

Сравнительная оценка управляющих параметров при оптимизации пускового режима колонны

u_j	D	F_L	l_L	L_d	x_{f_2}
F_{\min}	28,5	29,6	30,4	20,9	26,2

Наименее эффективным управляющим параметром является координата ввода сырья l_L , однако изменение этого параметра осуществляется практически без дополнительных энергетических затрат.

N. D. Demidenko, Ju. A. Tereschenko

OPTIMAL CONTROL OF PROCESSES WITH RECIRCULATION OF INTERACTING FLOWS

A mathematical model for the processes with recirculation of interactive flows is given. A problem of optimal control is formulated. Necessary optimal conditions in the form of Veyershtrass are obtained. A numerical method of optimization problems solving is developed.

Keywords: optimal control, systems with distributed constants, processes of multicomponent layering.

© Демиденко Н. Д., Терещенко Ю. А., 2010

УДК 681.5.01

Н. Д. Демиденко, Ю. А. Терещенко

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССОВ РАЗДЕЛЕНИЯ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ СМЕСЕЙ

Предложена математическая модель процессов разделения многокомпонентных смесей. Сформулирована задача оптимального управления, получены необходимые условия оптимальности. Разработан численный метод решения задач оптимизации, проведены численные эксперименты.

Ключевые слова: многокомпонентная смесь, оптимальное управление, нелинейные процессы.

Исследование и проектирование систем химической технологии представляет собой сложную задачу, так как при ее постановке используются нелинейные системы дифференциальных уравнений в частных производных [1–5]. Математическая формулировка таких задач и вопросы их корректности, как правило, требуют специального рассмотрения. Трудности, прежде всего, связаны с нелинейностью уравнений и сложностью граничных условий, содержащих обыкновенные дифференциальные уравнения. С другой стороны, эти трудности обусловлены многомерностью задач, поскольку технологические процессы характеризуются довольно большим числом теплофизических и конструктивных параметров. Выбор эффективной методики решения задач моделирования и управления принято считать центральным вопросом в проблеме моделирования нестационарных режимов управляемых процессов разделения.

Основным инструментом проектирования технологических процессов и систем управления является вычислительный эксперимент, включающий в себя анализ многообразия технологических режимов, по-

строение их физических и математических моделей, разработку и исследование вычислительных алгоритмов, их программную реализацию и проведение серии расчетов [3].

В настоящей работе формулируются и решаются задачи анализа математических моделей процессов разделения, задачи оптимального управления и численных экспериментов с целью проектирования энергосберегающих технологий разделения многокомпонентных смесей для промышленных объектов и создания соответствующих оптимальных систем управления.

Процесс разделения многокомпонентных смесей осуществляется в ректификационных колоннах на контактных устройствах (тарелках), распределенных по длине аппарата. Технологический процесс происходит в конечном числе точек объекта, однако его можно рассматривать непрерывным по длине, поэтому для моделирования возможно применение дифференциальных уравнений в частных производных. Оценка погрешности перехода от дискретной модели к непрерывной приведена в [1]. Концентрации целе-

вого продукта в жидкости $x = x(l, t)$ и паре $y = y(l, t)$ – управляемые параметры, они определяются в результате решения соответствующей краевой задачи.

Разделяемая смесь в количестве $F = F(t)$ с содержанием целевого продукта $x_F = x_F(t)$ подается в среднюю часть колонны. В нижней ее части (кубе) происходит испарение смеси, и паровой поток $V = V(l, t)$, поднимаясь вверх, контактируя со стекающей жидкостью $L = L(l, t)$ и обогащаясь целевым продуктом, конденсируется в верхней части колонны (дефлегматоре) и отбирается в количестве D с концентрацией целевого продукта $x_d = x_d(t)$. Часть сконденсированного пара $L_d = L_d(t)$ из дефлегматора возвращается в колонну для повышения качества конечного продукта. В кубе отбирается остаток в количестве $W = W(t)$ с содержанием целевого продукта $x_k = x_k(t)$ (рис. 1).

