

**ДИНАМИКА РОТОРА ДВИГАТЕЛЯ-МАХОВИКА
В ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОДВЕСЕ**

М. В. Поляков

Научно-производственный центр «Полус»
Российская Федерация, 634050, г. Томск, пр. Кирова, 56в
E-mail: polus@online.tomsk.net

Приведены результаты расчета амплитуды колебаний динамически неуравновешенного ротора двигателя-маховика с кинетическим моментом $1 \text{ Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}$, подвешенного посредством активных магнитных подшипников. Определены силы, требуемые для удержания ротора в бесконтактном положении, и резонансные зоны в рабочем диапазоне его угловой скорости в зависимости от значений коэффициентов жесткости и демпфирования магнитного подвеса. Расчеты осуществлялись при различных диапазонах угловой скорости ротора. С помощью разработанной параметрической 3D-модели ротора для каждого диапазона определены его требуемые массогабаритные характеристики: осевой и экваториальный моменты инерции, а также его масса. Предельно допустимые значения эксцентриситета ротора, характеризующего статическую неуравновешенность, и угла между геометрической осью ротора и его главной центральной осью инерции, характеризующего моментную неуравновешенность, определялись исходя из величины массы ротора и требуемой остаточной неуравновешенности в каждой плоскости коррекции. Выявлено, что в процессе вращения ротора двигателя-маховика преобладают радиальные колебания его центра масс, вызванные наличием статической неуравновешенности. Амплитуда результирующих колебаний ротора составляет 17 мкм для диапазона частоты вращения ротора $0\text{--}9000 \text{ об/мин}$ и 13 мкм для диапазона $0\text{--}18000 \text{ об/мин}$. Первая критическая скорость ротора соответствует резонансной частоте его радиальных колебаний. В диапазоне частоты вращения ротора $0\text{--}18000 \text{ об/мин}$ присутствует дополнительная критическая скорость, обусловленная тем, что экваториальный момент инерции ротора превышает его осевой момент инерции. В закритических областях наблюдается явление самоцентрирования ротора. По результатам расчета динамики ротора в магнитном подвесе сформированы исходные данные для выбора угловой скорости ротора, воздушных зазоров в аварийных опорах, активных частях магнитных подшипников, коэффициентов жесткости и демпфирования магнитного подвеса.

Ключевые слова: динамика ротора, электромагнитный подвес, неуравновешенность ротора.

Vestnik SibGAU
2014, No. 4(56), P. 185–190**ROTOR DYNAMICS OF ACTIVE MAGNETIC BEARING REACTION WHELL**

M. V. Polyakov

Joint-Stock Company “Scientific & Industrial Center “Polyus”
56v, Kirov Av., Tomsk, 634050, Russian Federation
E-mail: polus@online.tomsk.net

The paper presents the results of the calculation of dynamically unbalanced rotor vibration for an active magnetic bearing reaction wheel with angular momentum $1 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}$. Forces, required to keeping the rotor in contactless position, and the critical speeds in working angular velocity ranges are determined. Calculation is performed for various magnitudes of stiffness and damping coefficients of magnetic suspension and for various working angular velocity ranges. Required mass of rotor, axial and equatorial moments of inertia are determined by means of developed parametric 3D-model of rotor for every speed range. Maximum permissible eccentricity of the rotor, which describe the static imbalance, and maximum permissible angle between the geometrical axis of the rotor and its principal central axis of inertia, which characterize couple unbalance, are determined using the value of rotor mass and the desired residual unbalance in each correction plane. Calculation shows, that center of mass of spinning rotor perform mainly radial translations, generated due to the presence of static unbalance. The amplitude of the resulting oscillation of the rotor is $17 \text{ }\mu\text{m}$ for a working angular velocity range $0\text{--}9000 \text{ RPM}$ and $13 \text{ }\mu\text{m}$ for the range $0\text{--}18000 \text{ RPM}$. The first critical speed of the rotor corresponds to the resonant frequency of its radial oscillations. In the range $0\text{--}18000 \text{ RPM}$ there is an additional critical speed due to the fact that the equatorial moment of inertia of rotor exceeds the axial moment of inertia. There is the phenomenon of self-centering of the rotor in the overcritical regions. Results of rotor

dynamic calculation make it possible to formulate the basic data for choosing a rotor speed range, air gaps in back-up bearings, gaps between rotor and stator of magnetic bearings, stiffness and damping coefficients of magnetic suspension.

