

ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК СОБСТВЕННЫХ ТОНОВ ПРИ НАЛИЧИИ СЛУЧАЙНЫХ ОШИБОК В ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Сделаны оценки точности определения собственных частот, обобщенных масс и обобщенных коэффициентов демпфирования собственных тонов колебаний конструкций по результатам резонансных испытаний. Полагалось, что в величинах действительной и мнимой составляющих перемещений точек конструкции присутствуют случайные ошибки измерений. Исследования проводились методом статистического моделирования.

Ключевые слова: резонансные испытания, ошибки измерений, статистическое моделирование.

Исходными данными для нахождения собственных частот, обобщенных масс и обобщенных коэффициентов демпфирования собственных тонов являются экспериментально определенные величины действительной U и мнимой V составляющих перемещений точек конструкции для ряда частот вынужденных колебаний при известных силах возбуждения. Характеристики вынужденных колебаний измеряются в испытаниях с некоторой погрешностью, поэтому представляет практический интерес анализ чувствительности способов определения обобщенных динамических характеристик к ошибкам в экспериментальных данных. Решению этой задачи посвящены, например, работы [1; 2].

Для определения обобщенной массы (a_i) и обобщенного коэффициента демпфирования (h_i) i -го собственного тона колебаний использовались следующие формулы [3]:

$$a_i = \frac{V_i^T (\lambda_i E_i - F_i)}{(1 + \lambda_i^2)(p_i^2 - \omega^2)V_i^{*2}},$$

$$h_i = \frac{V_i^T (E_i + \lambda_i F_i)}{(1 + \lambda_i^2)V_i^{*2}}, \quad i = 1, 2, \dots, L,$$

где E_i, F_i – векторы синфазной и квадратурной составляющих сил возбуждения, обеспечивающие выделение i -го тона колебаний на частоте ω (если собственный тон можно выделить без введения квадратурной составляющей возбуждения, то такой случай отмечается условием $F = 0$); λ_i – котангенс сдвига фаз между перемещениями и синфазной составляющей возбуждения; p_i – собственная частота тона, определяемая по переходу λ_i через 0; V_i^* – мнимая составляющая перемещения точки нормирования формы тона. Если положить $\lambda_i = 0$ при $F \neq 0$ (условие «фиктивного» фазового резонанса), то получим известную формулу определения обобщенных масс введением квадратурной составляющей возбуждения (см., например: [1]).

Рассматривается влияние только погрешностей измерений составляющих вынужденных колебаний на точность определения характеристик собственных тонов, так как экспериментальное оборудование позволяет поддерживать частоту вынужденных колебаний с большой точностью. Отклонения же в задаваемых ве-

личинах сил возбуждения можно (в рассматриваемом случае линейных систем) учесть в точности определения перемещений.

Оценка влияния случайных ошибок измерений производилась методом статистического моделирования. В качестве математической модели реальной конструкции использовалось уравнение вынужденных крутильных колебаний стержня постоянного сечения под действием системы сосредоточенных возбуждающих моментов. Такое уравнение имеет точное аналитическое решение.

Будем считать, что ошибки измерений действительной и мнимой составляющих вынужденных колебаний распределяются по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием. Для моделирования ошибок использовался датчик случайных чисел. Создание ошибок требуемого уровня осуществлялось соответствующим изменением дисперсии с использованием свойства нормального распределения – случайная величина x с вероятностью 0,997 удовлетворяет соотношению

$$|x| \leq 3\sigma, \tag{1}$$

где σ – дисперсия. Вычисление дисперсии по формуле $\sigma = \varepsilon/300$, где ε – величина ошибки измерений в процентах, означает, что с вероятностью 0,997 погрешности измерений не превышают ε . Исследование влияния случайных ошибок измерения действительной и мнимой составляющих вынужденных колебаний на точность определения обобщенных динамических характеристик проводилось по следующему алгоритму:

- вычислялись точные значения составляющих вынужденных колебаний в точках «регистрации» для ряда частот исследуемого диапазона;
- вводились случайные отклонения заданного уровня в величины составляющих колебаний;
- производился подбор возбуждения [3] по искаженному ошибками отклику;
- определялись собственные частоты, обобщенные массы и обобщенные коэффициенты демпфирования;
- анализировалось изменение первых двух моментов распределения результатов расчета обобщенных характеристик с увеличением числа независимых «испытаний» на каждой частоте с целью получения достоверных оценок математического ожидания и дисперсии;

– по результатам расчетов строились гистограммы и проверялись гипотезы о законе распределения этих результатов.