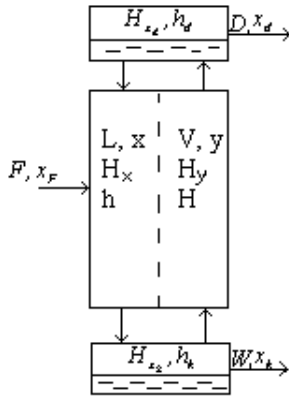


Рис. 1. Схема потоков пара и жидкости в колонне

Одним из требований к такому промышленному объекту является его способность к увеличению содержания целевого продукта в верхней части колонны и уменьшению в нижней. Важными параметрами объекта являются фазовые удерживающие способности: в колонне $H_x = H_x(l, t)$, $H_y = H_y(l, t)$, кубе $H_{x_k} = H_{x_k}(l, t)$ и дефлегматоре $H_{x_d} = H_{x_d}(l, t)$. Индексы x и y указывают на принадлежность параметра жидкости или пару, k и d – кубу или дефлегматору. В колонне происходит теплообмен между жидкой и паровой средами, которые характеризуются теплосодержаниями жидкости $h = h(l, t)$ и пара $H = H(l, t)$; аналогично, в кубе $h_k = h_k(t)$ и в дефлегматоре $h_d = h_d(t)$, $H_d = H_d(t)$. В куб подводится тепло Q_k , а из дефлегматора оно отводится – Q_d . Коэффициент массопередачи k_y характеризует процесс массообмена между жидкой и паровой фазами, а зависимость $y^* = y^*(x)$ – равновесную концентрацию в паре. Функции $x(l, t)$, $y(l, t)$, $x_k(t)$, $x_d(t)$ и $y_d(t)$ могут быть скалярными (для бинарных смесей) или вектор-

ными (для многокомпонентных). Более подробная физическая интерпретация математической модели содержится, например, в [5].

Используя законы сохранения массы и энергии, получим математическую модель нестационарных режимов процессов разделения для колонны, куба и дефлегматора:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(H_x x)}{\partial t} - \frac{\partial(Lx)}{\partial l} &= k_y(y - y^*) + F(t)\Phi_x(l)x_F, \\ \frac{\partial(H_y y)}{\partial t} + \frac{\partial(Vy)}{\partial l} &= k_y(y^* - y), \\ \frac{\partial(H_y H)}{\partial t} + \frac{\partial(H_x h)}{\partial t} - \frac{\partial(Lh)}{\partial l} + \frac{\partial(VH)}{\partial l} &= \Phi_h + \Phi_H, \\ \frac{\partial V}{\partial l} - \frac{\partial L}{\partial l} + \frac{\partial H_x}{\partial t} + \frac{\partial H_y}{\partial t} &= \Phi_v + \Phi_L, \\ x(l, 0) = x_0(l), \quad y(l, 0) = y_0(l), \\ V(l, 0) = V_0(l), \quad L(l, 0) = L_0(l); \end{aligned} \quad (1)$$

с граничными условиями при $l = 0$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(H_{x_k} x_k)}{\partial t} &= L(0, t)x(0, t) - V(0, t)y(0, t) - W(t)x_k(t), \\ y(0, t) &= (y^*(x_k) - x_k)a + x_k(t), \\ \frac{\partial(H_{x_k} h_k)}{\partial t} &= L(0, t)h(0, t) - V(0, t)H(0, t) - W(t)h_k(t) + Q_k, \\ \frac{\partial H_{x_k}}{\partial t} &= L(0, t) - V(0, t) - W(t), \quad x_k(0) = x_{k,0}; \end{aligned} \quad (3)$$

и при $l = 1$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(H_{x_d} x_d)}{\partial t} &= V_d y_d - (L_d + D)x_d(t), \quad x_d(0) = x_{d,0} \\ V_d(t)y_d(t) - V(1, t)y(1, t) &= L_d(t)x_d(t) - L(1, t)x(1, t), \\ y_d(t) &= y(1, t) + E_d(y^*(x(1, t)) - y(1, t)), \\ \frac{\partial(H_{x_d} h_d)}{\partial t} &= V_d(t)h_d - (L_d + D)h_d(t) - Q_d, \\ \frac{\partial H_{x_d}}{\partial t} &= V_d(t) - (L_d(t) + D(t)), \quad V_d - V(1, t) = L_d - L(1, t), \\ H_d V_d - V(1, t)H(1, t) &= L_d h_d - L(1, t)h(1, t). \end{aligned} \quad (4)$$

Решение ищется в области $\Omega = \{(l, t) | l \in [0, 1], t \in [0, T]\}$, где l, t – пространственная и временная независимые переменные соответственно; T – время управления.