Keywords: rotor dynamics, active magnetic bearings, rotor unbalance.

Введение. В настоящее время в двигателях-маховиках применяются, главным образом, шарикоподшипниковые опоры. Наличие механического контакта в шарикоподшипниках приводит к износу дорожек качения, вибрациям ротора, увеличению момента сопротивления вращению, необходимости смазки в зонах контакта шариков с кольцами подшипника [1].

Для устранения указанных недостатков в ряде случаев используется активный магнитный подвес ротора двигателя-маховика [1–3]. Преимущества магнитных опор – отсутствие механического контакта вращающихся и неподвижных частей двигателя-маховика, уменьшение вибраций ротора и, как следствие, возмущающих сил, генерируемых двигателем-маховиком, а также момента сопротивления вращению. Другим достоинством является возможность управления жесткостью и демпфированием подвеса [1; 2; 4]. Кроме того, нет необходимости в смазке.

На этапе проектирования при рассмотрении динамики ротора в магнитном подвесе необходимо определить силы, требуемые для удержания ротора в подвешенном состоянии, зазоры между вращающимися и неподвижными частями двигателя-маховика, резонансные зоны в диапазоне рабочих угловых скоростей ротора [1–5].

Расчет указанных характеристик осуществлялся для двигателя-маховика с кинетическим моментом $H = \pm 1 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$ при различных значениях коэффициентов жесткости c и демпфирования b , а также диапазонах частоты вращения ротора $0-n_{\max}$, где n_{\max} равняется 9 000, 10 000, ..., 18 000 об/мин. В статье приведены результаты расчетов только для двух диапазонов частоты вращения ротора: $n_{\max 1} = 9\,000$ об/мин и $n_{\max 2} = 18\,000$ об/мин.

На схеме магнитного подвеса ротора двигателя-маховика (рис. 1) l – расстояние между радиальными магнитными подшипниками; e – эксцентриситет ротора; Δ – зазор между вращающимися и неподвижными частями двигателя-маховика [1; 6; 7].

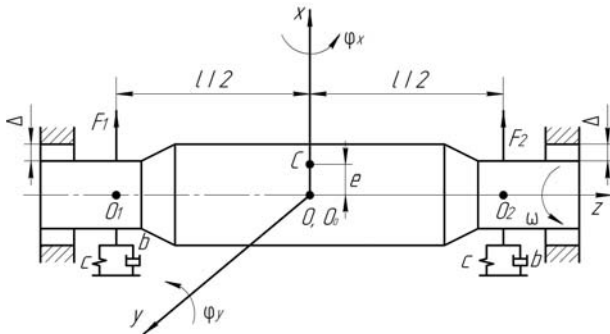


Рис. 1. Схема магнитного подвеса ротора двигателя-маховика

Поскольку расчет проводился для различных диапазонов частоты вращения ротора $0-n_{\max}$, то для каждого диапазона определены массогабаритные характеристики ротора исходя из требуемого значения осевого момента инерции $J_o = H / \omega_{\max}$, где ω_{\max} – максимальная угловая скорость ротора. Расчет экваториального момента инерции J_x и массы M ротора в зависимости от максимальной угловой скорости ротора ω_{\max} (осевого момента инерции J_o) осуществлялся с помощью разработанной предварительной параметрической трехмерной модели ротора (рис. 2). Изменяемыми параметрами данной модели являются наружный D и внутренний d диаметры и ширина h обода ротора.

