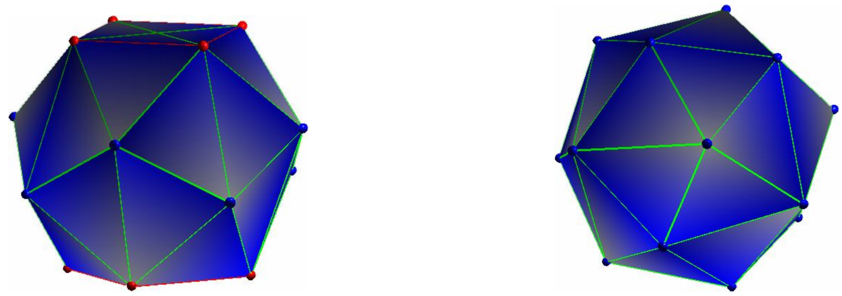
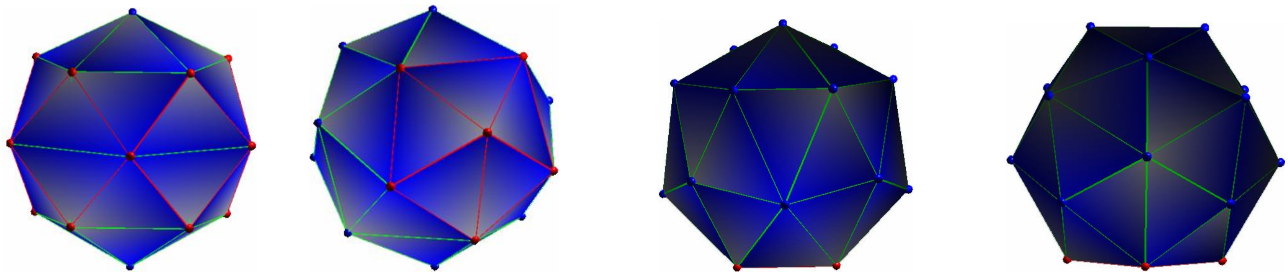


N = 16 (равновесная конфигурация) *N* = 16 (минимальная конфигурация)

Рис. 7



N = 17 *N* = 18 *N* = 19 *N* = 20

Рис. 8

Таким образом, были исследованы системы зарядов, обладающие минимальной потенциальной энергией. Большой интерес также представляют равновесные конфигурации, являющиеся локальными минимумами, а также вероятности распределения зарядов в той или иной конфигурации.

L. A. Kozinkin

DIRECT STATISTICAL SIMULATION METHOD IN THOMSON'S PROBLEM

In the article the author presents results of search of minimal and stable arrangements of points on a sphere with the help of Monte Carlo method. Analysis of new arrangements is carried out.

Keywords: Thomson's problem, direct statistical simulation method.

УДК 621.396.6/0751

Е. И. Кротова

МЕТОД ОЦЕНКИ ВЛИЯНИЯ АДДИТИВНЫХ ПОМЕХ НА ВХОДЕ ПРИЕМНИКА СИГНАЛОВ С ПОМОЩЬЮ ИДЕНТИФИКАЦИИ ВИДОВ ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Рассмотрен метод оценки влияния помех с различными законами распределения на входе приемника телекоммуникационной системы по комбинированному параметру идентификации на сигнал с модуляцией минимальным частотным сдвигом.

Ключевые слова: информация, закон распределения, идентификация, помехи.

Система связи должна быть спроектирована так, чтобы она могла наилучшим образом противостоять действию помех. Для этого необходимо знать характеристики этих помех и анализировать их влияние на информационный сигнал.

В качестве основных параметров, характеризующих качество связи, используются отношение сигнал/шум, коэффициент вариации и т. п.

В современных системах связи применяются сигналы, обеспечивающие высокую помехоустойчивость, к которым, в частности, относятся сигналы с манипуляцией минимальным частотным сдвигом (ЧМн). При индексе модуляции, равном 0,5, ЧМн-сигналы имеют большее сосредоточение энергии в центральной области спектра, что обеспечивает высокую помехоустойчивость к несосредоточенным помехам.

В случае же сосредоточенных помех помехоустойчивость оказывается прямо пропорциональной индексу модуляции.

