

Таким образом, в данной статье представлены результаты прогноза ледотермического режима Богучанской ГЭС и температурного режима водохранилища для летнего и зимнего периодов при нормальном подпорном уровне (НПУ) воды 185,0 и 208,0 м. Следует отметить, что летом в водохранилище будет формироваться существенная температурная стратификация.

Исследование влияния плотины Богучанской ГЭС на ледотермический режим реки Ангары на 30...40 км при поверхностном водозаборе и на 60...70 км для проектных условий водозабора показало, что в летний период для проектных условий водозабора температура воды, сбрасываемой из водохранилища в нижний бьеф, будет на 3...5 °С ниже бытовой для НПУ 185,0 м и на 4...6 °С для НПУ 208,0 м. Для поверхностного

расположения водозаборных отверстий температура воды, поступающей в нижний бьеф, близка к бытовой (14...17 °С в створе плотины ГЭС и 19...20 °С в устье Ангары). Изменения температурного режима в верхнем и нижнем бьефах Богучанской ГЭС в летний период могут оказать влияние на водные экосистемы.

Библиографические ссылки

1. Моделирование задач гидроледотермики водотоков / В. М. Белоліпецкий, С. Н. Генова, В. Б. Туговиков, Ю. И. Шокин ; Ин-т вычисл. технологий Сиб. отд-ния Рос. акад. наук. Красноярск, 1993.
2. Лед в водохранилищах и нижних бьефах ГЭС / Я. Л. Готлиб, Р. В. Донченко, А. И. Пехович, И. Н. Соколов. Л. : Гидрометеиздат, 1983.

V. M. Belolipetskii, S. N. Genova

NUMERICAL INVESTIGATION OF HYDROTHERMAL AND ICE REGIMES OF THE ANGARA RIVER

We consider a computer simulation of hydrothermal and ice regimes of the Angara river up and downstream from the dam of the Boguchanskaya HPP construction.

Keywords: hydroicethermics, HPP, length of water opening.

© Белоліпецкий В. М., Генова С. Н., 2010

УДК 681.5.01

Н. Д. Демиденко, Ю. А. Терещенко

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕССАМИ С РЕЦИРКУЛЯЦИЕЙ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ПОТОКОВ

Представлена математическая модель для процессов с рециркуляцией взаимодействующих потоков. Сформулирована задача оптимального управления и получены необходимые условия оптимальности в форме Вейерштрасса. Разработан численный метод решения задачи оптимального управления.

Ключевые слова: оптимальное управление, системы с распределенными параметрами, процессы разделения многокомпонентных слоев.

Одной из характерных особенностей процессов ректификации является рециркуляция взаимодействующих потоков, что приводит к специфичным граничным условиям в краевых задачах. В этом случае технологический процесс описывается уравнениями в частных производных, а граничные условия – дифференциальными уравнениями с обыкновенными производными [1]. С учетом этих особенностей авторами сформулирована и решена задача оптимального управления.

Математическая модель управляемого процесса представлена следующими дифференциальными уравнениями в нормальной форме:

$$x'_t = \frac{1}{H_x} \left[(L+L^*)\zeta^{(1)} + \frac{\partial L^*}{\partial l} x + K(y - y^*(x)) + F\Phi_x x_f \right] \equiv X,$$

$$x'_l = \zeta^{(1)},$$

$$y'_t = \frac{1}{H_y} \left[(W-L-F)\zeta^{(2)} + K(y^*(x) - y) \right] \equiv Y, \quad (1)$$

$$y'_l = \zeta^{(2)}, \quad 0 < t < T, \quad 0 < l < 1,$$

при краевых условиях:

$$x'_{kt} = \frac{1}{H_{x_k}} \left[(L+F)x + (W-L-F)y - Wx_k \right] \equiv X_k, \quad (2)$$

$$y - a \left[y_k^*(x_k) - x_k \right] - x_k = 0, \quad 0 < t < T, \quad l = 0,$$

$$x'_{dt} = \frac{1}{H_{x_d}} \left[L+F-W \right] (y_d - x_d) \equiv X_d,$$

$$(L+F-W)(y_d - y) - L(x_d - x) = 0, \quad (3)$$

$$y_d - y - E_d \left(y_d^*(x_d) - y \right) = 0, \quad 0 < t < T, \quad l = 1,$$