Результаты расчета массогабаритных характеристик ротора для диапазонов $n_{\max 1} = 9\,000$ об/мин и $n_{\max 2} = 18\,000$ об/мин приведены в таблице.

Силы и зазоры в магнитном подвесе определяются амплитудой колебаний вращающегося ротора, вызванных наличием остаточной неуравновешенности.

Амплитуда колебаний центра масс ротора под действием статической неуравновешенности [1; 7]

$$A_c = e \sqrt{\frac{4c^2 + 4b^2 \omega^2}{(2c - M\omega^2)^2 + 4b^2 \omega^2}},$$

где ω – угловая скорость ротора.

Расчеты проводились при следующих значениях коэффициентов жесткости c и демпфирования b :

- для диапазона $\omega_{\max 1} = 9\,000$ об/мин:

$c_1 = 1 \cdot 10^4 \text{ Н/м};$	$c_2 = 5 \cdot 10^4 \text{ Н/м};$
$c_3 = 2 \cdot 10^5 \text{ Н/м};$	$c_4 = 4 \cdot 10^5 \text{ Н/м};$
$b_1 = 10 \text{ Н} \cdot \text{с/м};$	$b_2 = 20 \text{ Н} \cdot \text{с/м};$
$b_3 = 30 \text{ Н} \cdot \text{с/м};$	$b_4 = 40 \text{ Н} \cdot \text{с/м};$
- для диапазона $\omega_{\max 2} = 18\,000$ об/мин:

$c_1 = 5 \cdot 10^4 \text{ Н/м};$	$c_2 = 2 \cdot 10^5 \text{ Н/м};$
$c_3 = 5 \cdot 10^5 \text{ Н/м};$	$c_4 = 1,5 \cdot 10^6 \text{ Н/м};$
$b_1 = 30 \text{ Н} \cdot \text{с/м};$	$b_2 = 40 \text{ Н} \cdot \text{с/м};$
$b_3 = 60 \text{ Н} \cdot \text{с/м};$	$b_4 = 80 \text{ Н} \cdot \text{с/м};$

Из графиков зависимости амплитуды радиальных колебаний ротора, вызванных наличием статической неуравновешенности, от частоты вращения ротора при различных коэффициентах жесткости c и демпфирования b (рис. 3) видно, что для исключения явления резонанса в рабочем диапазоне $n_{\max 1} = 9\,000$ об/мин значение коэффициента жесткости $c_{\min 1}$ должно составлять не менее $4 \cdot 10^5 \text{ Н/м}$. Минимально допустимое значение коэффициента жесткости $c_{\min 2}$ для диапазона $\omega_{\max 2} = 18\,000$ об/мин составляет $1,5 \cdot 10^6 \text{ Н/м}$. В критических областях наблюдается явление самоцентрирования ротора [1; 8–15]: он стремится вращаться вокруг своего центра масс C , а не геометрического центра O (рис. 1).

Массогабаритные характеристики ротора

Частота вращения ротора n_{\max} , об/мин	Осевой момент инерции ротора J_o , кг·м ²	Экваториальный момент инерции ротора J_3 , кг·м ²	Масса ротора M , кг
9 000	$10,61 \cdot 10^{-4}$	$8,67 \cdot 10^{-4}$	0,72
18 000	$5,31 \cdot 10^{-4}$	$6,04 \cdot 10^{-4}$	0,58

