

N. D. Demidenko, Ju. A. Tereschenko

OPTIMIZATION OF PROCESSES OF MULTICOMPONENT MIXTURES SEPARATION

A mathematical model for the processes of multicomponent mixtures separation is presented. A problem of optimal control is formulated. Necessary optimal conditions are obtained. A numerical method of optimization problems solving is developed.

Keywords: multicomponent mixture, optimal control, nonlinear processes.

© Демиденко Н. Д., Терещенко Ю. А., 2010

УДК 519.866

А. В. Медведев, П. Н. Победаш, Е. С. Семенкин

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГЛОБАЛЬНОГО СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКОГО РАЗВИТИЯ*

Описана содержательная постановка задачи и предложена модель глобального социально-экономического развития на основе экономико-математической модели оптимального управления, учитывающей взаимодействие основных экономических агентов мировой социально-экономической системы – производителя, потребителя и управляющего центра (мирового правительства). Авторская концепция сравнивается с подходами других авторов, рассматриваются упрощающие предпосылки при математическом моделировании глобального развития.

Ключевые слова: глобальное социально-экономическое развитие, математическое моделирование, задача оптимального управления, мировая социально-экономическая система, многокритериальная многошаговая задача линейного программирования.

В настоящее время, в связи с глобальными изменениями климата, угрозой перенаселенности Земли, нарушением экологического равновесия и истощением мировых запасов основных невозобновляемых ресурсов на планете, большое внимание уделяется вопросам прогнозирования тенденций развития мировой социально-экономической системы (МСЭС). Вследствие этого актуальной является разработка математических моделей глобальной динамики, описывающих вышеперечисленные аспекты мирового развития, а также создание на их основе систем поддержки принятия решений, которые могут позволить найти закономерности максимально долгого, по возможности бескризисного, функционирования мировой системы и принятия обоснованных управленческих решений.

При моделировании динамики МСЭС можно выделить два основных подхода – имитационный и оптимизационный. *Имитационные модели*, как правило, являются детализированными и позволяют подробно учесть законы функционирования мировой системы, однако не только не дают возможности относительно быстро выйти, но и не гарантируют выход на оптимальные или даже субоптимальные траектории развития. Кроме того, для анализа моделируемых процессов имитационные модели требуют обработки огромного количества независимых экспертных, статистических, экспериментальных данных. *Оптимизационные модели* без значительных затрат на имитационный перебор вариантов обеспечивают поиск наилучшего сценария развития, показатели эффективности которого в рамках выбранной модели превзойти не-

возможно. Кроме того, при наличии нескольких лиц, принимающих решения, оптимизационная постановка описывает наилучшие, в смысле заданных критериев, стратегии развития МСЭС, учитывающие компромиссы интересов нескольких экономических агентов. Имитационный подход используется, например, в работах [1–3], а оптимизационный – в ряде моделей, представленных в [3]. Достаточно широкий обзор по тематике глобального моделирования приведен в статье [4] и монографии [5].

В публикации [6] рассмотрен оптимизационный подход к моделированию глобального социально-экономического развития, поскольку предполагается, как и у авторов работы [3], что у общества есть возможность осознанного выбора стратегии развития с помощью управляющих воздействий на МСЭС. Содержательный смысл рассматриваемой задачи можно сформулировать в следующем виде. Необходимо найти такое распределение инвестиций в основные производственные фонды (ОПФ) мировой экономической системы, количество произведенной в каждый момент t продукции каждой производственной отрасли, текущие инвестиции мирового производственного сектора на снижение уровня загрязнений (CO_2 , фреон и др.) с учетом запасов продукции, количества невозобновляемых ресурсов, накопленных загрязнений, численности населения, интересов основных экономических агентов (максимизация их собственных средств) и времени бескризисного существования МСЭС, при которых достигаются Парето-точки в пространстве критериев экономических агентов.

*Работа выполняется в рамках проекта 2.1.1/2710 «Математическое моделирование инвестиционного развития региональных экономических систем» АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы в 2009–2010 гг.».