при начальных условиях:

$$\begin{aligned} x(l, 0) = x_0(l), \quad y(l, 0) = y_0(l), \quad 0 < l < 1, \\ x_d(0) = x_{d_0}, \quad x_k(0) = x_{k_0}, \quad 0 \leq a, \quad E_d \leq 1. \end{aligned} \quad (4)$$

и ограничения на управления:

$$\begin{aligned} (L - L_{\min})(L_{\max} - L) - u^2 = 0, \\ (W - W_{\min})(W_{\max} - W) - z^2 = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь u, z – вспомогательные управления; x, y – концентрации целевого продукта в жидкой и паровой фазах, мольные доли; x_f – концентрация целевого продукта в разделяемом сырье, мольные доли; F – поток сырья, кмоль/ч; L, V – потоки жидкости и пара в аппарате, кмоль/ч; $\Phi_x(l)$ – функция распределения потока по длине объекта; H_x, H_y – удерживающие способности аппарата, кмоль/м; H_{x_k}, H_{x_d} – удерживающие способности в кубе и дефлегматоре, кмоль/м; W – отбор продукта внизу объекта, кмоль/ч; D – отбор целевого продукта сверху объекта, кмоль/ч.

Сформулируем следующую задачу оптимального управления: во множестве кусочно-непрерывных функций L, W , удовлетворяющих условиям (5), найти такие, что соответствующее им решение задачи (1)...(4) дает минимум функционалу

$$F = \int_0^T \int_0^1 (y(l, t) - \Theta^*(l, t))^2 dl dt,$$

где $\Theta^*(l, t)$ – заданное значение концентрации целевого продукта.

Для получения необходимых условий оптимальности в форме Лагранжа–Эйлера рассмотрим вспомогательный функционал [1; 2]:

$$I = I_1 + I_2 = \iint_{\Omega} \tilde{L} dl dt + \int_{\partial\Omega} \tilde{l} dt,$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{L} = & (y - \Theta^*)^2 + \xi^{(1)}(x'_t - X) + \xi^{(2)}(x'_t - \zeta^{(1)}) + \\ & + \eta^{(1)}(y'_t - Y) + \eta^{(2)}(y'_t - \zeta^{(2)}), \\ \tilde{l} = & \lambda_k^{(1)}(x'_{kt} - X_k) + \lambda_k^{(2)}(y - x_k - a(y_k^*(x_k) - x_k)) + \\ & + \lambda_d^{(1)}(x'_{dt} - x_d) + \lambda_d^{(2)}((L + F - W)(y_d - y) - L(x_d - x)) + \\ & + \lambda_d^{(3)}(y_d - y - E_d(y_d^*(x_d) - y)) + \gamma((L - L_{\min})(L_{\max} - L) - u^2) + \\ & + \varepsilon((W - W_{\min})(W_{\max} - W) - z^2), \end{aligned}$$

здесь $\xi^{(1)}, \xi^{(2)}, \eta^{(1)}, \eta^{(2)}$ – функции, определенные на Ω ($\Omega = \{(l, t) | 0 < l < 1, 0 < t < T\}$); $\lambda_k^{(1)}, \lambda_d^{(1)}, \gamma, \varepsilon$ – функции, определенные на $[0, T]$ (их можно считать определенными на $\partial\Omega$), причем $\varepsilon = \lambda_k^{(1)} = 0$ на $\partial\Omega / \{(l, t) | l = 0\}$, $\gamma = \lambda_d^{(1)} = 0$ на $\partial\Omega / \{(l, t) | l = 1\}$.

