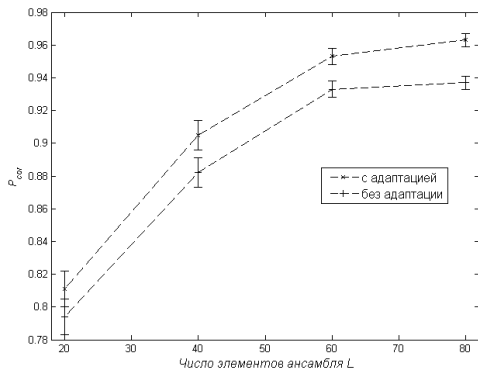


чайно выбранном подпространстве переменных размерности 3. Параметры $\alpha = 2$, $\tau = 0,05$, в качестве функции f , задающей вид расстояния между высказываниями, выбрана f_1 .



Алгоритм построения коллектива таксономических деревьев решений с адаптацией и без адаптации (указаны 95%-е доверительные интервалы для вероятности правильной классификации)

Качество группировки определяется как частота правильной классификации $P_{\text{кор}}$. Усреднение проводится по 100 случайным выборкам, являющихся реализациями смеси указанных распределений. Оценивается 95%-й доверительный интервал для вероятности правильной классификации. Полученные результаты моделирования позволяют сделать вывод о том, что

при достаточно большом числе элементов ансамбля адаптивный алгоритм дает значительно более высокое качество классификации по сравнению с разработанным ранее вариантом, в котором адаптация не используется (см. рисунок).

Таким образом, предложен алгоритм адаптивного планирования ансамбля таксономических деревьев решений, использующий расстояния между логическими высказываниями, описывающими кластеры. Результаты статистического моделирования подтвердили эффективность разработанной процедуры. В дальнейшем планируется применить данный алгоритм в задаче анализа биомедицинской информации, относящейся к устойчивости паразитарной системы клещевого энцефалита, а также для обработки спутниковых и натурных данных.

Библиографические ссылки

1. Strehl A., Ghosh J. Clustering ensembles – a knowledge reuse framework for combining multiple partitions // J. of Machine Learning Research. 2002. Vol. 3. P. 583–617.
2. Бериков В. Б. Кластерный анализ с использованием коллектива деревьев решений // Науч. вестн. Новосиб. гос. техн. ун-та. 2009. № 3 (36). С. 67–76.
3. Лбов Г. С., Бериков В. Б. Устойчивость решающих функций в задачах распознавания образов и анализа разнотипной информации. Новосибирск : Изд-во Ин-та математики, 2005.

V. B. Berikov

ALGORITHM FOR ADAPTIVE PLANNING OF AN ENSEMBLE OF TAXONOMIC DECISIONS TREES

We suggest an approach to cluster analysis based on the ensemble of taxonomic decisions trees. The adaptive algorithm for the ensemble planning that uses distances between logic statements describing clusters is offered. The results of statistical modeling confirm the efficiency of the algorithm.

Keywords: cluster analysis, ensemble, decisions tree.

© Бериков В. Б., 2010

УДК 681.3

А. В. Бобров, Е. А. Перепелкин

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ СПЕКТРАЛЬНОЙ МАТРИЧНОЙ НОРМЫ

Рассматривается проблема восстановления изображения. Описывается нелинейный гауссовский фильтр, построенный на основе спектральной матричной нормы. Приводятся результаты численных экспериментов, подтверждающие преимущество данного фильтра по сравнению с линейным гауссовским фильтром.

Ключевые слова: восстановление изображения, гауссовский фильтр, спектральная норма матрицы.

Пусть изображение задано в виде неотрицательной вещественной матрицы A размером $n \times m$ с элементами $a_{ij} \in [0, a_{\max}]$. Будем считать, что изображение содержит искаженные пиксели. Координаты иска-

женных пикселей известны, соответствующие элементы матрицы изображения равны нулю. Необходимо восстановить искаженные пиксели.