Расчеты проводились при разном уровне ошибок измерений составляющих перемещений, числе сил возбуждения, демпфирования в системе, а также для различных способов настройки чувствительности измерительного оборудования.

Рассматривалось два вида зависимости абсолютной погрешности измерений действительной ΔU и мнимой ΔV составляющих перемещений конструкции от величин этих составляющих: величины ΔU и ΔV в каждой точке регистрации колебаний на любой частоте возбуждения пропорциональны измеряемым величинам составляющих перемещений:

$$\Delta U = \varepsilon U / 100 \%, \quad \Delta V = \varepsilon V / 100 \%; \quad (2)$$

абсолютные погрешности измерений ΔU и ΔV в каждой точке регистрации колебаний на любой частоте возбуждения пропорциональны наибольшей из измеряемых величин:

$$\Delta U = \Delta V = \tilde{\varepsilon} - z / 100 \%, \quad (3)$$

где z есть наибольшая из $|U|$ и $|V|$ в данной точке, а « \leftarrow » отличает погрешности вида (2) от погрешностей вида (3). Абсолютные погрешности вида (2) реализуются таким подбором чувствительности измерительного оборудования, что каждое из измеряемых значений составляющих перемещений соответствует пределу измерения. Для погрешностей вида (3) пределу измерений соответствует величина z .

Распределение случайных величин собственных частот, обобщенных масс и обобщенных коэффициентов демпфирования полагались также нормальными. Для оценки достоверности этого положения использовался критерий χ^2 [4]. Установлено, что с вероятностью 0,58...0,76 отклонения распределений обобщенных характеристик от нормального носят случайный характер (ограниченность выборки, погрешности расчетов при проведении оценки и т. п.). Здесь указаны минимальное и максимальное значения вероятностей, полученных во всех расчетах. Эти результаты подтверждают справедливость сделанного предположения о нормальности распределения обобщенных характеристик [4] и позволяют использовать соотношение (1) для нахождения абсолютной погрешности их определения.

Для выделения влияния только случайных ошибок в составляющих вынужденных колебаний и отсеивания ошибок, вызванных, например, несоответствием числа степеней свободы модели и исходной системы, относительная погрешность определения обобщенных характеристик вычислялась делением абсолютной погрешности на соответствующее математическое ожидание. Для контроля смещения оценки обобщенных характеристик найденное математическое ожидание сравнивалось с величиной собственной частоты, обобщенной массы или обобщенного коэффициента демпфирования, полученной в обычном расчете при точных исходных данных.

В расчетах относительной погрешности обобщенной массы ε_a , обобщенного коэффициента демпфирования ε_h и собственной частоты ε_p (рис. 1–5) символом δ обозначен логарифмический декремент колебаний, а N – число сил возбуждения.

Отметим, что оценки величин ε_a и ε_h проводились, в основном, вблизи собственной частоты тона, так как в этой области частот вынужденных колебаний минимальны погрешности определения обобщенных характеристик собственных тонов за счет несоответствия числа степеней свободы математической модели числу степеней свободы реальной системы, ограниченности числа сил возбуждения, взаимного влияния собственных тонов и т. д.

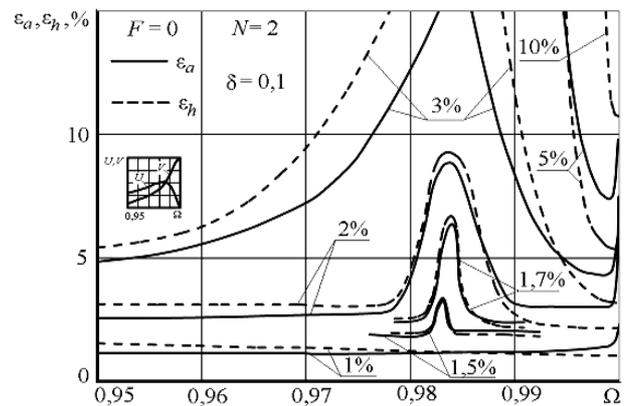


Рис. 1. Погрешности определения обобщенных характеристик при различных ошибках в перемещениях

Рассмотрим зависимости величин ε_a и ε_h от относительной частоты монофазного возбуждения ($F=0$) для различного уровня ошибок измерений (рис. 1). Анализ результатов показывает, что ε_a и ε_h увеличиваются с приближением относительной частоты вынужденных колебаний к некоторому значению, которое обозначим за Ω^* , а затем погрешности ε_h падают при $\Omega \rightarrow 1$. Аналогичное падение ε_a сменяется резким ростом вблизи $\Omega = 1$.