Обычно влияние помех оценивается пороговыми устройствами, в основе работы которых лежат различные методы принятия решений, использующие различные критерии; например критерий Неймана-Пирсона [1].

Для того чтобы получить аналитические выражения для оптимального алгоритма (правила) обработки смеси при принятии решений (гипотез) о действии сигнала или его отсутствии, нужно вероятностно описать смесь на входе системы при наличии в ней сигнала и помехи или действии только одной помехи. Принятие решения о наличии сигнала сопровождается минимальным средним риском:

$$l\left(x\right)=\frac{p\left(x_1\,x_2\ldots x_{k_{\text{п}}}\,/\,sn\right)}{p\left(x_1\,x_2\ldots x_{k_{\text{п}}}\,/\,n\right)}>\Pi\ , \qquad (1)$$

где $\Pi = r_{\text{пр}}P(s)/r_{\text{л.о}}P(0)$ – порог; $l(x)$ – отношение правдоподобия; $p(x_1x_2\ldots\, x_{k_{\text{п}}}\,/sn)$, $p(x_1x_2\ldots\, x_{k_{\text{п}}}\,)$ – плотности вероятности смеси сигнала и помехи и одной помехи соответственно [1].

Проводя анализ дезинформационного действия случайных помех с различными законами распределения вероятностей, К. Шеннон пришел к выводу, что вносимая помехой дезинформация определяется не только мощностью этой помехи, т. е. ее среднеквадратичным отклонением (СКО) σ, но и видом закона распределения помехи [2]. Анализируя математические операции, предусмотренные выражением (1), можно синтезировать оптимальную схему обнаружителя дискретного радиосигнала [3].

В данной статье представлен метод, позволяющий оценивать и контролировать сигнал и помехи на входе приемного устройства системы связи ЧМн-сигналов в реальном времени по комбинированному параметру идентификации плотности вероятности их выборочных значений.

Частотная манипуляция с минимальным сдвигом – это двоичная цифровая частотная манипуляция. Такой сигнал может быть представлен в виде [4]:

$$y(t)=\cos(\omega_0 t+\frac{C_k\pi}{2T}t+\varphi_0)\ , \qquad (2)$$

где $\varphi(t)$ – изменение фазы:

$$\varphi(t)=\frac{C_k\pi[t-(k-1)T]}{2T}+\sum_{j=1}^{k-1}\frac{C_j\pi}{2}\varphi_0; \qquad (3)$$

$kT\le t\le(k+1)T$, $k=1,2,3,\ldots$; $\omega_0=2\pi f_0$ – средняя частота сигнала; T – длительность единичного символа; φ_0 – начальная фаза.

Для того чтобы использовать тот или иной метод приема, необходимо знать вид помехи, воздействующей на сигнал, т. е. закон ее распределения. При наблюдении проводится анализ законов распределения исходного сигнала и смеси. Существуют несколько методов идентификации законов распределения, однако интерес представляют только те из них, которые обеспечивают однозначность идентификации.

Анализ дезинформационного действия случайных помех с различными законами распределения вероятностей приводит к выводу, что вносимая помехой дезинформация зависит не только от мощности этой помехи, т. е. ее СКО, но и от вида закона распределения этой помехи [4].

Возможность идентификации формы распределения экспериментальных данных ограничена прежде всего малостью объема выборки. При большом объеме выборки, например в несколько тысяч наблюдений, построение гистограммы позволяет получить достаточно плавную кривую, отражающую все характерные особенности наблюдаемого закона, но потребует значительного времени обработки данных.

Однозначность идентификации при малых объемах выборки можно обеспечить, если в качестве параметра идентификации использовать коэффициент Z, получаемый при суммировании отношения коэффициента энтропии k к контрэксцессу χ с коэффициентом асимметрии A, который умножается на масштабирующий коэффициент 4 [5]:

$$Z=\frac{k}{\chi}+4A\ . \qquad (4)$$

При введении данного параметра точность идентификации резко повышается благодаря однозначности идентификации при различных объемах выборки.

Алгоритм идентификации вида распределения случайного процесса по параметру Z можно реализовать, используя выборочные значения наблюдаемого процесса. Этот алгоритм состоит из пяти шагов.