Для восстановления изображения применяют пространственные и частотные фильтры [1; 2].

Например, оценка значения пикселя a_{ij} в пространственном линейном сглаживающем фильтре определяется по формуле

$$\hat{a}_{ij} = \sum_{p=-r}^r \sum_{q=-r}^r w_{p+r+1, q+r+1} a_{i+p, j+q}, \quad (1)$$

где r – радиус фильтра; w_{kl} – весовые коэффициенты фильтра

$$w_{kl} \geq 0, \quad \sum_{k=1}^{2r+1} \sum_{l=1}^{2r+1} w_{kl} = 1.$$

В случае равенства весов

$$\hat{a}_{ij} = \frac{1}{(2r+1)^2} \sum_{p=-r}^r \sum_{q=-r}^r a_{i+p, j+q}.$$

Матрица W размером $(2r+1) \times (2r+1)$, составленная из весов w_{kl} , называется ядром фильтра. Часто применяется гауссовский фильтр, ядро которого определяется функцией

$$w_{kl} = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{(k-r-1)^2 + (l-r-1)^2}{2\sigma^2}\right).$$

Радиус гауссовского фильтра r можно задать равным 3σ .

В данной статье описывается нелинейный гауссовский сглаживающий фильтр, построенный на основе спектральной матричной нормы.

Рассмотрим линейный фильтр (1). Заметим, что оценка значения a_{ij} может быть получена в результате минимизации нормы Фробениуса

$$\hat{a}_{ij} = \arg \min_s \|B_{ij}(s)\|_F \quad (2)$$

матрицы $B_{ij}(s) = sE - (2r+1)^2 W \cdot A_{ij}$, где E – матрица с единичными элементами;

$$A_{ij} = \begin{bmatrix} a_{i-rj-r} & \dots & a_{i-rj+r} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{i+rj-r} & \dots & a_{i+rj+r} \end{bmatrix};$$

точка в выражении $W \cdot A_{ij}$ обозначает операцию поэлементного произведения матриц.

В вычислительной математике и методах анализа данных наряду с нормой Фробениуса применяется спектральная матричная норма [3], обладающая свойством грубости (робастности) по отношению к изменениям в элементах матрицы [4]. Заменим норму Фробениуса в выражении (1) на спектральную норму. Получим оценку

$$\hat{a}_{ij} = \arg \min_s \|B_{ij}(s)\|_2, \quad (3)$$

где $\|B_{ij}\|_2$ – максимальное сингулярное число матрицы B_{ij} .

Фильтр (3) является нелинейным гауссовским фильтром. Вычислить значение \hat{a}_{ij} несложно, по-

скольку s – это скалярная переменная, принимающая значения в заданном интервале $s \in [0, a_{\max}]$.

Качество восстановления изображения можно оценить по нескольким критериям:

– критерию отношения сигнала к шуму [2]:

$$d(A, \hat{A}) = 10 \log_{10} \frac{255^2 nm}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (a_{ij} - \hat{a}_{ij})^2}; \quad (4)$$

– критерию максимального отклонения:

$$d_{\max}(A, \hat{A}) = \max_i \max_j |a_{ij} - \hat{a}_{ij}|; \quad (5)$$

– критерию на основе нормы Фробениуса:

$$d_F(A, \hat{A}) = \frac{\|A - \hat{A}\|_F}{\|A\|_F}; \quad (6)$$

– критерию на основе спектральной нормы:

$$d_2(A, \hat{A}) = \frac{\|A - \hat{A}\|_2}{\|A\|_2}. \quad (7)$$

Два последних критерия позволяют оценить качество восстановления изображения в процентном отношении.

В качестве примера рассмотрим черно-белое изображение, представленное в виде матрицы размером 400×600 (рис. 1). Элементы матрицы принимают значения от 0 до 255, что соответствует восьмибитному кодированию изображения. Файл с изображением взят с сайта <http://freefoto.com>.



