

$$v = -2k \frac{d}{dy} \sin \theta = -\frac{ck \cos \theta}{\sqrt{1+3 \cos^2 \theta}}. \quad (12)$$

Компоненты тензора напряжений в этом случае будут

$$\begin{aligned} \tau &= k \cos \theta, \\ \sigma_y &= 2k \sin \theta, \quad \sigma_x = k \sin \theta. \end{aligned} \quad (13)$$

Дадим одну из возможных интерпретаций построенного решения (11)...(13). Пусть

$$y_1 = E \left( -\frac{\pi}{4}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right), \quad y_2 = E \left( -\frac{3\pi}{4}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right),$$

тогда

$$\begin{aligned} \tau(y_1) &= k \frac{\sqrt{2}}{2}, \\ \sigma_y(y_1) &= \sqrt{2}k, \quad u(y_1) = ck \frac{\sqrt{5}}{5}, \quad v(y_1) = -ck \frac{\sqrt{5}}{5}, \end{aligned}$$

$$\tau(y_2) = -k \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\sigma_y(y_2) = -\sqrt{2}k, \quad u(y_2) = -ck \frac{\sqrt{5}}{5}, \quad v(y_2) = ck \frac{\sqrt{5}}{5}. \quad (14)$$

Это означает, что верхняя шероховатая жесткая плита, заданная уравнением  $y = y_1$ , движется вниз и вправо с постоянными ускорениями. На плите задано постоянное нормальное и касательные напряжения. Вторая плита (ее уравнение  $y = y_2$ ), движется вверх и влево с постоянными ускорениями. На этой плите также заданы нормальное и касательное напряжения.

*Замечание.* Подобные решения можно построить и для описания сжатия трубы, стенки которой движутся с постоянным ускорением.

S. I. Senashov, V. I. Burmak

## EXACT SOLUTIONS OF EQUATION OF PLASTICITY OF PLANE STRESS CONDITION

*The article presents a new exact solution of equation of plane stress state, which describes compression of plastic layer with rigid sheet, which come close to constant acceleration.*

*Keywords: plasticity, plasticity of plane stress condition, exact solution.*

© Сенашов С. И., Бурмак В. И., 2010

УДК 538.911; 539.21

В. М. Ленченко, Ю. Ю. Логинов, А. В. Мозжерин

## ЛАВИННОЕ УМНОЖЕНИЕ И ИЗЛУЧАТЕЛЬНАЯ РЕКОМБИНАЦИЯ НОСИТЕЛЕЙ ТОКА В КРЕМНИЕВЫХ СОЛНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТАХ

*Определены условия ускорения носителей тока в полупроводниках до ударно-ионизационных энергий в сильных электрических полях ограниченной протяженности. Описаны генерационно-рекомбинационные процессы лавинного умножения и излучательной рекомбинации в виде микроплазм, возникающих в обратно смещенных  $p-n$ -переходах солнечных элементов. Представлено физическое обоснование диагностики микродефектов в полупроводниках с помощью микроплазм.*

*Ключевые слова: микроплазмы, солнечные элементы,  $p-n$ -переход.*

Солнечные элементы широко используются в качестве источников энергии, в том числе на энергетических платформах космических аппаратов. В обратно смещенных  $p-n$ -переходах, расположенных у поверхности полупроводника (как, например, в светодиодах и солнечных элементах), в предпробойных электрических полях наблюдаются светящиеся точки и пятна, называемые в [1] микроплазмами. Микроплазменный пробой, происходящий в обратно смещенных  $p-n$ -переходах, сильно локализован, не превышает 1 мкм в диаметре и сопровождается свечением невысокой интенсивности [2]. Интенсивность этого свечения и количество микро-

плазм возрастают при увеличении прикладываемого к  $p-n$ -переходу напряжения.

Локализация микроплазм может быть вызвана резким возрастанием электрического поля в области свечения и увеличением коэффициентов лавинного умножения. Вероятнее всего это происходит в местах, где имеются неоднородности  $p-n$ -перехода. Такие неоднородности могут быть связаны с микродефектами, флуктуациями фронта легирования, дислокациями и др. В этих локальных областях может происходить уплотнение электрического поля  $E > E_n$ , где  $E_n$  – пороговое поле для лавинного умножения носителей тока. Предполагается, что

свечение микроплазм является результатом рекомбинации «горячих» электронов и дырок, ускоренных в таких **СИЛЬНЫХ ПОЛЯХ** ( $E > E_n$ ) до ударно-ионизационных энергий.