Считаем в дальнейшем, что $H_x = \text{const}$, $H_y = \text{const}$, $k_y = k = \text{const}$, $H_{x_k} = \text{const}$, $H_{x_d} = \text{const}$, $x = x(l, t)$, $y = y(l, t)$, $L = L(l, t)$, $V = V(l, t)$, $\Phi_H = \Phi_H(l, t)$, $\Phi_h = \Phi_h(l, t)$, $\Phi_L = \Phi_L(l, t)$; $\Phi_v = \Phi_v(l, t)$ – известные функции, $H = \alpha_1 x + \alpha_2 y + \alpha_3 V + \alpha_4 L$, $h = \beta_1 x + \beta_2 y + \beta_3 V + \beta_4 L$, где $\alpha_i = \text{const}$, $\beta_i = \text{const}$, $i = \overline{1, 4}$. При $E_d = 0$ полага-

гаем, что $y_d = y(1, t)$, $x_d = x(1, t)$, $x_d(0) = x(1, 0) = x_{d,0}$,
 $L_d = L(1, t)$, $V_d = V(1, t)$.

Кроме того, $H_y \alpha_1 + H_x \beta_1 = A$, $H_y \alpha_2 + H_x \beta_2 = B$,
 $H_y \alpha_3 + H_x \beta_3 = C$, $H_y \alpha_4 + H_x \beta_4 = D^0$.

В качестве управляющих воздействий из технологических соображений выбираем потоки жидкости и пара на входах в управляемый аппарат $L(1, t)$ и $V(0, t)$. На эти управляющие потоки накладываются ограничения

$$L_{\min} \leq L(t) \leq L_{\max}, \quad V_{\min} \leq V(t) \leq V_{\max}. \quad (5)$$

Поскольку в дальнейшем для решения задачи оптимального управления будет использован метод вариационного исчисления, введем дополнительные управляющие функции $u(t)$, $z(t)$, с помощью которых ограничения сводятся к равенствам:

$$\begin{aligned} (L(1, t) - L_{\min})(L_{\max} - L(1, t)) - u^2 &= 0, \\ (V(0, t) - V_{\min})(V_{\max} - V(0, t)) - z^2 &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

В качестве критерия оптимизации выбираем интеграл, характеризующий качество продуктов разделения на выходе управляемого объекта:

$$S = \int_0^1 \int_{\Omega} (y(l, t) - \Theta^*(l, t))^2 dl dt \rightarrow \min, \quad (7)$$

где $\Theta(l, t)$ – заданный состав выходного продукта.

Сформулируем следующую задачу: во множестве кусочно-непрерывных функций, удовлетворяющих ограничениям (5) найти такие, которые в силу системы (1)–(4) минимизируют выражение (7).

Для получения необходимых условий оптимальности воспользуемся методами вариационного исчисления. Построим скалярные функции – гамильтонианы \tilde{H} и \tilde{h} в области Ω и на границе $\partial\Omega$ соответственно:

$$\tilde{H} = (y - \Theta^*)^2 + \sum_{i=1}^4 \lambda_i X_i + \sum_{i=1}^4 \mu_i \varsigma_i,$$

где λ_i , μ_i – множители Лагранжа;

$$\begin{aligned} \tilde{h} = & \frac{\lambda_k^{(1)}}{H_{x_k}} [L(0, t) - V(0, t)y(0, t) - W(t)x_k(t)] + \\ & + \lambda_k^{(2)} [y(0, t) - x_k - a(y^*(x_k) - x_k)] + \\ & + \lambda_k^{(3)} [L(0, t) - V(0, t) - W(t)] + \lambda_d^{(1)} \frac{V(1, t)}{H_{x_d}} \times \\ & \times [y(1, t) - x(1, t)] + \lambda_d^{(2)} [V(1, t) - L(1, t) - D(t)] + \\ & + \gamma [(L(1, t) - L_{\min})(L_{\max} - L(1, t)) - u^2] + \\ & + \varepsilon [(V(0, t) - V_{\min})(V_{\max} - V(0, t)) - z^2], \end{aligned}$$

где $\lambda_k^{(i)}$, $\lambda_d^{(i)}$, γ , ε – множители Лагранжа.