Рост ε_a и ε_h в окрестности $\Omega = \Omega^*$ нелинейно зависит от погрешностей измерения перемещений ε (этого роста не происходит при $\varepsilon \leq 1,2\%$). Если сопоставить кривые ε_a и ε_h с зависимостями составляющих перемещений в точках регистрации от частоты вынужденных колебаний (слева на рис. 1 показаны зависимости $U(\Omega)$ и $V(\Omega)$ в точке нормирования тона), то оказывается, что рост ε_a и ε_h сопровождается подъемом действительной составляющей. При этом частота Ω^* соответствует максимуму абсолютного значения этой составляющей.

Для объяснения характера зависимостей $\varepsilon_a(\Omega)$ и $\varepsilon_h(\Omega)$ в окрестности $\Omega = \Omega^*$ получим выражения для ε_a и ε_h для системы с одной степенью свободы. Если не учитывать погрешности экспериментального определения собственной частоты тона, то

$$\varepsilon_a \approx [(1 + \alpha)(1 + \lambda^2)(1 + \Delta E/E)/(1 + \lambda^2(1 + \alpha)^2) / (1 + \tilde{\Delta} V/V) - 1] \cdot 100 \%, \quad (4)$$

$$\varepsilon_h \approx [(1 + \lambda^2)(1 + \Delta E/E)/(1 + \lambda^2(1 + \alpha)^2) / (1 + \tilde{\Delta} V/V) - 1] \cdot 100 \%, \quad (5)$$

где $\alpha = 2\varepsilon/(1 + \varepsilon)$; ΔE – погрешности подбора возбуждения, вызванные неточностью измерений действительной и мнимой составляющих перемещений; $\tilde{\Delta} V$ – погрешности определения мнимой составляющей из-за неточности измерения и подбора возбуждения. Из формул (4) и (5) следует, что опережающий рост действительной составляющей колебаний по сравнению с мнимой при $\Omega \rightarrow \Omega^*$ и сопутствующее ему увеличение погрешности ΔU , приводящие к погрешностям в определении мнимой составляющей $\Delta -V > \Delta V$, увеличивают величины ε_a и ε_h , так как здесь $\Delta V/V > \varepsilon$.

Рост ε_a вблизи собственной частоты объясняется тем, что фактически обобщенная масса находится по разности величин $\beta = (\lambda/(1 + \lambda^2))V^T E$ на двух частотах колебаний (одна из них соответствует $\lambda = 0$), т. е. определяется разностью близких величин, каждая из которых измерена с некоторой погрешностью.

С увеличением числа сил возбуждения N происходит более резкий рост ε_a и ε_h при $\Omega \rightarrow \Omega^*$, но с приближением Ω к 1 величины ε_a и ε_h могут уменьшаться с ростом N (рис. 2).

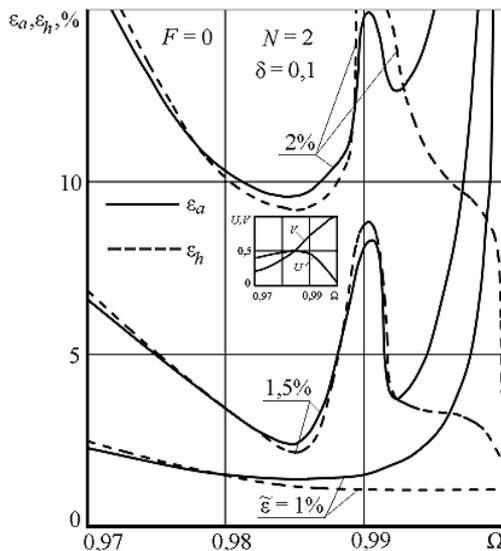


Рис. 2. Погрешности определения обобщенных характеристик при различных ошибках вида $\tilde{\varepsilon}$ в перемещениях