Оценка качества полупроводниковых пластин и солнечных элементов, основанная на применении микроплазм, представляет большой интерес для обнаружения микродефектов, тип которых можно определить, используя электронно-микроскопические методы.

**Экспериментальная часть.** Объектом исследований являлись солнечные элементы, изготовленные на основе монокристаллического кремния, в которых  $p$ -слой был изготовлен путем легирования бора с концентрацией до  $10^6$  атомов/см<sup>3</sup>, а  $n$ -слой – диффузионным способом с применением легирующей примеси атомов фосфора с концентрацией до  $10^{21}$  атомов/см<sup>3</sup>. Расположение  $p$ - $n$ -перехода на глубине 0,4 мкм от лицевой поверхности солнечных элементов позволяло наблюдать в оптическом микроскопе микроплазменное свечение, возникающее в обратном смещенном  $p$ - $n$ -переходе. Электронно-микроскопические исследования дефектов в области  $p$ - $n$ -переходов солнечных элементов осуществлялись с помощью просвечивающего электронного микроскопа JEM-2100.

**Причины возникновения микроплазм.** Причиной возникновения микроплазм могут служить неоднородности  $p$ - $n$ -переходов, связанные со структурными дефектами в этой области полупроводника, например с дислокациями. Во-первых, в районе дислокации имеются области сжатия и растяжения кристаллической решетки. В области сжатия (растяжения) вблизи дислокаций ширина запрещенной зоны может уменьшиться на 0,2...0,4 эВ. Так как пороговая энергия ионизации принимается пропорциональной ширине запрещенной зоны, то ее уменьшение вблизи дислокаций должно привести к увеличению коэффициентов ионизации носителей и, следовательно, к микроплазменному пробою. Во-вторых, дислокации в кристаллах являются центрами осаждения примесей, которые могут формировать примесные атмосферы вокруг дислокаций или в результате распада пересыщенного твердого раствора – выделения второй фазы. Наличие примесных атмосфер легирующих примесей должно приводить к локальному изменению области про-

странственного заряда и к увеличению напряженности поля в местах пересечения  $p$ - $n$ -перехода дислокацией. Выделения второй фазы могут являться одной из главных причин, способствующих понижению напряжения пробоя  $p$ - $n$ -перехода. В-третьих, вдоль дислокаций могут быть повышены коэффициенты диффузии примесей, что также может привести к резкому понижению напряжения пробоя.

Типичные фотоснимки микроплазм на поверхности солнечных элементов при возрастающих обратных напряжениях представлены ниже (рис. 1).

Существует большое количество фактов, подтверждающих, что включения второй фазы являются одной из основных причин ухудшения обратных характеристик полупроводниковых  $p$ - $n$ -переходов [3]. Выделения второй фазы встречаются практически во всех полупроводниковых материалах. Форма включений может быть самой разнообразной: сферической, цилиндрической, дискообразной или иглообразной [3]. Локальному понижению напряжения пробоя также может способствовать искривление фронта диффузии, например при диффузии легирующей примеси вдоль скопления дислокаций.

Типичными дефектами в кремнии являются краевые и винтовые дислокации, которые могут быть декорированы примесными преципитатами, образовавшимися в результате диффузии примесей из объема полупроводника на дислокации с последующим распадом пересыщенного твердого раствора [3] (рис. 2).

Ниже будет приведено описание генерационно-рекомбинационных процессов с оценкой кинетических параметров и условий излучательной рекомбинации носителей тока в микроплазмах.

**О разогреве носителей тока в сильном электрическом поле.** Микроплазмы возникают при увеличении обратного напряжения, приложенного к  $p$ - $n$ -переходу, когда напряженность электрического поля в области пространственного заряда достигает значений, при которых наблюдается ударная ионизация. В общем случае в ударной ионизации могут принимать участие носители, как инжектированные в область пространственного заряда, так и генерированные в этой области.