Таким образом, в [6] предлагается на основе единого экономического и математического ядра концепция математического моделирования МСЭС как задачи оптимального управления, описываемой в классе многокритериальных многошаговых задач линейного программирования (ММЗЛП). В моделях, представленных в работах [1–3], как правило, заранее не выделяются ограничения и критерии функционирования МСЭС, а исследуется вопрос, удовлетворяет ли фазовая траектория системы в своем развитии некоторым апостериорным экономическим, экологическим и социальным ограничениям, и если они нарушены, то можно ли ее вернуть в рамки этих ограничений (решается задача «возврата к пределам роста» по Медоузу [2]). В отличие от указанных работ, существенным концептуальным положением предлагаемого подхода является априорный учет наиболее значимых из перечисленных ограничений мировой системы, которые определяют допустимые варианты ее функционирования. В частности, одной из главных задач при изучении развития МСЭС, по нашему мнению, является построение ее простой и качественно адекватной математической модели, отражающей зависимости наиболее существенных параметров этой системы. При этом, в соответствии с ключевой идеей первых авторов глобальных моделей [1; 2] здесь не ставится задача получения и точного количественного прогноза изменения показателей МСЭС в динамике, а выясняются будущие тенденции этой системы и условия, при которых они реализуются.

Следует отметить мнение ряда исследователей, что для МСЭС (в отличие от ее подсистем) трудно сформулировать критерии ее функционирования как единой системы [2; 3; 7]. Вместе с тем, в современных условиях развития МСЭС существует хотя бы один, несомненно, значимый критерий – максимизация времени ее жизни (выживания). Это свидетельствует об актуальности и целесообразности применения оптимизационных, в особенности многокритериальных, моделей развития МСЭС, включающих, например, такие условия, как максимизация остатка ресурсов, минимизация загрязнений, максимизация собственных средств экономических агентов и т. п.

Рассмотрим математическую постановку задачи. Перечислим предварительно некоторые предпосылки, упрощающие моделирование развития МСЭС:

1) рассматриваются три агрегированных экономических агента МСЭС – производитель, потребитель и управляющий центр;

2) каждая отрасль мирового производственного сектора производит лишь один продукт (принцип чистых отраслей);

3) из всех видов налогов рассматриваются лишь налог на добавленную стоимость (НДС) производственного сектора и налог на доходы физических лиц (НДФЛ) потребительского сектора, которые предполагаются *едиными* для всей планеты, что обеспечивает равные экономические возможности для экономических агентов всех государств [8], из которых и складываются денежные средства управляющего центра;

4) учитываются лишь невозобновляемые ресурсы, поскольку в соответствии с [2] один из прогнозируемых в ближайшем будущем кризисов мировой экономики объясняется истощением какого-либо из основных мировых ресурсов (нефти, железа и т. п.);

5) в первом приближении пренебрегаем запаздываниями влияния одних факторов на другие (например, влиянием накапливаемых производственных выбросов, в частности парниковых газов, на экологию [2]), хотя их учет и возможен за счет увеличения количества фазовых переменных модели;

6) рассматриваются линеаризованные (т. е. приближенные) уравнения, выражающие фактически нелинейные зависимости между основными показателями развития мировой системы, что позволяет создать простую качественную (феноменологическую) модель, отражающую их взаимное влияние. Например, с увеличением уровня загрязнений численность населения убывает, а с увеличением инвестиций на компенсацию загрязнителей уровень этих загрязнений снижается, что согласуется с качественными результатами, полученными по моделям из [1; 2].

