УДК 005; 519.7; 303.732

В. А. Охорзин, И. С. Рыжиков

ГИБРИДНЫЙ МОДИФИЦИРОВАННЫЙ МЕТОД ЭВОЛЮЦИОННЫХ СТРАТЕГИЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ИДЕНТИФИКАЦИИ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Рассматривается метод для решения задач идентификации параметров линейных и нелинейных динамических систем по наблюдаемому выходу, основанный на методе эволюционных стратегий. Представлен подход к структурной идентификации линейных систем.

Ключевые слова: идентификация, эволюционные стратегии, структура, параметры, динамика.

В данной статье рассматривается решение безусловной экстремальной задачи

$$Q(a) \to \min_a, \; a \in R^n, \qquad (1)$$

где $Q(\cdot): R^n \to R$ – целевая функция, определенная в некоторой области пространства R^n. В общем случае считается, что целевая функция является многоэкстремальной и ее вид неизвестен.

Метод эволюционных стратегий представляет собой стохастический процесс поиска экстремума, который реализуется операциями селекции, рекомбинации, мутации, определенными на множестве решений (популяции).

Решение задачи представляется некоторым набором – хромосомой. Таким образом, для популяции объема N каждая хромосома $H_i, i = \overline{1,N}$ представлена набором параметров объекта op_i и набором стратегических параметров sp_i [1]:

$$H_i = < op_i, sp_i >,$$

$$op_i = (o_1^i, \ldots, o_q^i),$$

$$sp_i = (s_1^i, \ldots, s_q^i),$$

где $o_j^i \in R, s_j^i \in R, \; i = \overline{1,N}, \; j = \overline{1,q}$.

Таким образом, каждое решение задачи, или, учитывая принятую терминологию, индивид I, имеет свою хромосому и соответствующее значение функции пригодности – некоторую функцию, в общем случае задаваемую через целевую функцию, положительно определенную и сохраняющую порядок:

$$I_i = \left\langle H_i, f_Q(op_i) \right\rangle, i = \overline{1,N}.$$

В данной статье функция пригодности определяется в следующем виде:

$$f_Q(op) = \frac{1}{1 + Q(op)}, \; Q(op) \geq 0. \qquad (2)$$

Сформируем множество мощности N в некотором шаре $B(c) = \{x \in R^n : \|x - c\| \leq r\}$ пространства R^n, где параметры c и r, равно как и метрика в (1), выбираются исследователем. Данное множество является начальной популяцией. Отметим заранее, что заданный радиус шара не ограничивает пространство, на котором будет происходить поиск.

Далее будем формировать новую популяцию того же объема посредством последовательного выполнения операций эволюции. В этой статье мы не будем рассматривать общепринятые операции рекомбинации и селекции, которые подробно описаны, например, в [1]. Оговорим только, что нами рассматривались типы селекции, стандартные для генетического алгоритма: ранговая и турнирная, в то время как классический метод эволюционных стратегий предполагает лишь пропорциональную селекцию.

Рекомбинация носит вероятностный характер, т. е. выбранная пара скрещивается с некоторой заданной вероятностью p_r, формируя таким образом нового индивида либо с вероятностью $1 - p_r$ сохраняя одного из родителей. Затем полученный индивид подвергается мутации.

Операция мутации также была модифицирована. Пусть $t \in R^n$ – случайный вектор, каждая координата которого равна 1 с вероятностью p_m и 0 с вероятностью $1 - p_m$. Определим диагональную матрицу T размера $n \times n$, $T_{i,j} = \delta_{i,j} \cdot t_i, \; i, j = \overline{1,n}$. Тогда модифицируем операцию мутации следующим образом:

$$op_i = op_i + T \cdot N(0, sp_i), \qquad (3)$$

$$sp_i = sp_i + T \cdot N(0,1), \qquad (4)$$

где $N(m, \sigma^2)$ – нормально распределенная случайная величина с математическим ожиданием m и дисперсией σ^2.

После формирования новой популяции объема N для первых n_o элементов упорядоченного по $Q(op_i)$ множества I используем метод покоординатного спуска для уточнения решения, полученного стохастическим алгоритмом.