Определение обобщенной массы через разность величин β на двух частотах колебаний удобно использовать для объяснения результатов расчета ε_a при различном демпфировании. Так, сдвиг влево частоты колебаний, на которой начинается рост ε_a , с увеличением декремента является следствием того, что с ростом демпфирования резонансный пик становится менее острым, а зависимость $U(\Omega)$ – более пологой в окрестности собственной частоты. Поэтому разность β , сопоставимая с точностью этой величины, возникает при большем отличии частот вынужденных колебаний от собственной.

С изменением способа настройки чувствительности оборудования с (2) на (3) меняется характер зави-

симостей $\varepsilon_a(\Omega)$ и $\varepsilon_h(\Omega)$ (см. рис. 2). Кривые ε_a и ε_h имеют локальный минимум на частоте колебаний, соответствующей равенству действительной и мнимой составляющих, т. е. равенству относительных ошибок измерения ε_u и ε_v этих составляющих.

Большие величины ε_a и ε_h при меньших частотах являются следствием роста ε_v с увеличением различия между U и V . Появление локального максимума с увеличением частоты колебаний объясняется так же, как и рост ε_a и ε_h в окрестности Ω^* (см. рис. 1), влиянием погрешностей в подборе возбуждения. При $\Omega \rightarrow 1$ величина ε_h падает с уменьшением λ и снижением влияния погрешностей определения этого параметра (в формуле для h стоит величина $(1 + \lambda^2)$). В то же время ε_a увеличивается с ростом погрешностей в λ , так как в вычислениях обобщенной массы участвует величина $\lambda/(1 + \lambda^2)$. То, что этот рост ε_a начинается при большей разности частот $|p - \omega|$ (ср. рис. 1 и 2), является следствием больших погрешностей $\varepsilon_u = \Delta V/U$.

Отметим, что при использовании монофазного возбуждения математические ожидания случайных величин обобщенной массы и обобщенного коэффициента демпфирования практически совпадают с соответствующими точными значениями этих обобщенных характеристик.

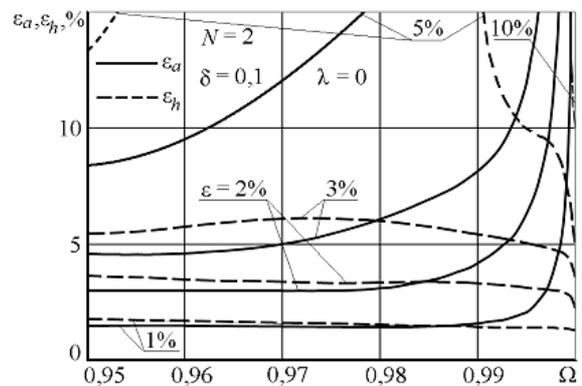


Рис. 3. Погрешности определения обобщенных характеристик при различных ошибках в перемещениях (немонофазное возбуждение)

Аналогичные расчеты (рис. 3) проводились при определении обобщенных характеристик с использованием немонафазного возбуждения, причем введением мнимой составляющей возбуждения создавался режим фиктивного фазового резонанса.

Основной особенностью использования немонафазного возбуждения является то, что величина параметра монофазных колебаний λ задается заранее.

Таким образом, заранее задается вектор действительной составляющей перемещений после подбора сил. Поэтому рост U при $\Omega \rightarrow \Omega^*$, увеличение числа сил возбуждения и изменение способа настройки измерительного оборудования не оказывает существенного влияния на характер кривых ε_a и ε_h .

Определяющее влияние на точность определения обобщенных характеристик с использованием немона-

нофазного возбуждения оказывают погрешности подбора сил. Здесь подбираются две составляющие возбуждения – действительная E и мнимая F , поэтому рост ε_a начинается при большем удалении частоты вынужденных колебаний от собственной, чем при использовании только монофазного возбуждения (см. рис. 1). Рост погрешности определения обобщенной массы с увеличением числа сил немонофазного возбуждения отмечается также в работе [2].