С учетом приведенных предпосылок задачу управления глобальным социально-экономическим развитием можно описать в виде линейной задачи оптимального управления – ММЗЛП в стандартной постановке [9]:

$$\begin{aligned}
 x_k(t+1) &= (1 - 1/T_k)x_k(t) + u_k(t) \quad (k = 1, \dots, K), \\
 x_{K+k}(t+1) &= (1 - \eta_k)x_{K+k}(t) - a_k x_{3K+I+J+1}(t) - \\
 &\quad - \sum_{s=1}^K d_{ks} u_{K+s}(t) \quad (k = 1, \dots, K), \\
 x_{2K+k}(t+1) &= x_{2K+k}(t) + u_{K+k}(t) \quad (k = 1, \dots, K), \\
 x_{3K+i}(t+1) &= x_{3K+i}(t) - \sum_{k=1}^K b_{ik} u_{K+k}(t) \quad (i = 1, \dots, I), \\
 x_{3K+I+j}(t+1) &= x_{3K+I+j}(t) - \\
 &\quad - \sum_{k=1}^K c_{jk} u_{K+k}(t) - e_j u_{2K+j}(t) \quad (j = 1, \dots, J), \\
 x_{3K+I+J+1}(t+1) &= - \sum_{k=1}^K \chi_k x_{2K+k}(t) + \zeta x_{3K+I+J+1}(t), \quad (1) \\
 x_{3K+I+J+2}(t+1) &= - \sum_{k=1}^K \bar{P}_k x_{K+k}(t) + \\
 &\quad + \left[(1 - \rho_1 - \beta) \sum_{k=1}^K a_k P_k - \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K b_{ik} a_k \bar{P}_i \right] \times \\
 &\quad \times x_{3K+I+J+1}(t) + x_{3K+I+J+2}(t) - \sum_{k=1}^K u_k(t) - \sum_{j=1}^J u_{2K+j}(t), \\
 x_{3K+I+J+3}(t+1) &= (\alpha + \beta - 1) \sum_{k=1}^K a_k P_k x_{3K+I+J+1}(t) + \\
 &\quad + (1 - \rho_2) x_{3K+I+J+3}(t) + \psi x_{3K+I+J+4}(t), \\
 x_{3K+I+J+4}(t+1) &= (\rho_1 - \alpha) \sum_{k=1}^K a_k P_k x_{3K+I+J+1}(t) + \rho_2 x_{3K+I+J+3}(t) + \\
 &\quad + (1 - \psi) x_{3K+I+J+4}(t) \quad (t = 0, \dots, T-1); \\
 x_{3K+I+J+5}(t+1) &= x_{3K+I+J+5}(t) + 1 \quad (t = 0, \dots, T-1); \\
 x_k(0) &= x_k^0 \quad (k = 1, \dots, 3K + I + J + 4), \quad x_{3K+I+J+5}(0) = 0; \quad (2) \\
 x_{3K+I+J+m}(t) &\geq 0 \quad (m = 1, \dots, 4; \quad t = 0, \dots, T),
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
u_{K+k}(t) &\leq a_k x_{3K+I+J+1}(t) \quad (k=1, \dots, K; \quad t=0, \dots, T-1), \\
u_{K+k}(t) &\leq \bar{\delta}_k x_k(t) \quad (k=1, \dots, K; \quad t=0, \dots, T-1), \\
x_{K+k}(t) &\geq 0 \quad (k=1, \dots, K; \quad t=0, \dots, T), \\
x_{3K+I+j}(t) &\geq 0 \quad (j=1, \dots, J; \quad t=0, \dots, T), \\
x_{3K+I}(T) &\geq 0 \quad (i=1, \dots, I),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{k=1}^K c_{jk} x_{2K+k}(T) &\leq \bar{c}_j \Delta V \quad (j=1, \dots, J); \\
u_k(t) &\geq 0 \quad (k=1, \dots, 2K+J; \quad t=0, \dots, T-1); \\
J_i &= x_{3K+I}(T) \rightarrow \max \quad (i=1, \dots, I),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
J_{I+j} &= \sum_{k=1}^K c_{jk} x_{2K+k}(T) \rightarrow \min \quad (j=1, \dots, J), \\
J_{I+J+1} &= \sum_{t=0}^{T-1} \sum_{k=1}^K \frac{P_k (a_k x_{3K+I+J+1}(t) - u_{K+k}(t))}{(1+r_k(t))^t} \rightarrow \min, \quad (5) \\
J_{I+J+m} &= \sum_{t=0}^{T-1} \frac{[x_{3K+I+J+m}(t+1) - x_{3K+I+J+m}(t)]}{[1+r(t)]^t} \rightarrow \\
&\rightarrow \max \quad (m=2, \dots, 4), \\
J_{I+J+5} &= x_{3K+I+J+5}(T) \rightarrow \max,
\end{aligned}$$