Таким образом, предлагаемый в данной статье алгоритм является гибридным, поскольку он сочетает в себе две различных по своей природе поисковых процедуры: случайный поиск и метод покоординатного спуска, и модифицированным, так как в нем изменены операции мутации (3) и (4) и селекции.

При решении идентификационных и управленческих задач в динамических системах критерии точности идентификации или качества системы управления типа (1) часто имеют многоэкстремальный характер, например в системе, описываемой нелинейным дифференциальным уравнением

$$x'' = -x' + a_0 \cdot \sin(a_1 \cdot x), \;\; x_0 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Пусть реализация решения этого уравнения с неизвестными значениями параметров a задана на сетке $\{x_i, t_i\}, i = \overline{1,s}$. По критерию

$$I_3(a) = \frac{\sum_{i=1}^{s} (x_i - \tilde{x}_i(a))^2}{s - 1} \to \min_a, \qquad (5)$$

где $\tilde{x}_i(a)$ – решение нелинейного дифференциального уравнения системы с параметрами a, заданное в узлах

$t_i, i = \overline{1,s}$, будем определять качество решения задачи определения параметров a.

Покажем, что данный критерий в пространстве параметров a_0, a_1 является многоэкстремальной функцией (рис. 1 и 2).

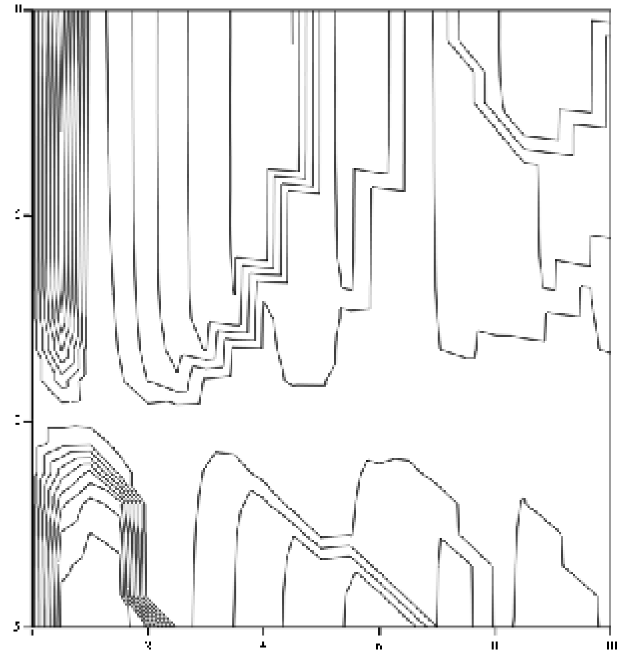

Рис. 1. Линии равного уровня критерия (5) в пространстве параметров a_0, a_1, при $a_0 = [0,10]$, $a_1 = [-5,10]$

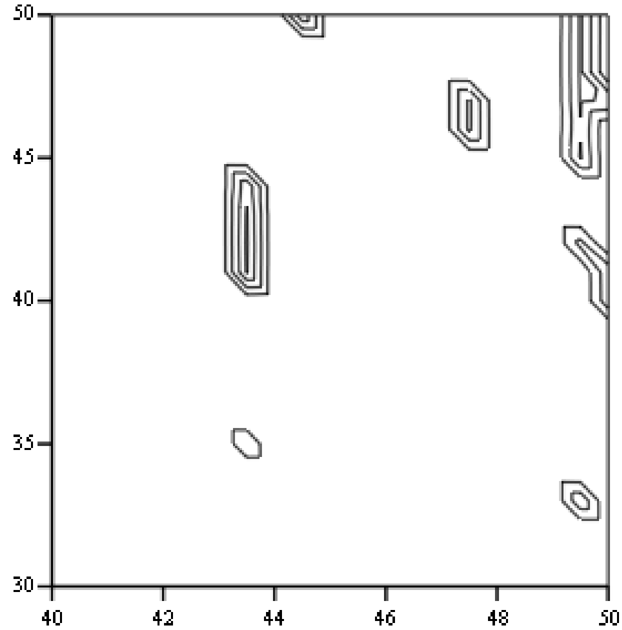

Рис. 2. Линии равного уровня критерия (5) в пространстве параметров a_0, a_1, при $a_0 = [40,50]$, $a_1 = [30,50]$