Пусть L, W – оптимальные управления; u, z – соответствующие им (согласно (5)) вспомогательные управления; x, y, x_k, x_d, y_d – оптимальное решение задачи (1)...(4), соответствующее этим уравнениям; $\delta L, \delta W$ – вариации управлений L, W ; $\delta u, \delta z$ – соответствующие вариации фиктивных управлений u, z ; $\delta x, \delta y, \delta x_k, \delta x_d, \delta y_d$ – соответствующие вариации решений. Тогда, используя аргументацию вариационного исчисления, получим сопряженную задачу относительно функций Лагранжа $\xi, \eta, \lambda_k^{(i)}, \lambda_d^{(i)}, \gamma, \varepsilon$:

– при $0 < t < T, 0 < l < 1$

$$\xi'_t - \frac{L + L^*}{H_x} \xi'_l = k_y (y^*)' \left(\frac{\xi}{H_x} - \frac{\eta}{H_y} \right), \quad (6)$$

$$\eta'_t - \frac{L + F - W}{H_y} \eta'_l = -k_y \left(\frac{\xi}{H_x} - \frac{\eta}{H_y} \right) + 2(y - \Theta^*);$$

– при $l = 0, 0 < t < T$

$$\frac{\xi}{H_x} - \frac{\lambda_k^{(1)}}{H_{x_k}} = 0,$$

$$\left(\frac{\eta}{H_y} - \frac{\lambda_k^{(1)}}{H_{x_k}} \right) (L + F - W) - \lambda_k^{(2)} = 0, \quad (7)$$

$$\frac{d\lambda_k^{(1)}}{dt} = \frac{W}{H_{x_k}} \lambda_k^{(1)} + \lambda_k^{(2)} (-a(y_k^*)' + a - 1),$$

$$\lambda_k^{(1)}(T) = 0;$$

– при $t = T, 0 < l < 1$

$$\xi = 0, \quad \eta = 0, \quad (8)$$

– при $l = 1, 0 < t < T$

$$\left(\frac{\xi}{H_x} + \lambda_d^{(2)} \right) L - \lambda_d^{(3)} E_d (y_d^*)' = 0,$$

$$\left(\frac{\eta}{H_y} + \lambda_d^{(2)} \right) (L + F - W) + (1 - E_d) \lambda_d^{(3)} = 0, \quad (9)$$

$$\frac{d\lambda_d^{(1)}}{dt} = \frac{L + F - W}{H_{x_d}} \lambda_d^{(1)} - \lambda_d^{(2)} L, \quad \lambda_d^{(1)}(T) = 0,$$

$$\left(\frac{\lambda_d^{(1)}}{H_{x_d}} - \lambda_d^{(2)} \right) (L + F - W) - \lambda_d^{(3)} = 0;$$

– при $0 < t < T$

$$\begin{aligned} \int_0^1 \left(-\frac{\xi}{H_x} x'_l + \frac{\eta}{H_y} y'_l \right) dl - \frac{\lambda_k^{(1)}}{H_{x_k}} (x(0, t) - y(0, t)) + \frac{\lambda_d^{(1)}}{H_{x_d}} + \\ + (y_d + x_d) + \lambda_d^{(2)} (y(1, t) - y_d + x_d - x(1, t)) - \\ - \gamma (L_{\min} + L_{\max} - 2L) = 0, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\int_0^1 -\frac{\eta}{H_y} y'_l dl - \frac{\lambda_d^{(1)}}{H_{x_d}} (y_d - x_d) + \frac{\lambda_k^{(1)}}{H_{x_k}} (x_k - y(0,t)) - \lambda_d^{(2)} (y(1,t) - y_d) + \varepsilon (W_{\min} + W_{\max} - 2W) = 0, \\ \gamma u = 0, \quad \varepsilon z = 0.$$

Эти необходимые условия отличаются от известных условий стационарности соотношениями (10). Это отличие связано с тем, что управления L , W являются граничными управлениями, но одновременно входят и в уравнения процесса, так что их вариации в Ω и на $\partial\Omega$ не являются независимыми.