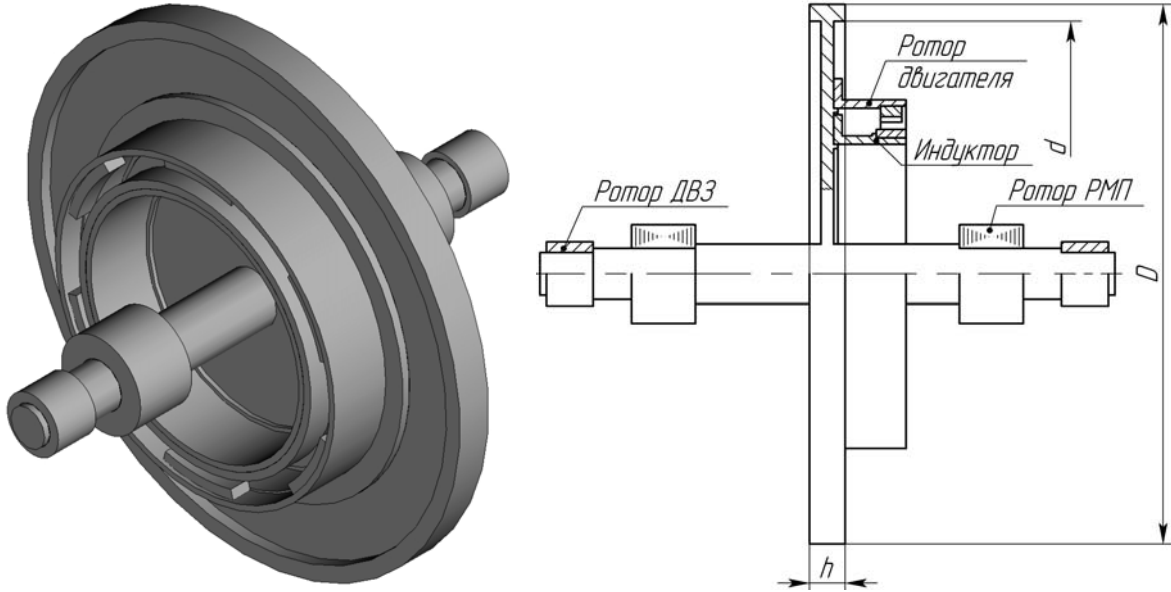


Рис. 2. Трехмерная параметрическая модель ротора: ДВЗ – датчик воздушного зазора; РМП – радиальный магнитный подшипник

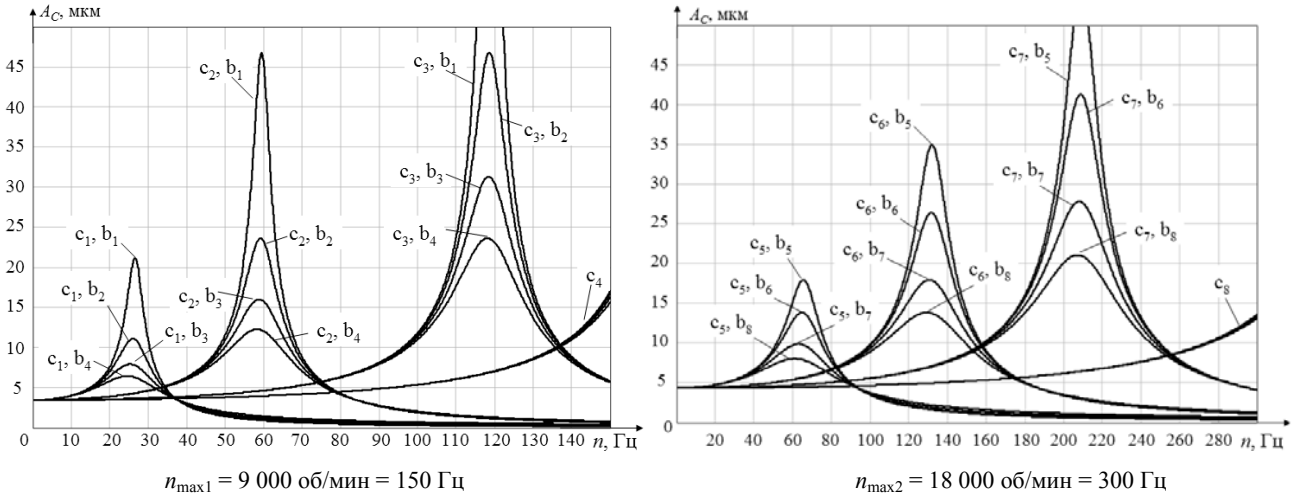


Рис. 3. Графики зависимости амплитуды радиальных колебаний ротора от частоты вращения ротора

