусть интересующий нас процесс описывается (19).

В случае стохастической зависимости между переменными $u_2(u_1), u_3(u_1)$ по имеющимся в наличии обучающим выборкам можно вычислить квадратичную ошибку прогноза $u_{2s}(u_1), u_{3s}(u_1)$. Здесь $u_{2s}(u_1), u_{3s}(u_1)$ есть непараметрические оценки [1]:

$$\begin{aligned} \delta_{21} &= \sum_{i=1}^s (u_2 - u_{2s}(u_1))^2 / \sigma_{u_2}^2, \\ \delta_{31} &= \sum_{i=1}^s (u_3 - u_{3s}(u_1))^2 / \sigma_{u_3}^2. \end{aligned} \quad (23)$$

«Силу» стохастической связи λ между двумя произвольными переменными можно вычислить, например, по формуле:

$$\lambda = 1 - \delta. \quad (24)$$

Отсюда видно, что самая сильная стохастическая связь (функциональная) равна 1, отсутствие связи имеет место при $\lambda = 0$, а при стохастической зависимости между входными переменными $0 < \lambda < 1$.

Если в более общем случае такого рода процессы интерпретировать как функции многих переменных, то изменчивость этой функции во времени может быть показана, например, на нижеследующей цепочке соотношений, действующих во времени [1]:

$$\begin{aligned} x &= f(t, \mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, \mathbf{u}_4, \mathbf{u}_5) && - T1 \\ x &= f(t, u_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, u_4, \mathbf{u}_5) && - T2 \\ x &= f(t, u_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, u_4, \mathbf{u}_5) && - T3 \\ x &= f(t, u_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, u_4, \mathbf{u}_5) && - T4 \\ x &= f(t, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, u_4, \mathbf{u}_5, u_6) && - T5 \\ x &= f(t, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, u_4, \mathbf{u}_5, u_6) && - T6 \\ x &= f(t, u_1, \mathbf{u}_2, u_3, u_4, \mathbf{u}_5, u_6) && - T7 \\ x &= f(t, u_1, \mathbf{u}_2, u_3, u_4, \mathbf{u}_5, u_6) && - T8 \\ x &= f(t, u_1, \mathbf{u}_2, u_3, u_4, \mathbf{u}_5, u_6, u_7) && - T9 \end{aligned} \quad (25)$$

Поясним наши обозначения. Наиболее темным цветом (\mathbf{u}_1) обозначены переменные, которые оказывают самое сильное влияние на x (функциональная зависимость). Менее темное обозначение (u_1) говорит о более слабом влиянии переменной на x (возможно, достаточно сильная стохастическая зависимость), более слабое влияние на x оказывают u_1 и u_1 . T_i , где $i = \overline{1,9}$ – это интервалы времени существования соответствующих зависимостей. Таким образом, в реально действующих процессах подобного рода роли значения переменных изменчивы. Из приведенных выше зависимостей видно, что некоторые переменные могут утрачивать свое значение, а некоторые утрачивают, а потом восстанавливаются, а некоторые новые переменные появляются впервые, как, например, u_6, u_7 .

Если сохранить математический «облик» интерпретации функции многих переменных как точку многомерного пространства, то мы приходим к наличию пространства дробной размерности F^λ . Вычисление размерности F^λ можно осуществить, например, следующим образом

$$\dim F^\lambda = (n+1) - \sum_{i=1}^{n-1} \lambda_{i,i+1}, \quad (26)$$

где n – размерность вектора u ; $\lambda_{i,i+1}$ означает «силу» стохастической связи между u_i и u_{i+1} .

В принципе, могут быть предложены и другие схемы вычисления размерности пространства. Например,

$$\dim F_1^\lambda = (n+1) - \sum_{i=1}^{n-1} \lambda_{1,i+1}, \quad (27)$$

где $\lambda_{1,i+1}$ – зависимость всех компонент вектора u от одной компоненты u_1 .

При достаточно внимательном анализе разложения функций в ряды уместно вспомнить фразу В. И. Арнольда из замечательной книги «Теория катастроф»: «Вычисление в этих прикладных* исследованиях обычно проводилось без общей теории за счет правильного отбрасывания одних членов ряда Тейлора и оставления других, наиболее важных. Из физиков, особенно систематически применявших теорию катастроф до ее возникновения, стоит особо выделить Л. Д. Ландау. В его руках искусство отбрасывать «несущественные» члены ряда Тейлора, сохраняя меньшие по величине «физически важные» члены, дало много включаемых в теорию катастроф результатов» [5].

Вычислительные эксперименты. Пусть процесс описывается функцией $x = f(u_1, u_2)$ и находится под воздействием помехи $\xi(t)$. Примем обучающую выборку равной 500, входные переменные – независимы (рис. 2), также покажем зависимость размерности пространства F^λ от s (рис. 3).