Шаг 1. Определяется значение контрэксцесса χ и асимметрии A:

– находится математическое ожидание:

$$m_1^*=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i\ , \qquad (5)$$

где n – число измерений; x_i – значение случайной величины;

– определяется оценка момента третьего порядка:

$$\mu_3^*=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-m_1^*\right)^3\ ; \qquad (6)$$

– находится оценка момента четвертого порядка:

$$\mu_4^*=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-m_1^*\right)^4\ ; \qquad (7)$$

– вычисляется оценка дисперсии:

$$\sigma^{2*}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-m_i^*\right)^2\ ; \qquad (8)$$

– находятся эксцесс:

$$\varepsilon=\frac{\mu_4^*}{\sigma^{*4}}\ , \qquad (9)$$

и контрэксцесс:

$$\chi=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}\ ; \qquad (10)$$

– определяется асимметрия:

$$A = \frac{\mu_3^*}{\sigma^{*3}}. \quad (11)$$

Шаг 2. Определяется энтропийный коэффициент $k_э$ – числовая характеристика формы распределения по той же выборке, для чего рассматривается массив исследуемого процесса и гистограмма и используется оценка среднеквадратического значения:

$$k_э = \frac{d \cdot n}{2 \cdot \sigma^*} 10^{-\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{m} n_j \lg n_j}, \quad (12)$$

где d – ширина столбца гистограммы; n – объем выборки; σ – среднеквадратическое отклонение; m – число столбцов гистограммы $m = 4\ln(n)$; n_j – число наблюдений в столбце.

Шаг 3. Определяется параметр Z по формуле (4).

Шаг 4. Вычисляется величина абсолютного значения отклонения отношений $|\, d_i(Z) \,|$, которая характеризует отличие исследуемого распределения от теоретического для данного закона распределения и заданного объема выборки:

$$|\, Z_{эт} - Z \,| = d_i(Z), \quad (13)$$

где $Z_{эт}$ – параметр отношения для теоретического закона распределения; Z – параметр исследуемого распределения.

Шаг 5. Величина $d_i(Z)$ сравнивается с допустимым значением отклонения $d_{эi}(Z)$, результат сравнения S_i является определяющим параметром, характеризующим вид распределения.

Экспериментальные кривые, полученные при исследовании зависимости предложенного параметра идентификации вида закона распределения Z, определяемого по формуле (4), от объема выборки (рис. 1), при объемах выборки $n > 20$ не пересекаются и не лежат близко друг к другу, что позволяет однозначно идентифицировать вид распределения при объемах выборки $n > 20$. При этом относительная погрешность определения параметра Z в зависимости от объема выборки не превышает 8 % (рис. 2).

Рассматриваемый метод был применен для исследования влияния аддитивных помех с различными законами распределения: нормальным, лапласовским и арксинусоидальным – на ЧМн-сигнал.

Параметры эксперимента: несущая частота ЧМн-сигнала $f_н$ = 10 МГц; объем выборки экспериментальных данных n = 1 000; полоса частот 100 КГц; индекс модуляции d = 0,5; распределение сигнала в отсутствии помех идентифицировано как арксинусоидальное. Исследовалась аддитивная смесь сигнала и помехи.

В результате проведения экспериментов было установлено, что помехоустойчивость ЧМн-сигнала при аддитивном воздействии лапласовской помехи при отношении «сигнал/помеха» (ОСП) более 1 по мощности хуже, чем при воздействии нормальной помехи (рис. 3). При ОСП < 1 помехоустойчивость ЧМн-сигнала при воздействии лапласовской и нормальной помех примерно одинакова. Арксинусная помеха при всех отношениях «сигнал/помеха» оказывает минимальное воздействие на вид распределения ЧМн-сигнала (минимум параметра Z на графиках соответствует близости распределения смеси сигнала и помехи к арксинусоидальному распределению ЧМн-сигнала).

Полученные результаты также свидетельствуют об уменьшении коэффициента вариации γ при ОСП < 0,5, что соответствует уменьшению величины разброса данных смеси сигнала и помехи от среднего значения (рис. 4). При ОСП > 0,5 коэффициент вариации не изменяется. Таким образом, ОСП = 0,5 является пороговым для ЧМн-сигнала при воздействии аддитивной помехи.