Амплитуда вынужденных угловых колебаний главной оси инерции ротора, возникающих вследствие наличия моментной неуравновешенности [1; 7],

$$\Phi_c = \gamma \sqrt{\frac{c_\phi^2 + (b_\phi \omega)^2}{(c_\phi - (J_3 - J_o)\omega^2)^2 + (b_\phi \omega)^2}},$$

где γ – угол, характеризующий моментную неуравновешенность; c_ϕ – коэффициент жесткости при угловых перемещениях; b_ϕ – коэффициент демпфирования при угловых перемещениях.

Как видно из графиков зависимости амплитуды угловых колебаний главной центральной оси инерции ротора, вызванных наличием моментной неуравновешенности, от частоты вращения ротора при различных коэффициентах жесткости c и демпфирования b (рис. 4), в диапазоне $n_{\max 2} = 18\,000$ об/мин наблюдается явление резонанса. Наличие дополнительной критической скорости ротора вызвано тем, что в указанном диапазоне частоты вращения экваториальный момент инерции ротора превышает осевой. Следует отметить, что при требуемой жесткости магнитного подшипника $c_{\min 2} = 1,5 \cdot 10^6$ Н/м указанная критическая

угловая скорость ротора не лежит в рабочем диапазоне угловой скорости. В закритических областях также наблюдается самоцентрирование ротора [1; 8–15]. В диапазоне $n_{max1} = 9\ 000$ об/мин экваториальный момент инерции ротора меньше осевого, поэтому дополнительной критической скорости не возникает: самоцентрирование ротора осуществляется плавно, без возникновения резонансных явлений.

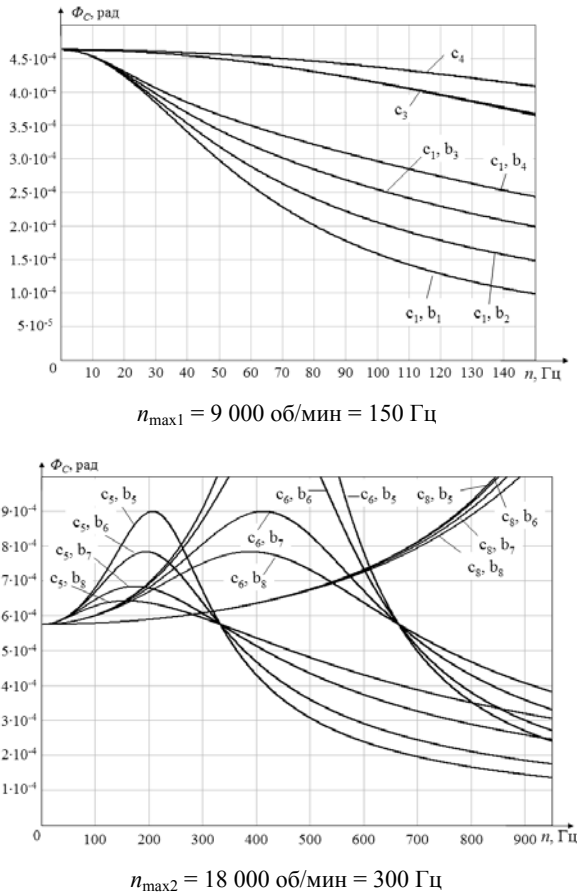


Рис. 4. Графики зависимости амплитуды угловых колебаний главной центральной оси инерции ротора от частоты вращения ротора