где $u_k(t)$ ($k=1, \dots, K; \quad t=0, \dots, T-1$) – инвестиции в основные производственные фонды (ОПФ) k -й отрасли; $u_{K+k}(t)$ ($k=1, \dots, K; \quad t=0, \dots, T-1$) – количество произведенной в момент t продукции k -го вида; $u_{2K+j}(t)$ ($j=1, \dots, J; \quad t=0, \dots, T-1$) – текущие инвестиции мирового производственного сектора на снижение уровня j -го загрязнителя (метана, СО и т. п.); $x_k(t)$ – накопленная к моменту t стоимость ОПФ k -го типа; $x_{K+k}(t)$ ($k=1, \dots, K; \quad t=0, \dots, T$) – количество запасов продукта k -го вида на момент t ; $x_{2K+k}(t)$ ($k=1, \dots, K; \quad t=0, \dots, T$) – количество произведенного продукта k -го вида на момент t ; $x_{3K+I}(t)$ ($i=1, \dots, I; \quad t=0, \dots, T$) – количество невозобновляемого ресурса i -го вида на момент t ; $x_{3K+I+j}(t)$ ($j=1, \dots, J; \quad t=0, \dots, T$) – количество (объем) загрязнителя j -го вида, накопленное к моменту t ; $x_{3K+I+J+1}(t)$ ($t=0, \dots, T$) – численность населения, прогнозируемая к моменту t ; $x_{3K+I+J+m}(t)$ ($m=2, \dots, 4; \quad t=0, \dots, T$) – текущие денежные средства производственного и потребительского секторов и управляющего центра в момент t соответственно; $x_{3K+I+J+5}(t)$ ($t=0, \dots, T$) – текущее время (время бескризисного существования) МСЭС; x_k^0 ($k=1, \dots, 3K+I+J+4$) – значение k -й фазовой переменной в начальный момент времени; a_k ($k=1, \dots, K$) – норма среднелюдского расхода продукта k -го типа; b_{ik} ($i=1, \dots, I; \quad k=1, \dots, K$) – норма расхода i -го ресурса при производстве единицы продукта k -го типа; c_{jk} ($j=1, \dots, J; \quad k=1, \dots, K$) – количество j -го загрязнителя, появляющееся при производстве единицы продукта k -го типа; d_{ks} ($k=1, \dots, K; \quad s=1, \dots, K$) – количество продукта

k -го вида, затрачиваемое на производство единицы продукции s -го типа; e_j ($j=1, \dots, J$) – количество убыли загрязнителя j -го вида, обусловленной инвестициями производственного сектора в одну денежную единицу на его компенсацию; $\bar{c}_j$ ($j=1, \dots, J$) – максимально допустимая (для выживания человечества как биологического вида) концентрация загрязнителя j -го типа; $\bar{P}_i, \bar{P}_k$ ($i=1, \dots, I; \quad k=1, \dots, K$) – соответственно, стоимость добычи единицы ресурса i -го вида и хранения единицы продукции k -го типа (за 1 период); χ_k ($k=1, \dots, K$) – величина абсолютной убыли населения при суммарном росте уровня всех загрязнителей в связи с увеличением производства продукта k -го типа на единицу; $\zeta = 1 + \nu$, где ν – темп прироста (убыли) населения; $\bar{\delta}_k = \frac{V_k}{c_k}$ ($k=1, \dots, K$) – относительная эффективность ОПФ k -го типа; $\eta_k \in [0; 1]$ ($k=1, \dots, K$) – доля потери продукции k -го типа за 1 период в связи с хранением; V_k, T_k, c_k и P_k ($k=1, \dots, K$) – производительность, срок службы, стоимость единицы ОПФ и стоимость единицы продукции k -го типа соответственно; $\Delta V \approx 4\pi R h [R + h]$ – объем слоя атмосферы Земли, в котором учитывается накопление загрязнителей, $h \approx 20 \dots 30$ км – средняя высота этого слоя [2], а $R \approx 6\,370 \dots 6\,400$ км – средний радиус Земли; I, J, K – соответственно, количество видов ресурсов, типов загрязнителей, выбрасываемых производственным сектором в окружающую среду, а также видов производимой им продукции (отраслей); $\alpha \in [0; 1]$ – доля стоимости мирового валового продукта (выручки от реализации производственного сектора), оплачиваемая планетарным управляющим центром; $\beta \in [0; 1]$ – доля выручки от реализации производственного сектора, выделяемая на фонд оплаты труда (ФОТ) потребительского сектора; $\psi \in [0; 1]$ – доля доходов планетарного управляющего центра, выделяемая на ФОТ потребительского сектора; ρ_1, ρ_2 – ставки НДС и НДСЛ производственного и потребительского секторов соответственно; T и $r(t)$ – соответственно, срок действия инвестиционного проекта и ставка дисконтирования в момент t (прогнозируемый уровень инфляции); $r_k(t)$ ($k=1, \dots, K$) – ставка дисконтирования, отражающая приоритетность продукта k -го типа в момент t в ассортименте производимой продукции.