Применим метод эволюционных стратегий для решения задачи идентификации параметров динамической системы. В качестве настроек алгоритма выберем хорошо зарекомендовавшие себя на других задачах параметры: турнирную селекцию, дискретное скрещивание, модифицированную мутацию. Размер популяции выберем равным 50, число поколений – 50. В каждом поколении ровно два индивида подвергаются локальному улучшению. В таком случае если изначально выборка сформирована в шаре $B(0)$ с радиусом 15, то надежность алгоритма составляет 95 % при параметрах $a_0 = 2, a_1 = 1$. С удалением центра шара от начала координат надежность решения падает, но находятся значения параметров, доставляющие локальный минимум функционалу. В таких локальных точках критерий (5) достигает значения 0,01.

В данном случае алгоритм находит решение даже при том, что функция имеет два глобальных оптимума с равным значением, из-за вида параметрического включения, т. е. алгоритмом будут найдены решения $\tilde{a}_0 \approx -2, \tilde{a}_1 \approx -1$. При использовании локального спуска к некоторым индивидам можно добиться увеличения точности решения задачи, уменьшая шаг локальной оптимизации, но жертвуя скоростью сходимости алгоритма.

Очевидно, что при отсутствии априорной информации о значениях этих параметров можно получить совершенно разные решения задачи идентификации с разными значениями критерия (5). Аналогичная ситуация имеет место при решении краевых задач оптимального управления методом пристрелки, особенно если решения дифференциальных уравнений имеют колебательный характер [2]. Альтернативой обычно применяемому методу многократного спуска в этом случае является предлагаемый эволюционный метод, позволяющий с некоторой вероятностью найти решение многоэкстремальной задачи и определить не только значение параметров динамической системы, но и ее структуру среди заданного множества структур.

Пусть дана выборка объема s, т. е. $\{y_i, u_i, t_i\}, i = \overline{1,s}$, где $y_i \in R$ – измеренный выход динамической системы в момент времени t_i, $u_i = u(t_i)$ – управляющее воздействие. Также известно, что система описывается линейным дифференциальным уравнением вида

$$a_k \cdot x^{(k)} + a_{k-1} \cdot x^{(k-1)} + \ldots + a_0 \cdot x = b \cdot u(t), \qquad (6)$$

$$x(0) = x_0.$$

По данным выборки y_i необходимо определить параметры системы $a_i, i = \overline{0,n}$, и ее порядок, который будем считать ограниченным, т. е. $m \le M$, $M \in$ Ґ. Также предположим, что в канале измерения выхода системы действует помеха $\xi : M(\xi) = 0, D(\xi) < \infty$, т. е. $y_i = x(t_i) + \xi_i$.

Это задача структурно-параметрической идентификации при неизвестном порядке системы, причем данная задача будет частично параметризована, поскольку возможную максимальную степень производной мы определяем заранее, ограничивая ей размерность пространства.

Будем считать, что для системы любого порядка ее коэффициент при старшей степени равен 1:

$$x^{(k)} + \frac{a_{k-1}}{a_k} \cdot x^{(k-1)} + \ldots + \frac{a_0}{a_k} \cdot x = \frac{b}{a_k} \cdot u(t),$$

или

$$x^{(k)} + \tilde{a}_k \cdot x^{(k-1)} + \ldots + \tilde{a}_1 \cdot x = \tilde{b} \cdot u(t).$$

Решение задачи идентификации будем искать через решение дифференциального уравнения порядка $m \le k$, такого что

$$\hat{x}^{(m)} + \hat{a}_m \cdot \hat{x}^{(m-1)} + \ldots + \hat{a}_1 \cdot \hat{x} = \hat{a}_0 \cdot u(t),$$

$$\hat{x}(0) = x_0,$$

с параметрами $\hat{a} = (0 \ \ldots \ 0 \ \hat{a}_m \ \ldots \ \hat{a}_1 \ \hat{a}_0)^T \in R^n$, т. е. $n = M + 1$, которые доставляют экстремум выбранной функции:

$$I_1(a) = \sum_{i=1}^{N} \left| y_i - \hat{x}(t_i) \right| \Big|_{\hat{a}=a} \to \min_{a \in R^n}, \qquad (7)$$

$$I_2(a) = \max_i \left| y_i - \hat{x}(t_i) \right| \Big|_{\hat{a}=a} \to \min_{a \in R^n}. \qquad (8)$$