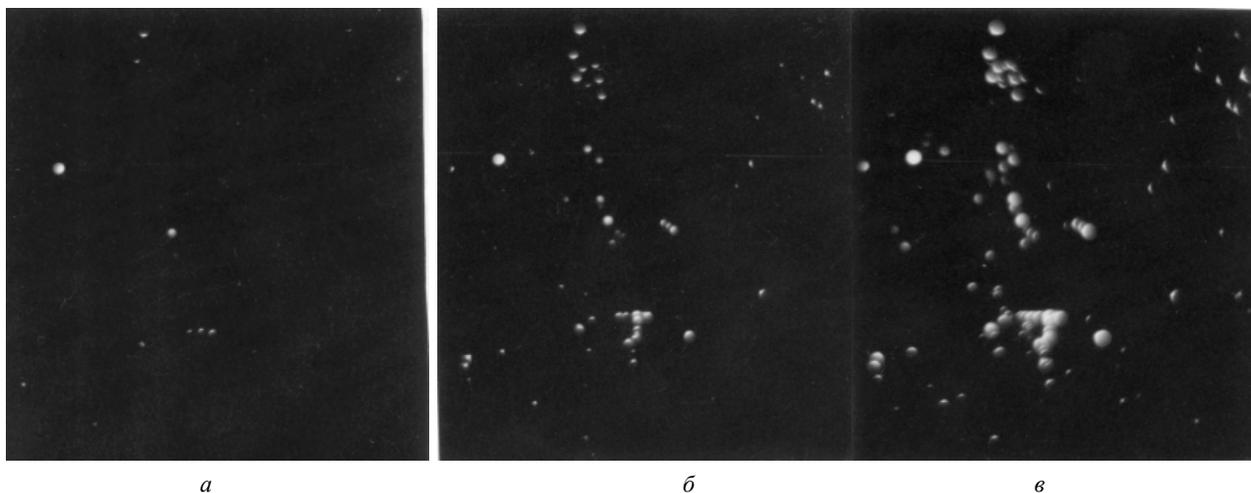


Рис. 1. Увеличение интенсивности и числа микроплазм в кремниевом солнечном элементе при повышении напряжения: а – 7 В; б – 8 В; в – 10 В

Под разогревом принято понимать увеличение средней кинетической энергии броуновского движения частиц (электронов или дырок) в электрическом поле сверх их среднерешеточной тепловой энергии. Запишем уравнение разогрева в обычной форме:

$$\frac{d\varepsilon}{dx} = qE - S(\varepsilon, E), \quad (1)$$

где  $q$  и  $\varepsilon$  – заряд и энергия частицы;  $E$  – напряженность электрического поля;  $S(\varepsilon, E)$  – уменьшение потери энергии, испытываемое частицей на единице пути по направлению ее дрейфа.

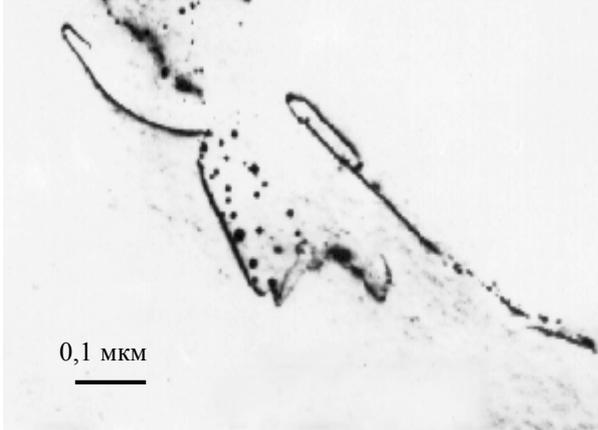


Рис. 2. Электронно-микроскопическое изображение примесных выделений на дислокациях в кремнии в области  $p$ - $n$ -перехода

Проведем окончательные расчеты зависимости  $S(\varepsilon, E)$  от энергии частицы ( $\varepsilon$ ) при ее торможении в столкновениях с акустическими колебаниями решетки. Для этого воспользуемся приведенными в [4] выражениями, согласно которым  $S(\varepsilon, E)$  можно привести к виду

$$S(\varepsilon, E) = \frac{1}{\mu E} \left( \frac{d\varepsilon}{dt} \right)_{\text{ст}}, \quad (2)$$

где

$$\left( \frac{d\varepsilon}{dt} \right)_{\text{ст}} = 2 \frac{qU_e^2}{\mu_0} \left( \frac{\varepsilon}{kT} \right)^{3/2} \left( 1 - \frac{2kT}{\varepsilon} \right), \quad (3)$$

$$\mu = \mu_0 \sqrt{\frac{kT}{\varepsilon}}. \quad (4)$$

Здесь  $\mu_0$  – подвижность частиц при температуре решетки  $T$ ,  $U_e$  – скорость акустических волн в кристалле;  $k$  – постоянная Больцмана. При этом уравнение (1) переписывается в виде

$$\frac{d\varepsilon}{dx} = qE \left[ 1 - 2 \left( \frac{U_e}{\mu E} \right)^2 \left( \frac{\varepsilon}{kT} \right)^2 \left( 1 - \frac{2kT}{\varepsilon} \right) \right]. \quad (5)$$

В протяженном однородном электрическом поле электроны ускоряются до предельной энергии, определяемой из условия  $\frac{d\varepsilon}{dt} = 0$ .