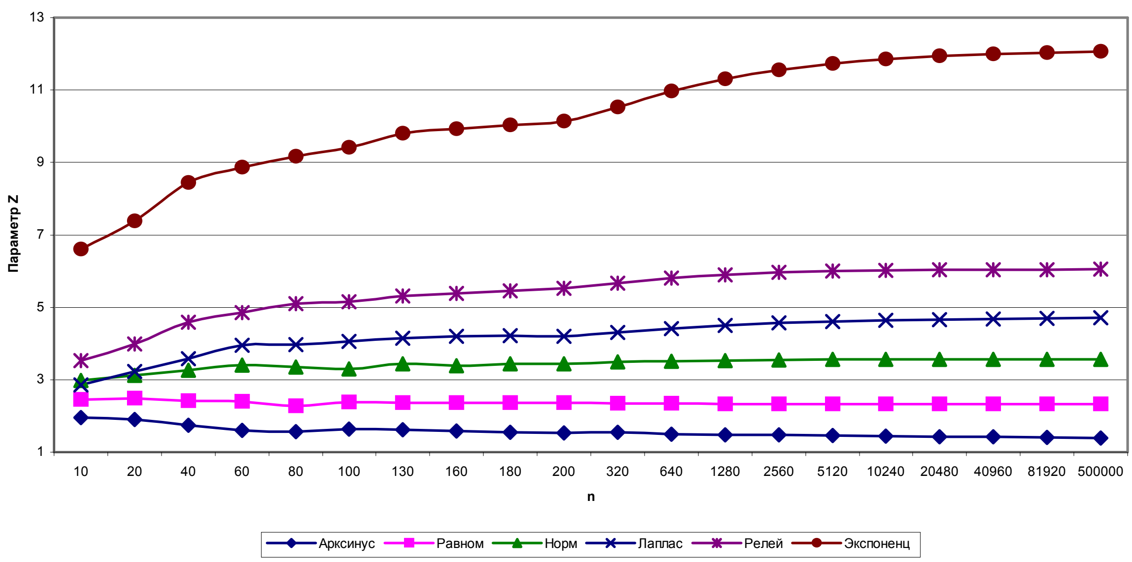


Рис. 1. Зависимость параметра Z от объема выборки при различных законах распределения

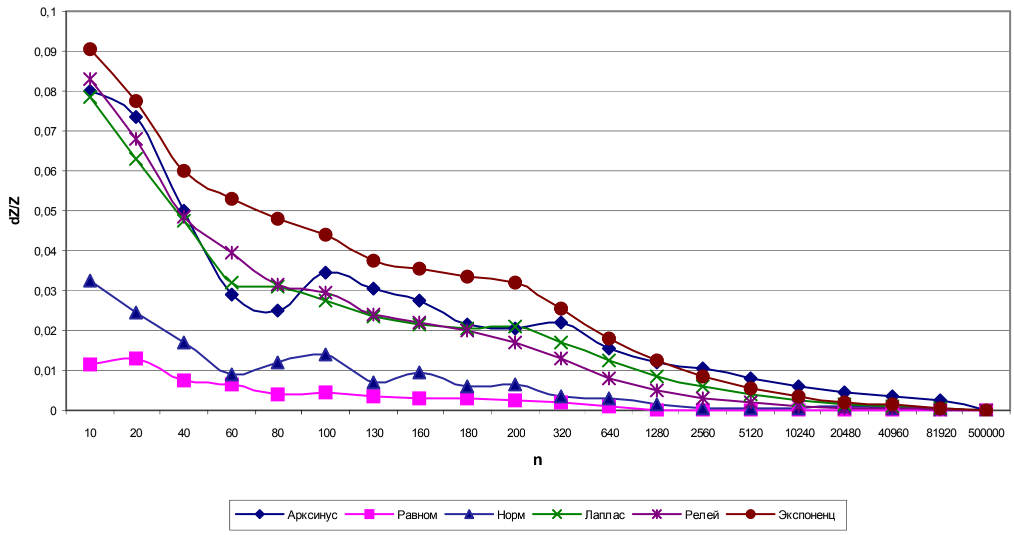


Рис. 2. Зависимость относительной ошибки определения параметра Z от объема выборки