Поскольку целевые функции (7) и (8) принимают только неотрицательные значения, то функцию пригодности можно представить в виде

$$f_{I_j}(op) = \frac{1}{1 + I_j(op)}, \ j = 1, 2.$$

Таким образом, нами были выявлены эффективные настройки на ограниченном множестве параметров. В частности, было определено, что число индивидов, подверженных локальному спуску, незначительно влияет на оценку пригодности при числе спусков свыше $\frac{1}{5} \cdot N$. В дальнейшем предполагается проведение более глубоких исследований, включающих дисперсионный анализ.

Пример 1. Пусть исходная система задана уравнением четвертого порядка

$$x'''' + x'' + 2 \cdot x' + x = u(t), \ \ u(t) = 1(t).$$

Решим задачу идентификации при $s = 100, T = 5, D(\xi) = 0,003(3)$. Считаем, что $M = 5$, тогда поиск будет осуществляться на пространстве R^6.

После прогонки алгоритма со следующими настройками: 100 поколений по 100 индивидов, турнирная селекция объемом $\frac{1}{10} \cdot N$, дискретная рекомбинации и вероятность мутации $p_m = \frac{1}{6}$ – было найдено решение $a = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 & 1{,}04 & 1 \end{pmatrix}^T$, $m = 3$. Поиск происходил по критерию (8), значение которого составило 0,199. График решения задачи идентификации и исходной выборки (рис. 3) показывает, что найденная модель полностью соответствует истинному описанию объекта.

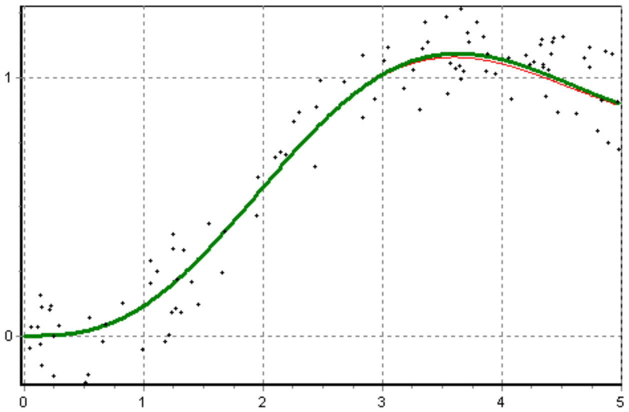

Рис. 3. Система с найденными параметрами
и исходная выборка для примера 1

В общем случае мы не имеем данных о том, является ли процесс установившимся или нет. Таким образом, найденное решение может удовлетворять условию задачи, но не являться истинным. Подтвердим это примером.

Пример 2. В условиях, при которых была решена предыдущая задача, для системы

$$x''' + 2 \cdot x'' + 2 \cdot x' + x = 1(t)$$

при аналогичных настройках алгоритма было найдено решение $a = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 4 & 0 & 1{,}85 & 1 \end{pmatrix}^T$. Полученная модель (рис. 4) неплохо аппроксимирует исходное облако точек, однако определяется системой меньшего порядка и, соответственно, с другими параметрами и большим значением критерия, равным 0,216.

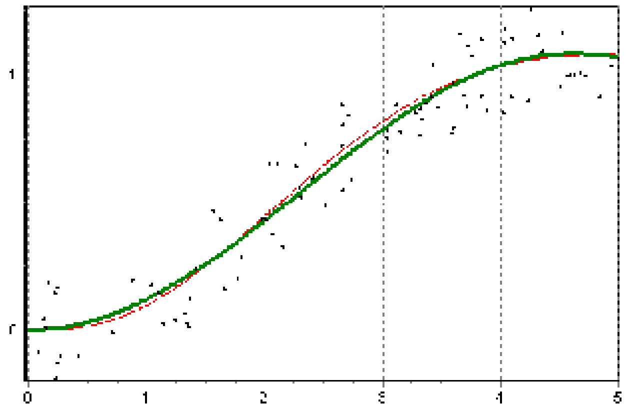

Рис. 4. Система с найденными параметрами
и исходная выборка для примера 2

Отметим, что сходимость параметров к истинным значениям может увеличиться с повышением информативность выборки. Иными словами, увеличивая объем, частоту снятия данных и время наблюдения за объектом, можно значительно повысить качество решения задачи.