Дадим краткую содержательную характеристику условий (1)–(5). Уравнения (1) являются, соответственно, уравнениями динамики стоимости ОПФ отраслей производственного сектора, количества запасов и произведенного продукта каждого вида, количества невозобновляемых ресурсов и загрязнителей всех типов к моменту t , а также численности населения и собственных средств производственного, потребительского секторов и управляющего центра, а также дискретного времени системы. Условия (2) выражают

начальное состояние МСЭС. Первое ограничение в условии (3) содержательно означает неотрицательность численности населения и денежных средств рассматриваемых мировых экономических агентов, а 2-е и 3-е условия – что количество произведенной продукции не превышает спроса МСЭС по каждому виду продукции в любой момент времени и производственных мощностей соответствующей отрасли; 4, 5 и 6-е ограничения в условии (3) означают неотрицательность текущих запасов продукции и объемов выбросов загрязнителей, а также запасов невозобновляемых ресурсов всех видов в конечный момент; смысл 7-го ограничения в условии (3) заключается в том, что количество загрязнителя каждого вида в момент T окончания проекта не превосходит предельно допустимого объема. Условия (4) отражают неотрицательность управляющих переменных в каждый момент времени.

Содержательный смысл 1-й группы из I условий в выражениях (5) заключается в необходимости оставить будущим поколениям максимальное количество ресурсов всех видов; 2-я группа из J соотношений означает минимизацию количества всех загрязнителей; 3-й критерий минимизирует суммарный дисбаланс между спросом и предложением МСЭС; 4-я группа из трех следующих условий состоит в максимизации чистого дисконтированного дохода (NPV) основных экономических агентов МСЭС, а 5-е – означает максимизацию времени жизни системы.

Существенным аргументом разработки модели глобального развития в виде ММЗЛП является возможность создания системы поддержки принятия управленческих решений, объединяющих математические модели МСЭС, методы их исследования и программное обеспечение автоматизированной информационной системы. В настоящее время нами разработан пакет прикладных программ, использование которого облегчает обработку потоков социально-экономической информации и анализ многокритериальных линейных динамических и статических задач экономического характера [10]. Использование указанного пакета для численного анализа модели (1)–(5) позволит повысить обоснованность принятия решений при управлении мировой системой с учетом интересов многих лиц.

Модель (1)–(5) является обобщением на макроэкономическом уровне модели эффективности регионального экономического развития [11]. Принципиальное отличие предлагаемой модели состоит в том, что спрос по каждому виду продукции уже нельзя трактовать как экзогенно заданную величину, поскольку он зависит от численности населения Земли – основной фазовой переменной модели, которая согласно [2] определяет пределы роста, потребности и необходимые пропорции производства и потребления мировой системы. В то же время, численность населения убывает с ростом загрязнений, что порождает уменьшение глобальной потребительской корзины, а значит, ведет к уменьшению доходов и сворачиванию активности производителя, в конце концов, уменьшая

общий уровень загрязнений. Указанная цепочка взаимосвязей, реализуемая в предлагаемой модели, позволяет выявить саморегулирование в МСЭС (как имманентно присущее любой сложной системе свойство), которое может в полной мере проявиться лишь при разумном целенаправленном участии управляющего центра. Поэтому, как отмечается в [5; 12], вера ряда политических и экономических лидеров в то, что рыночная экономика способна самостоятельно справиться с кризисом, является необоснованной.