Теперь получим необходимые условия оптимальности в форме Вейерштрасса. Пусть L , W – оптимальные управления. Приращение функционала, вызванное переходом от оптимальных управлений L , W и соответствующих им решений x , y , x_k системы (1)...(4) к произвольным допустимым управлениям $\hat{L} = L + \Delta L$, $\hat{W} = W + \Delta W$ и соответствующим им решениям $x + \Delta x$, $y + \Delta y$, $x_k + \Delta x_k$ представим в виде

$$\Delta I = \int_0^T [A\Delta L + B\Delta W] dt + \iint_{\Omega} \varepsilon_1 dldt + \int_{\partial\Omega} \varepsilon_2 dt,$$

где

$$A = \frac{1}{H_y} \int_0^1 \eta y'_l dl - \frac{1}{H_x} \int_0^1 \xi x'_l dl + \frac{1}{H_{x_k}} \lambda_k (y(0,t) - x(0,t)) - \frac{\lambda_d}{H_{x_d}} (x(1,t) - y(1,t)); \\ B = \frac{1}{H_y} \int_0^1 \eta y'_l dl - \frac{\lambda_k}{H_{x_k}} (x_k(t) - y(0,t)) - \frac{\lambda_d}{H_{x_d}} (y(1,t) - x(1,t)); \\ \varepsilon_1 = \Delta y^2 + \frac{\Delta L}{H_x} \Delta x \xi'_l - \frac{\Delta W}{H_y} \Delta y \eta'_l + 0(\Delta x); \\ \varepsilon_2 = -\frac{\Delta L}{H_x} (\Delta x(1,t) \xi(1,t) - \Delta x(0,t) \xi(0,t)) + \frac{\Delta W}{H_y} (\Delta y(1,t) \eta(1,t) - \Delta y(0,t) \eta(0,t)) + \frac{\lambda_k}{H_{x_k}} (\Delta W \Delta x_k - \Delta L \Delta x(0,t) + \Delta W \Delta y(0,t)) + \frac{\lambda_d}{H_{x_d}} \Delta W (\Delta y(1,t) - \Delta x(1,t)) + 0(\Delta x).$$

Здесь Δx , Δy , Δx_k определяются из уравнений

$$H_x \Delta x'_l - (L + \Delta L + L^*) \Delta x'_l = \left[\frac{\partial L^*}{\partial l} - k_y (y^*) \right] \Delta x + k_y \Delta y + x'_l \Delta L + 0(\Delta x), \quad (11)$$

$$H_y \Delta y'_l + (V + \Delta V) \Delta y'_l = k_y (y^*) \Delta x - k_y \Delta y - y'_l \Delta V + 0(\Delta x), \\ 0 < l < 1, \quad 0 < t < T, \\ H_{x_k} \Delta x'_k = (L + \Delta L + F) \Delta x(0,t) - (V + \Delta V) \Delta y(0,t) + (W + \Delta W) \Delta x_k + x(0,t) \Delta L - y(0,t) \Delta V + x_k \Delta W, \quad (12)$$

$$\Delta y(0,t) = \left(a (y_k^*)' - a + 1 \right) \Delta x_k + 0(\Delta x_k), \quad l = 0, \\ 0 < t < T, \\ H_{x_d} \Delta x'_d(1,t) = (V + \Delta V) (\Delta y(1,t) - \Delta x(1,t)) + (y(1,t) - x(1,t)) \Delta V, \\ l = 1, \quad 0 < t < T, \quad (13)$$

$$\Delta x(l,0) = \Delta y(l,0) = \Delta x_k(0) = \Delta x(1,0) = 0 \\ 0 < l < 1, \quad (14)$$

$$\Delta V = \Delta L - \Delta W. \quad (15)$$

Производные $\Delta x'_l$, $\Delta y'_l$ считаем ограниченными.