Важным результатом исследования влияния погрешностей измерения составляющих перемещений системы на точность определения обобщенной массы введением немонофазного возбуждения является то, что обнаружено различие между математическим ожиданием M_a случайных величин обобщенной массы и точным значением массы a (рис. 4). Кроме того, это различие увеличивается с приближением частоты фиктивного фазового резонанса к собственной частоте и ростом погрешности измерений.

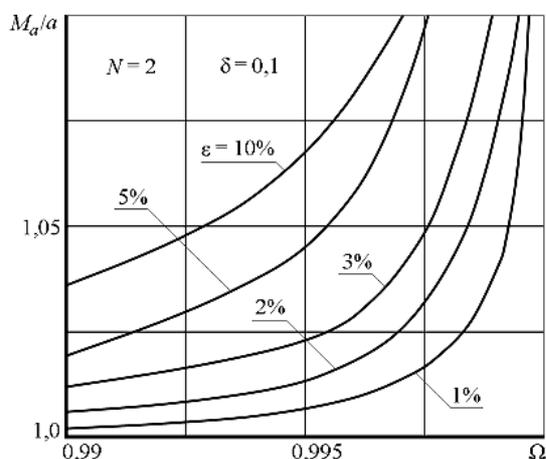


Рис. 4. Отношение математического ожидания к точному значению обобщенной массы

Рассмотрим результаты расчетов относительной погрешности определения собственной частоты p по переходу через нуль параметра монофазных колебаний λ с использованием линейной аппроксимации зависимости $\lambda(\omega)$ в окрестности $\lambda = 0$ (рис. 5). Анализ результатов показывает, что при $\delta = 0,1$ и числе сил возбуждения $N = 2$ погрешности определения собственной частоты не превышают 1 % при $\varepsilon \leq 10$ %. Получено также, что погрешности определения собственной частоты растут с увеличением числа сил возбуждения и изменением способа настройки оборудования с (2) на (3).

В целом по результатам оценки влияния случайных ошибок измерения действительной и мнимой составляющей перемещений на точность определения обобщенных характеристик можно сделать следующие выводы:

- величина обобщенного коэффициента демпфирования определяется наиболее точно на собственной частоте тона и погрешность его определения соизмерима с точностью измерения составляющих вынужденных колебаний;

- чем ближе частоты собственных тонов, тем с меньшими погрешностями нужно измерять перемещения для сохранения неизменной точности определения обобщенной массы;

- использование немонофазного возбуждения для определения обобщенных масс тонов с близкими собственными частотами может привести к значительным погрешностям, так как рост ε_a при $\Omega \rightarrow 1$ начинается при значительном удалении частоты вынужденных колебаний от собственной частоты тона. При этом математическое ожидание случайных величин обобщенной массы является смещенной оценкой ее точного значения, и это смещение усиливается при $\Omega \rightarrow 1$;

- при определении обобщенной массы с использованием монофазного возбуждения большое значение имеет способ настройки чувствительности измерительного оборудования. Настройка чувствительности по наибольшей из составляющих колебаний приводит к недопустимым погрешностям в оценке обобщенной массы вблизи собственной частоты тона;

- наименьшая относительная погрешность расчета обобщенной массы при монофазном возбуждении примерно в 1,5 раза превосходит погрешности измерения составляющих вынужденных колебаний. Положение диапазона частот, где реализуется такая точность, по отношению к собственной частоте тона зависит от величины ошибок измерений, числа сил возбуждения, уровня демпфирования в системе и не может быть указано заранее;

- при выборе числа сил возбуждения необходимо учитывать уровень возможных ошибок измерений в процессе резонансных испытаний, так как рост погрешностей определения обобщенных характеристик с увеличением N может существенно превосходить повышение точности их расчета за счет лучшего выделения исследуемого тона. Если учесть, что современное оборудование практически не позволяет производить регистрацию перемещений (скоростей, ускорений) с точностью выше 2...3 %, то нецелесообразно одновременное использование более трех-четырех силовых возбудителей;

- с целью повышения точности определения обобщенной массы и коэффициента демпфирования необходимо, чтобы в точке нормировки тона были наибольшие перемещения.

