

N. N. Shchelkanov

## ROBUST METHOD FOR CONSTRUCTION OF LINEAR REGRESSION BETWEEN TWO PHYSICAL PARAMETERS IN VIEW OF THEIR RANDOM ERRORS

*In the article the author presents a generalized equation for determination of the regression coefficients of the linear equation  $Y = K_0 + K_1 X$  for a general case, when spread of points in correlation between  $X$  and  $Y$  is caused both by random measurement errors and by uncontrollable physical factors. All the known equations for the regression coefficients appeared to be particular cases of the equation obtained.*

*Keywords: robust method, linear regression, random errors.*

Щелканов Н. Н., 2010

УДК 519.6

В. М. Белолипецкий, С. Н. Генова

## ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ГИДРОЛЕДОТЕРМИЧЕСКОГО РЕЖИМА РЕКИ АНГАРЫ

*Рассматривается компьютерное моделирование гидроледотермического режима реки Ангары выше и ниже плотины строящейся Богучанской ГЭС.*

*Ключевые слова: гидроледотермика, ГЭС, длина полыньи.*

Зарегулирование плотинами гидроузлов вносит существенные изменения в природные условия прилегающих районов. Изменяются температурные и скоростные режимы реки как выше, так и ниже гидроузла. Смена температурного режима оказывает влияние на развитие речной флоры и фауны, а понижение температуры в летний период приводит к уменьшению самоочищающей способности реки. Для полной оценки экологического воздействия строящейся Богучанской ГЭС необходимо знать прогноз гидротермического и ледового режима реки выше и ниже плотины и выработать рекомендации по уменьшению негативного влияния строительства ГЭС.

Для выполнения прогнозных расчетов используются разработанные в Институте вычислительного моделирования Сибирского отделения Российской академии наук математические модели и вычислительные программы, которые применялись для исследования гидроледотермических процессов в бьефах Красноярской, Туруханской и Средне-Енисейской ГЭС [1].

Математические модели гидротермических процессов в водоемах строятся на основе уравнений механики жидкости и теплопереноса с учетом специфики рассматриваемых задач. Для описания гидротермического режима водохранилища используются уравнения гидротермодинамики в приближении пограничного слоя с учетом коэффициента вертикального турбулентного обмена, который определяется по формуле Обухова. В модели учитываются тепловые потоки через свободную поверхность и напряжение трения ветра. Для численного решения уравнения теплопроводности применяются неявные разностные схемы. Полученные системы линейных алгебраиче-

ских уравнений решаются методом прогонки. Для медленных течений в водохранилищах большой протяженности задача сводится к двумерной модели течения путем применения оператора осреднения по ширине. Скорости течения находятся из решения задачи для функции тока.

Для исследования неустановившихся течений в нижнем бьефе ГЭС используется одномерная постановка соответствующих гидравлических задач, основанных на использовании классических уравнений Сен-Венана. Математическая модель температурного режима водного потока основана на упрощенном одномерном уравнении переноса для средней по сечению температуры воды, учитывающем теплообмен с атмосферой. При наличии притоков температура воды определяется как средневзвешенная.

При изучении ледотермических режимов открытых водотоков основной интерес представляет определение изменений во времени положения створа кромки ледяного покрова (ЛП), толщины ледяного покрова по длине водотока, расхода и общего количества образующейся шуги. При этом различают три основных ледотермических режима в каналах и нижних бьефах ГЭС:

- перемещение кромки льда вверх по течению (наступление) имеет место, когда кромка ЛП расположена ниже створа нулевой изотермы;
- отступление кромки ЛП (температура воды у кромки положительна);
- кромка ЛП не перемещается.

Математическое моделирование ледотермического режима реки основывается на методе расщепления по физическим процессам: исходная задача разделяется на фрагменты, каждый из которых описывает отдель-

ные физические явления: гидротермический режим реки, режим ледообразования, динамика кромки ЛП. Для определения динамики толщины ледяного покрова применяется упрощенная модель, основанная на квазистационарном температурном режиме в затвердевшей области. На границе раздела «вода-лед» выполняется равенство тепловых потоков с учетом скрытой теплоты фазового перехода (условие Стефана).

**Верификация компьютерной модели на данных для Усть-Илимской ГЭС.** Для верификации модели расчета полыньи в нижнем бьефе ГЭС были использованы метеоданные и расходы Усть-Илимской ГЭС, предоставленные отделом разработки и внедрения гидрологических прогнозов Красноярского центра по гидрометеорологии и мониторингу окружающей среды с региональными функциями Росгидромета и значения средних декадных температур в нижнем бьефе Усть-Илимской ГЭС за 1975–1980 гг. [2] (табл. 1).