Для оценки приращений используем следующий результат, легко получаемый из известного неравенства Гронуолла: если

$$|\varphi(t)| \leq M \left(P_1 + \int_{t_0}^t (|\varphi(\tau)| + \psi(\tau)) d\tau \right), \quad P_1, M = \text{const}, \\ \psi(\tau) \geq 0, \quad t_0 \leq \tau, t \leq T, \quad (16)$$

тогда

$$|\varphi(t)| \leq M_1 \left(P_1 + \int_{t_0}^t \psi(\tau) d\tau \right), \\ M_1 = \text{const}, \quad t_0 \leq t \leq T. \quad (17)$$

Из первого уравнения (12) получим неравенство

$$|\Delta x_k(t)| \leq N_1 \int_0^t (|\Delta x_k(\tau)| + |\Delta x(0,\tau)| + |\Delta y(0,\tau)|) d\tau + N_2 \int_0^T (|\Delta L(t)| + |\Delta W(t)|) dt,$$

а в силу (17) будем иметь

$$|\Delta x_k(t)| \leq N_3 \int_0^t (|\Delta x(0,\tau)| + |\Delta y(0,\tau)|) d\tau + N_4 \int_0^T (|\Delta L(t)| + |\Delta W(t)|) dt.$$

Из второго уравнения (12) и (17) следует оценка

$$|\Delta y(0,t)| \leq N_5 \int_0^t |\Delta x(0,\tau)| d\tau + N_6 \int_0^T (|\Delta L(t)| + |\Delta W(t)|) dt. \quad (18)$$

Аналогично из (13):

$$|\Delta x(1,t)| \leq N_7 \int_0^t |\Delta y(1,\tau)| d\tau + N_8 \int_0^T (|\Delta L(t)| + |\Delta W(t)|) dt. \quad (19)$$

Учитывая, что левые части (11) представляют производные вдоль характеристик (с точностью до постоянного множителя), и интегрируя вдоль этих характеристик, получим:

$$|\Delta x(l, t)| \leq N_9 \int_{t'_0}^t (|\Delta x(l(\tau), \tau)| + |\Delta y(l(\tau), \tau)| + |\Delta L(\tau)| + |\Delta W(\tau)|) d\tau + |\Delta x(l'_0, t'_0)|, \quad (20)$$

$$|\Delta y(l, t)| \leq N_{10} \int_{t''_0}^t (|\Delta x(l(\tau), \tau)| + |\Delta y(l(\tau), \tau)| + |\Delta L(\tau)| + |\Delta W(\tau)|) d\tau + |\Delta x(l''_0, t''_0)|,$$

где (l'_0, t'_0) , (l''_0, t''_0) – начальные точки соответствующих характеристик, $0 \leq t'_0$, $t''_0 \leq t$, причем $t'_0 = 0$ или $l'_0 = 1$, $t''_0 = 0$ или $l''_0 = 0$.

Пусть

$$\alpha(t) = \max_{0 \leq \tau \leq t} |\Delta x(l, \tau)|, \quad \beta(t) = \max_{0 \leq \tau \leq t} |\Delta y(l, \tau)|.$$

Тогда из (19) и (20) имеем

$$|\Delta x(l, t)| \leq N_9 \int_0^t (\alpha(\tau) + \beta(\tau)) d\tau + N_9 \int_0^T |\Delta L(t)| dt + N_7 \int_0^t \beta(\tau) d\tau + N_8 \int_0^T (|\Delta L(t)| + |\Delta W(t)|) dt,$$

откуда

$$\alpha(t) \leq N_{11} \int_0^t (\alpha(\tau) + \beta(\tau)) d\tau + N_{12} \int_0^T (|\Delta L(t)| + |\Delta W(t)|) dt.$$

Аналогично можно получить оценку

$$\beta(t) \leq N_{13} \int_0^t (\alpha(\tau) + \beta(\tau)) d\tau + N_{14} \int_0^T (|\Delta L(t)| + |\Delta W(t)|) dt.$$

Еще раз применим (18):

$$\alpha(t) \leq N_{15} \int_0^t \beta(\tau) d\tau + N_{16} \int_0^T (|\Delta L(t)| + |\Delta W(t)|) dt, \quad (21)$$

$$\beta(t) \leq N_{17} \int_0^t \alpha(\tau) d\tau + N_{18} \int_0^T (|\Delta L(t)| + |\Delta W(t)|) dt.$$

Интегрируя от 0 до σ , учитывая, что при $f(\tau) \geq 0$

$$\int_0^\sigma dt \int_0^t f(\tau) d\tau = \int_0^\sigma d\tau \int_\tau^\sigma f(\tau) dt = \int_0^\sigma (\sigma - \tau) f(\tau) d\tau \leq T \int_0^\sigma f(\tau) d\tau,$$