Необходимо подчеркнуть, что модель (1)–(5), в отличие от моделей в [1; 2], является оптимизационной, т. е. позволяет прогнозировать динамику именно оптимального (в смысле заданных критериев) поведения МСЭС, что сближает ее с некоторыми моделями, предложенными в [3]. Однако в отличие от последних, где критерии качества служат преимущественно лишь для удовлетворения тех или иных ограничений (т. е. построения допустимого управления), в ММЗЛП (1)–(5) изначально включены целевые функции, отражающие качество выбранной траектории развития с учетом интересов рассматриваемых экономических агентов. Более того, по мнению авторов работы [3], нет смысла говорить о каких-либо содержательных целевых критериях социально-экономической системы на макроуровне. Вместе с тем, мы убеждены, что такие критерии, указывающие общество на направления устойчивого развития, должны приниматься во внимание при моделировании глобальных процессов. Например, первые I соотношений в условиях (5) отражают тот факт, что в устойчиво развивающейся мировой экономике необходимо разумно тратить невозобновляемые ресурсы, стараясь оставить как можно более полную ресурсную базу будущим поколениям. Следующие J критериев в условиях (5) учитывают экологическую нагрузку, оказываемую человечеством на мировую экосистему, которую уже нельзя игнорировать в связи с современными масштабами производства. Последняя из целевых функций выражает «срок жизни» (или период бескризисного развития) МСЭС – показатель качества функционирования всей системы, являющийся глобальным аналогом такой характеристики, как средняя продолжительность жизни человека, рассмотренной в [2]. Остальные условия (5) выражают интересы основных экономических агентов мировой экономики.

Кроме того, отметим, что в отличие от модели в [11] часть переменных, ограничений и критериев качества ММЗЛП (1)–(5) представлены в натуральной, а не в универсальной стоимостной форме. Это объясняется тем, что в соответствии с [12] для понимания законов функционирования глобальной экономики важнее *физическое*, а не *денежное* представление некоторых показателей. Например, стоимость единицы невозобновляемого ресурса определяется не только затратами на его добычу (с учетом существующих технологий в добывающей отрасли), но и разведанными на сегодня его мировыми запасами. В свою очередь, некоторые ограничения (3) в нату-

ральной форме можно заменить на «стоимостное» представление и наоборот. Например, 2-е условие (3) в «стоимостном» формате примет вид: $P_k u_{K+k}(t) \leq a_k P_k x_{3K+I+J+1}(t)$ ($k = 1, \dots, K; t = 0, \dots, T-1$), а 3-е неравенство в вещественной форме эквивалентно соотношению $P_k u_{K+k}(t) \leq \delta_k x_k(t)$ ($k = 1, \dots, K; t = 0, \dots, T-1$), где $\delta_k = P_k \bar{\delta}_k = \frac{P_k V_k}{c_k}$ – максимальная фондоотдача ОПФ k -го типа.