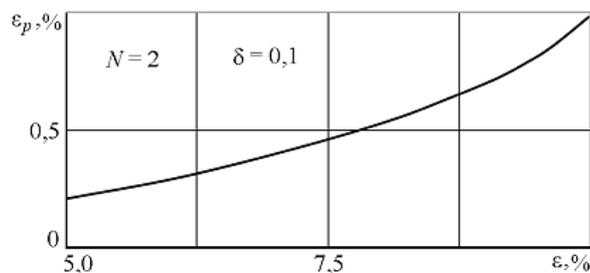


Рис. 5. Погрешности определения собственной частоты

Итак, как отмечено выше, наибольшие погрешности возникают при определении обобщенных масс.

Поэтому необходима разработка мероприятий, направленных на снижение этих погрешностей. К таким мероприятиям можно отнести, например, сглаживание экспериментальных зависимостей и расчет обобщенных масс без использования измерений действительной составляющей перемещений вблизи собственных частот конструкции.

Библиографические ссылки

1. Смыслов В. И. Некоторые вопросы методики многоточечного возбуждения при экспериментальном исследовании колебаний упругих конструкций // Учен. записки ЦАГИ им. Н. Е. Жуковского. 1972. Т. 3. № 5. С. 110–118.

2. Жаров Е. А., Смыслов В. И. Точность определения колебательных характеристик упругой конструкции при резонансных испытаниях с многоточечным возбуждением // Учен. записки ЦАГИ им. Н. Е. Жуковского. 1976. Т. 7. № 5. С. 88–97.

3. Бернс В. А. Особенности определения характеристик собственных тонов при многоканальном возбуждении и измерении колебаний // Аэродинамика и прочность конструкций летат. аппаратов: тр. Всерос. науч.-техн. конф., посвящ. 60-летию отделений аэродинам. летат. аппаратов и прочности авиац. конструкций (15–17 июня 2004 г.). Новосибирск, 2005. С. 295–297.

4. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. М.: Наука, 1969.

V. A. Berns

ASSESSMENT OF DETERMINATION ACCURACY OF EIGENTONES CHARACTERISTICS IN THE PRESENCE OF RANDOM ERRORS IN THE EXPERIMENTAL DATA

Assessment of determination accuracy of natural frequencies, generalized masses and damping coefficients of eigentones of structures based on resonant tests were made. It was assumed that there are random errors of measurement in the values of real and imaginary components of the structure points' displacement. Studies were carried out by the method of statistical modeling.

Keywords: resonant tests, measurement errors, statistical modeling.

© Бернс В. А., 2010

УДК 004.932

М. В. Дамов, А. Г. Зотин

ПОСТРОЕНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЯ СЦЕНЫ СОВМЕЩЕНИЕМ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ КАДРОВ

Представлена концепция построения изображения сцены при помощи совмещения кадров видеопоследовательности или серии фотоснимков. Построение сцены выполняется на основе карты смещений, отображающей векторы перемещений блоков.

Ключевые слова: реконструкция видеопоследовательности, совмещение изображений, построение сцены, карта смещений.

Уровень развития современной вычислительной техники позволяет решать задачи большой вычислительной сложности, к которым относится обработка видеопоследовательностей. Построение изображения сцены видеопоследовательности относится к классу задач, которые необходимы для выполнения реконструкции видеопоследовательности. Реконструкция видеопоследовательностей является актуальным направлением в связи с возрастающей потребностью потенциальных заказчиков в таких специалистах, как специалисты по работе с видеоархивами, специалисты в области производства и реставрации кино, специалисты по подготовке телепрограмм к эфиру, а также специалисты по анализу визуальных данных, полученных различными методами, а именно аэрофото съемкой, спутниковой фотографией, лазерной локацией и другими системами датчиков. Но в общем случае под сценой видеопоследовательности понима-

ется часть кинофильма или последовательность изображений, снятых с одного ракурса в течение некоторого времени. В работе [1] приведен один из алгоритмов разделения видеопоследовательности на сцены.

Картой смещений (*disparity map*) называется двумерный массив, элементами которого являются двумерные векторы. Каждый вектор задает сдвиг от точки на первом изображении до соответствующей точки на втором изображении. Эта информация используется для построения изображения сцены на основе нескольких соседних кадров. Таким образом, алгоритм построения относится к пространственно-временному типу. Существуют три основных подхода к определению параметров глобального движения: подход с использованием аппарата особых точек; подход с использованием векторов движения блоков; глобальный поиск. В данной статье рассматривается подход с использованием векторов движения блоков или окрест-