Рис. 1. Исходное изображение

Введем следующие обозначения: A – исходное изображение; \bar{A} – изображение с искаженными пикселями; \hat{A} – восстановленное изображение. Искаженные пиксели имеют нулевое значение, что соответствует черному цвету (рис. 2).

Восстановление изображения выполнялось на основе линейного (ЛГФ) (рис. 3) и нелинейного гауссовских фильтров (НГФ) (рис. 4) с параметрами $r = 2$, $\sigma = 2/3$.

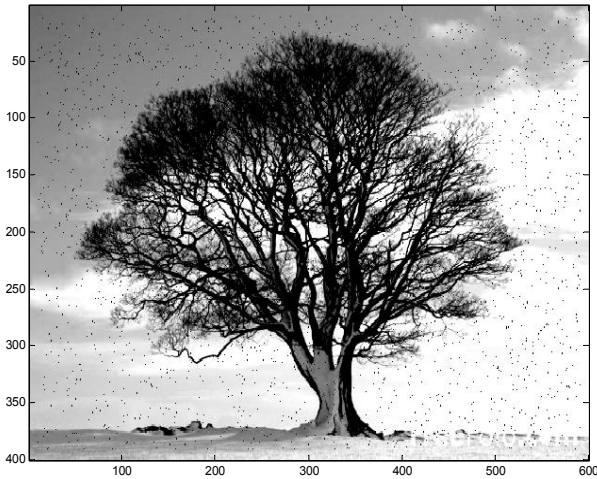


Рис. 2. Изображение с искаженными пикселями



Рис. 3. Изображение, восстановленное на основе линейного гауссовского фильтра

Расчеты выполнялись в системе MATLAB с использованием базовых функций чтения, записи и визуализации изображений [5].

Результаты расчетов, приведенные в таблице, показывают, что нелинейный гауссовский фильтр дает

лучший результат по критериям (4)...(7), чем линейный гауссовский фильтр.



Рис. 4. Изображение, восстановленное на основе нелинейного гауссовского фильтра

Таким образом, нелинейный гауссовский фильтр, построенный на основе спектральной матричной нормы, может быть использован для восстановления искаженных пикселей изображений. Численные эксперименты подтверждают работоспособность данного фильтра и возможность его применения для решения практических задач цифровой обработки изображений.

Библиографические ссылки

1. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. М. : Техносфера, 2005.
2. Алгоритмические основы растровой машинной графики / Д. В. Иванов, А. С. Карпов, Е. П. Кузьмин и др. М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007.
3. Воеводин В. В., Кузнецов Ю. А. Матрицы и вычисления. М. : Наука, 1984.
4. Лоусон Ч., Хенсон Р. Численное решение задач метода наименьших квадратов. М. : Наука, 1986.
5. Гонсалес Р., Вудс Р., Эддинс С. Цифровая обработка изображений в среде MATLAB. М. : Техносфера, 2006.

Качество восстановления изображения

Фильтр	$d(A, \bar{A})$	$d(A, \hat{A})$	$d_{\max}(A, \bar{A})$	$d_{\max}(A, \hat{A})$	$d_F(A, \bar{A})$	$d_F(A, \hat{A})$	$d_2(A, \bar{A})$	$d_2(A, \hat{A})$
ЛГФ	24,3	32,6	255	147	0,096	0,037	0,013	0,0049
НГФ	24,3	38,2	255	141	0,096	0,019	0,013	0,0029

A. V. Bobrov, E. A. Perepelkin

IMAGE RECONSTRUCTION BASED ON SPECTRAL MATRIX NORM

A problem of image reconstruction is considered. Nonlinear Gaussian filter, built on the basis of the spectral matrix norm, is described. Results of numerical experiments confirming advantage of the given filter in comparison with linear Gaussian filter are discussed.

Keywords: images reconstruction, Gaussian filter, spectral matrix norm.

© Бобров А. В., Перепелкин Е. А., 2010