и заменяя σ на t , получим

$$\int_0^t \alpha(\tau) d\tau \leq N_{19} \int_0^t \beta(\tau) d\tau + N_{20} \int_0^T (|\Delta L(t)| + |\Delta W(t)|) dt,$$

$$\int_0^t \beta(\tau) d\tau \leq N_{21} \int_0^t \alpha(\tau) d\tau + N_{22} \int_0^T (|\Delta L(t)| + |\Delta W(t)|) dt.$$

Подставляя в (21) и еще раз применяя (17), приходим к оценкам вида

$$\alpha(t) \leq P \int_0^T (|\Delta L(t)| + |\Delta W(t)|) dt,$$

$$\beta(t) \leq P \int_0^T (|\Delta L(t)| + |\Delta W(t)|) dt,$$

откуда

$$|\Delta x(l, t)| \leq P \int_0^T (|\Delta L(t)| + |\Delta W(t)|) dt, \quad (22)$$

$$|\Delta y(l, t)| \leq P \int_0^T (|\Delta L(t)| + |\Delta W(t)|) dt.$$

Теперь мы можем оценить ε_1 , ε_2 . Обозначая $\delta(t) = |\Delta L(t)| + |\Delta W(t)|$; q – наибольшее количество слагаемых в формулах для ε_1 , ε_2 ; δ_1 – максимум модулей коэффициентов при приращениях в этих формулах, получим:

$$|\varepsilon_1(l, t)| \leq P^2 \left(\int_0^T \delta(t) dt \right)^2 \delta_1 q \delta(t) P \int_0^T \delta(t) dt,$$

$$|\varepsilon_2(l, t)| \leq q \delta_1 \delta(t) P \int_0^T \delta(t) dt. \quad (23)$$

Сформулируем необходимые условия оптимальности в виде теоремы.

Теорема. Если $L(t)$, $W(t)$ – оптимальное управление, x , y , x_k – соответствующее решение задачи (1)...(4), то в точках непрерывности управлений

$$A\Delta L + B\Delta W \geq 0$$

для всех допустимых приращений ΔL , ΔW , или что то же самое,

$$L(t) = \begin{cases} L_{\max} & \text{при } A(t) < 0, \\ L_{\min} & \text{при } A(t) > 0, \end{cases} \quad (24)$$

$$W(t) = \begin{cases} W_{\max} & \text{при } B(t) < 0, \\ W_{\min} & \text{при } B(t) > 0. \end{cases}$$

Доказательство. Пусть t_0 – точка, в которой условия (19) нарушаются, например для $L(t)$. Возьмем $\varepsilon > 0$ так, что при $t_0 \leq t \leq t_0 + \varepsilon$

$$A(t) < \frac{1}{2} A(t_0),$$

$$L(t) < \frac{1}{2} (L(t_0) + L_{\max}) \text{ в случае } A(t_0) < 0,$$

$$A(t) > \frac{1}{2} A(t_0),$$

$$L(t) > \frac{1}{2} (L(t_0) + L_{\min}) \text{ в случае } A(t_0) > 0,$$

и выберем приращения

$$\Delta L(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t \in [0, t_0] \cup [t_0 + \varepsilon, T], \\ L_{\max} - L(t_0) & \text{при } t_0 \leq t < t_0 + \varepsilon \\ \text{в случае } A(t_0) < 0, \\ L_{\min} - L(t_0) & \text{при } t_0 \leq t < t_0 + \varepsilon \\ \text{в случае } A(t_0) > 0, \end{cases}$$

$$\Delta W(t) = 0.$$

Тогда при $t_0 < t < t_0 + \varepsilon$

$$A(t)\Delta L(t) < a < 0,$$

где

$$a = \begin{cases} \frac{1}{4} A(t_0)(L_{\max} - L(t_0)) & \text{при } A(t_0) < 0, \\ \frac{1}{4} A(t_0)(L_{\min} - L(t_0)) & \text{при } A(t_0) > 0, \end{cases}$$

$$\int_0^T [A\Delta L + B\Delta W] dt < a\varepsilon, \quad \left| \int_0^T \delta(t) dt \right| < b\varepsilon,$$

$$\left| \iint_{\Omega} \varepsilon_1 dt dl \right| < b_1 \varepsilon^2, \quad \left| \int_0^T \varepsilon_2 dt \right| < b_2 \varepsilon^2,$$