Будем считать, что $x = z_1$, $y = z_2$, $V = z_3$, $L = z_4$. Рассмотрим вспомогательный функционал:

$$\begin{aligned} J_1 = & \iint_{\Omega} \left[(y - \Theta^*)^2 + \sum_{i=1}^4 \lambda_i \left(X_i - \frac{\partial z_i}{\partial t} \right) + \sum_{i=1}^4 \left(\varsigma_i - \frac{\partial z_i}{\partial l} \right) \right] dl dt = \\ = & \iint_{\Omega} \left[\tilde{H} + \sum_{i=1}^4 \left(\frac{\partial \lambda_i}{\partial t} + \frac{\partial \mu_i}{\partial l} \right) z_i \right] dl dt + \int_{\partial\Omega} \sum_{i=1}^4 (\mu_i dt - \lambda_i dl) z_i. \end{aligned}$$

Пусть $t = \alpha(\sigma)$, $l = \beta(\sigma)$ – параметрическое задание границы $\partial\Omega$. Тогда

$$\begin{aligned} J_1 = & \iint_{\Omega} \left[\tilde{H} + \sum_{i=1}^4 \left(\frac{\partial \lambda_i}{\partial t} + \frac{\partial \mu_i}{\partial l} \right) z_i \right] dl dt + \\ & + \int_{\partial\Omega} \sum_{i=1}^4 (\mu_i \alpha'(\sigma) - \lambda_i \beta'(\sigma)) z_i d\sigma. \end{aligned}$$

Получим вариацию J_1 , вызванную вариациями управлений $L(1, t)$ и $V(0, t)$:

$$\begin{aligned} \delta J_1 = & \iint_{\Omega} \left[\sum_{i=1}^4 \left(\frac{\partial \tilde{H}}{\partial z_i} + \frac{\partial \lambda_i}{\partial t} + \frac{\partial \mu_i}{\partial l} \right) \delta z_i + \sum_{i=1}^4 \frac{\partial \tilde{H}}{\partial u_i} \delta u_i \right] dl dt + \\ & + \int_{\partial\Omega} \sum_{i=1}^4 (\mu_i \alpha'(\sigma) - \lambda_i \beta'(\sigma)) z_i d\sigma. \end{aligned}$$

Вариация для вспомогательного функционала δJ_2 на границе $\partial\Omega$ вычисляется аналогично:

$$\begin{aligned} \delta J_2 = & \int_{\partial\Omega} \left[\frac{\partial \tilde{h}}{\partial x(0, t)} \delta x(0, t) + \frac{\partial \tilde{h}}{\partial y(0, t)} \delta y(0, t) + \frac{\partial \tilde{h}}{\partial L(0, t)} \delta L(0, t) + \right. \\ & + \frac{\partial \tilde{h}}{\partial V(0, t)} \delta V(0, t) + \frac{\partial \tilde{h}}{\partial u} \delta u + \frac{\partial \tilde{h}}{\partial z} \delta z + \frac{\partial \tilde{h}}{\partial y(1, t)} \delta y(1, t) + \\ & + \frac{\partial \tilde{h}}{\partial L(1, t)} \delta L(1, t) + \frac{\partial \tilde{h}}{\partial V(1, t)} \delta V(1, t) \left. \right] dt + \int_{\partial\Omega} \left(\frac{\partial \tilde{h}}{\partial x_k} + \frac{d\lambda_k^{(1)}}{dt} \right) \delta x_k dt + \\ & + \int_{\partial\Omega} \left(\frac{\partial \tilde{h}}{\partial x(1, t)} + \frac{d\lambda_d^{(1)}}{dt} \right) \delta x(1, t) dt - \left(\lambda_k^{(1)} \delta x_k + \lambda_d^{(1)} \delta x(1, t) \right) \Big|_{t=T}. \end{aligned}$$

Таким образом, вычислена вариация вспомогательного функционала $\delta J = \delta J_1 + \delta J_2$. Используя аргументацию вариационного исчисления, получим следующую сопряженную задачу относительно функций Лагранжа, на основе которой разработан численный алгоритм расчета оптимальных управляющих функций [1; 2; 5].