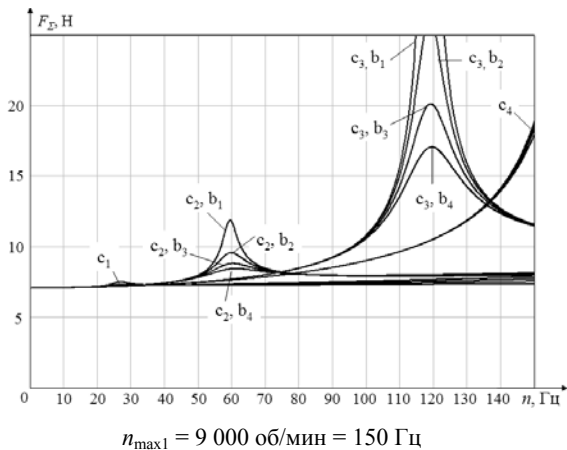


Рис. 6. Графики зависимости амплитуды результирующей силы от частоты вращения ротора

Результирующие колебания главной центральной оси инерции ротора складываются из радиальных и угловых колебаний (рис. 5).

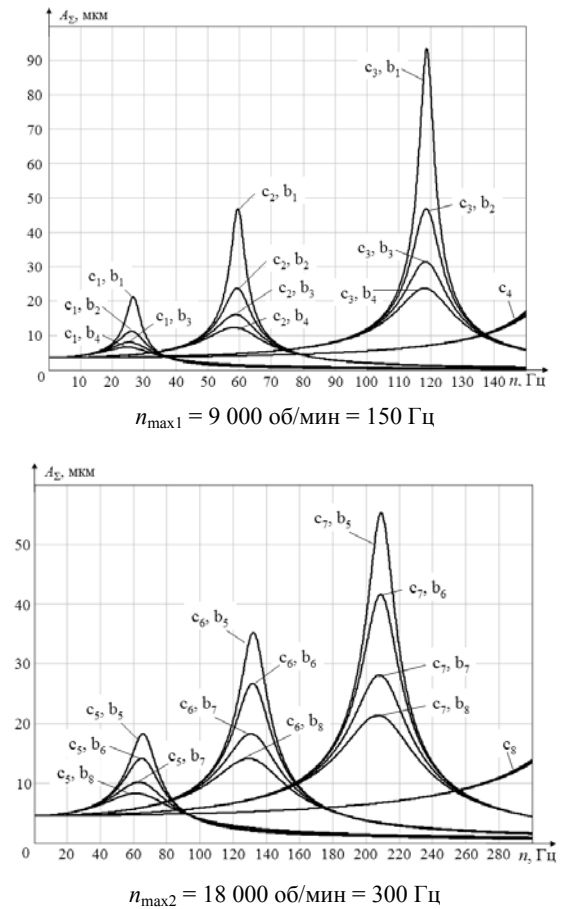
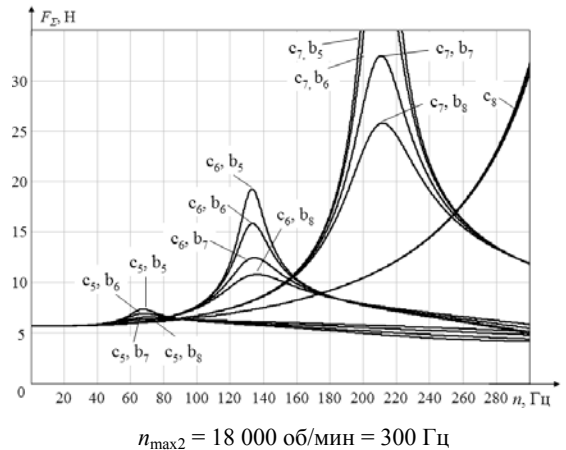


Рис. 5. Графики зависимости амплитуды результирующих радиальных колебаний ротора от частоты вращения ротора

Результирующая сила, которую магнитный подвес должен парировать, складывается из динамических сил, возникающих в процессе вращения неуравновешенного ротора, и веса ротора P (рис. 6):

$$F_{\Sigma 0} = MA_C \omega^2 + \frac{(J_3 - J_0) \Phi_C \omega^2}{1} + P.$$



Заключение. Исследованиями выявлено, что для исключения явления резонанса в рабочем диапазоне частоты вращения ротора $n_{\max 1} = 9\,000$ об/мин жесткость радиальных электромагнитных подшипников $c_{\min 1}$ должна быть не менее $4 \cdot 10^5$ Н/м. Максимальная амплитуда колебаний центра масс ротора A_C в данном диапазоне при $c_{\min 1} = 4 \cdot 10^5$ Н/м составляет 17 мкм. Результирующая возмущающая сила, которую магнитный подвес должен парировать при $c_{\min 1} = 4 \cdot 10^5$ Н/м, составляет 18 Н.