Результаты расчетов длины полыньи в нижнем бьефе Усть-Илимской ГЭС хорошо согласуются с натурными (рис. 1).

**Прогноз ледотермического режима реки Ангары в нижнем бьефе Богучанской ГЭС.** В период,

когда температура воды на поверхности понижается до 0 °С (ноябрь), начинается ледообразование. Для зимнего периода после образования ледяного покрова температура воды в водохранилище рассчитывается по уравнению теплопроводности с постоянным коэффициентом турбулентного обмена. Значения средней температуры воды на приплотинном участке и средней температуры поверхностного слоя (глубина поверхностного слоя 30 м) приведены в табл. 2. Селективный отбор воды из верхнего слоя возможен для  $Q \leq 2\,500\text{ м}^3/\text{с}$ .

Расчеты динамики полыньи в нижнем бьефе Богучанской ГЭС выполнены для реальных метеоданных и для различных значений температуры воды, поступающей из водохранилища (в зависимости от глубины водозабора на приплотинном участке и от положения водозаборных отверстий). Расчеты показали, что для поверхностного водозабора длина полыньи сокращается на 10...20 км. В зимний период влияние водохранилища на ледотермический режим реки Ангары в нижнем бьефе Богучанской ГЭС распространяется на 20...70 км в зависимости от метеоусловий и условий водозабора (рис. 2, 3).

Таблица 1

Температура воды, поступающей в нижний бьеф Усть-Илимской ГЭС

Месяц	Октябрь			Ноябрь			Декабрь			Январь		
Декада	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
Температура, °С	7,19	6,72	5,7	4,52	3,46	2,64	2,23	2,16	2,13	2,08	2,03	1,96
Месяц	Февраль			Март			Апрель			Май		
Декада	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
Температура, °С	1,89	1,74	1,66	1,68	1,56	1,44	1,36	1,33	1,21	1,19	1,32	1,54

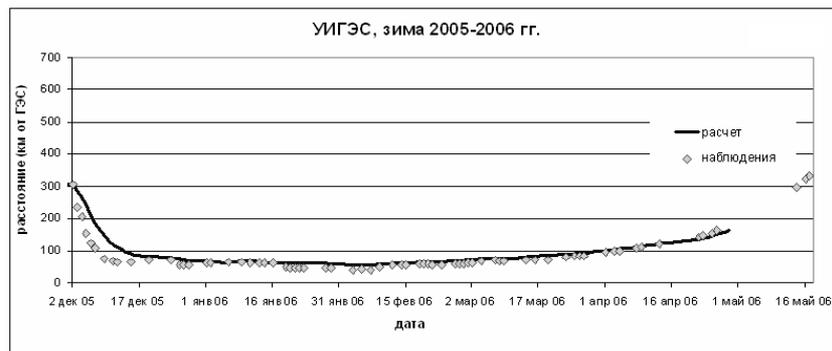
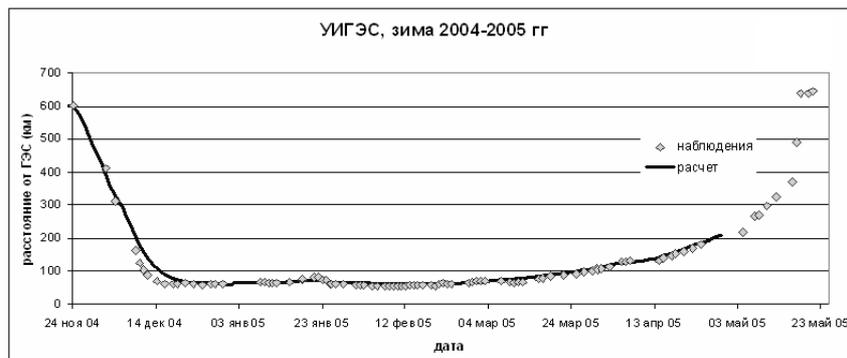


Рис. 1. Динамика кромки льда в нижнем бьефе Усть-Илимской ГЭС (расчетные и натурные данные)

Значения средней температуры воды по глубине водохранилища ( $T_{cp}$ ) и средней температуре поверхностного слоя ( $T_{cp\_пов}$ ) на приплотинном участке (НПУ 208 м)