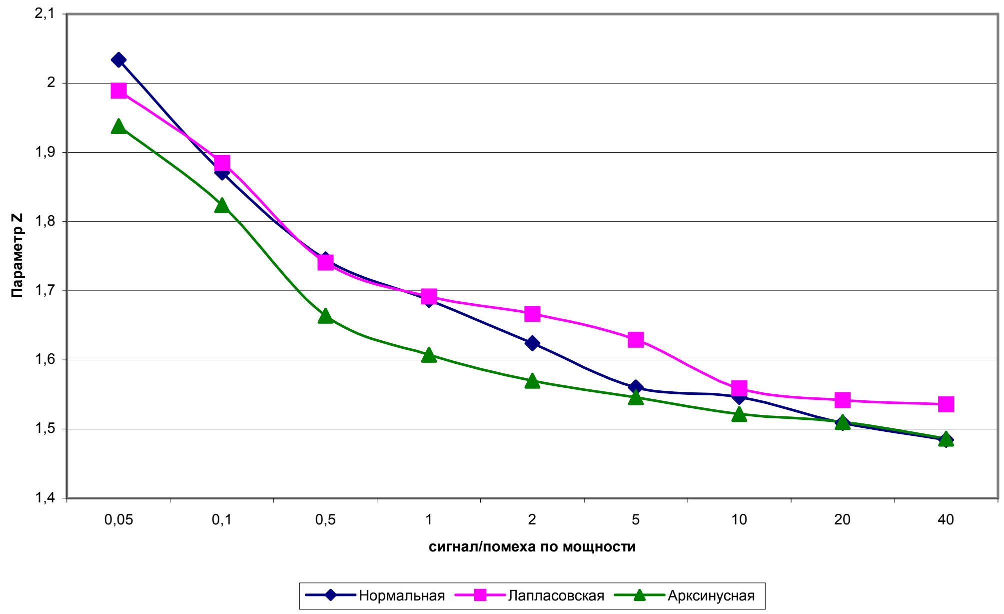


Рис. 3. Зависимость параметра Z от отношения «сигнал/помеха» по мощности при воздействии на ЧМн-сигнал помех с различными законами распределения для полосы частот 100 КГц

Если рассматривать зависимость относительной ошибки определения параметра Z от отношения «сигнал/помеха» по мощности для полос частот 100 КГц и помех с нормальным, лапласовским и арксинусоидальным распределениями (рис. 5), то можно отметить увеличение относительной ошибки определения параметра Z при уменьшении ОСП до значения 0,1 и дальнейшее уменьшение ошибки после достижения этого значения, что объясняется изменением вида закона распределения аддитивной смеси сигнала и помехи при данных значениях соотношений «сигнал/помеха»: распределение меняется с арксинусоидального на равномерное. При этом значении происходит подавление ЧМн-сигнала помехой. Относительная ошибка определения параметра Z во всех случаях не превышает значения $dZ/Z = 0{,}22$.

Анализ предложенного метода оценки влияния помех на ЧМн-сигнал с помощью параметра идентификации вида закона распределения Z показал, что данный параметр может быть использован для качественной и количественной оценки наличия помехи в аддитивной смеси ЧМн-сигнала и помех с различными законами распределения. В отличие от коэффициента вариации γ параметр Z изменяет численное значение не только при ОСП < 1, но и при ОСП >1. Параметр Z также обладает большей чувствительностью к наличию помехи по сравнению с коэффициентом вариации γ.