Для исключения явления резонанса в рабочем диапазоне частоты вращения ротора $n_{\max 2} = 18\,000$ об/мин жесткость радиальных электромагнитных подшипников $c_{\min 2}$ должна быть не менее $1,5 \cdot 10^6$ Н/м. Максимальная амплитуда колебаний центра масс ротора A_C при $c_{\min 2} = 1,5 \cdot 10^6$ Н/м составляет 13 мкм. Результирующая сила, которую магнитный подвес должен парировать при $c_{\min 2} = 1,5 \cdot 10^6$ Н/м, составляет 30,9 Н.

В рабочем диапазоне частоты вращения ротора двигателя-маховика $n_{\max 2} = 18\,000$ об/мин при $c < 3 \cdot 10^5$ Н/м имеется дополнительная критическая скорость, связанная с собственной частотой угловых колебаний главной центральной оси инерции ротора.

По результатам расчета динамики ротора в магнитном подвесе сформированы исходные данные по выбору угловой скорости ротора, воздушных зазоров в аварийных опорах, активных частях магнитных подшипников, электродвигателя и датчиков.

Библиографические ссылки

1. Журавлев Ю. Н. Активные магнитные подшипники: Теория, расчет, применение. СПб. : Политехника, 2003. 206 с.
2. Леонтьев М. К. Давыдов А. Л., Дегтярев С. А. Динамика роторных систем, опирающихся на магнитные подшипники // Газотурбинные технологии. 2011. № 3. С. 16–22.
3. Макриденко Л. А., Сарычев А. П., Верещагин В. П. Состояние и перспективы развития электромагнитных подшипников в ФГУП «НПП ВНИИЭМ» // Вопросы электромеханики. 2011. Т. 120. С. 3–12.
4. Мартыненко Г. Ю. Магнитные подшипники как упругодемпферные опоры роторов с управляемой жесткостью // Вісник НТУ «ХП». 2008. № 47. С. 111–124.
5. Знышев В. В., Кирюшин А. А., Николаев М. Я. Вопросы моделирования динамики ротора на электромагнитном подвесе на макетах // Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. 2009. № 5. С. 137–141.
6. Сарычев А. П., Руковицын И. Г. Математическая модель ротора для анализа управления магнитными подшипниками // Вопросы электромеханики. 2008. Т. 107. С. 11–15.
7. Журавлев Ю. Н. Динамика механических систем с активными магнитными опорами // Машиноведение. 1988. № 5. С. 70–76.
8. Пановко Я. Г. Основы прикладной теории колебаний и удара. 3-е изд., доп. и переработ. Л. : Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1976. 320 с.

9. Мартыненко Г. Ю. Методика экспериментальных исследований динамики ротора в комбинированном магнитном подвесе // Вісник НТУ «ХП». 2013. № 58. С. 125–135.

10. Мартыненко Г. Ю. Исследование устойчивости движения ротора в управляемых электромагнитных подшипниках с помощью нелинейной имитационной вычислительной модели // Проблемы машиностроения. 2005. Т. 8, № 1. С. 47–58.

11. Мартыненко Г. Ю. Общий подход к моделированию нелинейной динамики жестких роторов в магнитных подшипниках различных типов // Доповіді Національної академії наук України. 2012. № 3. С. 78–84.

12. Мартыненко Г. Ю. Определение силовых и жесткостных характеристик осевого активного магнитного подшипника при заданном законе управления // Вісник НТУ «ХП». 2008. № 36. С. 133–141.