Таким образом, гибридный модифицированный метод эволюционных стратегий для решения задачи структурно-параметрической идентификации линейных динамических систем в условиях непараметрической неопределенности может быть полезен для решения задач идентификации нелинейных динамических систем с известной структурой. Данные задачи являются в общем случае многоэкстремальными, поэтому требуют применения неклассического оптимизационного метода.

Библиографические ссылки

1. Beyer H.-G. Evolution strategies [Electronic resource] // Scholarpedia : site. URL: http://www.scholarpedia.org/article/Evolution_strategies (date of visit: 29.11.2010).

2. Охорзин В. А. Прикладная математика в системе MathCAD : учеб. пособие ; Сиб. гос. аэрокосмич. ун-т. Красноярск, 2004.

V. A. Okhorzin, I. C. Ryzhikov

HYBRID MODIFIED EVOLUTION STRATEGIES METHOD FOR DYNAMIC SYSTEM IDENTIFICATION

The article covers linear and nonlinear parametric dynamic system identification approach, that is based on evolutionary strategies algorithm, and method of linear dynamic system structure identification.

Keywords: identification, evolution strategies, structure, parameters, dynamic.

УДК 519.872 621.312 519

С. С. Бежитский, Е. А. Головенко, В. А. Горемыкин, М. В. Первухин

О РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО ВЫБОРА ПАРАМЕТРОВ ПИТАНИЯ ЛИНЕЙНОЙ ИНДУКЦИОННОЙ МАШИНЫ ГЕНЕТИЧЕСКИМ АЛГОРИТМОМ С ЛОКАЛЬНЫМ ПОИСКОМ*

Описывается подход к выбору оптимального варианта параметров питания линейной индукционной машины. Оптимизация структуры проводилась с использованием эволюционного алгоритма глобальной оптимизации с уточнением найденного решения локальным поиском. Установлены полезные свойства целевой функции выбора оптимальной структуры индукционной машины.

Ключевые слова: параметрическая оптимизация, численное моделирование, бегущее магнитное поле, линейные индукционные машины.

Постановка задачи оптимизации структуры ЛИМ. Линейные индукционные машины (ЛИМ) с повышенным рабочим зазором широко используются в металлургии с целью повышения производительности и энергетической эффективности плавильно-литейных агрегатов. Увеличение рабочего зазора обусловлено необходимостью расположения теплоизоляции между индуктором и рабочим телом (расплавом металла). Наличие в ЛИМ значительного немагнитного зазора определяет особенности их конструкции и режимы работы. В частности, для эффективной работы ЛИМ существенными становятся продольный и поперечный краевые эффекты, которые значительно усложняют расчеты при проектировании и моделировании функционирования ЛИМ классическими методами. Следовательно, возникает необходимость в применении численного имитационного математического моделирования с использованием коммерческих пакетов, которые позволяют учитывать краевые эффекты при изучении процессов, происходящих в ЛИМ [1].

Линейные индукционные машины металлургического назначения предназначены для бесконтактного силового воздействия на расплавы металлов в печах и миксерах с целью их перемешивания, дозирования и транспортировки (рис. 1). Индуктор ЛИМ состоит из ферромагнитного сердечника, собранного из листов электротехнической стали, и многофазной обмотки, расположенной в пазах сердечника. Обычно применяют трехфазные обмотки, аналогичные обмоткам нормальных асинхронных машин.

Рис. 1. Общий вид плоской ЛИМ

При питании плоской ЛИМ переменным током в зазоре между сердечником и рабочим телом возникает бегущее магнитное поле, подобное вращающемуся полю асинхронной электрической машины. Это магнитное поле индуктирует в металле токи, что приводит к возникновению электромагнитных сил, под действием которых развивается усилие и металл приходит в движение [1].

*Работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009–2013 гг.» (НИР НК136П/3).