В области Ω имеет место следующее:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \lambda_1}{\partial t} + \frac{\partial \mu_1}{\partial l} = & - \left[k(y^*)'_x \left(-\frac{\lambda_1}{H_x} + \frac{\lambda_2}{H_y} + \frac{\lambda_3}{C} \left(\frac{A}{H_x} - \frac{B}{H_y} \right) \right) + \right. \\ & \left. + u_4 \left(\frac{\lambda_1}{H_x} - \frac{\lambda_3}{H_x C} \right) + \frac{u_4 + \Phi_V + \Phi_L}{C} \alpha_1 - \frac{u_4}{C} \beta_1 \right], \\ \frac{\partial \lambda_2}{\partial t} + \frac{\partial \mu_2}{\partial l} = & - \left[2(y - \Theta^*) + k \left(\frac{\lambda_1}{H_x} - \frac{\lambda_2}{H_y} - \frac{\lambda_3}{H_x C} \frac{A}{H_y} + \frac{\lambda_3}{H_y C} \frac{B}{H_y} \right) - \right. \\ & \left. - u_4 \left(\frac{\lambda_2}{H_y} - \frac{\lambda_3}{H_y C} \right) - \frac{\Phi_V + \Phi_L}{H_y} \left(\lambda_2 - \frac{B}{C} \lambda_3 \right) - \right. \\ & \left. - \lambda_3 \left(\frac{u_4 + \Phi_V + \Phi_L}{C} \alpha_2 - \frac{u_4}{C} \beta_2 \right) \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \lambda_3}{\partial t} + \frac{\partial \mu_3}{\partial l} = & - \left[u_2 \left(-\frac{\lambda_2}{H_y} + \frac{\lambda_3}{H_y} \frac{B}{C} - \frac{\lambda_3}{C} \alpha_2 \right) - \right. \\ & - \frac{u_4 \lambda_3 (-\alpha_3 + \alpha_4)}{C} - \frac{\lambda_3 \alpha_3}{C} (\Phi_V + \Phi_L) - \\ & \left. - \frac{\lambda_3 u_1 \alpha_1}{C} - \lambda_3 \left(\frac{u_4 + \Phi_V + \Phi_L}{C} \alpha_3 - \frac{u_4}{C} \beta_3 \right) \right], \\ \frac{\partial \lambda_4}{\partial t} + \frac{\partial \mu_4}{\partial l} = & - \left[\frac{u_1}{H_x} \left(\lambda_1 - \lambda_3 \frac{A}{C} \right) + \frac{\lambda_3}{C} \beta_2 u_2 + \right. \\ & + \frac{\lambda_3}{C} u_4 (\beta_3 - \beta_4) + \frac{\lambda_3}{C} \beta_3 (\Phi_V + \Phi_L) + \\ & \left. + \frac{\lambda_3 u_1 \beta_1}{C} - \lambda_3 \left(\frac{u_4 + \Phi_V + \Phi_L}{C} \alpha_4 - \frac{u_4}{C} \beta_4 \right) \right]. \end{aligned}$$

В этой системе неизвестные μ_i или λ_i ($i = \overline{1, 4}$) исключаются с помощью соотношений

$$\begin{aligned} \mu_1 + \frac{\lambda_1}{H_x} L - \frac{\lambda_3}{H_x} \frac{A}{C} L - \frac{V \alpha_1 - L \beta_1}{C} \lambda_3 &= 0, \\ \mu_2 - \frac{\lambda_2 V}{H_y} + \frac{\lambda_3}{H_y} \frac{B}{C} V - \frac{\lambda_3}{C} (V \alpha_2 - L \beta_2) &= 0, \\ \lambda_4 - \frac{\lambda_3}{C} D^0 = 0, \quad \mu_3 + \mu_4 + \frac{\lambda_1}{H_x} x - \frac{\lambda_2}{H_y} y - \frac{\lambda_3}{C} x & \times \\ \times \left(\frac{A}{H_x} x - \frac{B}{H_y} y + H - h - L(\beta_3 + \beta_4) + V(\alpha_4 - \alpha_3) \right) &= 0. \end{aligned}$$