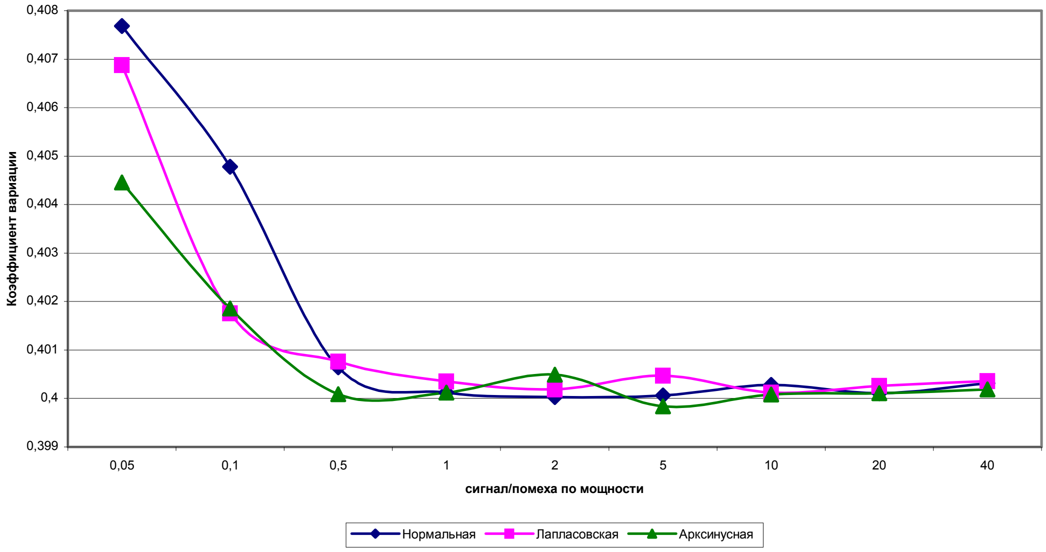


Рис. 4. Зависимость коэффициента вариации γ от ОСП по мощности при воздействии на ЧМн-сигнал помех с различными законами распределения для полосы частот 100 КГц

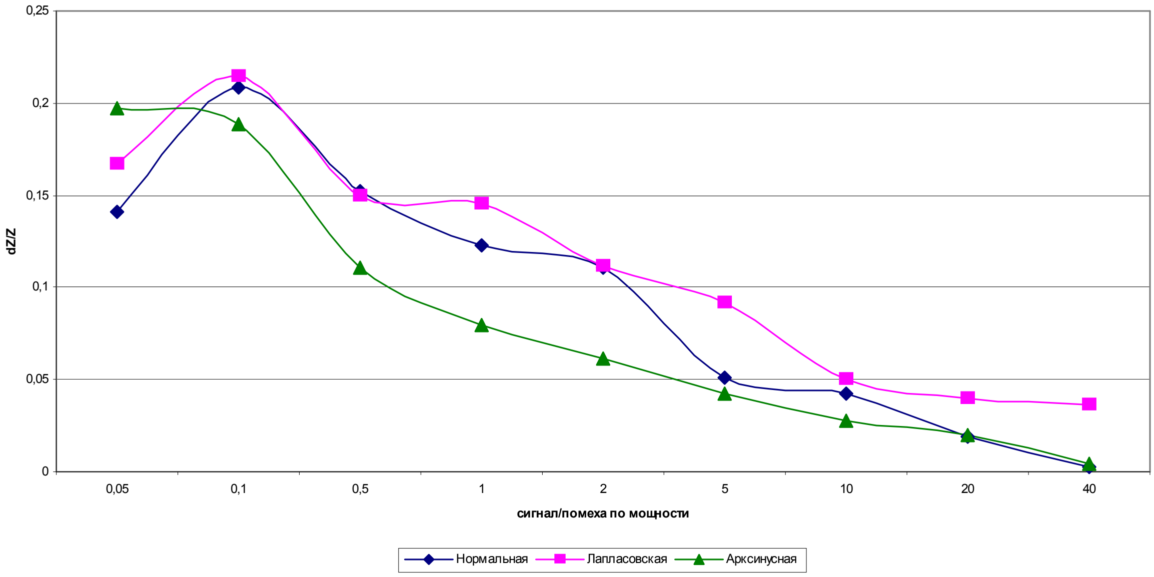


Рис. 5. Зависимость относительной ошибки определения параметра Z от ОСП по мощности для полосы частот 100 КГц при воздействии на ЧМн-сигнал помех с различными законами распределения

Моделирование проводилось с погрешностью идентификации вида распределения по параметру Z менее 8 % при объемах выборки $n > 100$ для всех рассматриваемых распределений. По степени уменьшения негативного воздействия на ЧМн-сигнал исследуемые помехи располагались в следующем порядке: лапласовская, нормальная и арксинусная.

Таким образом, использование данного метода дает следующие преимущества:

– однозначность идентификации при малых объемах выборки;

– легкую реализацию с помощью ЭВМ, при этом исключаются аналоговые методы обработки, что ведет к удешевлению системы (для сложных систем);

– универсальность алгоритма (для новых условий достаточно модифицировать программу).

Кроме того, информация о виде распределения помехи, которая присутствует в канале связи, и параметр идентификации Z могут использоваться для повышения эффективности работы автоматических систем.

Библиографические ссылки

1. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. М. : Сов. радио, 1966.