При моделировании глобального развития, на наш взгляд, целесообразно заложить в модель предпосылку о равенстве всех членов общества в удовлетворении своих потребностей в пище, одежде, жилье и т. п., так как в противном случае все достижения цивилизации (высокий валовой мировой продукт на душу населения, высокая производительность основных средств, научно-технический прогресс и др.) могут терять смысл из-за угрозы социальных конфликтов и нестабильности развития. В этой связи ММЗЛП (1)–(5) разрабатывалась как модель нормативного характера, в которой используются единые среднечеловеческие нормы a_k расхода продуктов. С одной стороны, эти нормы отражают равенство возможностей каждого человека в устойчиво развивающейся, социально справедливой экономике для удовлетворения своих насущных потребностей [12–14], а с другой – позволяют снизить либо вовсе исключить чрезмерное (надфизиологическое) потребление ресурсов и продуктов. Важно отметить, кроме того, что, по нашему мнению, любая математическая модель, описывающая социально-экономические взаимодействия, должна решать проблему соответствия предложения спросу как одну из краеугольных задач в социально-экономических системах. В модели (1)–(5) величины $a_k x_{3K+I+J+1}(t)$, ($k = 1, \dots, K; t = 0, \dots, T-1$) отражают спрос потребительского сектора на k -й вид продукции в момент t , ограничивающий количество производимой в МСЭС продукции (2-е неравенство в условии (3)). Другим ограничителем роста продукции мирового производственного сектора, очевидно, является ограничение выпуска продукции технологическими возможностями производственного сектора (3-е неравенство в условии (3)).

Построенная модель является задачей линейного оптимального управления, хотя предлагаемая концепция позволяет обобщить ее и на нелинейный случай. Переход к нелинейной модели может повысить ее адекватность количественно, но не изменит качественных закономерностей, возникающих при взаимодействии мирового производителя и мирового потребителя под управлением мирового центра. Таким образом, для предварительного (качественного) анализа в первом приближении можно рассматривать линейный вариант модели развития МСЭС. Очевидно, что для уточнения полученных данных о пропорциях развития и времени жизни МСЭС потребуются значительные объединенные усилия специалистов различ-

ных областей знания – экономистов, экологов, социологов, демографов, математиков и др., а также использование высокоэффективных численных методов – генетических и эволюционных алгоритмов, параллельных вычислений и т. п. Отметим, что ММЗЛП (1)–(5) представляет собой лишь математический каркас МСЭС, который можно в дальнейшем агрегировать или детализировать в зависимости от целей исследования, дополняя и модифицируя ее уравнения, ограничения и целевые критерии.

Предлагаемый в данной работе подход позволяет с единых экономических (выбор, принципы описания деятельности, взаимодействий и целевых критериев экономических агентов) и математических (выбор класса ММЗЛП, структуры уравнений движения, ограничений и целевых критериев) позиций описать функционирование МСЭС, а также относительно просто рассматривать многие актуальные и потенциальные вопросы ее развития – ресурсные и экологические ограничения, бескризисность, взаимодействие нескольких экономических агентов и т. п.

Библиографические ссылки

1. Форрестер Дж. Мировая динамика. М. : Наука, 1978.
2. The Limits to Growth : A Report for the Club of Rome's Project on the Predicament of Mankind / D. L. Meadows [et al.]. N. Y. : Universe Books. 1972.
3. Математические модели глобального развития. Критический анализ моделей природопользования / В. А. Егоров [и др.]. М. : Гидрометеоиздат, 1980.
4. Махов С. А., Посашков С. А. Анализ стратегических рисков на основе математического моделирования : препринт / ИПМ РАН. М., 2007.
5. Прогноз и моделирование кризисов и мировой динамики / отв. ред. А. А. Акаев, А. В. Коротаев, Г. Г. Малинецкий. М. : Изд-во ЛКИ, 2010.
6. Моделирование стратегии мирового социально-экономического развития как задачи оптимального управления / М. А. Горбунов [и др.] // Вестник СибГАУ. Вып. 4(25). 2009. С. 71–75.
7. Махов С. А. Математическое моделирование мировой динамики и устойчивого развития на примере модели Форрестера : препринт / ИПМ РАН. М., 2005.
8. Solte D. Global financial system in balance. Crisis as opportunity for a sustainable future. Berlin : Terra Media Verlag, 2009.
9. Пропой А. И. Элементы теории оптимальных дискретных процессов. М. : Наука, 1973.
10. Конструктор и решатель дискретных задач оптимального управления («Карма») : пакет прикладных программ / А. В. Медведев [и др.]. Св-во о регистрации № 2008614387 от 11.09.2008.
11. Медведев А. В. Применение z-преобразования к исследованию многокритериальных линейных моделей регионального экономического развития : монография / Сиб. гос. аэрокосмич. ун-т им. акад. М. Ф. Решетнева. Красноярск, 2008.