Граничные условия $0 < t < T$ при $l = 0$ имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{d\lambda_k^{(1)}}{dt} - \frac{\lambda_k^{(1)}}{H_{x_k}} W(t) - \lambda_k^{(2)} \left[1 + a \left(y^*(x_k)' - 1 \right) \right] &= 0, \\ \mu_1 + \frac{\lambda_k^{(1)}}{H_{x_k}} L(0, t) = 0, \quad \mu_2 - \frac{\lambda_k^{(1)}}{H_{x_k}} V(0, t) + \lambda_k^{(2)} &= 0, \\ \mu_4 + \frac{\lambda_k^{(1)}}{H_{x_k}} x(0, t) + \lambda_k^{(3)} = 0, \quad 2\varepsilon z = 0, \\ \text{grad } S_V \equiv \mu_3 - \frac{\lambda_k^{(1)}}{H_{x_k}} y(0, t) - \lambda_k^{(3)} + & \\ + \varepsilon (V_{\max} + V_{\min} - 2V(0, t)) = 0; & \end{aligned}$$

при $l = 1$

$$\begin{aligned} \frac{d\lambda_d^{(1)}}{dt} - \frac{\lambda_d^{(1)}}{H_{x_d}} V(1, t) - \mu_1(1, t) &= 0, \\ \frac{\lambda_d^{(1)}}{H_{x_d}} V(1, t) - \mu_2(1, t) &= 0, \\ \frac{\lambda_d^{(1)}}{H_{x_d}} (y(1, t) - x(1, t)) + \lambda_d^{(2)} - \mu_3(1, t) &= 0, \\ \text{grad } S_L \equiv -\lambda_d^{(2)} + \gamma (L_{\max} + L_{\min} - 2L(1, t)) - \mu_4(1, t) &= 0, \\ 2\gamma u = 0. & \end{aligned}$$

Начальные условия при $t = T$, $0 < l < 1$ выглядят так:

$$\begin{aligned} \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = 0, \quad \lambda_k^{(1)}(T) = 0, \\ \lambda_d^{(1)}(T) = 0. \end{aligned}$$

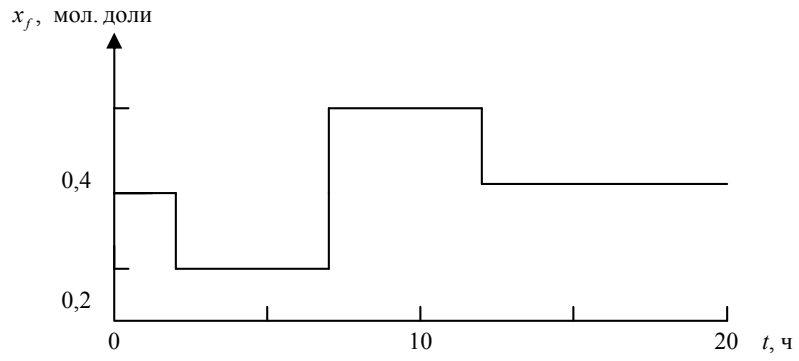
Для вычисления оптимальных управляющих функций $V(0, t)$ и $L(1, t)$ применяется итерационный метод, который заключается в следующем:

- 1) задаются начальные приближения $V^0(0, t)$ и $L^0(1, t)$;
- 2) если известны $V^n(0, t)$ и $L^n(1, t)$, то находятся решения прямой и сопряженной задач;
- 3) полагаем, что $V^{n+1}(0, t) = V^n(0, t) - \tau_1 \text{grad } S_V$, $L^{n+1}(1, t) = L^n(1, t) - \tau_2 \text{grad } S_L$;
- 4) предельные значения $L(1, t)$ и $V(0, t)$ дают решение задачи оптимального управления.