где b, b_1, b_2 – постоянные, не зависящие от ε ; $\Delta I < a\varepsilon + b_1\varepsilon^2 + b_2\varepsilon^2$ при достаточно малом ε , что противоречит оптимальности управлений $L(t), W(t)$. Аналогично рассматривается случай, когда (24) не выполняется для $W(t)$.

Как видим, доказательство теоремы указывает на способ улучшения управлений, если условия (24) не выполнены. Это позволяет построить итеративный процесс улучшения управлений при нарушении условий (24).

В качестве примера рассмотрим задачу оптимизации пускового режима для промышленной колонны К-34. Исходные данные: $F = 103,65$ кмоль/ч, $F_V = 0$, $D = 27,06$ кмоль/ч, $L_d = 45,21$ кмоль/ч, $W = 76,59$ кмоль/ч, $H_{x_d} = 50$ кмоль, $H_{x_k} = 30$ кмоль, $P_H = 3,6$ ат, $P_B = 3,5$ ат. Коэффициенты P_{1i}, P_{2i}, P_{3i} получены методом наименьших квадратов с использованием таблицы зависимости давления чистых компонентов от температуры. Состав сырья: $x_{f_1} = 0,02963$, $x_{f_2} = 0,222151$, $x_{f_3} = 0,14395$, $x_{f_4} = 0,04452$, $x_{f_5} = 0,04389$, $x_{f_6} = 0,42021$, $x_{f_7} = 0,0963$ [3].

Выберем целью управления достижение в выходных потоках концентраций компонентов $x_{d_{\text{ст}}}$ и $x_{k_{\text{ст}}}$. В этой задаче возмущением является начальное состояние управляемого процесса, при котором концентрации компонентов по длине колонны равны концентрациям этих компонентов в сырье. Время управления T возьмем 20 ч.

Были проведены расчеты шести вариантов задачи оптимизации пускового режима.

В первых пяти вариантах задача оптимизации решается с одной управляющей функцией. Значения остальных четырех функций и начальное значение управляющей функции заданы такими же, как и при расчете статического режима (рис. 1, 2). При начальном управлении значение функционала для всех вариантов задачи одинаково: $F^0 = 34,0$.

В шестом варианте задачи в качестве управляющих взяты все пять параметров. Начальные значения

для управляющих функций такие же, как в первых пяти вариантах (рис. 3).

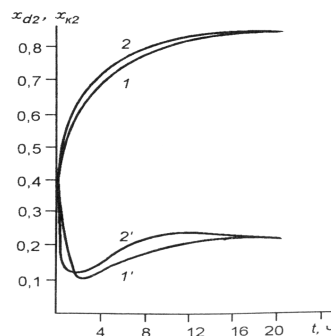


Рис. 1. Графики переходных процессов по концентрации бутана в дефлегматоре и кубе в пусковом режиме: 1, 2 – в дефлегматоре; 1', 2' – в кубе; 1, 1' – при начальном управлении; 2, 2' – при оптимальном управлении; управляющий параметр – отбор сверху колонны

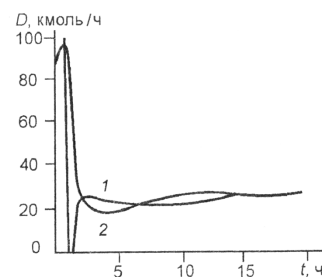


Рис. 2. Графики оптимальной функции управления (отбор сверху колонны): 1 – в пусковом режиме; 2 – совместно с другими оптимальными управляющими функциями L_d, F, l_f, x_{f_2}