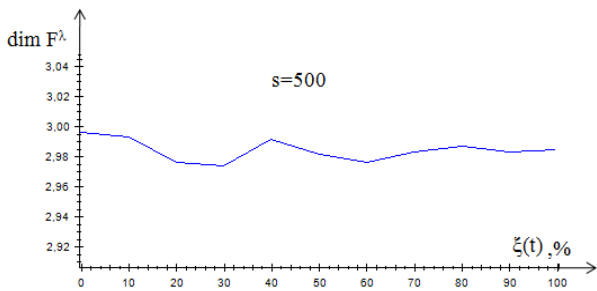


Рис. 2. Зависимость размерности пространства F^λ от уровня помех

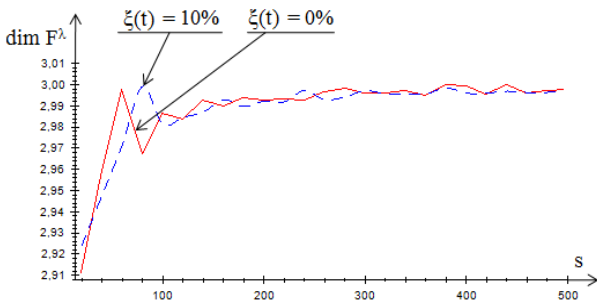


Рис. 3. Зависимость размерности пространства F^λ от объема выборки

На рис. 2 видно, что при независимых входных переменных размерность процесса близка к 3.

* Здесь речь идет о теории упругости.

Рис. 3 иллюстрирует, что при небольшой выборке размерность F^λ уменьшается, но при увеличении выборки размерность пространства F^λ близка к 3.

Рассмотрим процесс, имеющий «трубчатую» структуру, т. е. H -процесс.

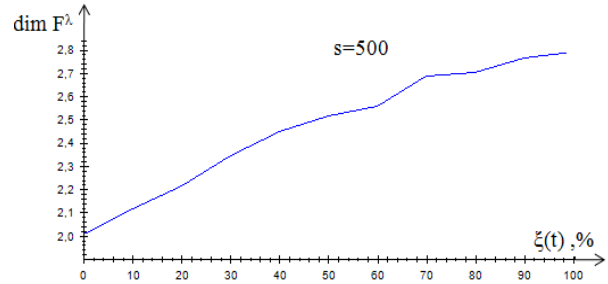


Рис. 4. Зависимость размерности пространства F^λ от уровня помех

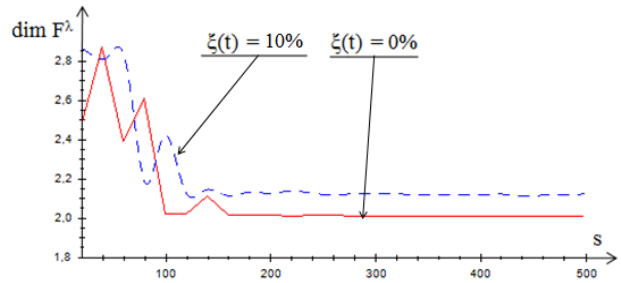


Рис. 5. Зависимость размерности пространства F^λ без помех и с помехой 10 %

Видно, что у H -процесса в этом случае размерность пространства близка к двум (рис. 4). Объясним причину данного явления.

Пусть $x = f(u_1, u_2)$, но вследствие того, что данный процесс имеет «трубчатую» структуру, $u_2 = g(u_1)$, соответственно, $x = f(u_1, u_2) = f(u_1, g(u_1))$. В итоге имеем процесс, описываемый одной переменной. При увеличении помехи связь между u_1 и u_2 ослабевает, соответственно, и размерность процесса растет.

В проведенных экспериментах (рис. 5) $\dim F^\lambda$ отличаются друг от друга, что является следствием того, что u_2 во втором эксперименте стохастически зависит от u_1 . Далее проведем эксперимент, когда на входе процесса действуют 10 независимых переменных, а выход – без нарушения общности, скалярный.

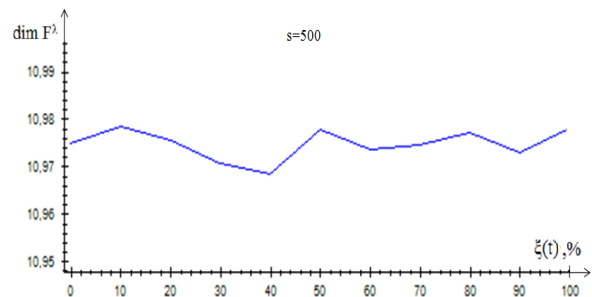


Рис. 6. Зависимость размерности пространства F^λ от уровня помех

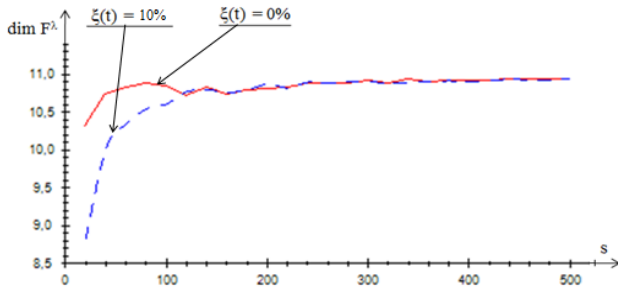


Рис. 7. Зависимость размерности пространства F^λ от объема выборки

На рис. 6 видно, что размерность близка к 11. Рассмотрим случаи, когда в первом на процесс действует 10 % помеха, а во втором – отсутствует.