Из равенства нулю квадратной скобки уравнения (5) находим

$$\varepsilon_{\text{нас}} = kT(1 + \sqrt{1 + \alpha^2}), \quad (6)$$

где

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\mu_0 E}{U_e}. \quad (7)$$

В безразмерных переменных

$$y = \frac{\varepsilon}{kT}, \quad y_n = \frac{\varepsilon_{\text{нас}}}{kT}, \quad \frac{1}{\lambda} = \frac{qE}{kT} \frac{\sqrt{1 + \alpha^2}}{\alpha^2} \quad (8)$$

интегрирование уравнения (1) при начальных условиях  $x = 0, y = 1$  может быть представлено в виде

$$y = 1 + (y_n - 1) \operatorname{th} \left( \frac{x}{\lambda} \right). \quad (9)$$

В сильных полях ( $\alpha \gg 1$ ) из (6) и (8) имеем

$$\varepsilon_{\text{нас}} = kT\alpha, \quad (10)$$

$$\lambda = \frac{kT}{qE} \alpha = \frac{kT\mu_0}{qU_e \sqrt{2}}. \quad (11)$$

В предпробойных электрических полях часть электронов может достигать энергии  $\varepsilon > \varepsilon_p$ , достаточной для ударной ионизации. Полагая, что  $\varepsilon_{\text{нас}} = \varepsilon_p$ , из (9), (10) и (11) найдем выражение для напряженности поля  $E_i$  – стартового для лавинного умножения носителей тока:

$$E_i = \frac{\varepsilon_i}{q\lambda} \operatorname{cth} \frac{x_i}{\lambda}, \quad (12)$$

где  $x_i$  – протяженность участка сильного поля ( $E > E_i$ ).

Полагая для кремния  $\varepsilon_i = 3,6$  эВ,  $U_e = 5 \cdot 10^5$  см/с,  $\mu_0 = 10^3$  см/(В·с), из формул (10)...(12) получим  $\lambda = 3 \cdot 10^{-5}$  см,  $E_i = 1,4 \cdot 10^5$  В/см.

Подобные расчеты были проведены и для случая, когда хаотизация и торможение движения носителей тока осуществлялись оптическими и пьезоэлектрическими фононами. В приближении  $\varepsilon \gg kT_D$ , где  $T_D$  – температура Дебая, для рассеяния на оптическом деформационном потенциале получены следующие выражения для  $\lambda$ ,  $\varepsilon$  и  $E_i$ :

$$\varepsilon = \varepsilon_{\text{нас}} \left( 1 - e^{-\frac{x}{\lambda}} \right), \quad (13)$$

$$\varepsilon_{\text{нас}} = qE\lambda, \quad \lambda = bqE, \quad (14)$$

$$\text{где } b = 2kT_D \left( \frac{\pi \rho \hbar^2}{m^2 D N_q} \right)^2.$$

Полагая для оценок  $D \approx 8 \cdot 10^8$  эВ/см,  $N_q \approx 0,1$ ,  $\rho = 2,3$  г/см<sup>3</sup>, найдем  $E_i = 10^5$  В/см,  $\lambda = 3,6 \cdot 10^{-5}$  см.

В пределах допусков при выборе параметров, входящих в формулы (10)...(12) и (13), можно считать, что в кремнии роль акустических и оптических фононов в процессах торможения и хаотизации горячих носителей тока примерно одинакова. Полученные значения  $\lambda$ ,  $E_i$  и  $x_i$  сопоставлены с соответствующими значениями, характеризующими лавинное умножение в  $p$ - $n$ -переходах.

**Обоснование эстафетной модели лавинного умножения в  $p$ - $n$ -переходах.** Для оценок напряженности электрического поля  $E$  и его протяженности  $l$  в обратном смещенном резком  $p$ - $n$ -переходе воспользуемся следующими приближенными формулами [5]:

$$l = \sqrt{\frac{2\varepsilon\varepsilon_0 V}{qN}}, \quad E_m l = 2V, \quad (15)$$

где  $V$  – приложенное напряжение;  $N$  – эффективная концентрация основных легирующих примесей (акцепторов и доноров);  $\varepsilon\varepsilon_0$  – диэлектрическая проницаемость полупроводника;  $E_m$  – напряженность поля в середине  $p$ - $n$ -перехода.