Дата		$T_{cp}$	$T_{cp\_пов}$	Дата		$T_{cp}$	$T_{cp\_пов}$
Ноябрь	15	3,12	1,64	Февраль	15	1,9	1
	30	2,92	1,54		30	1,72	0,9
Декабрь	15	2,7	1,43	Март	15	1,56	0,82
	30	2,5	1,32		30	1,41	0,74
Январь	15	2,29	1,21	Апрель	15	1,27	0,67
	30	2,09	1,1		30	1,14	0,6

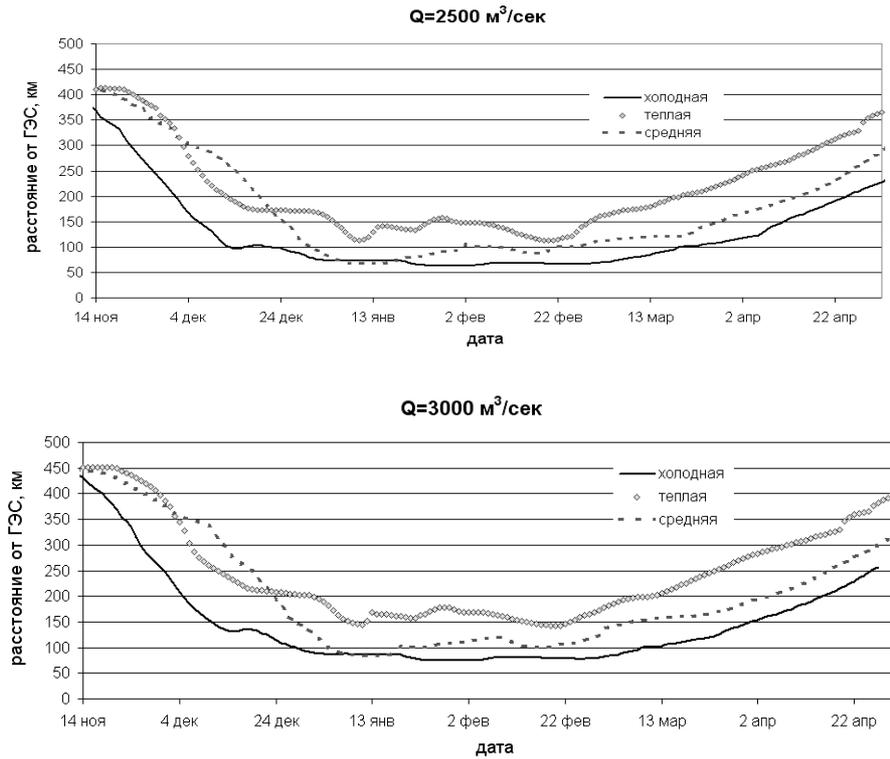


Рис. 2. Длина полыньи для холодной, средней и теплой зим при постоянном расходе

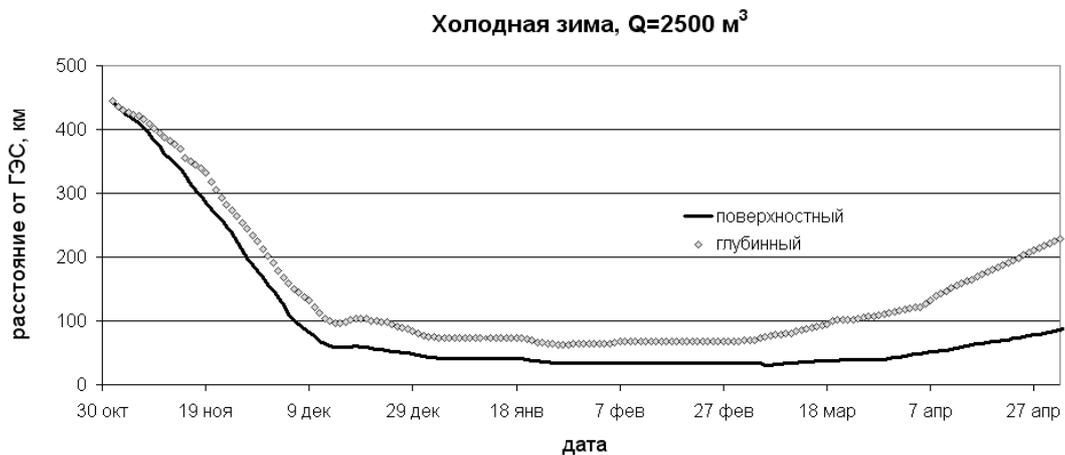


Рис. 3. Длина полыньи по метеоусловиям для холодной зимы при глубинном и поверхностном водозаборе

Таким образом, в данной статье представлены результаты прогноза ледотермического режима Богучанской ГЭС и температурного режима водохранилища для летнего и зимнего периодов при нормальном подпорном уровне (НПУ) воды 185,0 и 208,0 м. Следует отметить, что летом в водохранилище будет формироваться существенная температурная стратификация.