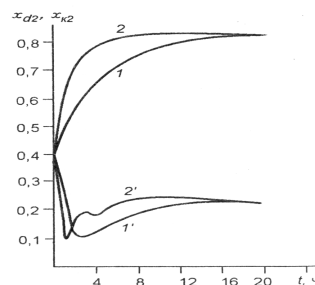


Рис. 3. Графики переходных процессов по концентрации бутана в дефлегматоре и кубе в пусковом режиме: 1, 2 – в дефлегматоре; 1', 2' – в кубе; 1, 1' – при начальном управлении; 2, 2' – при оптимальном управлении; управляющие параметры: отбор сверху колонны, орошение, расход сырья, концентрация бутана в сырье, координата ввода сырья

В результате решения было получено, что наиболее эффективной управляющей функцией является L_d (поток орошения) (см. таблицу). Однако следует заметить, что увеличение потока орошения значительно увеличивает энергетические затраты.

Следующим по эффективности управляющим параметром является концентрация бутана в сырье x_{f_2} . Управление этим параметром связано со значительным перераспределением выходных потоков в предыдущей колонне, что не всегда допустимо.

Сравнительная оценка управляющих параметров при оптимизации пускового режима колонны

u_j	D	F_L	l_L	L_d	x_{f_2}
F_{\min}	28,5	29,6	30,4	20,9	26,2

Наименее эффективным управляющим параметром является координата ввода сырья l_L , однако изменение этого параметра осуществляется практически без дополнительных энергетических затрат.

N. D. Demidenko, Ju. A. Tereschenko

OPTIMAL CONTROL OF PROCESSES WITH RECIRCULATION OF INTERACTING FLOWS

A mathematical model for the processes with recirculation of interactive flows is given. A problem of optimal control is formulated. Necessary optimal conditions in the form of Veyershtrass are obtained. A numerical method of optimization problems solving is developed.

Keywords: optimal control, systems with distributed constants, processes of multicomponent layering.

© Демиденко Н. Д., Терещенко Ю. А., 2010

УДК 681.5.01

Н. Д. Демиденко, Ю. А. Терещенко

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССОВ РАЗДЕЛЕНИЯ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ СМЕСЕЙ

Предложена математическая модель процессов разделения многокомпонентных смесей. Сформулирована задача оптимального управления, получены необходимые условия оптимальности. Разработан численный метод решения задач оптимизации, проведены численные эксперименты.

Ключевые слова: многокомпонентная смесь, оптимальное управление, нелинейные процессы.

Исследование и проектирование систем химической технологии представляет собой сложную задачу, так как при ее постановке используются нелинейные системы дифференциальных уравнений в частных производных [1–5]. Математическая формулировка таких задач и вопросы их корректности, как правило, требуют специального рассмотрения. Трудности, прежде всего, связаны с нелинейностью уравнений и сложностью граничных условий, содержащих обыкновенные дифференциальные уравнения. С другой стороны, эти трудности обусловлены многомерностью задач, поскольку технологические процессы характеризуются довольно большим числом теплофизических и конструктивных параметров. Выбор эффективной методики решения задач моделирования и управления принято считать центральным вопросом в проблеме моделирования нестационарных режимов управляемых процессов разделения.

Основным инструментом проектирования технологических процессов и систем управления является вычислительный эксперимент, включающий в себя анализ многообразия технологических режимов, по-

строение их физических и математических моделей, разработку и исследование вычислительных алгоритмов, их программную реализацию и проведение серии расчетов [3].

В настоящей работе формулируются и решаются задачи анализа математических моделей процессов разделения, задачи оптимального управления и численных экспериментов с целью проектирования энергосберегающих технологий разделения многокомпонентных смесей для промышленных объектов и создания соответствующих оптимальных систем управления.

Процесс разделения многокомпонентных смесей осуществляется в ректификационных колоннах на контактных устройствах (тарелках), распределенных по длине аппарата. Технологический процесс происходит в конечном числе точек объекта, однако его можно рассматривать непрерывным по длине, поэтому для моделирования возможно применение дифференциальных уравнений в частных производных. Оценка погрешности перехода от дискретной модели к непрерывной приведена в [1]. Концентрации целе-