На рис. 7 размерность пространства F^λ , как и следовало ожидать, приближается к 11.

Вычислим размерность пространства F^λ в зависимости от уровня помех, если все входные воздействия стохастически зависимы (рис. 8).

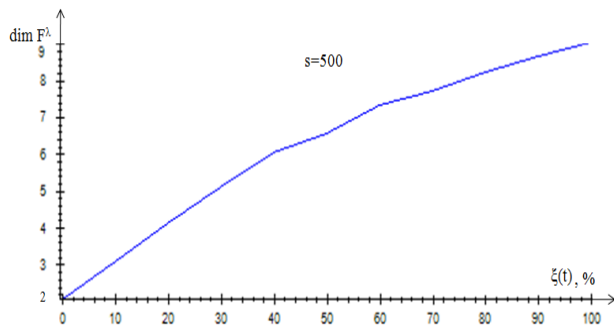


Рис. 8. Зависимость размерности пространства F^λ от уровня помех

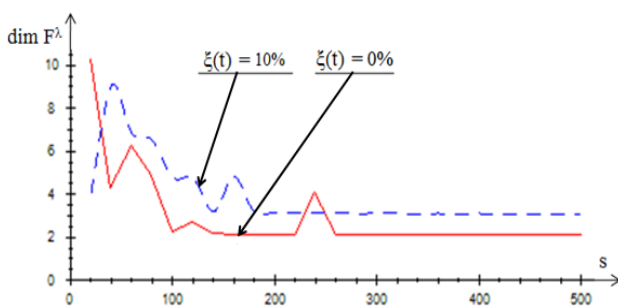


Рис. 9. Зависимость размерности пространства F^λ от объема выборки

Как и предполагалось, размерность пространства F^λ при функциональной зависимости компонент вектора входа стала равна двум. При уменьшении степени этой зависимости $\dim F^\lambda$ возрастает.

При увеличении объема выборки (рис. 9) размерность пространства F^λ возрастает, в связи с более точным оцениванием параметров δ .

Заключение. Был проведен анализ ситуаций, возникающих при моделировании процессов «трубчатой» структуры, которая имеет место всегда, если компоненты вектора входных переменных процесса стохастически зависимы. В этом случае традиционно используемые модели статических систем с запаздыванием неприменимы или могут приводить к значительным ошибкам. Наиболее интересным является тот факт, что мы приходим к необходимости рассмотрения пространства дробной размерности. Безусловно, интересным является факт исчезновения и появления влияния некоторых входных переменных в различные периоды времени на значения выходных переменных процесса, что тесно связано не столько с пространством дробной размерности, сколько с пространством изменяющейся размерности.

Библиографические ссылки

1. Медведев А. В. Некоторые замечания к H -моделям безынерционных процессов с запаздыванием // Вестник СибГАУ. 2014. № 2 (54). С. 24–34.
2. Медведев А. В. Анализ данных в задаче идентификации // Компьютерный анализ данных моделирования. Т. 2. Минск : БГУ, 1995. С. 201–206.
3. Медведев А. В. H -модели для безынерционных систем с запаздыванием // Вестник СибГАУ. 2012. № 5(45). С. 84–89.
4. Мондельброт Б. Фрактальная геометрия природы. М. ; Ижевск : Ижевский ин-т компьютерных исследований: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2010. 656 с.
5. Арнольд В. И. Теория катастроф. М. : Наука, 1990. 128 с.

References

1. Medvedev A. V. [Some notes on H -models for non-inertis systems with a delay]. *Vestnik SibGAU*. 2014, no. 2 (54), p. 24–34. (In Russ.)
2. Medvedev A. V. [Analysis of the data in the problem identification]. *Computer analysis of simulation data*. 1995, Vol. 2, p. 201–206. (In Russ.)
3. Medvedev A.V. [H-model for non-inertia systems with delay]. *Vestnik SibGAU*. 2012, no. 5 (45), p. 84–89. (In Russ.)
4. Mondelbrot B. *Fraktalnaya geometriya prirody* [Fractal Geometry of Nature]. Moscow – Izhevsk, Institute of Computer Science, NITS “Regular and Chaotic Dynamics” Publ., 2010, 656 p.
5. Arnold V. I. *Teoriya katastrof* [Catastrophe Theory]. Moscow, Nauka Publ., 1990, 128 p.