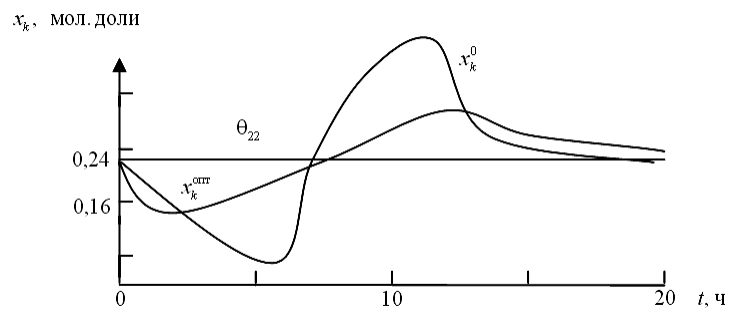
Для численного решения краевых задач и задач оптимального управления разработан численный алгоритм с использованием метода центральных разностей и треугольных сеток [1]. В качестве примера приведены результаты расчетов оптимальной управляющей функции $L(l, t)$ при оптимизации пускового режима для промышленной колонны К-34 установки серно-кислотного алкилирования изобутана бутиленами (разделяемая многокомпонентная смесь сведена к бинарной). На рис. 2 показано изменение концентрации бутана в сырье (рис. 2, а), в дефлегматоре (рис. 2, б), в кубе (рис. 2, в) при управлении потоком жидкости. Оптимальная управляющая функция $L(l, t)$ изображена на рис. 3. При оптимальном управлении выход на заданное значение концентрации целевого продукта происходит быстрее, чем при неоптимальном. Подробное описание установки и экспериментальные значения основных параметров процесса приведены в [5].

Библиографические ссылки

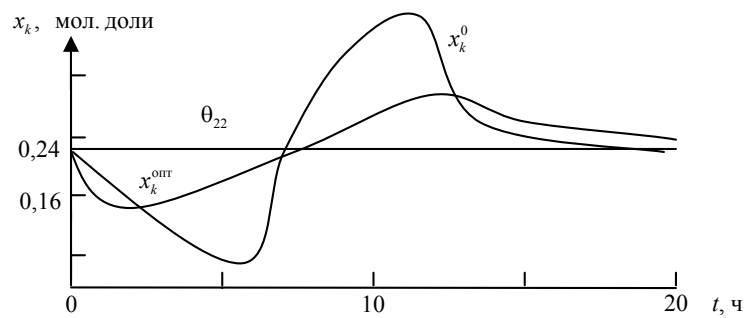
1. Демиденко Н. Д. Моделирование и оптимизация тепломассообменных процессов в химической технологии. М. : Наука, 1991.
2. Демиденко Н. Д. Управляемые распределенные системы. Новосибирск : Наука, 1999.
3. Вычислительный эксперимент в проблеме цунами / Ю. И. Шокин [и др.]. Новосибирск : Наука. Сиб. отд-ние, 1989.
4. Demidenko N. D. Modelling of Optimal Regimes in Chemical Engineering Objects with Interacting Flow Recirculation // Syst. Anal. Model. Simul. 1987. Vol. 4. P. 309–320.
5. Демиденко Н. Д., Потапов В. И., Шокин Ю. И. Моделирование и оптимизация систем с распределенными параметрами. Новосибирск : Наука, 2006.



a



б



в

Рис. 2. Графики изменения концентраций бутана:
a – в сырье; б – в дефлегматоре; в – в кубе

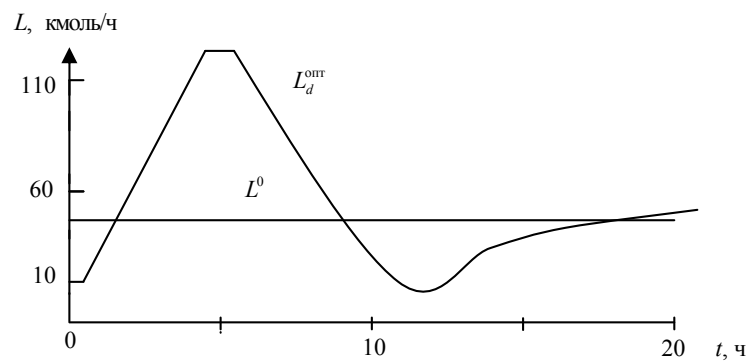


Рис. 3. График оптимального управляющего параметра

N. D. Demidenko, Ju. A. Tereschenko

OPTIMIZATION OF PROCESSES OF MULTICOMPONENT MIXTURES SEPARATION

A mathematical model for the processes of multicomponent mixtures separation is presented. A problem of optimal control is formulated. Necessary optimal conditions are obtained. A numerical method of optimization problems solving is developed.