13. Magnetic Bearings and Bearingsless Drives / A. Chiba [et al.]. ELSEVIER, 2005. 381 p.

14. Maslen E. Magnetic Bearings / University of Virginia, Department of Mechanical, Aerospace, and Nuclear Engineering. Charlottesville, Virginia, 2000. 229 p.

15. Schweitzer G., Bleuler H., Traxler A. Active magnetic bearings. Basics, Properties and Applications. Vdf Hochschulverlag AG an der ETH Zurich, 1994. 244 p.

References

1. Zhuravlev Yu. N. *Aktivnyye magnitnye podshipniki: Teoriya, raschet, primeneniye*. [Active magnetic bearings: Theory, design, application]. St.Petersburg, Politekhnik Publ., 2003, 206 p.
2. Leont'ev M. K. Davydov A. L., Degtyarev S. A. [The dynamics of rotor systems supported by magnetic bearings]. *Gazoturbinnyye tekhnologii*. 2011, no. 3, p. 16–22. (In Russ.).
3. Makridenko L. A., Sarychev A. P., Vereshchagin V. P. [State and prospects of electromagnetic bearings of FSUE “NPP VNIIEEM”]. *Voprosy elektromekhaniki*. 2011, vol. 120, p. 3–12. (In Russ.).
4. Martynenko G. Yu. [Magnetic bearings as elastic-damping rotor supports with controllable stiffness]. *Visnik NTU “KhPI”*. 2008, no. 47, p. 111–124. (in Russ.).
5. Znyshch V. V., Kiryushin A. A., Nikolaev M. Ya. [Rotordynamic modeling of an electromagnetically suspended rotor using scaled-down prototypes]. *Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N.I. Lobachevskogo*. 2009, no. 5, p. 137–141. (In Russ.).
6. Sarychev A. P., Rukovitsyn I. G. [Mathematical model of rotor for the analysis of the magnetic bearing control]. *Voprosy elektromekhaniki*. 2008, vol. 107, p. 11–15. (In Russ.).
7. Zhuravlev Yu. N. [The dynamics of mechanical systems with active magnetic bearings]. *Mashinovedenie*. 1988, no. 5, p. 70–76. (In Russ.).
8. Panovko Ya. G. *Osnovy prikladnoy teorii kolebaniy i udara*. [Basics of applied theory of vibration and shocks]. 3-rd pub., complete and revised edition, Leningrad, Mashinostroenie Publ., 1976, 320 p.
9. Martynenko G. Yu. [Methods of experimental investigation of the rotor dynamics in the combined

magnetic suspension]. *Visnik NTU "KhPI"*. 2013, no. 58, p. 125–135. (In Russ.).

10. Martynenko G. Yu. [Investigation of the rotor motion stability in a controlled electromagnetic bearings using nonlinear simulation model]. *Problemy mashinostroeniya*. 2005, vol. 8, no. 1, p. 47–58. (In Russ.).

11. Martynenko G. Yu. [The general approach to modeling the nonlinear dynamics of rigid rotors in magnetic bearings of various types]. *Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine*, 2012, no. 3, p. 78–84. (In Russ.).

12. Martynenko G. Yu. [Determination of force and stiffness characteristics of the axial active magnetic

bearing for a given control law]. *Vestnik NTU "KhPI"*. 2008, no. 36, p. 133–141. (In Russ.).

13. Chiba A., Fykao T., Ichikawa O., Oshima M., Takemoto M., Dorrell D. G. *Magnetic Bearings and Bearingsless Drives*. ELSEVIER, 2005. 381 p.

14. Maslen E. *Magnetic Bearings*. University of Virginia, Department of Mechanical, Aerospace, and Nuclear Engineering. Charlottesville, Virginia. 2000. 229 p.

15. G. Schweitzer, H. Bleuler, A. Traxler *Active magnetic bearings. Basics, Properties and Applications*. Vdf Hochschulverlag AG an der ETH Zurich, 1994. 244 p.