В этом приближении протяженности  $x_i$  участка сильного поля ( $E_i < E < E_m$ ) может быть определена из уравнения

$$x_i = l \left( 1 - \frac{E_i}{E_m} \right), \quad (16)$$

в котором  $E_i$  зависит от  $x_i$  по формуле (12).

Для типичного  $p$ - $n$ -перехода, у которого  $N \approx 10^{17} \text{ см}^{-3}$ , первые признаки лавинного умножения проявляются при обратных напряжениях  $V \approx 10 \text{ В}$ . При этом с помощью выражений (15) и (16) находим  $l \approx 4 \cdot 10^{-5} \text{ см}$ ,  $E_m \approx 3 \cdot 10^5 \text{ В/см}$  и  $x_i = 3 \cdot 10^{-5} \text{ см}$ .

Учет неоднородного распределения примесей в  $p$ - $n$ -переходах не существенно уточняет эти оценки. По порядку величины  $x_i$  и  $\lambda$ , определяемые выражением (14), одинаковы, что противоречит классической модели лавинного умножения [1], которая справедлива при  $x_i \gg \lambda$  (условие непрерывности ионизации). Это означает, что на самом деле лавинное умножение на однопролетных участках сильного поля ( $x_i \approx \lambda$ ) осуществляется по эстафетной модели [6]: электроны в конце участка ( $0 < x < x_i$ ) генерируют дырки, которые, ускоряясь в обратном направлении, в начале этого участка генерируют электроны, и количество таких циклов взаимной генерации носителей тока может быть достаточно большим:

$$v_i = \frac{v_d}{x_i} \approx 10^{12} \text{ с}^{-1}, \quad (17)$$

где  $v_d$  – предельная ( $\sim 10^7 \text{ см/с}$ ) скорость зарядов в сильном поле.

Формально этот процесс описывается уравнениями [6]:

$$\begin{aligned} j_n &= j_{n_0} + \gamma_p j_p, \\ j_p &= j_{p_0} + \gamma_n j_n, \end{aligned} \quad (18)$$

где  $j_{n_0}$  и  $j_{p_0}$  – стартовые;  $j_n$  и  $j_p$  – полные потоки электронов и дырок в  $p$ - $n$ -переходе;  $\gamma_n$  и  $\gamma_p$  – коэффициенты ударной ионизации частиц после их ускорения на лавинном участке.

Таким образом, анализ интенсивности и количества микроплазм, возникающих на лицевой поверхности солнечных элементов при увеличении приложенного к  $p$ - $n$ -переходу обратного напряжения, может являться экспресс-методом обнаружения микродефектов и оценки качества солнечных батарей.

#### Библиографические ссылки

1. Грехов И. В. Сережкин Ю. Н. Лавинный пробой  $p$ - $n$ -перехода в полупроводниках. Л. : Энергия. Ленингр. отделение, 1980.
2. Ленченко В. М., Логинов Ю. Ю., Турчин П. П. Выявление микродефектов на поверхности полупроводниковых пластин с помощью микроплазм // Кремний-2007 : материалы IV Рос. конф. по физике, материаловедению и физ.-хим. основам технологии получения легирован. кристаллов кремния и прибор. структур на их основе / Моск. ин-т стали и сплавов. М., 2007. С. 107–108.
3. Логинов Ю. Ю., Браун П. Д., Дьюроуз К. Закономерности образования структурных дефектов в полупроводниках. М. : Логос, 2003.
4. Зеегер К. Физика полупроводников. М. : Мир, 1977.
5. Зи С. Физика полупроводниковых приборов. М. : Мир, 1984.
6. Ленченко В. М. Эстафетная модель лавинных процессов в  $p$ - $n$ -переходах // Вестн. Краснояр. гос. ун-та. Сер. «Физико-математические науки». 2004. № 5. С. 52–61.

V. M. Lenchenko, Yu. Yu. Loginov, A. V. Mozzherin

### AVALANCHE MULTIPLICATION AND RADIATIVE RECOMBINATION OF CARRIERS IN SILICON SOLAR CELLS

*The paper defines the conditions for acceleration of carriers in semiconductors to the shock-ionization energies in a strong electric field of limited length and describes the generation and recombination processes of avalanche multiplication and recombination in microplasma that arise in the reverse-biased  $p$ - $n$ -junction solar cells. This is a physical justification for diagnosis of microdefects in semiconductors with the help of microplasma.*

*Keywords: microplasma, solar cells,  $pn$ -transition.*

© Ленченко В. М., Логинов Ю. Ю., Мозжерин А. В., 2010