Keywords: multicomponent mixture, optimal control, nonlinear processes.

© Демиденко Н. Д., Терещенко Ю. А., 2010

УДК 519.866

А. В. Медведев, П. Н. Победаш, Е. С. Семенкин

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГЛОБАЛЬНОГО СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКОГО РАЗВИТИЯ*

Описана содержательная постановка задачи и предложена модель глобального социально-экономического развития на основе экономико-математической модели оптимального управления, учитывающей взаимодействие основных экономических агентов мировой социально-экономической системы – производителя, потребителя и управляющего центра (мирового правительства). Авторская концепция сравнивается с подходами других авторов, рассматриваются упрощающие предпосылки при математическом моделировании глобального развития.

Ключевые слова: глобальное социально-экономическое развитие, математическое моделирование, задача оптимального управления, мировая социально-экономическая система, многокритериальная многошаговая задача линейного программирования.

В настоящее время, в связи с глобальными изменениями климата, угрозой перенаселенности Земли, нарушением экологического равновесия и исчерпанием мировых запасов основных невозобновляемых ресурсов на планете, большое внимание уделяется вопросам прогнозирования тенденций развития мировой социально-экономической системы (МСЭС). Вследствие этого актуальной является разработка математических моделей глобальной динамики, описывающих вышеперечисленные аспекты мирового развития, а также создание на их основе систем поддержки принятия решений, которые могут позволить найти закономерности максимально долгого, по возможности бескризисного, функционирования мировой системы и принятия обоснованных управленческих решений.

При моделировании динамики МСЭС можно выделить два основных подхода – имитационный и оптимизационный. *Имитационные модели*, как правило, являются детализированными и позволяют подробно учесть законы функционирования мировой системы, однако не только не дают возможности относительно быстро выйти, но и не гарантируют выход на оптимальные или даже субоптимальные траектории развития. Кроме того, для анализа моделируемых процессов имитационные модели требуют обработки огромного количества независимых экспертных, статистических, экспериментальных данных. *Оптимизационные модели* без значительных затрат на имитационный перебор вариантов обеспечивают поиск наилучшего сценария развития, показатели эффективности которого в рамках выбранной модели превзойти не-

возможно. Кроме того, при наличии нескольких лиц, принимающих решения, оптимизационная постановка описывает наилучшие, в смысле заданных критериев, стратегии развития МСЭС, учитывающие компромиссы интересов нескольких экономических агентов. Имитационный подход используется, например, в работах [1–3], а оптимизационный – в ряде моделей, представленных в [3]. Достаточно широкий обзор по тематике глобального моделирования приведен в статье [4] и монографии [5].

В публикации [6] рассмотрен оптимизационный подход к моделированию глобального социально-экономического развития, поскольку предполагается, как и у авторов работы [3], что у общества есть возможность осознанного выбора стратегии развития с помощью управляющих воздействий на МСЭС. Содержательный смысл рассматриваемой задачи можно сформулировать в следующем виде. Необходимо найти такое распределение инвестиций в основные производственные фонды (ОПФ) мировой экономической системы, количество произведенной в каждый момент t продукции каждой производственной отрасли, текущие инвестиции мирового производственного сектора на снижение уровня загрязнений (CO_2 , фреон и др.) с учетом запасов продукции, количества невозобновляемых ресурсов, накопленных загрязнений, численности населения, интересов основных экономических агентов (максимизация их собственных средств) и времени бескризисного существования МСЭС, при которых достигаются Парето-точки в пространстве критериев экономических агентов.

*Работа выполняется в рамках проекта 2.1.1/2710 «Математическое моделирование инвестиционного развития региональных экономических систем» АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы в 2009–2010 гг.».