2. Феер К. Беспроводная цифровая связь. М. : Радио и связь, 2000.

3. Фомин А. Ф. Помехоустойчивость систем передачи непрерывных сообщений. М. : Сов. радио, 1975.

4. Новицкий П. В., Зограф И. А. Оценка погрешностей результатов измерений. Л. : Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1985.

5. Кротова Е. И. Идентификация типа распределений результатов экспериментальных исследований // Изв. вузов. Химия и хим. технология. 1998. № 1. С. 57–59.

E. I. Krotova

METHOD OF ESTIMATION OF INFLUENCE OF ADDITIVE DISTURBANCE ON INPUT OF A RECEIVER OF SIGNALS WITH THE HELP OF IDENTIFICATION OF KINDS OF DISTRIBUTION LOWS

In the article a method of estimation of influence of additive disturbance with various laws of distribution on an input of the receiver of telecommunication system according to combined parameter of identification for signals with modulation by the minimal frequency shift is considered.

Keywords: information, law of distribution, identification, disturbance.

УДК 519.233.5

Н. Н. Щелканов

РОБАСТНЫЙ МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ ЛИНЕЙНОЙ РЕГРЕССИИ МЕЖДУ ДВУМЯ ФИЗИЧЕСКИМИ ВЕЛИЧИНАМИ С УЧЕТОМ ИХ СЛУЧАЙНЫХ ПОГРЕШНОСТЕЙ

Представлена обобщенная формула, позволяющая находить коэффициенты регрессии линейного уравнения $Y = K_0 + K_1 X$ для общего случая, когда разброс точек в корреляционной связи величин X и Y обусловлен как их случайными погрешностями измерений, так и неконтролируемыми физическими факторами. Все известные выражения для коэффициентов регрессии оказались частными случаями полученной формулы.

Ключевые слова: робастный метод, линейная регрессия, случайные погрешности.

При работе с разными массивами данных часто возникает необходимость нахождения коэффициентов линейной регрессии между двумя случайными физическими величинами. В большинстве случаев коэффициенты регрессии имеют конкретный физический смысл и для корректной интерпретации полученных результатов очень важно найти их значения наилучшим образом.

Существует несколько формул для определения коэффициентов регрессии [1–3], но не для всех формул есть общее понимание, в каких случаях их следует использовать. В настоящее время отсутствует единый подход к нахождению коэффициентов линейной регрессии для общего случая, когда разброс точек в корреляционной связи между двумя величинами обусловлен как их случайными погрешностями измерений, так и неконтролируемыми физическими факторами.

Постановка задачи. Рассмотрим две случайные физические величины X_0 и Y_0, между которыми существует статистическая корреляционная связь. Предположим, что эта связь может быть описана линейной зависимостью

$$Y_0 = K_0 + K_1 X_0. \quad (1)$$

Требуется найти коэффициенты регрессии K_0 и K_1, которые наилучшим образом отражают физическую взаимосвязь между ними.

Так как X_0 и Y_0 измеряются со случайными погрешностями, то на практике мы имеем дело с величинами X и Y, для которых уравнение регрессии запишется в виде

$$Y = K_0 + K_1 X. \quad (2)$$

Запись уравнений (1) и (2) с одинаковыми коэффициентами регрессии показывает, что последние не должны зависеть от случайных погрешностей измеренных величин X и Y. В дальнейшем будем говорить о нахождении только коэффициента регрессии K_1, так как K_0 вычисляется после нахождения K_1 по известной формуле

$$K_0 = \overline{Y} - K_1 \cdot \overline{X}, \quad (3)$$

где $\overline{X}$ и $\overline{Y}$ – средние значения X и Y.

Новый подход к нахождению коэффициента регрессии K_1. Этот подход заключается в следующих моментах:

– случайные величины X и Y нормируются на значения $\sqrt{\delta_X^2 + \delta_{X_0}^2}$ и $\sqrt{\delta_Y^2 + \delta_{Y_0}^2}$ соответственно, где δ_X и δ_Y – случайные среднеквадратические погрешности измерения X и Y для рассматриваемого массива данных; δ_{X_0} и δ_{Y_0} – некоторые величины, характеризующие разброс точек в корреляционной связи физических величин X_0 и Y_0 за счет неконтролируемых физических параметров;