12. Рандерс Й., Медоуз Д. Пределы роста. 30 лет спустя. М. : Академкнига, 2008.

13. Solte D. Weltfinanzsystem am Limit – Einblicke in den «Heiligen Gral» der «Globalisierung»). Berlin : Terra Media Verlag, 2007.

14. Радермахер Ф. Баланс или разрушение. Эко-социальная рыночная экономика как ключ к устойчивому развитию мира / Некоммерческое партнерство «За устойчивое информационное общество в России». Новосибирск, 2008.

A. V. Medvedev, P. N. Pobedash, E. S. Semenkin

MATHEMATICAL MODEL OF THE WORLDWIDE SOCIOECONOMIC DEVELOPMENT

A mathematical model of the worldwide socioeconomic development, based on the optimization approach, is suggested and analyzed in this article. The model takes into consideration the interests of producing, consuming, finance and control sectors of the worldwide socioeconomic system. The authors' conception is opposed with the other authors' approaches, and conditions which ease mathematic modeling of worldwide advancement are considered.

Keywords: world socioeconomic development, mathematical modeling, optimal control problem, worldwide socioeconomic system, multicriteria multistage linear programming problem.

© Медведев А. В., Победаш П. Н., Семенкин Е. С., 2010

УДК 539.3

Н. В. Молокова

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ НЕФТЕЗАГРЯЗНЕНИЯ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ

Приведено построение и исследование математической модели двухфазной фильтрации, учитывающей движение углеводородных загрязнителей и воздуха в пористом грунте. Модель включает в себя систему уравнений в частных производных с дополнительными условиями. В число дифференциальных уравнений входит уравнение баланса массы в элементе пористой среды – уравнение неразрывности, а также дифференциальные уравнения движения. Для замыкания системы вводятся уравнения состояния рассматриваемого загрязнителя и среды. Начальные и граничные условия соответствуют фильтрационному процессу, начиная с поверхности грунта и начальной стадии разлива загрязнителя. Проводится сравнительный анализ результатов математического моделирования с экспериментами.

Ключевые слова: модель двухфазной фильтрации, геофильтрация, нефтезагрязнение, пористая среда, математическое моделирование.

Методы исследования проблем экологической безопасности при нефтяном загрязнении в настоящее время быстро развиваются, складываясь в новое научное направление – *нефтеэкологию*. Основой для выявления нефтеэкологической ситуации и выработки мероприятий по предупреждению и ликвидации нефтяного загрязнения является проведение комплексного мониторинга и детальной экспертизы нефтезагрязненных земель, унификация ряда параметров и методов, обеспечивающих очистку почв от нефтяного загрязнения, в том числе и построение компьютерных математических моделей для определения динамики распространения углеводородного загрязнения [1].

Создаются и исследуются геофильтрационные модели средствами математического моделирования. Использование теории фильтрации в сочетании с современными математическими методами и вычислительными машинами позволяет значительно сократить сроки перехода от лабораторных установок непосредственно к эффективному применению технологии экологической реабилитации.

Постановка задачи. Проблема исследования процессов миграции углеводородов, фильтрующихся с поверхности земли, является очень сложной и до сих пор остается областью активных научных исследований. В связи с этим объектом исследования является процесс нефтезагрязнения почвы в результате аварийных утечек и разливов, а предметом – прикладные аспекты моделирования фильтрации жидких углеводородов в пористой среде.

Цель исследования заключается в построении математической модели процесса нефтезагрязнения пористых сред, изучении на ее основе динамики распространения углеводородов с учетом действующих факторов, объединении разработанных методик и математической модели в программный комплекс.

Настоящее исследование основано на *гипотезе* сплошной среды. Для достижения поставленной цели в работе решаются следующие задачи:

1. Анализ проблемы исследования в научной отечественной и зарубежной литературе, анализ и сравнение между собой построенных ранее моделей дан-