Исследование влияния плотины Богучанской ГЭС на ледотермический режим реки Ангары на 30...40 км при поверхностном водозаборе и на 60...70 км для проектных условий водозабора показало, что в летний период для проектных условий водозабора температура воды, сбрасываемой из водохранилища в нижний бьеф, будет на 3...5 °С ниже бытовой для НПУ 185,0 м и на 4...6 °С для НПУ 208,0 м. Для поверхностного

расположения водозаборных отверстий температура воды, поступающей в нижний бьеф, близка к бытовой (14...17 °С в створе плотины ГЭС и 19...20 °С в устье Ангары). Изменения температурного режима в верхнем и нижнем бьефах Богучанской ГЭС в летний период могут оказать влияние на водные экосистемы.

#### Библиографические ссылки

1. Моделирование задач гидроледотермики водотоков / В. М. Белоліпецкий, С. Н. Генова, В. Б. Туговиков, Ю. И. Шокин ; Ин-т вычисл. технологий Сиб. отд-ния Рос. акад. наук. Красноярск, 1993.
2. Лед в водохранилищах и нижних бьефах ГЭС / Я. Л. Готлиб, Р. В. Донченко, А. И. Пехович, И. Н. Соколов. Л. : Гидрометеиздат, 1983.

V. M. Belolipetskii, S. N. Genova

### NUMERICAL INVESTIGATION OF HYDROTHERMAL AND ICE REGIMES OF THE ANGARA RIVER

*We consider a computer simulation of hydrothermal and ice regimes of the Angara river up and downstream from the dam of the Boguchanskaya HPP construction.*

*Keywords: hydroicethermics, HPP, length of water opening.*

© Белоліпецкий В. М., Генова С. Н., 2010

УДК 681.5.01

Н. Д. Демиденко, Ю. А. Терещенко

### ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕССАМИ С РЕЦИРКУЛЯЦИЕЙ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ПОТОКОВ

*Представлена математическая модель для процессов с рециркуляцией взаимодействующих потоков. Сформулирована задача оптимального управления и получены необходимые условия оптимальности в форме Вейерштрасса. Разработан численный метод решения задачи оптимального управления.*

*Ключевые слова: оптимальное управление, системы с распределенными параметрами, процессы разделения многокомпонентных слоев.*

Одной из характерных особенностей процессов ректификации является рециркуляция взаимодействующих потоков, что приводит к специфичным граничным условиям в краевых задачах. В этом случае технологический процесс описывается уравнениями в частных производных, а граничные условия – дифференциальными уравнениями с обыкновенными производными [1]. С учетом этих особенностей авторами сформулирована и решена задача оптимального управления.

Математическая модель управляемого процесса представлена следующими дифференциальными уравнениями в нормальной форме:

$$x'_t = \frac{1}{H_x} \left[ (L+L^*)\zeta^{(1)} + \frac{\partial L^*}{\partial l} x + K(y - y^*(x)) + F\Phi_x x_f \right] \equiv X, \\ x'_l = \zeta^{(1)},$$

$$y'_t = \frac{1}{H_y} \left[ (W-L-F)\zeta^{(2)} + K(y^*(x) - y) \right] \equiv Y, \\ y'_l = \zeta^{(2)}, \quad 0 < t < T, \quad 0 < l < 1, \quad (1)$$

при краевых условиях:

$$x'_{kt} = \frac{1}{H_{x_k}} \left[ (L+F)x + (W-L-F)y - Wx_k \right] \equiv X_k, \\ y - a \left[ y_k^*(x_k) - x_k \right] - x_k = 0, \quad 0 < t < T, \quad l = 0, \quad (2)$$

$$x'_{dt} = \frac{1}{H_{x_d}} \left[ L+F-W \right] (y_d - x_d) \equiv X_d, \\ (L+F-W)(y_d - y) - L(x_d - x) = 0, \\ y_d - y - E_d \left( y_d^*(x_d) - y \right) = 0, \quad 0 < t < T, \quad l = 1, \quad (3)$$